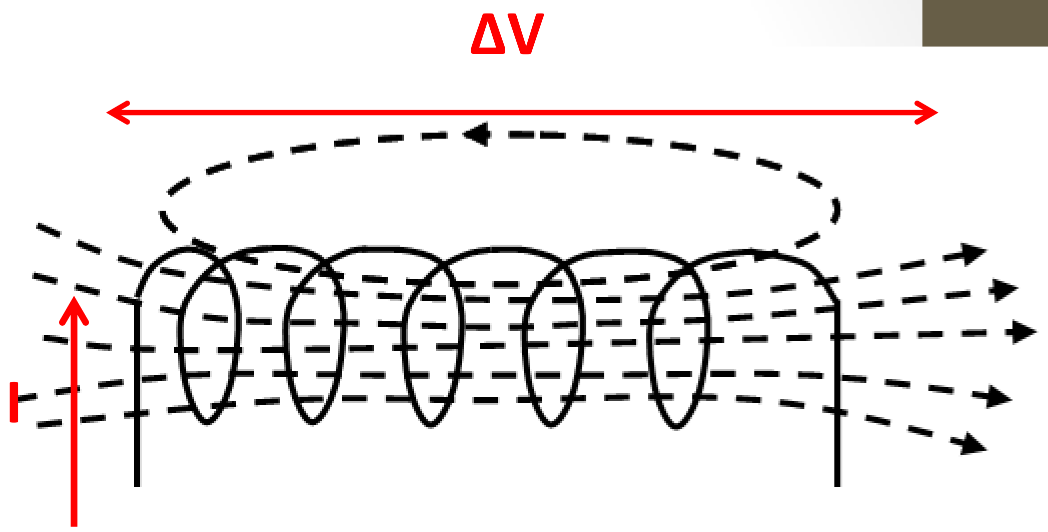
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών &
Μηχανικών Υπολογιστών
Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο

Διαλέξεις
Ηλεκτρικές Μετρήσεις

Άννα Τασολάμπρου

Κεφάλαιο 10 : Μέτρηση αυτεπαγωγής



*Πηνίο με **N** σπείρες που διαρρέεται από ρεύμα **I**, οπότε σαν αποτέλεσμα έχουμε κάθε σπείρα να διαπερνάται από μαγνητική ροή **ΦΒ***

Ορισμός αυτεπαγωγής

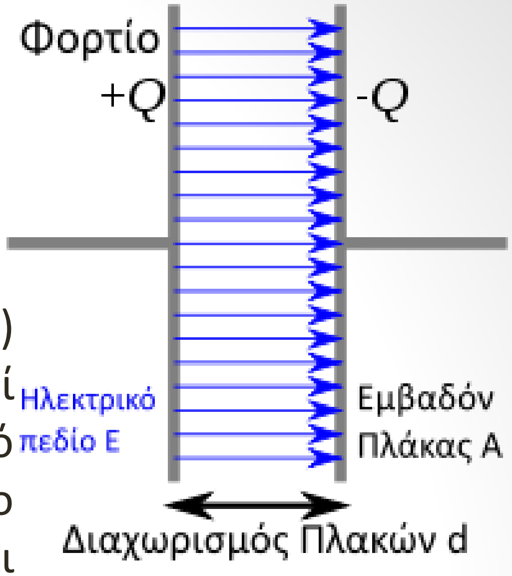
$$L = N\Phi_B / I$$

$$N\frac{d\Phi_B}{dt} = L\frac{di}{dt} \Rightarrow E = -L\frac{di}{dt}$$

$$V = L(di/dt)$$

Ο συντελεστής αυτεπαγωγής έχει μονάδες Henry και ένα τμήμα του κυκλώματος με αυτεπαγωγή ονομάζεται πηνίο

Κεφάλαιο 11 : Μέτρηση χωρητικότητας

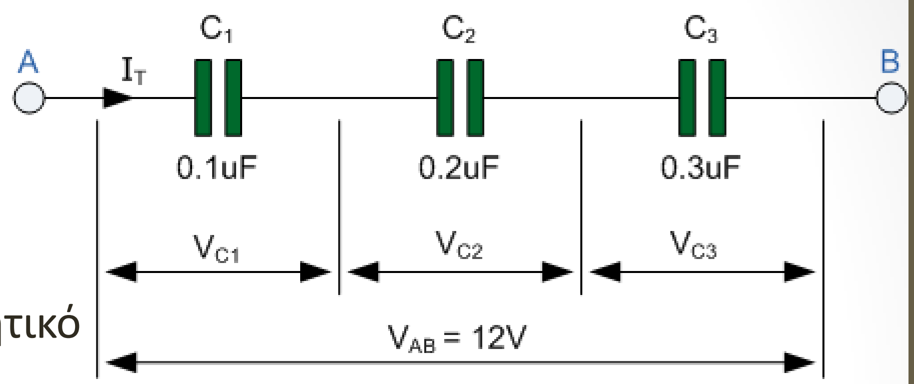


Πυκνωτή ονομάζουμε τη διάταξη δύο αγωγών (οπλισμών) που διαχωρίζονται από κάποιο μονωτή. Οι δύο αγωγοί έχουν ίσο και αντίθετο φορτίο, όπου ο αγωγός με το θετικό φορτίο έχει μεγαλύτερο δυναμικό. Το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των οπλισμών άρα και η διαφορά δυναμικού είναι ανάλογο του φορτίου (νόμος Gauss). Επομένως ο λόγος (φορτίο)/(διαφορά δυναμικού) είναι σταθερή ποσότητα που ονομάζεται χωρητικότητα C **(C=Q/V)** με μονάδα στο SI το ***Farad (F).*** Ο απλούστερος τύπος πυκνωτή είναι ο επίπεδος πυκνωτής: δύο παράλληλες επίπεδες αγώγιμες πλάκες, με εμβαδόν A και σε απόσταση d (με A>>d). Λόγω έλξης των αντιθέτων φορτίων, τα περισσότερα φορτία θα είναι στις απέναντι εσωτερικές επιφάνειες των πλακών. Το ηλεκτρικό πεδίο E στο χώρο μεταξύ των πλακών είναι Επυκν=σ/ε0, άρα η χωρητικότητα μπορεί να υπολογιστεί σε:

$$V_{AB} = E_{\pi\upsilon\kappa\nu} d = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d = \frac{Q/A}{\varepsilon_0} d \Rightarrow C = \frac{Q}{V_{AB}} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

Κεφάλαιο 11 : Μέτρηση χωρητικότητας

Σύνδεση σε σειρά,
όλοι οι πυκνωτές έχουν ίδιο φορτίο, στην περιοχή μεταξύ δύο πυκνωτών ο ένας οπλισμός του ενός πυκνωτή έχει θετικό φορτίο και ο αντίστοιχος του άλλου αρνητικό



VAB = Q/Vολ= V1+V2+V3 = Q/C1+Q/C2+Q/C3

ΙΔΙΑ φορτίο

$$\frac{1}{C_{o\lambda}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots\dots + \frac{1}{C_N}$$

ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΙ ΤΥΠΟΙ

$I = Ae^{i\omega t}, V = Be^{i(\omega t+\vartheta)}$

$$\frac{V}{I} = \frac{B}{A}e^{i\vartheta} = \frac{B}{A}(\cos\vartheta + j\sin\vartheta) = \overset{\substack{\alpha\nu\tau\iota\sigma\tau\alpha\sigma\eta \\ resistance}}{\alpha} + j\overset{\substack{\alpha\nu\tau\iota\delta\rho\alpha\sigma\eta \\ reactance}}{\beta} = \varepsilon\mu\pi\varepsilon\delta\eta\sigma\eta \ impedance$$

Αντίσταση πηνίου: 0 Ω

Αντίδραση πηνίου (επαγωγική): $X_L = \omega L$

Αντίσταση πυκνωτή: 0 Ω

Αντίδραση πυκνωτή (χωρητική): $X_c = -\frac{1}{\omega C}$

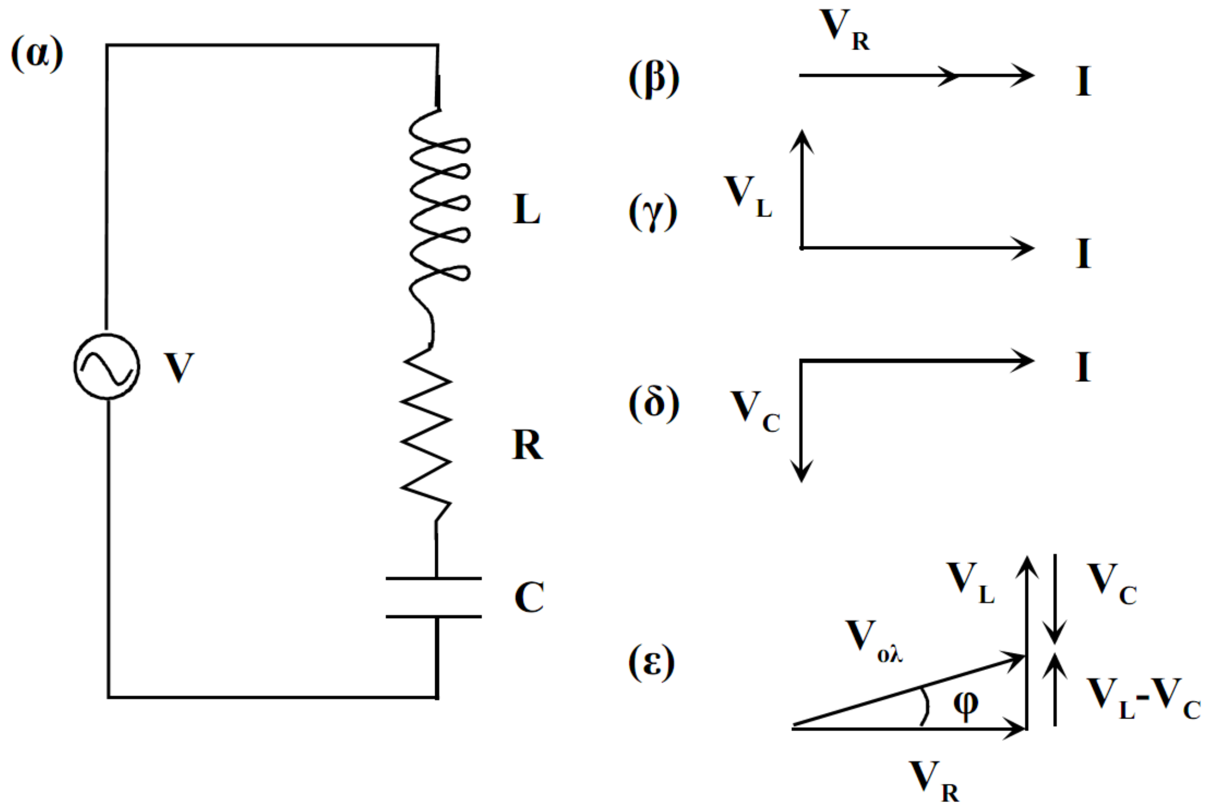
Το μέτρο της εμπέδησης καλείται σύνθετη αντίσταση

Σύνθετη αντίσταση πηνίου : $\|j\omega L\| = \sqrt{\omega^2 L^2} = \omega L$

Σύνθετη αντίσταση πυκνωτή : $\left\|-j\frac{1}{\omega C}\right\| = \sqrt{\frac{1}{\omega^2 C^2}} = \frac{1}{\omega C}$

Κεφάλαιο 12 : Συντονισμός

Κύκλωμα RLC σε σειρά

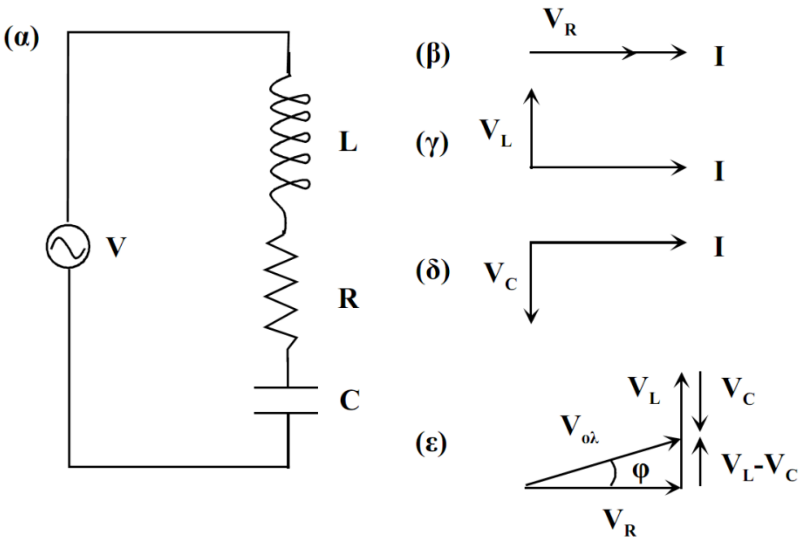


Σχήμα 12.1 Κύκλωμα RLC σε σειρά

Κεφάλαιο 12 : Συντονισμός

Κύκλωμα RLC σε σειρά

- πηνίο L,
- ωμική αντίσταση R
- χωρητικότητα C
- πηγή τροφοδοσίας $V=V_0e^{j\omega t}$



