



Από το στοιχειώδες δίπολο στις  
κεραίες

# Τι ξέρουμε

➤ Έχουμε μελετήσει ένα στοιχειώδες ( $l \ll \lambda$ ) παλλόμενο ηλεκτρικό δίπολο για το οποίο η διπολική του ροπή είναι  $\vec{p} = Q_0 l e^{j\omega t} \hat{z}$  και διαρρέεται από ρεύμα  $I(t) = I_0 e^{j\omega t}$

➤ Στην προσέγγιση αυτή το Η/Μ που παράγεται είναι (συναρτήσει του ρεύματος)

$$E_r(t, r) = \frac{I_0 l}{2\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{cr^2} + \frac{1}{j\omega r^3} \right) e^{j(\omega t - kr)} \cos \theta, \quad E_\theta(t, r) = \frac{I_0 l}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{j\omega}{c^2 r} + \frac{1}{cr^2} + \frac{1}{j\omega r^3} \right) e^{j(\omega t - kr)} \sin \theta$$

και

$$H_\phi(t, r) = \frac{I_0 l}{4\pi} \left( \frac{j\omega}{cr} + \frac{1}{r^2} \right) e^{j(\omega t - kr)} \sin \theta$$

Πεδίο ακτινοβολίας

Στατικό Πεδίο

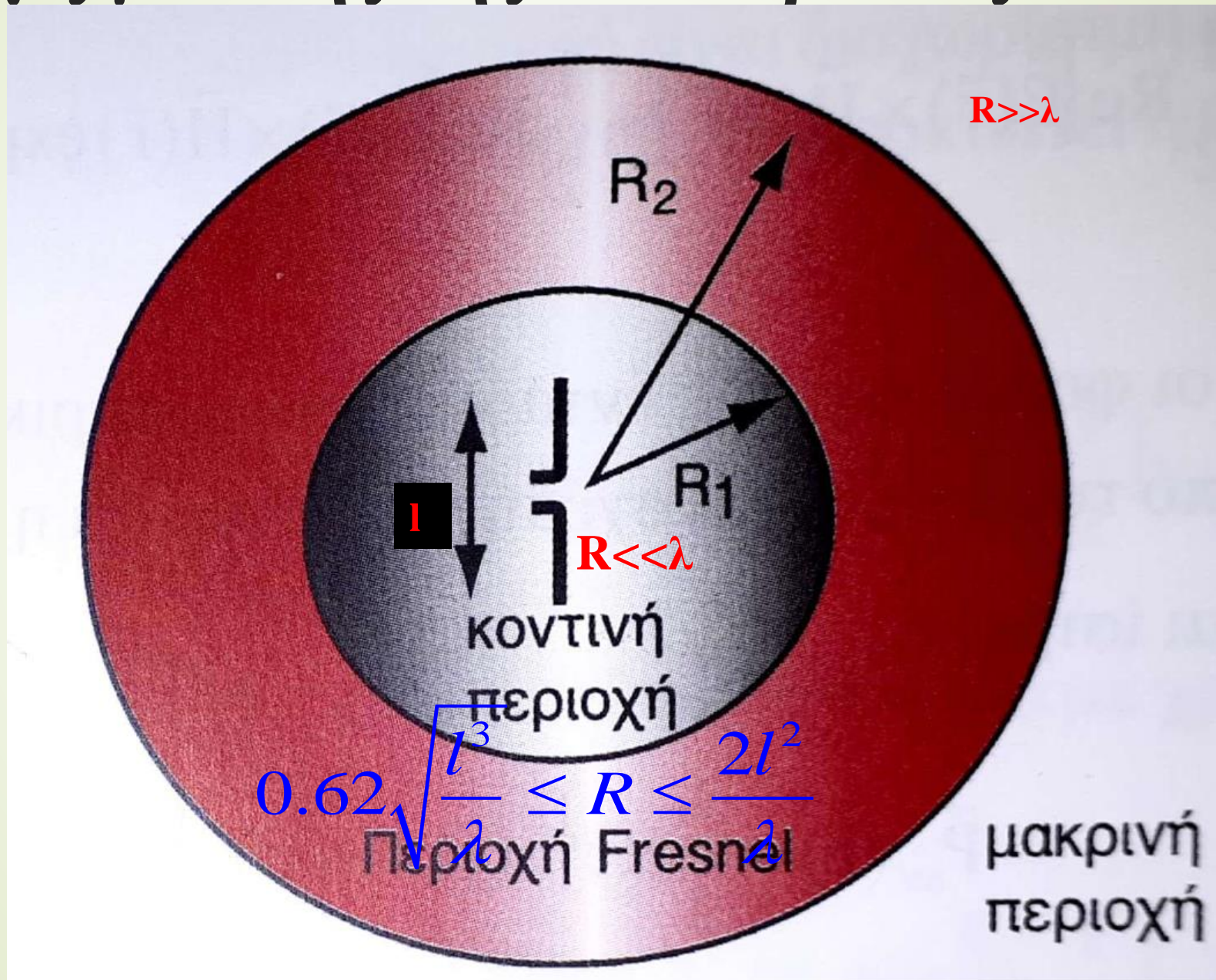
Πεδίο Επαγωγής

➤ Στην μεταφορά ενέργειας μέσω του Η/Μ πεδίο συμβάλει ΜΟΝΟ το πεδίο ακτινοβολίας και σε μεγάλες αποστάσεις το διάνυσμα pointing γίνεται