Σχήμα 12.1 Κύκλωμα RLC σε σειρά

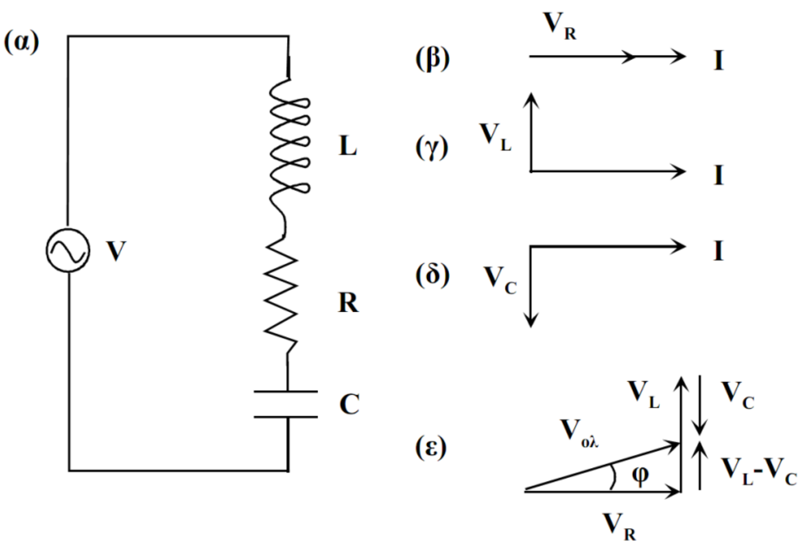
Αν υποθέσουμε ότι το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα I:

- η τάση στα άκρα της ωμικής αντίστασης **θα είναι συμφασική** με το ρεύμα
- η τάση στα άκρα της αυτεπαγωγής **θα προηγείται του ρεύματος κατά π/2**
- η τάση στα άκρα της χωρητικότητας **θα καθυστερεί σε σχέση με το ρεύμα κατά π/2**

Κεφάλαιο 12 : Συντονισμός

Κύκλωμα RLC σε σειρά

- πηνίο L,
- ωμική αντίσταση R
- χωρητικότητα C
- πηγή τροφοδοσίας $V=V_0e^{j\omega t}$



Σχήμα 12.1 Κύκλωμα RLC σε σειρά

Αν το ρεύμα I περιγράφεται από την εξίσωση $I=I_0e^{j\omega t}$, ο νόμος τάσεων Kirchhoff

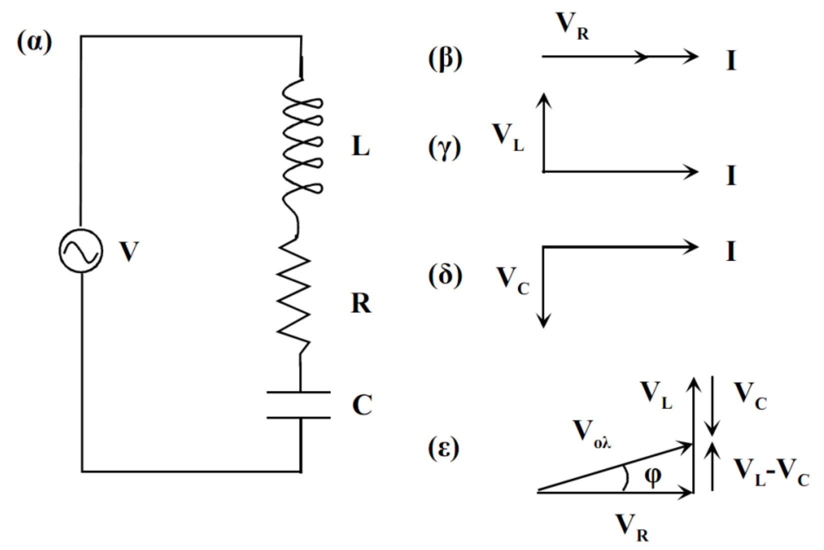
$$V_0e^{j\omega t}-L\frac{di}{dt}-\frac{1}{C}\int idt=iR\Rightarrow V_0e^{j\omega t}-j\omega LI_0e^{j\omega t}-\frac{1}{j\omega C}I_0e^{j\omega t}=RI_0e^{j\omega t}$$

$$I_0=\frac{V_0}{R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)}$$

Κεφάλαιο 12 : Συντονισμός

Κύκλωμα RLC σε σειρά

- πηνίο L,
- ωμική αντίσταση R
- χωρητικότητα C
- πηγή τροφοδοσίας $V=V_0e^{j\omega t}$



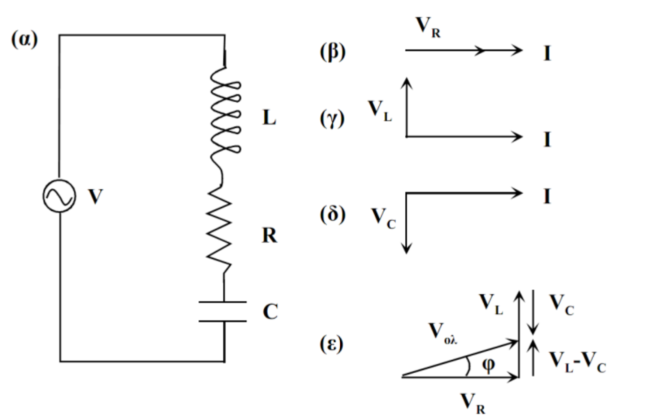
$$V_0e^{j\omega t}-L\frac{di}{dt}-\frac{1}{C}\int idt=iR\Rightarrow V_0e^{j\omega t}-j\omega LI_0e^{j\omega t}-\frac{1}{i\omega C}I_0e^{j\omega t}=RI_0e^{j\omega t}$$

$$I_0=\frac{V_0}{R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)}$$

$$I=\frac{V_0}{R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)}e^{j\omega t}=\frac{V_0}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}e^{j\omega t\text{-}\varphi}$$

$$\varepsilon\varphi\varphi=\frac{\omega L-1/\omega C}{R}$$

Κεφάλαιο 12 : Συντονισμός



Σχήμα 12.1 Κύκλωμα RLC σε σειρά

Κύκλωμα RLC σε σειρά

$$I_0 = \frac{V_0}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

$$I = \frac{V_0}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} e^{j\omega t} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} e^{j\omega t - \varphi} \qquad \varepsilon\varphi\varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$

Στο κύκλωμα RLC, η εμπέδηση του κυκλώματος είναι συνδυασμός της **ωμικής, της επαγωγικής και της χωρητικής αντίστασης** και δίνεται από τη σχέση

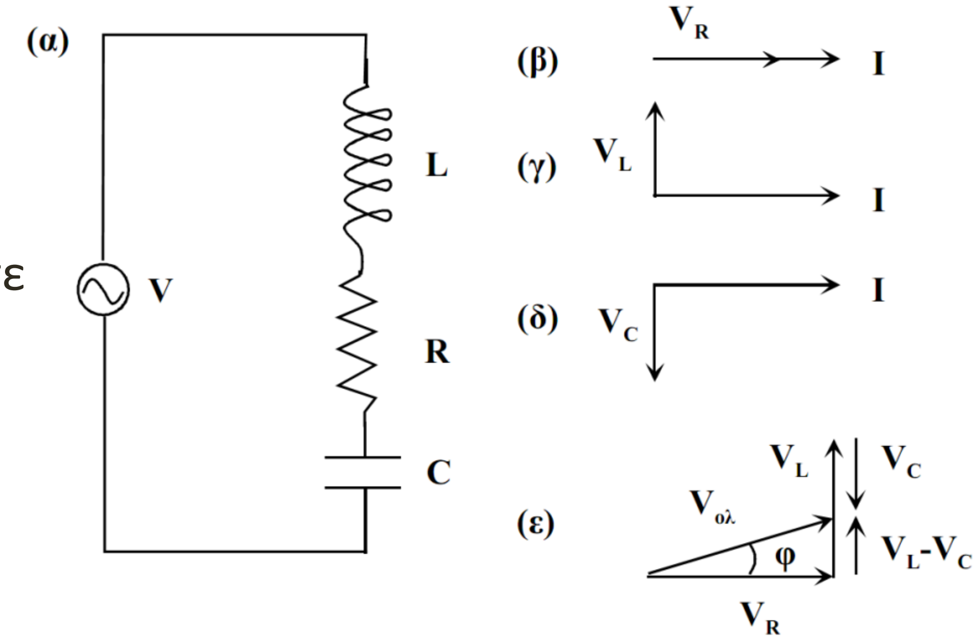
$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$ η μιγαδική μορφή είναι $z=R+j(\omega L-1/\omega C)$

Επομένως, αν η επαγωγική αντίσταση είναι μεγαλύτερη από την χωρητική, η τάση θα προηγείται του ρεύματος και το κύκλωμα θα έχει επαγωγική συμπεριφορά ενώ θα έχει χωρητική συμπεριφορά για μεγαλύτερη χωρητική αντίσταση.

Κεφάλαιο 12 : Συντονισμός

Κύκλωμα RLC σε σειρά

Ένας άλλος μαθηματικός τρόπος προσέγγισης του κυκλώματος RLC σε σειρά είναι **με διανύσματα**



Σχήμα 12.1 Κύκλωμα RLC σε σειρά

η ολική τάση δίνεται από τη σχέση:

$$V_{ολ} = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}$$

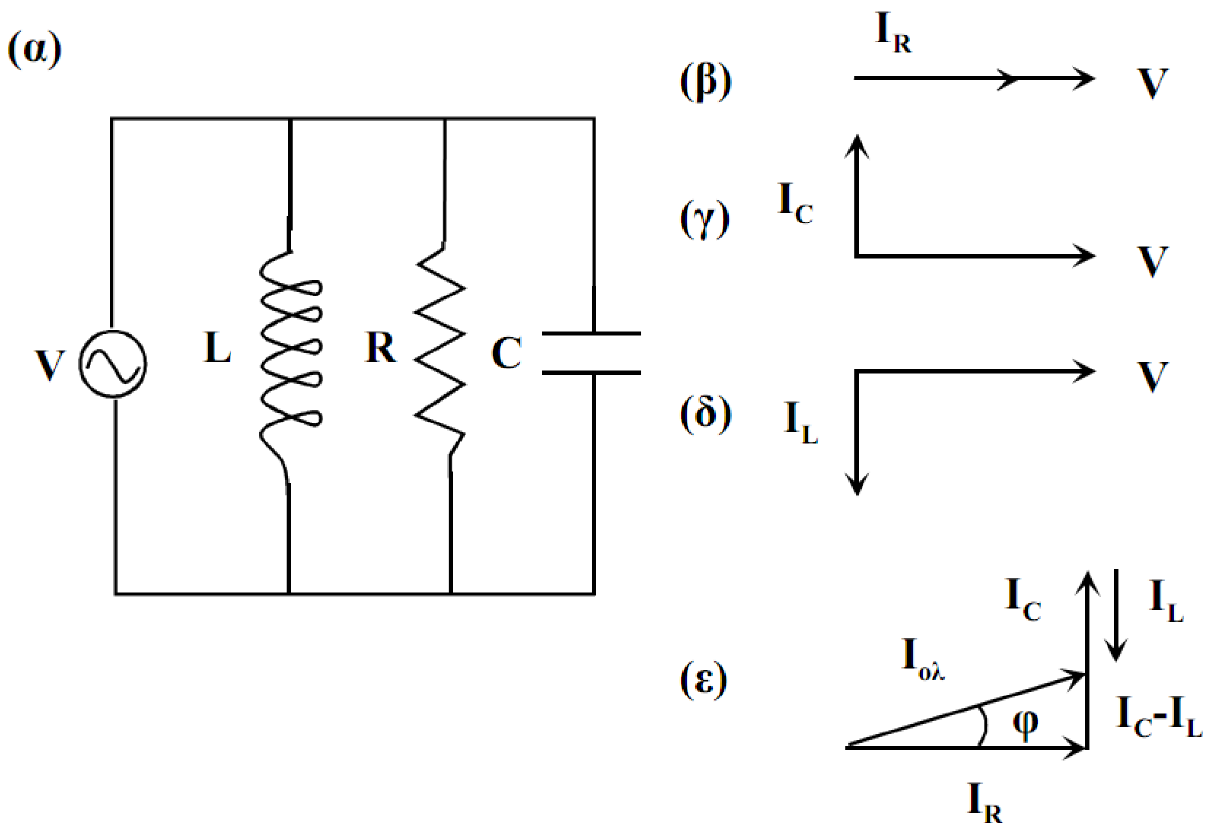
$V_{ολ}=Iz$, $V_R=IR$, $V_L=Ix_L$ και $V_C=Ix_C$,