➤  $S_r = \frac{\mu_0}{8c} \frac{f^2 I_0^2 l^2}{r^2} \sin^2 \theta = \frac{I_0^2 l^2 k^2 Z_0}{32\pi^2 r^2} \sin^2 \theta$ . Η συνολική δε ισχύς που μεταδίδεται μέσω ακτινοβολίας είναι

$$P_{rad} \cong 40\pi^2 I_0^2 \frac{\ell^2}{\lambda^2} = 20 I_{rms}^2 \frac{\ell^2}{\lambda^2}, \text{ Watt}$$

# Περιοχές μελέτης της ακτινοβολίας



# Ζώνες ακτινοβολίας για στοιχειώδες δίπολο

➤ Περιοχή αντιδραστικού κοντινού πεδίου (Reactive near field region):

➤ Είναι η περιοχή εντός σφαίρας ακτίνας:  $r \rightarrow 0.62\sqrt{\frac{l^3}{\lambda}} \Rightarrow kr \ll 1$  Στην περιοχή αυτή ισχύουν οι εξισώσεις:

$$H_\phi \approx \frac{(I\Delta l)e^{j(\omega t - kr)}}{4\pi r^2} \sin \theta$$

$$E_r \approx -j\eta \frac{(I\Delta l)e^{j(\omega t - kr)}}{4\pi kr^3} \cos \theta$$

$$E_\theta \approx -j\eta \frac{(I\Delta l)e^{j(\omega t - kr)}}{4\pi kr^3} \sin \theta$$

$$H_r = H_\theta = E_\phi = 0$$

➤ Περιοχή ακτινοβολούντος κοντινού πεδίου (Radiating near field region) ή περιοχή Fresnel:

➤ Είναι η ενδιαμέση περιοχή από το κοντινό αντιδραστικό πεδίο ως την περιοχή του μακρινού πεδίου:

$r \rightarrow 0.62\sqrt{\frac{l^3}{\lambda}} \leq r \leq \frac{2l^2}{\lambda} \rightarrow kr \geq 1$  Ενώ για το Ηλ/κό και μαγνητικό πεδίο ισχύουν οι εξισώσεις:

$$H_\phi \approx j \frac{kI_0 l e^{-j(\omega t - kr)}}{4\pi r} \sin \theta$$

$$E_r \approx \eta \frac{I_0 l e^{-j(\omega t - kr)}}{2\pi r^2} \cos \theta$$

$$E_\theta \approx j\eta \frac{kI_0 l e^{-j(\omega t - kr)}}{4\pi r} \sin \theta$$

$$H_r = H_\theta = E_\phi = 0$$

# Ζώνες ακτινοβολίας για στοιχειώδες δίπολο

➤ Περιοχή μακρινού πεδίου (Far field region) ή περιοχή Fraunhofer: Είναι η περιοχή για την οποία:  $r \geq \frac{2l^2}{\lambda} \Rightarrow kr \gg 1 \Rightarrow r \gg l, r \gg \lambda$

➤ Στην περιοχή αυτή ισχύουν οι εξισώσεις:

$$H_\phi = j \frac{kI_0 l e^{j(\omega - kr)}}{4\pi r} \sin \theta$$

$$E_\theta = j\eta \frac{kI_0 l e^{j(\omega - kr)}}{4\pi r} \sin \theta$$

$$H_r = H_\theta = E_r = E_\phi = 0$$

➤ Υπάρχει ακτινοβολούμενη ισχύς κατά την ακτινική κατεύθυνση. Το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο διαδίδονται στην ακτινική κατεύθυνση και κάθετα μεταξύ τους. Κατά τα γνωστά ισχύουν:

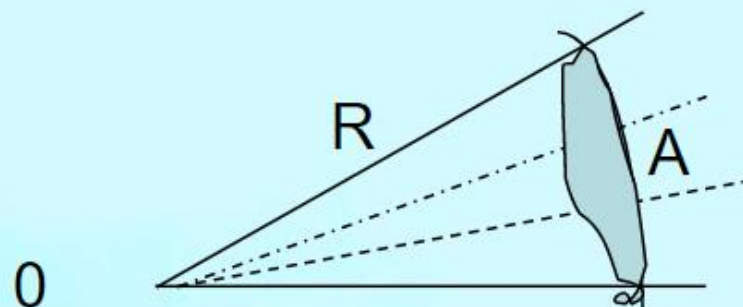
$$\eta = \eta_0 = \frac{E_\theta}{H_\phi} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377\Omega, \quad \vec{s} = \frac{1}{2} \frac{|E_\theta|^2}{\eta} \hat{r} = \frac{1}{2} \eta |H_\phi|^2 \hat{r}$$