$$Iz = \sqrt{(IR)^2 + (Ix_L - Ix_C)^2} \Rightarrow z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$$

$$εφφ = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$

Κεφάλαιο 11 : Συντονισμός

Κύκλωμα RLC παράλληλα

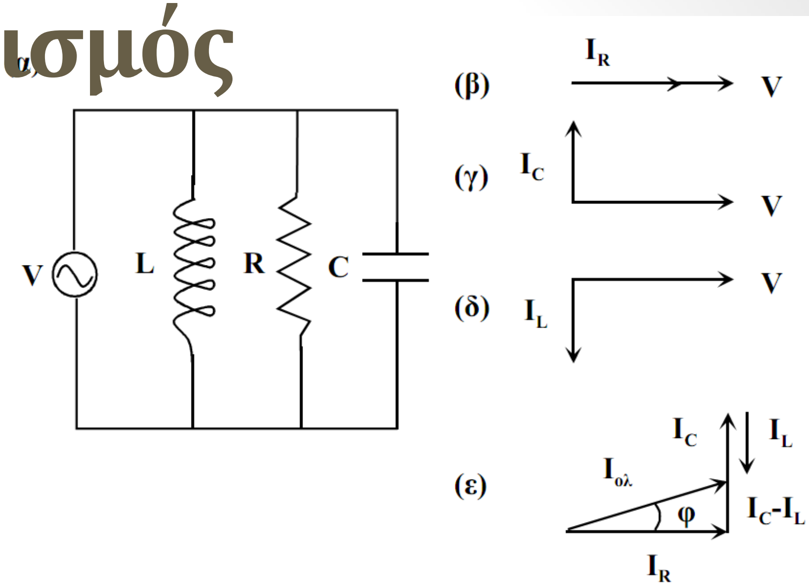


Σχήμα 12.2 Κύκλωμα RLC σε σειρά

Κεφάλαιο 12 : Συντονισμός

Κύκλωμα RLC παράλληλα

- πηνίο L,
- ωμική αντίσταση R
- χωρητικότητα C
- πηγή τροφοδοσίας $V=V_0 e^{j\omega t}$



Σχήμα 12.2 Κύκλωμα RLC σε σειρά

$$I_R = \frac{V_0}{R} e^0 \qquad I_L = \frac{V_0}{\omega L} e^{-j\pi/2} \qquad I_C = \omega C V_0 e^{j\pi/2}$$

$$I_{o\lambda} = I_R + I_L + I_C = \frac{V_0}{R} e^0 + \frac{V_0}{\omega L} e^{-j\pi/2} + \omega C V_0 e^{j\pi/2}$$

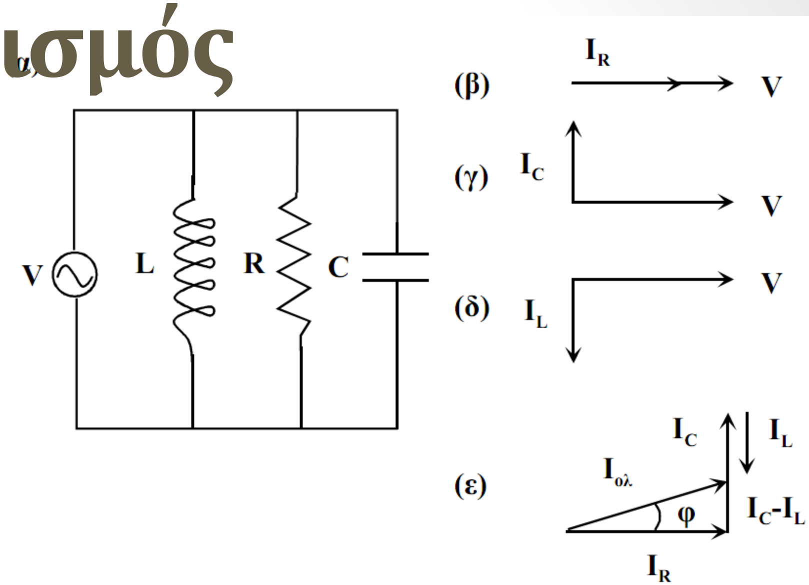
$$\frac{1}{z} = \frac{I_{o\lambda}}{V_0} = \frac{1}{R} - j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}\, e^{-j\varphi}$$

$$\frac{1}{z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} \quad \varepsilon\varphi\varphi = \frac{\omega C - 1/\omega L}{1/R}$$

Κεφάλαιο 12 : Συντονισμός

Κύκλωμα RLC παράλληλα

- πηνίο L,
- ωμική αντίσταση R
- χωρητικότητα C
- πηγή τροφοδοσίας $V=V_0e^{j\omega t}$



Σχήμα 12.2 Κύκλωμα RLC σε σειρά

$$\frac{1}{z}=\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L}-\omega C\right)^2}\,, \quad \varepsilon\varphi\varphi=\frac{\omega C-1/\omega L}{1/R}$$

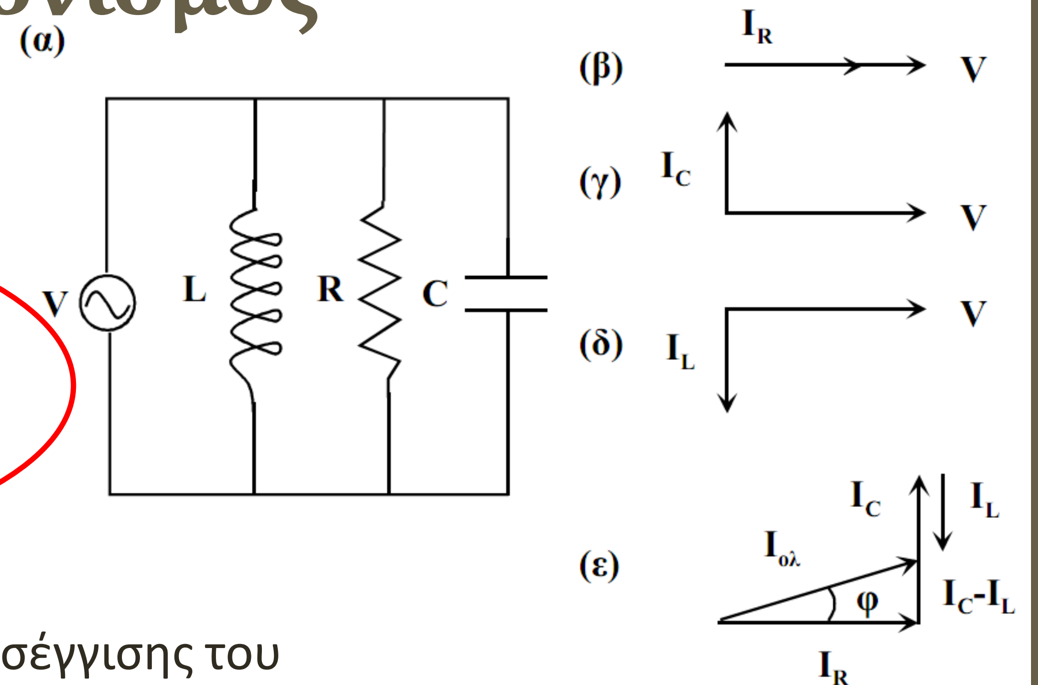
αν η επαγωγική αντίσταση είναι μεγαλύτερη από την χωρητική, τότε η διαφορά φάσης είναι θα θετική (δηλαδή το ρεύμα θα προηγείται της τάσης) και το κύκλωμα εμφανίζει θα χωρητική συμπεριφορά.

Κεφάλαιο 12 : Συντονισμός

Κύκλωμα RLC παράλληλα

$$\frac{1}{z}=\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L}-\omega C\right)^2}$$

$$\varepsilon\varphi\varphi=\frac{\omega C - 1/\omega L}{1/R}$$



Σχήμα 12.2 Κύκλωμα RLC σε σειρά

Ένας άλλος μαθηματικός τρόπος προσέγγισης του κυκλώματος RLC παράλληλα είναι **με διανύσματα**

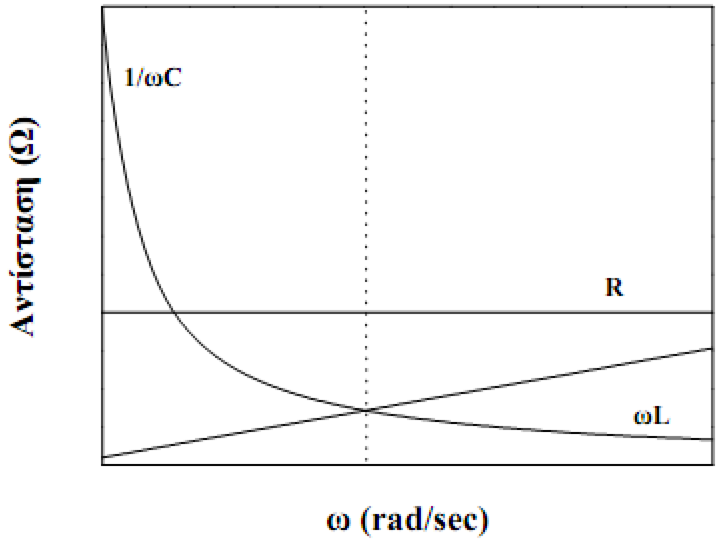
$$I_{ολ}=\sqrt{I_R^2+\left(I_L-I_C\right)^2}$$

$I_{ολ}=V/z$, $I_R=V/R$, $I_L=V/x_L$ και $I_C=Vx_C$,

$$\frac{V}{z}=\sqrt{\left(\frac{V}{R}\right)^2+\left(\frac{V}{\omega L}-V\omega C\right)^2}\Rightarrow\frac{1}{z}=\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L}-\omega C\right)^2}$$

$$\varepsilon\varphi\varphi=\frac{I_C-I_L}{I_R}=\frac{1/\omega L-\omega C}{1/R}$$

Κεφάλαιο 12 : Συντονισμός

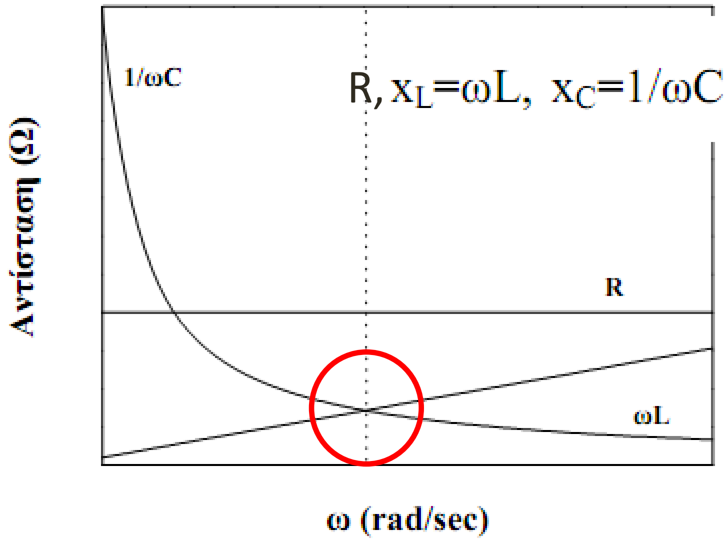


Σχήμα 12.3 Μεταβολή της αντίστασης με τη συχνότητα

R, $x_L=\omega L$, $x_C=1/\omega C$

Η ωμική αντίσταση δεν μεταβάλλεται με την γωνιακή συχνότητα, οι αντίστοιχες επαγωγική και χωρητική εξαρτώνται από την γωνιακή συχνότητα του εναλλασσομένου. Η μεν πρώτη αυξάνεται γραμμικά με την γωνιακή συχνότητα ενώ η άλλη ελαττώνεται υπερβολικά