# Στερεά Γωνία

## Στερεά γωνία

Εστω σφαίρα με κέντρο το σημείο τομής των δύο ευθειών και ακτίνα  $R$

Στερεά γωνία ορίζεται ως το πηλίκο του εμβαδού που σχηματίζεται από τις δύο ευθείες πάνω στην επιφάνεια της σφαίρας προς το τετράγωνο της ακτίνας



$$\Omega = \frac{A}{R^2}$$

Μονάδα μέτρησης: sterad  
(στερακτίνιο)

Ένα στερακτίνιο = με τη στερεά γωνία που κόβει σε σφαίρα ακτίνας  $R$  επιφάνεια εμβαδού  $=R^2$

# Μεγέθη που χρησιμοποιούνται στις κεραίες

- ▶ Ένταση Ακτινοβολίας εκφράζει την ισχύ που ακτινοβολείται ανά μονάδα στερεάς γωνίας. Ορίζεται από τη σχέση:

$$U(\theta, \phi) = \frac{dW}{d\Omega} = r^2 S_r \quad \text{για το δίπολο} \quad U(\theta, \phi) = \frac{I_o^2 l^2 k^2 \eta}{32\pi^2} \sin^2 \theta$$

- ▶ Κατευθυντικό κέρδος (συνάρτηση κατευθυντικότητας)  $D_g(\theta, \phi)$ : ορίζεται ο λόγος της έντασης ακτινοβολίας μιας κεραίας κατά την κατεύθυνση  $\theta, \phi$ , ως προς την ένταση ακτινοβολίας  $U_o$  ισοτροπικής κεραίας που εκπέμπει την ίδια ισχύ ακτινοβολίας, δηλαδή:

$$D_g(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_o} = \frac{U(\theta, \phi)}{W_r / 4\pi} \quad \text{για το δίπολο} \quad D_{gd}(\theta, \phi) = 4\pi \frac{\frac{\eta k^2 I_o^2 l^2}{32\pi^2} \sin^2 \theta}{\frac{\eta (klI_o)^2}{12\pi}} = \frac{3}{2} \sin^2 \theta$$

# Μεγέθη που χρησιμοποιούνται στις κεραιές

► Κατευθυντικότητα  $D_m$  μιας κεραιάς είναι η μέγιστη τιμή του κατευθυντικού κέρδους της, δηλαδή:

$$D_m = D_g(\theta, \phi) |_{max} = \frac{U(\theta, \phi) |_{max}}{U_o} = 4\pi \frac{U(\theta, \phi) |_{max}}{W_r}$$

Με  $U_{max}$  μέγιστη τιμή της έντασης ακτινοβολίας και  $W_{rad}$  η συνολική ισχύς ακτινοβολίας της κεραιάς. Το κατευθυντικό κέρδος είναι συνάρτηση των συντεταγμένων θέσης  $\theta$  και  $\phi$  του σημείου υπολογισμού του πεδίου ακτινοβολίας μιας κεραιάς.

Η κατευθυντικότητα μιας ισοτροπικής κεραιάς είναι ίση προς τη μονάδα, αφού η ακτινοβολία της είναι η ίδια προς όλες τις διευθύνσεις του χώρου. Σε κάθε άλλη περίπτωση κεραιάς, η κατευθυντικότητα είναι μεγαλύτερη από τη μονάδα και αποτελεί ένα μέτρο του πόσο κατευθυντική είναι η κεραιά.

► Για το στοιχειώδες δίπολο

$$D_m = \text{Max} \{ D_g(\theta, \phi) \} = \text{Max} \left\{ \frac{3}{2} (\sin \theta)^2 \right\} = \frac{3}{2} \quad \text{ή σε dB} \quad 10 \log_{10} \left( \frac{3}{2} \right) = 1,76 \text{ dB}$$

# Μεγέθη που χρησιμοποιούνται στις κεραίες

➤ Κανονικοποιημένη Ένταση Ακτινοβολίας  $U_n$  η ένταση ακτινοβολίας σε μια συγκεκριμένη κατεύθυνση σε σχέση με το μέγιστο της ακτινοβολίας.

$$U_n(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U(\theta, \phi)|_{max}}$$

Χρησιμοποιείται για να καθορίσουμε σε ποιες γωνίες η ένταση ακτινοβολίας πέφτει στο μισό μπορεί να εμφανιστεί και λογαριθμική μορφή (dB)

## ➤ Διάγραμμα ακτινοβολίας

➤ Το διάγραμμα ακτινοβολίας είναι η γραφική παράσταση των ιδιοτήτων ακτινοβολίας (μακρινού πεδίου) μιας κεραίας.