Κεφάλαιο 12 : Συντονισμός



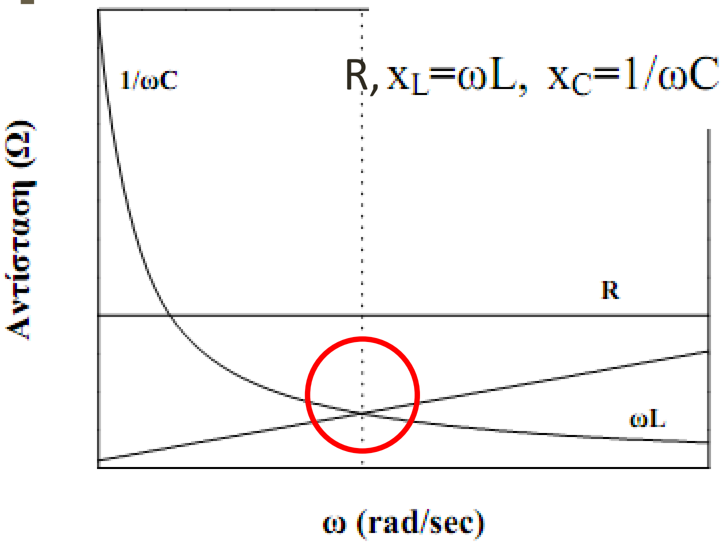
Σχήμα 12.3 Μεταβολή της αντίστασης με τη συχνότητα

Σε κάποια γωνιακή συχνότητα ω0, η τιμή των xL and xc θα **εξισώνεται.**

Στη συχνότητα ω0 **η χωρητική και η επαγωγική αντίσταση θα αλληλοεξουδετερώνονται** και το κύκλωμα θα εμφανίζει καθαρή ωμική συμπεριφορά. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **συντονισμός** και η γωνιακή συχνότητα στην οποία εμφανίζεται δίνεται από την εξίσωση:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Κεφάλαιο 12 : Συντονισμός

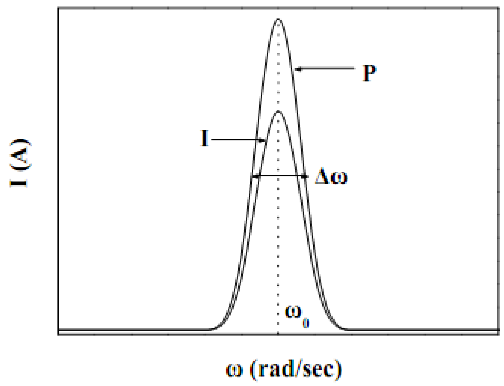


Σχήμα 12.3 Μεταβολή της αντίστασης με τη συχνότητα

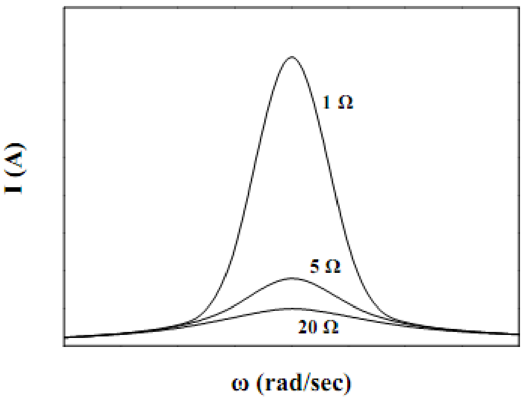
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Στην περίπτωση συντονισμού **σε κύκλωμα RLC σε σειρά**, η εμπέδηση του κυκλώματος γίνεται ελάχιστη και ίση με την ωμική αντίσταση R και η τάση με το ρεύμα είναι συμφασικά. Όπως φαίνεται από το σχήμα 12.3, για γωνιακές συχνότητες μικρότερες από την συχνότητα συντονισμού το κύκλωμα έχει χωρητική συμπεριφορά ενώ για μεγαλύτερες επαγωγική. Λόγω της ελαχιστοποίησης της εμπέδησης, το ρεύμα μεγιστοποιείται και γίνεται ίσο με V/R.

Κεφάλαιο 12 : Συντονισμός



Σχήμα 12.4 Συντονισμός σε κύκλωμα RLC σε σειρά



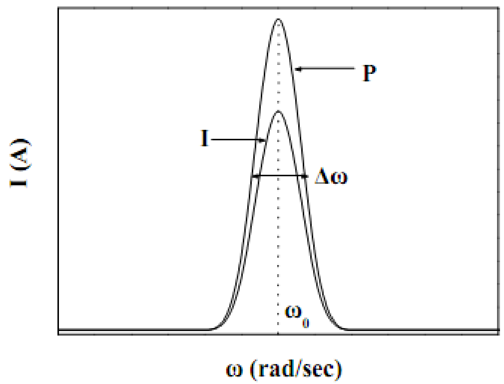
Σχήμα 12.5 Επίδραση της R στο συντονισμό

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

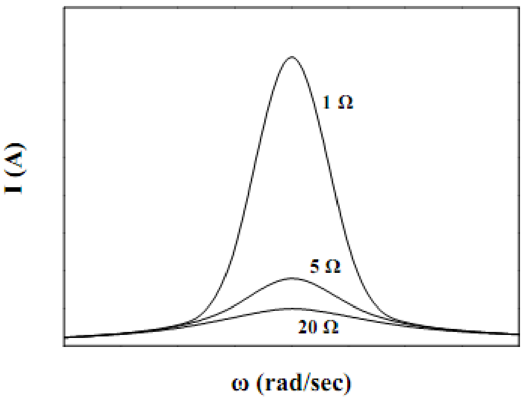
Στο σχήμα 12.4 φαίνεται η καμπύλη συντονισμού για κύκλωμα RLC σε σειρά. Όπως φαίνεται, για κάποια τιμή της κυκλικής συχνότητας **το ρεύμα παρουσιάζει μία ραγδαία αύξηση, μεγιστοποιείται (συντονισμός) και στη συνέχεια ελαττώνεται**. Αν η ωμική αντίσταση γίνει πάρα πολύ μικρή, το ρεύμα γίνεται πολύ μεγάλο (τείνοντας στο άπειρο για R=0) και η καμπύλη συντονισμού πολύ στενή όπως φαίνεται στο σχήμα 12.5. Παρόμοια συμπεριφορά παρουσιάζει και η ισχύς του κυκλώματος, όμως η καμπύλη συντονισμού είναι πιο στενή λόγω της τετραγωνικής εξάρτησης της ισχύος από το ρεύμα (σχήμα 12.4).

Κεφάλαιο 11 : Συντονισμός

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



Σχήμα 12.4 Συντονισμός σε κύκλωμα RLC σε σειρά



Σχήμα 12.5 Επίδραση της R στο συντονισμό

Αν στην καμπύλη συντονισμού της ισχύος ορίσουμε το πλάτος στο μισό της ισχύος Δω, λόγος Q=ω0/Δω δίνει το συντελεστή ποιότητας του συντονισμού. Ο συντελεστής αυτός χαρακτηρίζει την οξύτητα του συντονισμού και στενός συντονισμός συνεπάγεται μεγάλη τιμή του Q. Η τιμή του Q δίνεται επίσης από τις σχέσεις:

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι κατά τον συντονισμό σε σειρά εμφανίζονται φαινόμενα υπέρτασης, δηλαδή, η τάση στα άκρα του πυκνωτή και του πηνίου μπορεί να υπερβεί κατά πολύ την τάση του δικτύου. Ο λόγος της τάσης του πυκνωτή ή του πηνίου προς την τάση τροφοδοσίας ισούται με το συντελεστή ποιότητας, ο οποίος ονομάζεται και συντελεστής υπέρτασης.

Κεφάλαιο 12 : Συντονισμός

Αντίστοιχα, κατά τον συντονισμό κυκλώματος RLC παράλληλα, η εμπέδηση του κυκλώματος γίνεται μέγιστη (για σύνδεση αντιστάσεων παράλληλα, η ολική αντίσταση είναι σε όλες τις περιπτώσεις μικρότερη από την μικρότερη επιμέρους αντίσταση, άρα όταν z=R έχουμε την μέγιστη τιμή αντίστασης) και ίση με την ωμική αντίσταση R και η τάση με το ρεύμα είναι συμφασικά. Λόγω της μεγιστοποίησης της εμπέδησης, το ρεύμα ελαχιστοποιείται και αν δεν υπάρχει ωμική αντίσταση (κύκλωμα LC) το ολικό ρεύμα μηδενίζεται. Αυτό σημαίνει ότι σε κύκλωμα LC σε συντονισμό, αν και στο πηνίο και τον πυκνωτή κυκλοφορούν ρεύματα που μπορεί να είναι ιδιαίτερα ισχυρά (φαινόμενα υπερέντασης), αυτά αλληλοεξουδετερώνονται και στο κύκλωμα το ολικό ρεύμα είναι μηδέν. Πρακτικά, η ενέργεια στο κύκλωμα κάνει μία ταλάντωση: από ηλεκτρική ενέργεια στον πυκνωτή μετατρέπεται σε μαγνητική στο πηνίο και αντίστροφα, φαινόμενο το οποίο οδηγεί σε εκπομπή ΗΜ ακτινοβολίας (κεραίες). Τέλος, ας σημειωθεί ότι ο συντελεστής ποιότητας δίνεται από τις ίδιες εξισώσεις όπως στο συντονισμό σε σειρά (σχέση 12.16), ο οποίος τώρα ονομάζεται και συντελεστής υπερέντασης.

Κεφάλαιο 12 : Συντονισμός

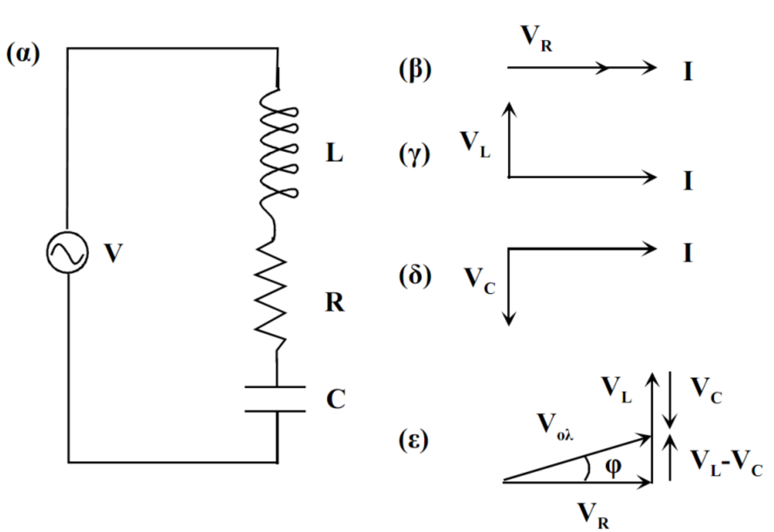
Εφαρμογές του συντονισμού

Ο συντονισμός σε σειρά και παράλληλα εμφανίζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον σε διάφορες εφαρμογές όπου απαιτείται είτε μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση του ρεύματος. Μεγιστοποίηση του ρεύματος μέσω συντονισμού σε σειρά απαιτείται συνήθως σε δέκτες ΗΜ ακτινοβολίας (π.χ. ραδιόφωνα) όπου ένας οξύς συντονισμός επιτρέπει την καλή λήψη στην συχνότητα συντονισμού ενώ ταυτόχρονα περιορίζει την λήψη σε γειτονικές συχνότητες. Σαν παράδειγμα, τιμές του συντελεστή ποιότητας μεγαλύτερες από 103 θεωρούνται κατάλληλες για καλή λήψη σε ραδιοφωνικές συχνότητες.

Αντίστοιχα, η ελαχιστοποίηση του ρεύματος μέσω του συντονισμού παράλληλα οδηγεί στην ανάπτυξη φίλτρων. Η λογική της λειτουργίας ενός τέτοιου φίλτρου είναι ότι τα σήματα με συχνότητα ίση με τη συχνότητα συντονισμού μηδενίζονται.

Κεφάλαιο 12 : Συντονισμός

Πηνίο RL=10 Ω, L=0.1 H συνδέεται σε σειρά με πυκνωτή 200 μF και το κύκλωμα τροφοδοτείται με 220 V/ 50 Hz. Να βρεθούν: το ρεύμα, η τάση του πηνίου, η τάση του πυκνωτή, η συχνότητα συντονισμού, το ρεύμα σε συντονισμό και η τάση πηνίου/πυκνωτή σε συντονισμό.