➤ Μπορεί να αναπαρασταθεί

➤ Το διάγραμμα της έντασης του H/M πεδίου (διάγραμμα πεδίου )

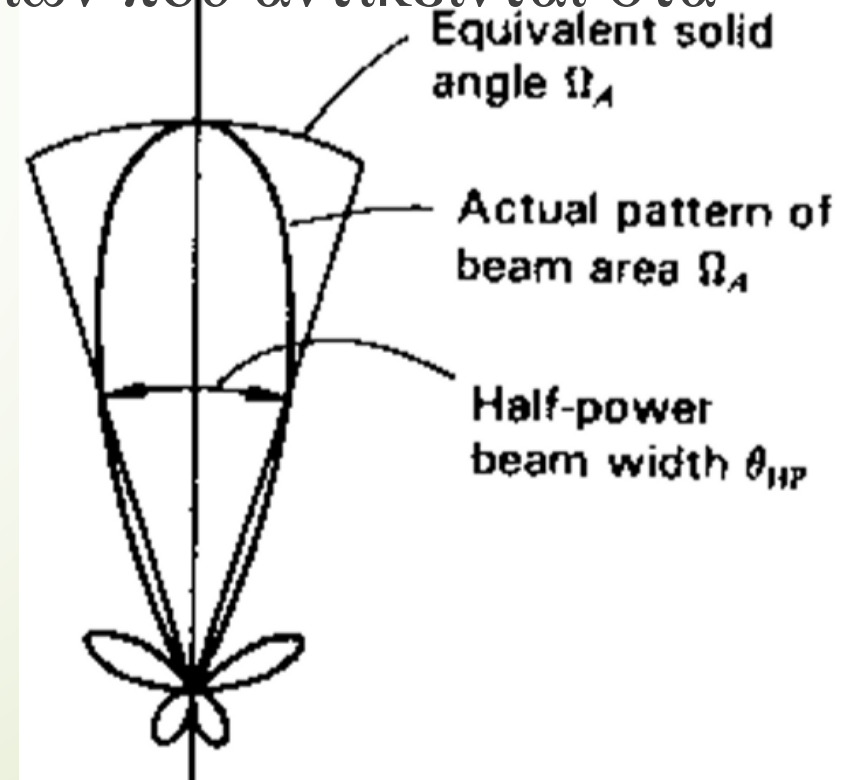
➤ Το διάγραμμα της Έντασης ακτινοβολίας ( $U(\theta, \phi)$ ) (διάγραμμα ισχύος

# Μεγέθη που χρησιμοποιούνται στις κεραιές

- Στερεός λοβός ακτινοβολίας  $\Omega_A$ : είναι η στερεά γωνία δια της οποίας θα εκπεμπόταν όλη η ισχύς, αν η κεραιά εξέπεμπε σταθερή ένταση ακτινοβολίας και ίση προς  $U(\theta, \phi)|_{\max}$  προς κάθε κατεύθυνση στο εσωτερικό της  $\Omega_A$ .  
$$\Omega_A = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi U_n(\theta, \phi) \sin\theta d\theta$$

Προσεγγιστικά μπορεί να υπολογιστεί βάσει των γωνιών που αντίκεινται στα σημεία ημίσειας ισχύος του κ. λοβού

$$\Omega_A \approx \theta_{HP} \phi_{HP}$$



# Μεγέθη που χρησιμοποιούνται στις κεραίες

➤ **Κέρδος ισχύος (Antenna Gain):** Είναι ο λόγος της έντασης ακτινοβολίας σε μια ορισμένη κατεύθυνση προς την ισχύ τροφοδοσίας της κεραίας: 
$$G_g(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{W_{input}}$$

➤ Στις συνήθεις πρακτικές περιπτώσεις, το κέρδος ισχύος αναφέρεται στη διεύθυνση μέγιστης ακτινοβολίας, οπότε και ονομάζεται απλώς **κέρδος της κεραίας**, δηλαδή 
$$G(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)|_{\max}}{W_{input}}$$

➤ **Απόδοση ακτινοβολίας (Radiation Efficiency)** (συντελεστής απόδοσης). Ο λόγος της ακτινοβολούμενης ισχύος προς την προσφερόμενη ισχύ 
$$e_t = \frac{P_{rad}}{P_{in}} = \frac{P_{rad}}{P_{rad} + P_{loss}} = \frac{R_{rad}}{R_{rad} + R_{loss}}$$

➤ Το κέρδος κεραίας μπορεί να γραφεί και ως: 
$$G = e_t * D_m$$

# Μεγέθη που χρησιμοποιούνται στις κεραίες

- **Αντίσταση εισόδου** κεραία ως στοιχείο κυκλωμάτων περιγράφεται μέσω της αντίστασης εισόδου της. Είναι η μιγαδική αντίσταση που εμφανίζει στους ακροδέκτες της ή ισοδύναμα, ως το πηλίκο της τάσης προς το ρεύμα που εμφανίζονται στο σημείο τροφοδότησης της. Η αντίσταση εισόδου περιλαμβάνει τόσο πραγματικό όσο και φανταστικό μέρος, δηλαδή :

$$Z_a = R_a + jX_a, R_a = R_r + R_L$$

- Η αντίσταση εισόδου μιας κεραίας αλλά και οι αντιστάσεις ακτινοβολίας και απωλειών δεν είναι συγκεντρωμένες φυσικές οντότητες, αλλά αποτελούν ισοδύναμα μεγέθη μέσω των οποίων μελετάται η συμπεριφορά της κεραίας.

- Για το στοιχειώδες δίπολο όπως είδαμε  $R_r = \frac{2P_{rad}^{total}}{|I_o|^2} = \frac{2 \oint_{4\pi} U(\theta, \phi) d\Omega}{|I_o|^2}$

$$\text{Τελικά } R_r = \eta \frac{2\pi}{3} \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2$$

# Μεγέθη που χρησιμοποιούνται στις κεραίες

➤ **Συντονισμός κεραίας:** Επιδιώκεται η χρησιμοποίηση κεραιών με Ωμική μόνο αντίσταση  $A$ φού :

➤ Προσαρμόζεται έτσι με τη Γραμμή Μεταφοράς.

➤ Ελαχιστοποιείται η κατανάλωση Άεργου Ισχύος στο Εγγύς Πεδίο.

➤ Μεγάλες τιμές φανταστικού μέρους εμπέδησης απαιτούν μεγάλες τάσης τροφοδοσίας

➤ Θέλουμε δηλαδή  $\text{Im}\{Z_a(\omega_0)\} = X_a(\omega_0) = 0$

➤ Η συχνότητα  $\omega_0$  ονομάζεται συχνότητα συντονισμού και  $\Delta\omega$  το εύρος ζώνης όπου όπου είναι η περιοχή των συχνοτήτων που θεωρούμε ότι έχουμε συντονισμό. Αυτό γίνεται όταν η ποσότητα  $|\rho(\omega)| \leq \rho_m$  με  $\rho(\omega) = \frac{Z_a(\omega) - Z_0}{Z_a(\omega) + Z_0}$ ,

$Z_0$  η χαρακτηριστική αντίσταση της γραμμής μεταφοράς που τροφοδοτεί την κεραία δηλαδή τελικά θα πρέπει:

$$\left| \frac{Z_a(\omega) - Z_0}{Z_a(\omega) + Z_0} \right| \leq \rho_m \Leftrightarrow |X_a(\omega)| \leq \frac{2\rho_m}{\sqrt{1 - \rho_m^2}} Z_0 \dots \mu\epsilon X_0(\omega_0) = 0$$

# Μεγέθη που χρησιμοποιούνται στις κεραίες

➤ **Συντονισμός κεραίας:** Επιδιώκεται η χρησιμοποίηση κεραιών με Ωμική μόνο αντίσταση Αφού :

➤ Προσαρμόζεται έτσι με τη Γραμμή Μεταφοράς.

➤ Ελαχιστοποιείται η κατανάλωση Άεργου Ισχύος στο Εγγύς Πεδίο.

➤ Μεγάλες τιμές φανταστικού μέρους εμπέδησης απαιτούν μεγάλες τάσης τροφοδοσίας

➤ Θέλουμε δηλαδή  $\text{Im}\{Z_a(\omega_0)\} = X_a(\omega_0) = 0$

➤ Η συχνότητα  $\omega_0$  ονομάζεται συχνότητα συντονισμού και  $\Delta\omega$  το εύρος ζώνης όπου όπου είναι η περιοχή των συχνοτήτων που θεωρούμε ότι έχουμε συντονισμό. Αυτό γίνεται όταν η ποσότητα  $|\rho(\omega)| \leq \rho_m$  με  $\rho(\omega) = \frac{Z_a(\omega) - Z_0}{Z_a(\omega) + Z_0}$ ,

$Z_0$  η χαρακτηριστική αντίσταση της γραμμής μεταφοράς που τροφοδοτεί την κεραία δηλαδή τελικά θα πρέπει:

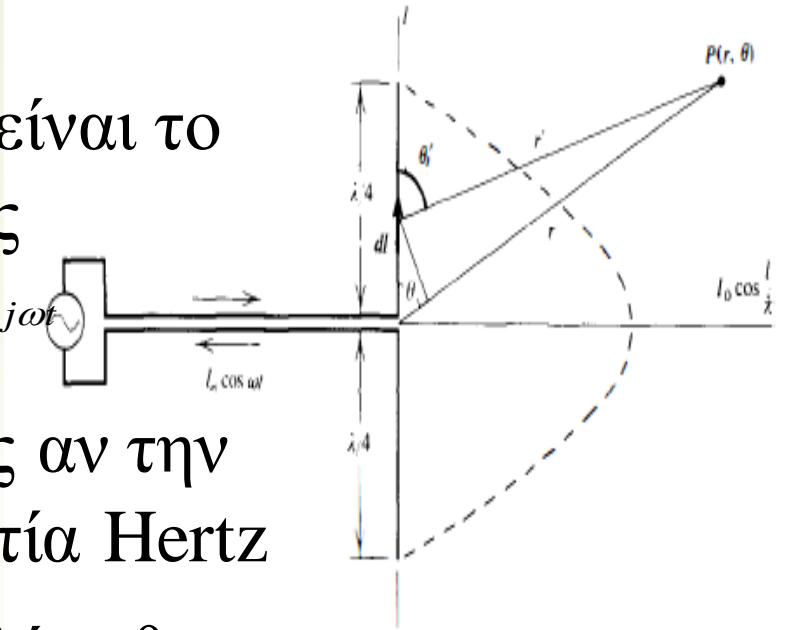
$$\left| \frac{Z_a(\omega) - Z_0}{Z_a(\omega) + Z_0} \right| \leq \rho_m \Leftrightarrow |X_a(\omega)| \leq \frac{2\rho_m}{\sqrt{1 - \rho_m^2}} Z_0 \dots \mu\epsilon X_0(\omega_0) = 0$$

# Από το στοιχειώδες δίπολο στις πραγματικές κεραίες

- Το στοιχειώδες δίπολο (Hertz) έχει την ιδιότητα να έχει μήκος απειροστό ικανό να έχει ομοιόμορφη κατανομή ρεύματος την μαγική αυτή ιδιότητα του την δίνει το γεγονός ότι η διαστάσεις του είναι πολύ μικρότερες του μήκους κύματος. Τι γίνεται όταν η διάσταση του διπόλου είναι συγκρίσιμη με το μήκος κύματος της ακτινοβολίας που μεταδίδουμε τότε η κατανομή του ρεύματος στην κεραία δεν είναι γνωστή και εν γένει η λύση του προβλήματος μη αναλυτική.
- Μπορεί η κατανομή ρεύματος να είναι τυχαία ? **ΌΧΙ** θυμηθείτε τα στάσιμα κύματα.
- Η Πρώτη περίπτωση τέτοιας κεραίας που πρόκειται να μελετήσουμε είναι ένα ηλεκτρικό δίπολο μήκους  $\lambda/2$  δηλαδή σε τάξη μεγέθους του μήκους κύματος του σήματος που θέλουμε να εκπέμψουμε.

# Κεραία $\lambda/2$

- Στη περίπτωση αυτή το συνολικό μήκος της κεραίας είναι το μισό του μήκους κύματος του εκπεμπόμενου σήματος
- Το ρεύμα που διαρρέει την κεραία είναι  $I(t) = I_0 \cos kze^{j\omega t}$
- Θα μπορούσαμε να υπολογίζαμε το πεδίο της κεραίας αν την φανταζόμασταν σαν ένα σύνολο από στοιχειώδη φορτία Hertz
- Άρα στο μακρινό πεδίο το ηλεκτρικό πεδίο ακτινοβολίας θα



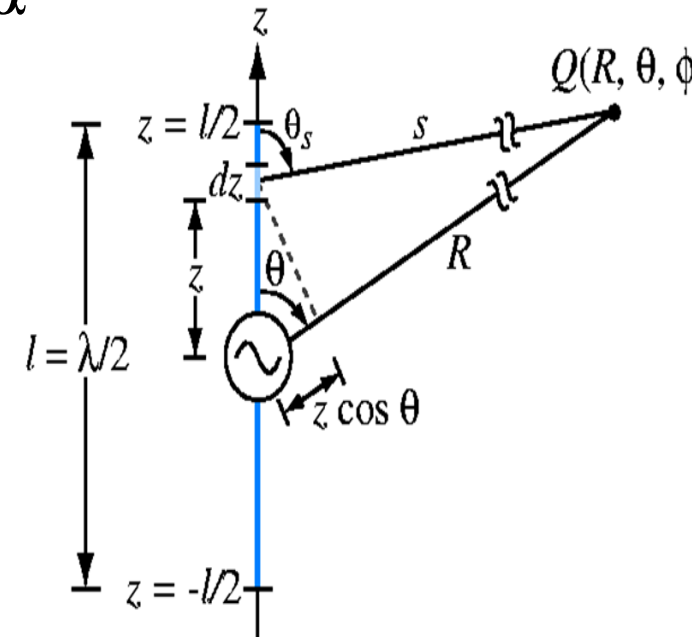
είναι 
$$E_\theta = \int_{z=-\frac{\lambda}{4}}^{z=\frac{\lambda}{4}} dE_{\theta d} \quad \mu\epsilon \quad dE_{\theta d} = \frac{I_0 dz}{4\pi\epsilon_0} \frac{j\omega}{c^2 r} e^{j(\omega t - kr)} \sin\theta_r \quad \&$$

$$dH_\phi = \frac{dE_\theta}{\eta} \quad \mu\epsilon \quad r = R - z \cos\theta$$