Σχήμα 12.1 Κύκλωμα RLC σε σειρά

$$V_{ολ} = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$V_{ολ}=Iz$, $V_R=IR$, $V_L=Ix_L$ και $V_C=Ix_C$,

$$Iz = \sqrt{(IR)^2 + (Ix_L - Ix_C)^2} \Rightarrow z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$$

$$εφφ = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$

Κεφάλαιο 13 : Μέτρηση ενεργούς (πραγματικής) ισχύος

13.1 Ορισμός ενεργούς ισχύος

Σε ένα κύκλωμα, το γινόμενο p(t)=v(t)i(t) ορίζει την στιγμιαία ισχύ του κυκλώματος, όπου τα v(t) και i(t) δίνουν τις στιγμιαίες τιμές της τάσης και του ρεύματος αντίστοιχα. Για συνεχή ρεύματα, οι τιμές της τάσης και του ρεύματος παραμένουν σταθερές με το χρόνο, οπότε η ισχύς είναι σταθερή και δίνεται από P=VI (ή $P=I^2R=V^2/R$). Για εναλλασσόμενα ρεύματα όμως, οι τιμές της τάσης και του ρεύματος άρα και της ισχύος μεταβάλλονται συνεχώς. Επομένως, η στιγμιαία ισχύς δεν έχει νόημα στο εναλλασσόμενο και πρέπει να οριστεί η μέση τιμή της ισχύος $\overline{P}$, που δίνεται από:

$$\overline{P} = \overline{v(t)i(t)} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v(t)i(t)d(\omega t) \qquad (13.1)$$

Κεφάλαιο 13 : Μέτρηση ενεργούς (πραγματικής) ισχύος

$$\overline{P} = \overline{v(t)i(t)} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v(t)i(t)d(\omega t) \qquad (13.1)$$

Αν θεωρήσουμε ότι η τάση και το ρεύμα περιγράφονται από εξισώσεις της μορφής $v(t) = \sqrt{2}V_{\varepsilon\nu}\eta\mu(\omega t)$ και $i(t) = \sqrt{2}I_{\varepsilon\nu}\eta\mu(\omega t - \varphi)$ αντίστοιχα, η μέση τιμή της ισχύος υπολογίζεται σε:

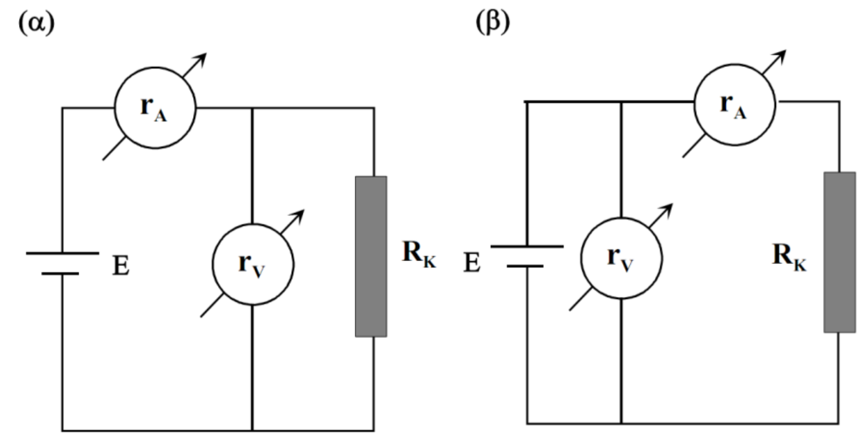
$$\begin{aligned}
\overline{P} &= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v(t)i(t)d(\omega t) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(\sqrt{2}V_{\varepsilon\nu}\eta\mu\omega t\right)\left(\sqrt{2}I_{\varepsilon\nu}\eta\mu(\omega t - \varphi)\right)d(\omega t) = \\
&= \frac{V_{\varepsilon\nu}I_{\varepsilon\nu}}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{2}\left[\sigma\upsilon\nu\varphi - \sigma\upsilon\nu(2\omega t - \varphi)\right]d(\omega t) = \\
&= \frac{V_{\varepsilon\nu}I_{\varepsilon\nu}}{2\pi}\left[\int_0^{2\pi}\sigma\upsilon\nu\varphi d(\omega t) - \int_0^{2\pi}\sigma\upsilon\nu(2\omega t - \varphi)d(\omega t)\right] = \\
&= \frac{V_{\varepsilon\nu}I_{\varepsilon\nu}\sigma\upsilon\nu\varphi}{2\pi}\left(\omega t\Big|_0^{2\pi}\right) = V_{\varepsilon\nu}I_{\varepsilon\nu}\sigma\upsilon\nu\varphi
\end{aligned} \qquad (13.2)$$

Κεφάλαιο 13 : Μέτρηση ενεργούς (πραγματικής) ισχύος

$$\overline{P} = \frac{V_{\varepsilon\nu} I_{\varepsilon\nu} \sigma\upsilon\nu\varphi}{2\pi} \left(\omega t \Big|_0^{2\pi} \right) = V_{\varepsilon\nu} I_{\varepsilon\nu} \sigma\upsilon\nu\varphi$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι η μέση ισχύς στο εναλλασσόμενο δίνεται από το γινόμενο των ενεργών τιμών της τάσης και του ρεύματος επί το συνημίτονο της διαφοράς φάσης μεταξύ τους. Η ισχύς αυτή είναι η χρήσιμη ισχύς που ονομάζεται και πραγματική ισχύς ή ενεργός ισχύς και έχει μονάδες W. Ο ορισμός της σχέσης 13.2 δείχνει ότι για καθαρό ωμικό καταναλωτή (συνφ=1), η ισχύς περιγράφεται με την ίδια εξίσωση όπως το συνεχές (P=VI). Αντίστοιχα, για καθαρούς (ιδανικούς) επαγωγικούς ή χωρητικούς καταναλωτές (συνφ=0) η μέση ισχύς είναι μηδέν. Φυσικά αυτό δεν σημαίνει ότι τα πηνία και οι πυκνωτές δεν καταναλώνουν κάποια ισχύ αλλά ότι η ισχύ έχει κάποια άλλη μορφή (άεργος ισχύς) όπως θα δούμε στο επόμενο κεφάλαιο.

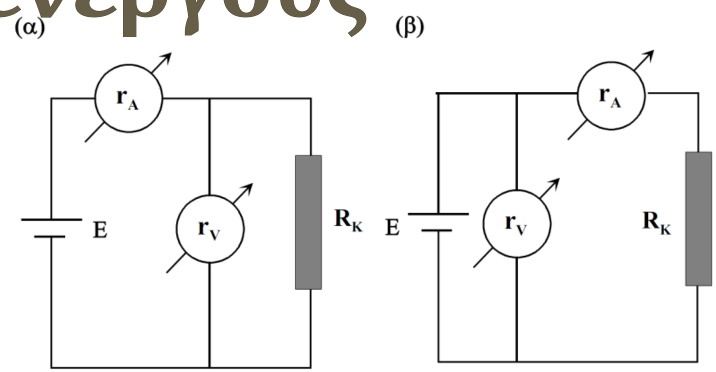
Κεφάλαιο 13 : Μέτρηση ενεργούς (πραγματικής) ισχύος



Σχήμα 13.1 Μέτρηση ισχύος στο συνεχές ή στο εναλλασσόμενο για ωμικό καταναλωτή

Για συνεχές ρεύμα ή ωμικό καταναλωτή στο εναλλασσόμενο, η ισχύς μπορεί να μετρηθεί απλά με τη χρήση ενός αμπερομέτρου και ενός βολτομέτρου (σχήμα 13.1), όπου η ισχύς δίνεται από το γινόμενο των ενδείξεων των δύο οργάνων. Η μέτρηση όμως μπορεί να επηρεαστεί από τις συνδέσεις καθώς υπάρχουν δύο εφικτές συνδεσμολογίες: α) το βολτόμετρο συνδέεται στην αντίσταση (σχήμα 13.1α) και β) το αμπερόμετρο συνδέεται στην αντίσταση (σχήμα 13.1β). Στην περίπτωση (α), το αποτέλεσμα επηρεάζεται από την ισχύ που καταναλώνει το βολτόμετρο ενώ στην περίπτωση (β) από την ισχύ στο αμπερόμετρο. Αναλυτικότερα:

Κεφάλαιο 13 : Μέτρηση ενεργούς (πραγματικής) ισχύος



Σχήμα 13.1 Μέτρηση ισχύος στο συνεχές ή στο εναλλασσόμενο για ωμικό καταναλωτή

α) Στην πρώτη περίπτωση, η τάση που βλέπει το βολτόμετρο είναι ίση με την τάση του καταναλωτή $V=V_K$, ενώ το αμπερόμετρο μετρά το ρεύμα του καταναλωτή αλλά και το ρεύμα στο βολτόμετρο $I=I_K+V_K/r_V$. Επομένως η μετρούμενη ισχύς είναι:

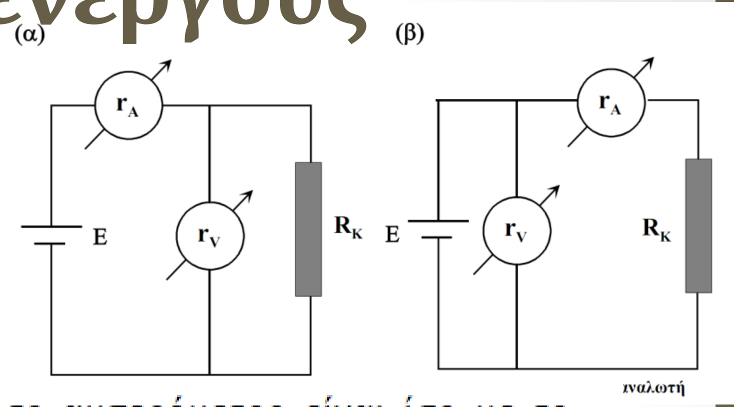
$$P = VI = V_K\left(I_K + {V_K}/{r_V}\right) = V_K I_K + {V_K^2}/{r_V} \qquad (13.3)$$

Δηλαδή, για να έχουμε σωστό αποτέλεσμα στην περίπτωση που το βολτόμετρο συνδέεται επάνω στον καταναλωτή, θα πρέπει να αφαιρέσουμε από την ένδειξη την κατανάλωση ισχύος στην εσωτερική αντίσταση του βολτομέτρου. Αν δεν γίνει αυτό θα έχουμε λάθος αποτέλεσμα και το σχετικό σφάλμα της μέτρησης θα δίνεται από:

$$\frac{\Delta P}{P} = \left|\frac{P_{\pi\rho\alpha\gamma} - P_{\varepsilon\nu\delta}}{P_{\pi\rho\alpha\gamma}}\right| = \left|\frac{V_K I_K - \left(V_K I_K + V_K^2/r_V\right)}{V_K I_K}\right| = \frac{V_K}{I_K r_V} \qquad (13.4)$$

Επομένως, κατά τη μέτρηση της ισχύος, η σύνδεση του βολτομέτρου στον καταναλωτή συνίσταται για μεγάλα ρεύματα και μικρές τάσεις.

Κεφάλαιο 13 : Μέτρηση ενεργούς (πραγματικής) ισχύος



β) Στην δεύτερη περίπτωση, το ρεύμα που βλέπει το αμπερόμετρο είναι ίσο με το ρεύμα του καταναλωτή $I=I_K$, ενώ το βολτόμετρο μετρά την τάση του καταναλωτή αλλά και την πτώση τάσης στο αμπερόμετρο $V=V_K+I_K r_A$. Επομένως η μετρούμενη ισχύς είναι:

$$P = VI = I_K\left(V_K + I_K r_A\right) = V_K I_K + I_K^2 r_A \qquad (13.5)$$

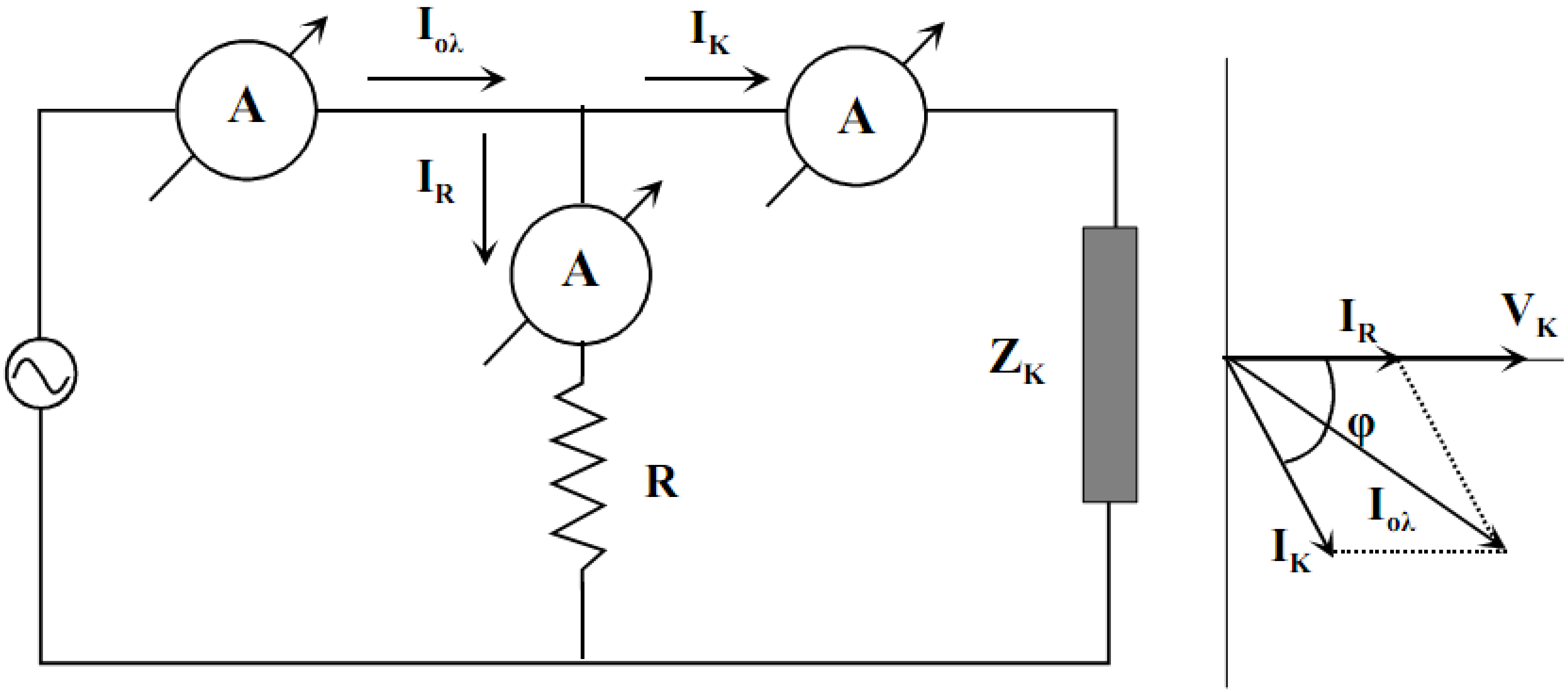
Δηλαδή, για να έχουμε σωστό αποτέλεσμα στην περίπτωση που το αμπερόμετρο συνδέεται επάνω στον καταναλωτή, θα πρέπει να αφαιρέσουμε από την ένδειξη την κατανάλωση ισχύος στην εσωτερική αντίσταση του αμπερομέτρου. Αν δεν γίνει αυτό θα έχουμε λάθος αποτέλεσμα και το σχετικό σφάλμα της μέτρησης θα δίνεται από:

$$\frac{\Delta P}{P} = \left|\frac{P_{\pi\rho\alpha\gamma} - P_{\varepsilon\nu\delta}}{P_{\pi\rho\alpha\gamma}}\right| = \left|\frac{V_K I_K - \left(V_K I_K + I_K^2 r_A\right)}{V_K I_K}\right| = \frac{I_K r_A}{V_K} \qquad (13.6)$$

Επομένως, κατά τη μέτρηση της ισχύος, η σύνδεση του αμπερομέτρου στον καταναλωτή συνίσταται για μικρά ρεύματα και μεγάλες τάσεις.

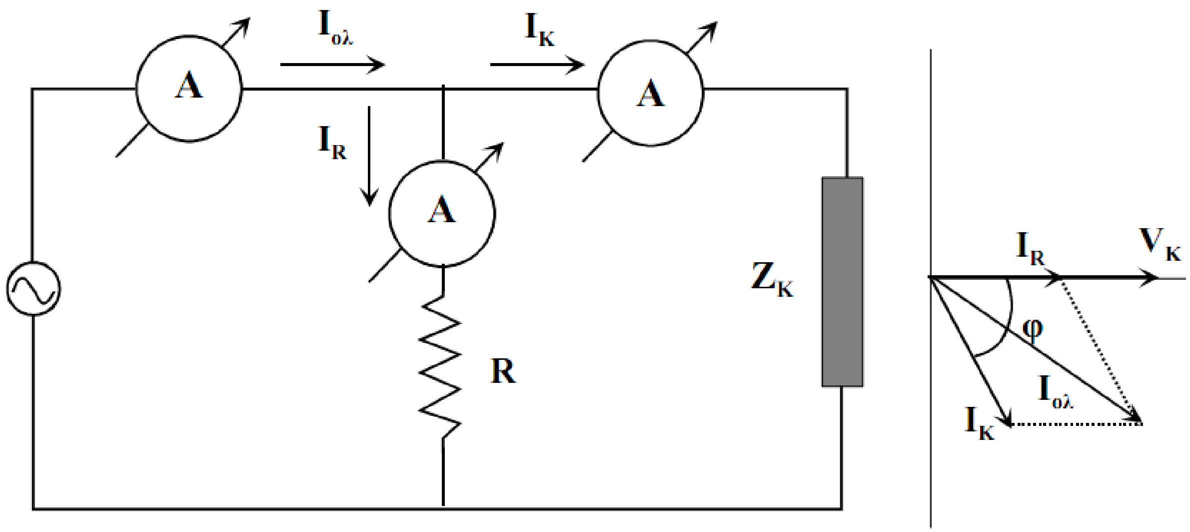
Κεφάλαιο 13 : Μέτρηση ενεργούς (πραγματικής) ισχύος

13.2.2 Με τρία αμπερόμετρα



Σχήμα 13.2 Μέτρηση της ενεργούς ισχύος με τρία αμπερόμετρα

Κεφάλαιο 13 : Μέτρηση ενεργούς (πραγματικής) ισχύος



Σχήμα 13.2 Μέτρηση της ενεργούς ισχύος με τρία αμπερόμετρα

$$I_{ολ}^2 = I_K^2 + I_R^2 + 2I_K I_R συνφ \Rightarrow 2I_K I_R συνφ = I_{ολ}^2 - I_K^2 - I_R^2 \qquad (13.7)$$

Όμως, $V_K=V_R=I_RR$ και $P=V_KI_Kσυνφ$. Επομένως, $P=RI_KI_Rσυνφ$ και η σχέση (13.7) γράφεται ως:

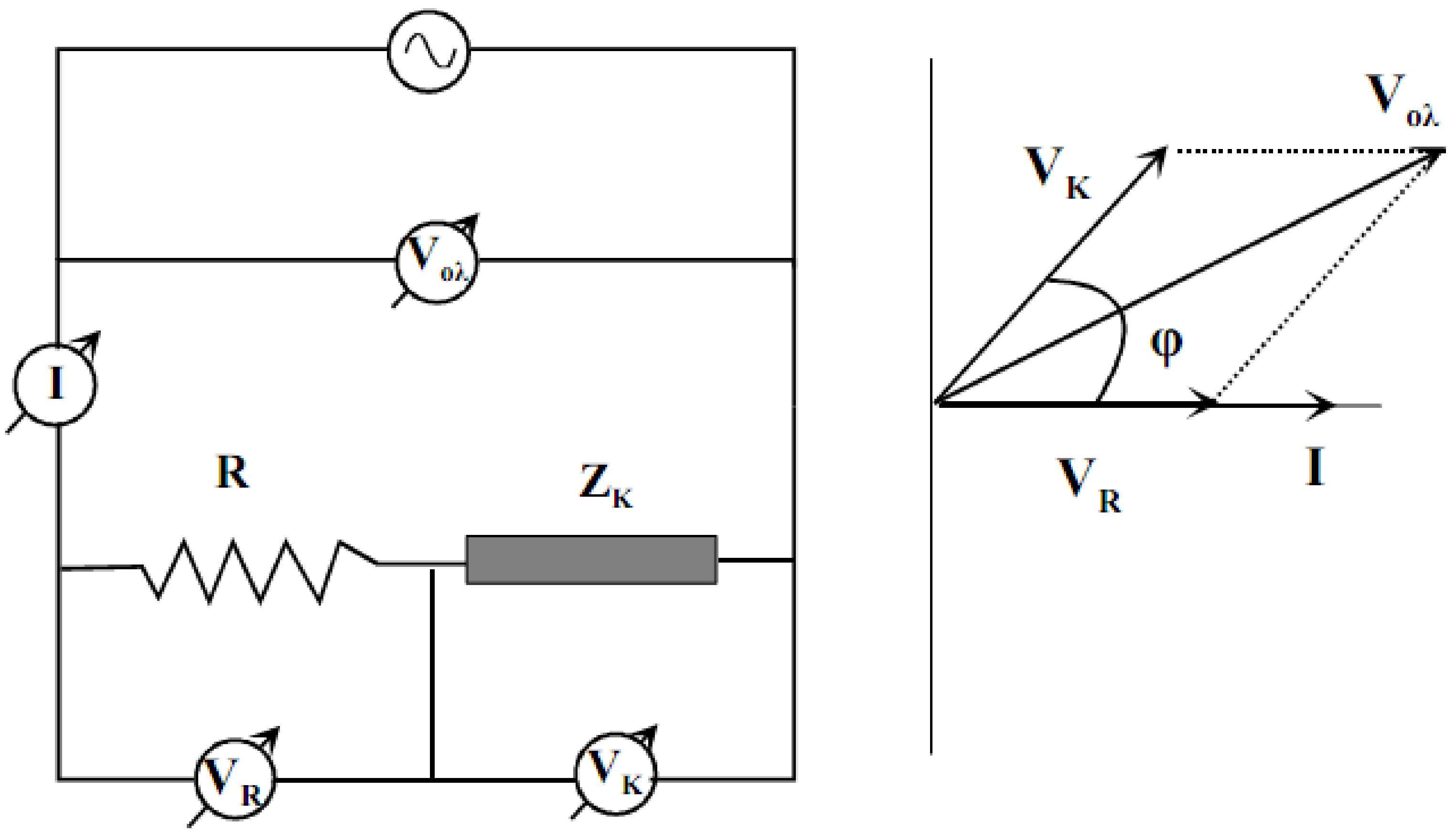
$$P = {}^{R}\!/_{2}\left(I_{ολ}^2 - I_K^2 - I_R^2\right) \qquad (13.8)$$

Δηλαδή, η ενεργός ισχύς μπορεί να υπολογιστεί από τις ενδείξεις των τριών αμπερομέτρων και την τιμή της ωμικής αντίστασης.

Κεφάλαιο 13 : Μέτρηση ενεργούς (πραγματικής) ισχύος

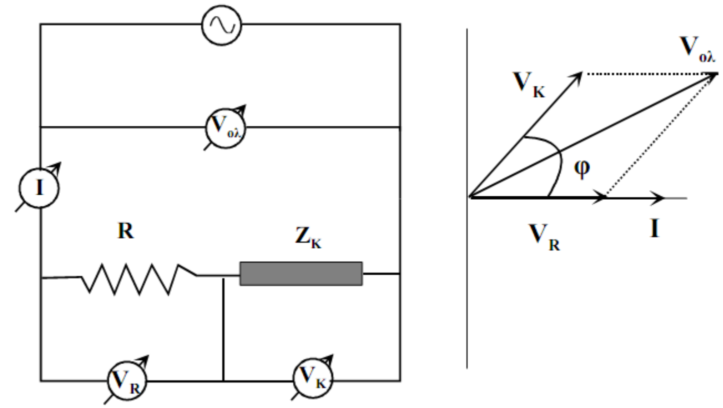
13.2.3 Με τρία βολτόμετρα

Μία άλλη προσέγγιση για τον υπολογισμό της ενεργούς ισχύος καταναλωτή μέσω



Σχήμα 13.3 Μέτρηση της ενεργούς ισχύος με τρία βολτόμετρα

Κεφάλαιο 13 : Μέτρηση ενεργούς (πραγματικής) ισχύος



Σχήμα 13.3 Μέτρηση της ενεργούς ισχύος με τρία βολτόμετρα

σύγκρισης της απόκρισης του με αυτή ωμικής αντίστασης R είναι η χρήση τριών βολτομέτρων (με την ωμική αντίσταση συνδεμένη σε σειρά στον καταναλωτή) όπως φαίνεται στο σχήμα 13.3. Τα βολτόμετρα μετρούν τις τάσεις στον καταναλωτή V_K, στην ωμική αντίσταση V_R και την ολική τάση $V_{ολ}$. Στο σχήμα 13.2 δεξιά φαίνεται το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων όπου έχει υποτεθεί ότι ο καταναλωτής εμφανίζει επαγωγική συμπεριφορά. Από το διάγραμμα αυτό προκύπτει ότι:

$$V_{ολ}^2 = V_K^2 + V_R^2 + 2V_K V_R συνφ \Rightarrow 2V_K V_R συνφ = V_{ολ}^2 - V_K^2 - V_R^2 \qquad (13.9)$$