και τελικά

$$\tilde{E}_\theta = j 60 I_0 \left[ \frac{\cos\left[\frac{\pi}{2} \cos\theta\right]}{\sin\theta} \right] \left( \frac{e^{j(\omega t - kR)}}{R} \right)$$

$$\tilde{H}_\phi = \frac{\tilde{E}_\theta}{\eta_0}$$



## Κεραία $\lambda/2$

- Το μέτρο του διανύσματος του Poynting θα δίνεται από τη σχέση (ισχύς ανά επιφάνεια):

$$P(R, \theta) = \frac{|\tilde{E}_\theta|^2}{2\eta_0} = \frac{15 I_0^2}{\pi R^2} \left[ \frac{\cos^2 \left[ \frac{\pi}{2} \cos \theta \right]}{\sin^2 \theta} \right]$$

- Η μέγιστη τιμή του είναι όταν  $\theta = \pi/2$ , και είναι ίση με:  $P_{\max} = P_0 = \frac{15 I_0^2}{\pi R^2}$

- Ο όρος  $F(\theta) = \frac{P(R, \theta)}{P_0} = \left[ \frac{\cos \left[ \frac{\pi}{2} \cos \theta \right]}{\sin \theta} \right]^2$

ονομάζεται συντελεστής διαγράμματος και περιγράφει το διάγραμμα εκπομπής στο μακρινό πεδίο. Η ισχύς στο μακρινό πεδίο πέφτει στο μισό της μέγιστης τιμής (το E πέφτει στο 0.707 της μέγιστης τιμής) για γωνίες  $51^\circ$  και  $129^\circ$  που αντιστοιχούν σε εύρος γωνίας μισής ισχύος  $78^\circ$  ( Το στοιχειώδες δίπολο το αντίστοιχο είναι  $90^\circ$ ).

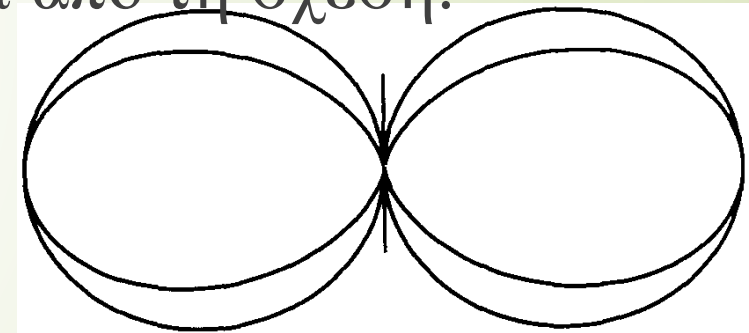
# Κεραία $\lambda/2$

► Η ολική ακτινοβολούμενη ισχύς δίνεται από τη σχέση:

$$P_{rad} = R^2 \iint_{4\pi} S(R, \theta) d\Omega = \frac{15 I_0^2}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[ \frac{\cos \left[ \frac{\pi}{2} \cos \theta \right]}{\sin \theta} \right]^2 \sin \theta d\theta d\phi = 36.6 I_0^2$$

► Η κατευθυντικότητα της διπολικής κεραίας  $\lambda/2$  θα δίνεται από τη σχέση:

$$D = \frac{4\pi R^2 P_{max}}{P_{rad}} = \frac{4\pi R^2}{36.6 I_0^2} \left( \frac{15 I_0^2}{\pi R^2} \right) = 1.64 \quad (2.15 \text{ dB})$$



► και η αντίσταση ακτινοβολίας από τη σχέση:

$$R_{rad} = \frac{2P_{rad}}{I_0^2} = \frac{2 \times 36.6 I_0^2}{I_0^2} \approx 73 \Omega$$