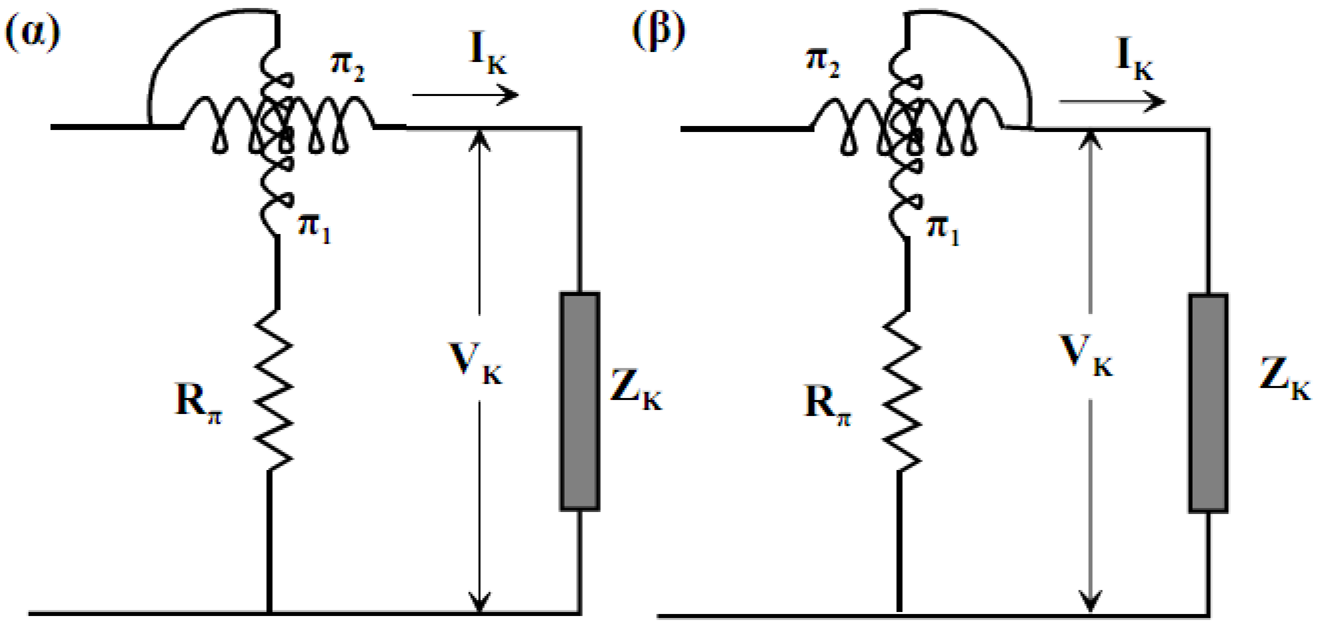
Όμως, $I_K=I_R=V_R/R$ και $P=V_K I_K συνφ$. Επομένως, $P=(1/R)V_K V_R συνφ$ και η σχέση (13.9) γράφεται ως:

$$P = \frac{1}{2R}\left(V_{ολ}^2 - V_K^2 - V_R^2\right) \qquad (13.10)$$

Δηλαδή, η ενεργός ισχύς μπορεί να υπολογιστεί από τις ενδείξεις των τριών βολτομέτρων και την τιμή της ωμικής αντίστασης.

Κεφάλαιο 13 : Μέτρηση ενεργούς (πραγματικής) ισχύος

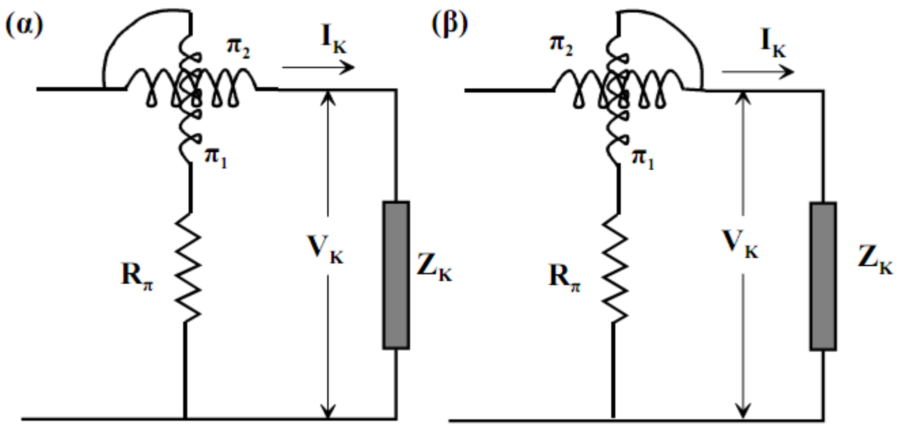
13.2.4 Με βατόμετρο.



Σχήμα 13.4 Συνδεσμολογία βατομέτρου για την μέτρηση της ενεργούς ισχύος

Κεφάλαιο 13 : Μέτρηση ενεργούς (πραγματικής) ισχύος

13.2.4 Με βατόμετρο.

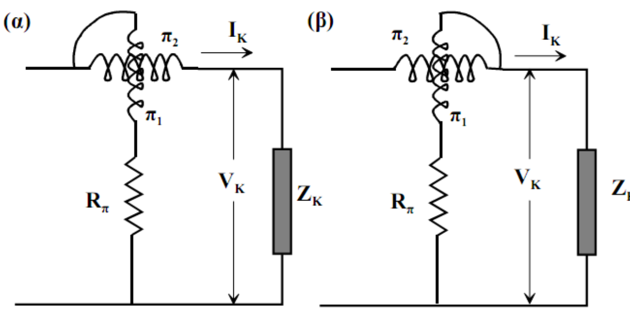


Σχήμα 13.4 Συνδεσμολογία βατομέτρου για την μέτρηση της ενεργούς ισχύος

Η ακρίβεια της μέτρησης της ενεργούς ισχύος εξαρτάται από την συνδεσμολογία του οργάνου στο κύκλωμα. Υπάρχουν δύο εφικτές συνδεσμολογίες: α) το πηνίο ρεύματος συνδέεται απ' ευθείας στον καταναλωτή (σχήμα 13.4α) και β) το πηνίο τάσης συνδέεται απ' ευθείας στον καταναλωτή (σχήμα 13.4β). Στην περίπτωση (α), το αποτέλεσμα επηρεάζεται από την ισχύ που καταναλώνει το πηνίο ρεύματος ενώ στην περίπτωση (β) από την ισχύ στο πηνίο τάσης. Αναλυτικότερα:

Κεφάλαιο 13 : Μέτρηση ενε (πραγματικής) ισχύος

13.2.4 Με βατόμετρο.



Σχήμα 13.4 Συνδεσμολογία βατομέτρου για την μέτρηση της ενεργούς ισχύος

α) Στην πρώτη περίπτωση, το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο ρεύματος π_2 είναι ίσο με το ρεύμα του καταναλωτή $I_2=I_K$, ενώ η τάση στα άκρα του πηνίου τάσης π_1 περιλαμβάνει και την πτώση τάση στο πηνίο ρεύματος $V_1=V_K+I_Kr_2$. Επομένως η μετρούμενη ισχύς είναι:

$$P = I_2 V_1 \sigma\upsilon\nu\varphi = V_K I_K \sigma\upsilon\nu\varphi + I_K^2 r_2 \qquad (13.11)$$

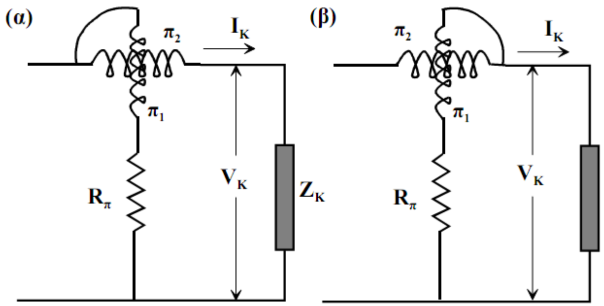
Δηλαδή, για να έχουμε σωστό αποτέλεσμα όταν το πηνίο ρεύματος συνδέεται απ' ευθείας στον καταναλωτή, θα πρέπει να αφαιρέσουμε από την ένδειξη την κατανάλωση ισχύος στο πηνίο ρεύματος. Αν δεν γίνει αυτό θα έχουμε λάθος αποτέλεσμα και το σχετικό σφάλμα της μέτρησης θα δίνεται από:

$$\frac{\Delta P}{P} = \left|\frac{P_{\pi\rho\alpha\gamma} - P_{\varepsilon\nu\delta}}{P_{\pi\rho\alpha\gamma}}\right| = \left|\frac{V_K I_K \sigma\upsilon\nu\varphi - \left(V_K I_K \sigma\upsilon\nu\varphi + I_K^2 r_A\right)}{V_K I_K \sigma\upsilon\nu\varphi}\right| = \frac{I_K r_A}{V_K \sigma\upsilon\nu\varphi} \qquad (13.12)$$

Επομένως, κατά τη μέτρηση της ισχύος, η σύνδεση του πηνίου ρεύματος στον καταναλωτή συνίσταται για μικρά ρεύματα και μεγάλες τάσεις. Ιδιαίτερη όμως προσοχή απαιτεί το συνφ καθώς μία μικρή τιμή του μπορεί να εισάγει μεγάλο σχετικό σφάλμα.

Κεφάλαιο 13 : Μέτρηση ενε
(πραγματικής) ισχύος

13.2.4 Με βατόμετρο.



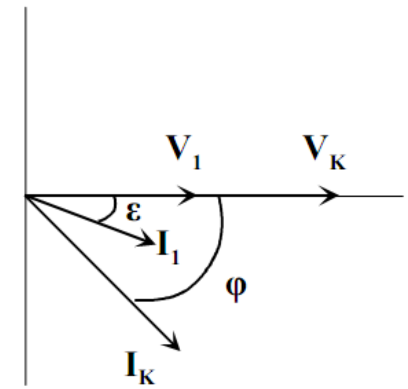
Σχήμα 13.4 Συνδεσμολογία βατομέτρου για την μέτρηση της ενεργούς ισχύος

β) Στην δεύτερη περίπτωση, το πηνίο τάσης βλέπει την τάση στα άκρα του καταναλωτή $V_1=V_K$, ενώ το ρεύμα του πηνίου ρεύματος περιλαμβάνει και το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο τάσης $I_2=I_K+V_K/(r_1+R_\Pi)$. Επομένως η μετρούμενη ισχύς είναι:

$$P = I_2 V_1 \text{συνφ} = V_K I_K \text{συνφ} + \frac{V_K^2}{r_1 + R_\Pi} \qquad (13.13)$$

Δηλαδή, για να έχουμε σωστό αποτέλεσμα στην περίπτωση που το πηνίο τάσης συνδέεται απ' ευθείας στον καταναλωτή, θα πρέπει να αφαιρέσουμε από την ένδειξη την κατανάλωση ισχύος στο πηνίο τάσης. Αν δεν γίνει αυτό θα έχουμε λάθος αποτέλεσμα και το σχετικό σφάλμα της μέτρησης θα δίνεται από:

$$\frac{\Delta P}{P} = \left|\frac{P_{\pi\rho\alpha\gamma} - P_{\varepsilon\nu\delta}}{P_{\pi\rho\alpha\gamma}}\right| = \left|\frac{V_K I_K \text{συνφ} - \left(V_K I_K \text{συνφ} + \frac{V_K^2}{r_1 + R_\Pi}\right)}{V_K I_K \text{συνφ}}\right| = \frac{V_K}{I_K (r_1 + R_\Pi) \text{συνφ}} \quad (13.14)$$



Σχήμα 13.5 Διάγραμμα φάσεων σε βατόμετρο

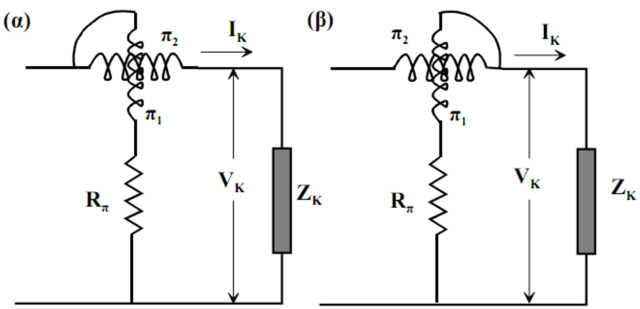
Στην μέτρηση της ισχύος με βατόμετρο, η σύνδεση του πηνίου τάσης στον καταναλωτή συνίσταται για μεγάλα ρεύματα/μικρές τάσεις. Ιδιαίτερη όμως προσοχή απαιτεί το συνφ καθώς μία μικρή τιμή του μπορεί να εισάγει μεγάλο σχετικό σφάλμα.