## Πέρα από τη $\lambda/2$

- Τα προηγούμενα αποτελέσματα γενικεύονται για οποιαδήποτε κεραία λεπτής διατομής μήκους συγκρίσιμο με το μήκος κύματος του εκπεμπόμενου σήματος. Συγκεκριμένα στην προσέγγιση  $r=R-z \cos \theta$  και θεωρώντας ως  $D_l$  το μήκος της κεραίας έχουμε

$$H_\phi = \frac{jI_o \sin\theta e^{j(\omega t - kr)}}{4\pi r} \left\{ \int_{-D_l/2}^0 e^{jkz \cos\theta} \sin \left[ k \left( \frac{D_l}{2} + z \right) \right] dz + \int_0^{D_l/2} e^{jkz \cos\theta} \sin \left[ k \left( \frac{D_l}{2} - z \right) \right] dz \right\}$$

$$H_\phi = \frac{jI_o e^{j(\omega t - kr)}}{2\pi r} \frac{\cos[(kD_l \cos\theta) / 2] - \cos(kD_l / 2)}{\sin\theta} \quad \text{για το } E_\theta \text{ πολ/με με } Z_o \text{ ή } \eta_o$$

$$E_\theta = \frac{j\eta_o I_o e^{j(\omega t - kr)}}{2\pi r} \frac{\cos[(kD_l \cos\theta) / 2] - \cos(kD_l / 2)}{\sin\theta}$$

- (δεν κάναμε και τίποτα απλά αποδεικνύουμε τους προηγούμενους τύπους)

# Κεραίες $N * \lambda/2$

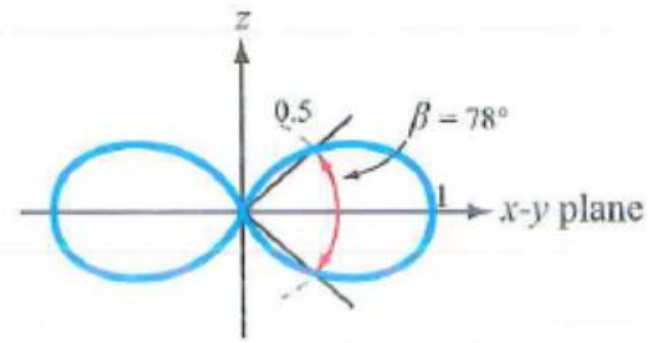
➤ Δεδομένου ότι για λεπτή κεραία μήκους  $n \lambda/2$  το μέτρο του Δ. Pointing είναι:

$$P(R, \theta) = \frac{|E_\theta|^2}{2\eta_0} = \frac{15 I_0^2}{\pi R^2} \left[ \frac{\cos \left[ \frac{n\pi}{2} \cos \theta - \cos \left( \frac{n\pi}{2} \right) \right]}{\sin \theta} \right]^2$$

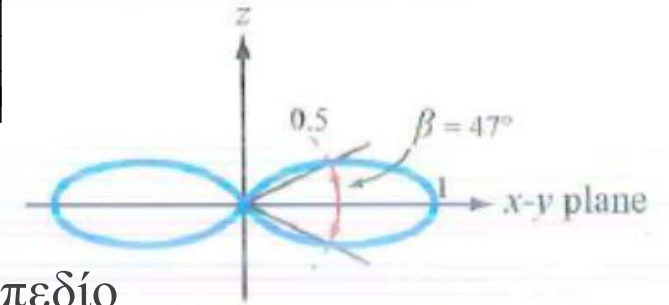
➤ Τότε για  $n=1$  η ποσότητα  $F(\theta)$  κατά τα γνωστά είναι  $F_1(\theta) = \frac{P(R, \theta)}{P_0} = \left[ \frac{\cos \left[ \frac{\pi}{2} \cos \theta \right]}{\sin \theta} \right]^2$

➤ Για  $n=2$   $F_2(\theta) = \left[ \frac{\cos [\pi \cos \theta + 1]}{\sin \theta} \right]^2$  και εύρος ημίσειας δέσμης (εκεί που ισχύς του πεδίο ακτινοβολίας πέφτει στο μισό της) είναι  $47^\circ$

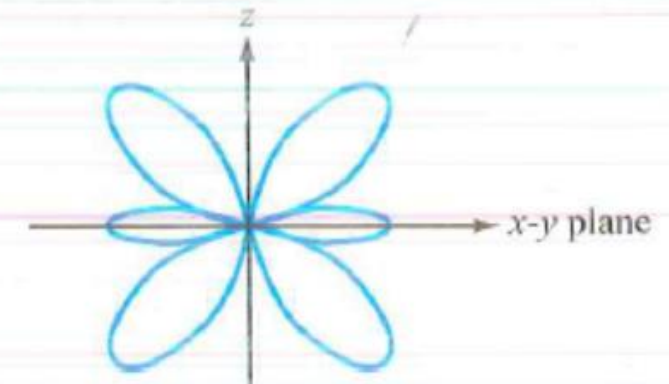
➤ Για  $n=3$   $F_3(\theta) = \left[ \frac{\cos \left[ \frac{3\pi}{2} \cos \theta \right]}{\sin \theta} \right]^2$  και το σχήμα του φαίνεται στο 3<sup>ο</sup> διάγραμμα



(a)  $l = \lambda/2$



(b)  $l = \lambda$



(c)  $l = 3\lambda/2$