Κεφάλαιο 13 : Μέτρηση ενεργούς (πραγματικής) ισχύος

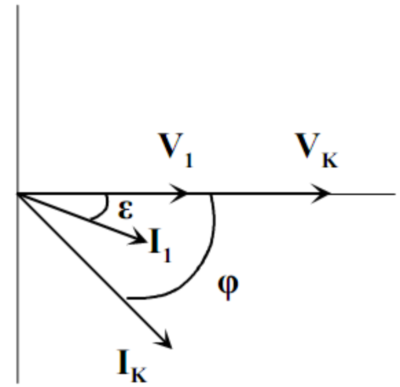
Τέλος, ένα θέμα που απαιτεί ιδιαίτερη συζήτηση είναι η ανάγκη της αντίστασης RΠ. Η αντίσταση αυτή επιλέγεται να έχει μεγάλη τιμή και ειδικότερα η τιμή της να εκπληρώνει την συνθήκη RΠ>>ωL1, όπου L1 η αυτεπαγωγή του πηνίου τάσης. Κάτω από αυτές τις συνθήκες, το ρεύμα I1 και ητάση V1 στον κλάδο του πηνίου τάσης θα είναι συμφασικά και το βατόμετρο θα μετρά σωστά. Σε διαφορετική περίπτωση όμως, αν υπάρχει διαφορά φάσης ε μεταξύ των I1 και V1 (σχήμα 13.5) λόγω επαγωγικής αντίστασης στο κλάδο του πηνίου τάσης, τότε η ένδειξη του βατομέτρου θα είναι (σχέση 4.5):

$$P \propto I_1 I_2 συν(φ - ε)$$

13.2.4 Με βατόμετρο.



Σχήμα 13.4 Συνδεσμολογία βατομέτρου για την μέτρηση της ενεργούς ισχύος



Σχήμα 13.5 Διάγραμμα φάσεων σε βατόμετρο

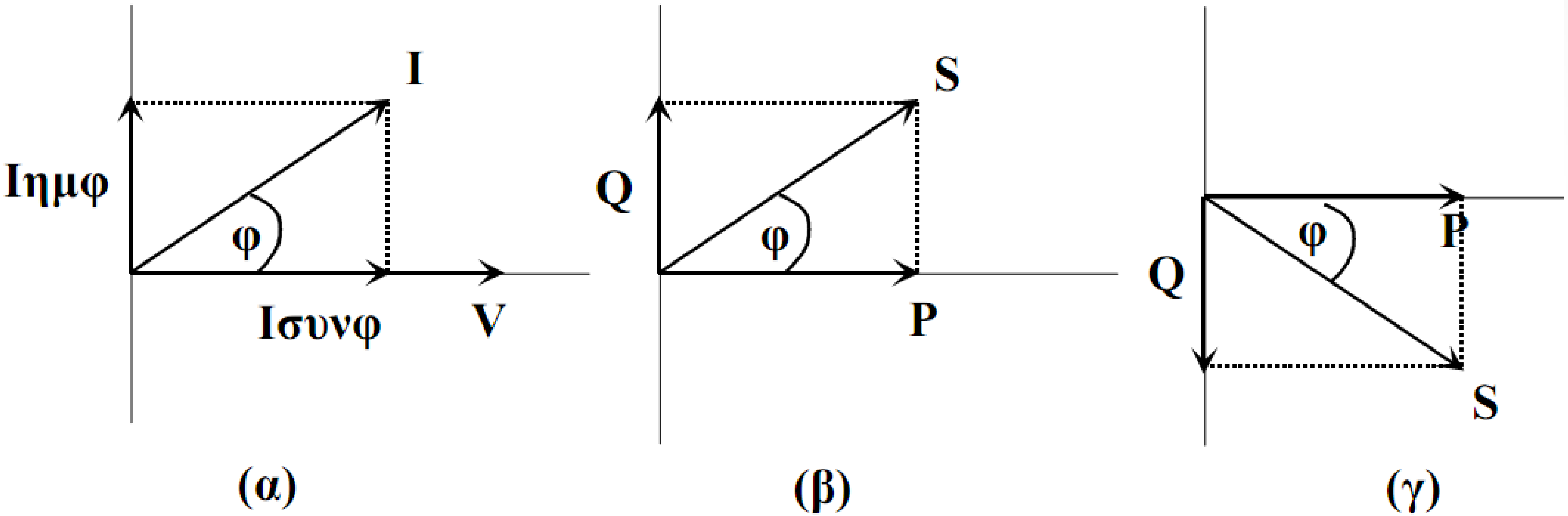
Όπως βλέπουμε, η ισχύς που θα μετράμε θα είναι μεγαλύτερη από την πραγματική. Επομένως, για να μετρά σωστά το βατόμετρο πρέπει στον κλάδο του πηνίου τάσης να κυριαρχεί η ωμική αντίσταση.

Κεφάλαιο 13 : Μέτρηση ενεργούς (πραγματικής) ισχύος

13.3 Παράδειγμα

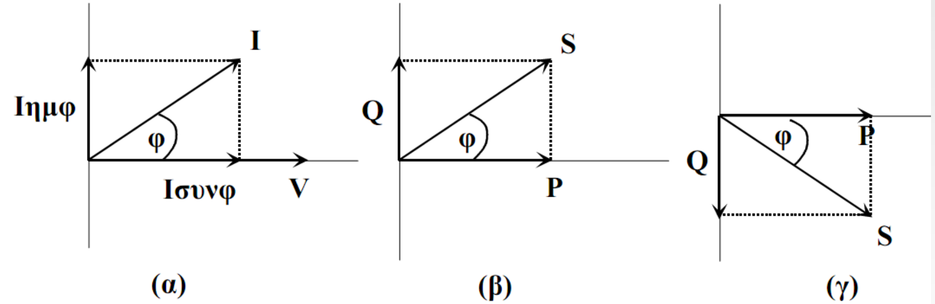
Έστω βατόμετρο με αντίσταση πηνίου ρεύματος r_2=10 Ω και αντίσταση γραμμής τάσης r_1+R_{Π}=2 kΩ με το οποίο θέλουμε να μετρήσουμε την ισχύ σε ωμικό καταναλωτή R_K=50 Ω συνδεδεμένο στα 220V/50Hz. Αν χρησιμοποιηθούν οι δύο συνδεσμολογίες του σχήματος 13.4, να βρεθεί σε κάθε περίπτωση η ένδειξη του βατομέτρου και η ισχύς του καταναλωτή.

Κεφάλαιο 14 : Μέτρηση αέργου ισχύος-Διόρθωση συντελεστή ισχύος



Σχήμα 14.1 Ορισμοί αβατικής συνιστώσας ρεύματος (α) και αέργου ισχύος με ρεύμα σε προπορεία (β) ή καθυστέρηση (γ)

Κεφάλαιο 14 : Μέ
Διόρθωση συντελ



Σχήμα 14.1 Ορισμοί αβατικής συνιστώσας ρεύματος (α) και αέργου ισχύος με ρεύμα σε προπορεία (β) ή καθυστέρηση (γ)

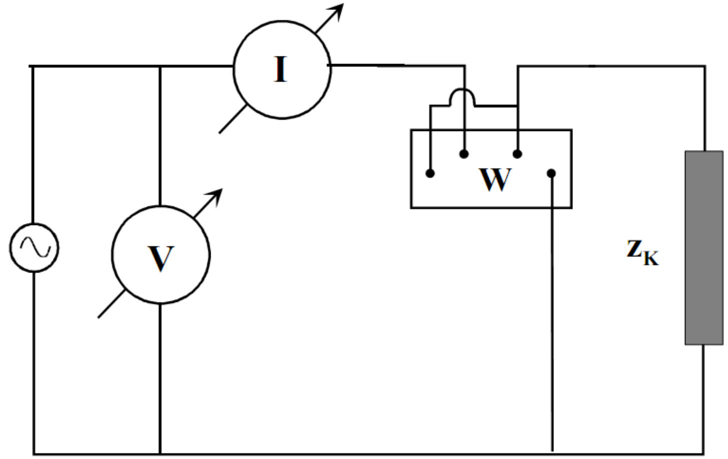
η ενεργός ισχύς ορίζεται από τη σχέση P=VIσυνφ. Ουσιαστικά δηλαδή, η πραγματική (χρήσιμη) ισχύς σε ένα κύκλωμα δίνεται από το γινόμενο της τάσης επί την συνιστώσα του ρεύματος που είναι σε φάση με την τάση ($I_φ$=Iσυνφ). Υπάρχει όμως και μία άλλη συνιστώσα του ρεύματος ($I_α$=Iημφ) η οποία έχει διαφορά φάσης π/2 από την τάση και που ονομάζεται αβατική ή μαγνητίζουσα συνιστώσα (σχήμα 14.1α). Αυτή η συνιστώσα ρεύματος ορίζει την άεργο ισχύ Q η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$Q = VIημφ \qquad (14.1)$$

Η άεργος ισχύς, που έχει μονάδες VAR (Volt Ampere Reactive), σχετίζεται με απώλειες ισχύος-ενέργειας στους πυκνωτές και στα πηνία υπό μορφή ηλεκτρικών και μαγνητικών πεδίων αντίστοιχα. Τέλος, το γινόμενο VI αντιστοιχεί στην φαινόμενη ισχύ S (S=VI), η οποία έχει μονάδες VA. Από τα διαγράμματα των σχημάτων 14.1β και 14.1γ (όπου στην περίπτωση β ρεύμα είναι σε προπορεία σε σχέση με την τάση ενώ σε καθυστέρηση για την περίπτωση γ) έχουμε τις σχέσεις:

$$S^2 = P^2 + Q^2 \qquad P = Sσυνφ \qquad Q = Sημφ \qquad (14.2)$$

Κεφάλαιο 14 : Μέτρηση αέργου ισχύος-Διόρθωση συντελεστή ισχύος



Σχήμα 14.2 Μέτρηση ισχύος με βολτόμετρο, αμπερόμετρο και βατόμετρο

14.2.1 Με βολτόμετρο, αμπερόμετρο και βατόμετρο.

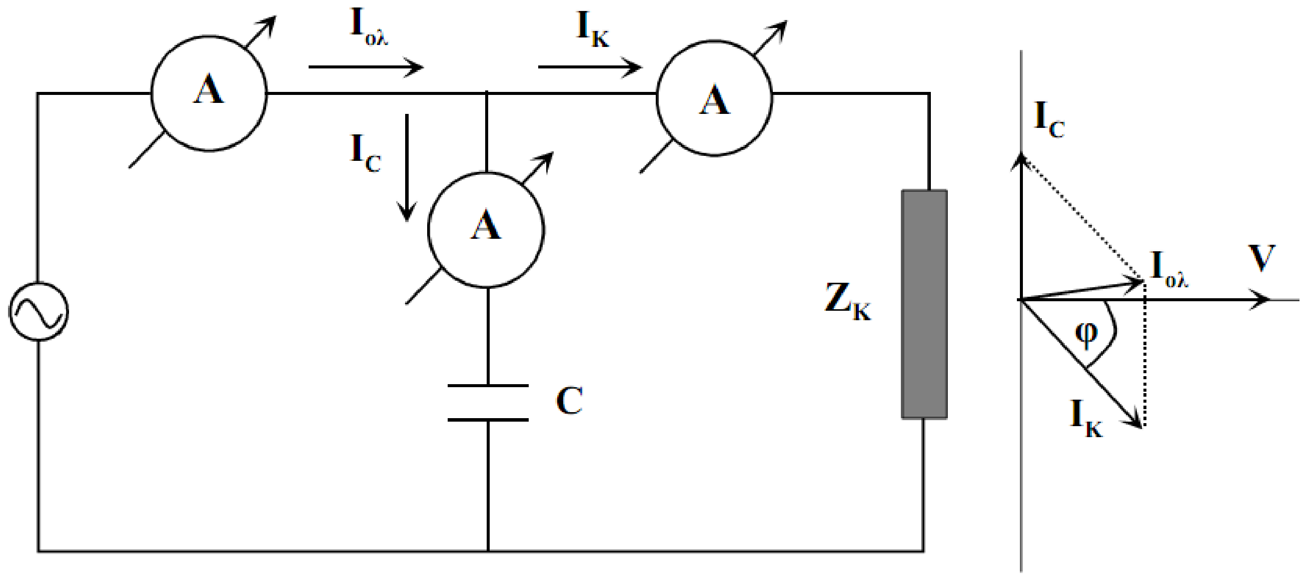
Ένας απλός τρόπος μέτρησης της αέργου ισχύος είναι με χρήση βολτομέτρου, αμπερομέτρου και βατομέτρου (σχήμα 14.2). Το γινόμενο των ενδείξεων βολτομέτρου, αμπερομέτρου δίνουν την φαινόμενη ισχύ ενώ το βατόμετρο την ενεργό ισχύ. Επομένως η άεργος ισχύς δίνεται από τη σχέση:

$$Q = \sqrt{(VI)^2 - P^2} \qquad (14.3)$$

Κεφάλαιο 14 : Μέτρηση αέργου ισχύος- Διό

14.2.2 Με τρία αμπερόμετρα

Μία άλλη απλή μέθοδος μέτρησης της αέργου ισχύος είναι η σύγκριση της

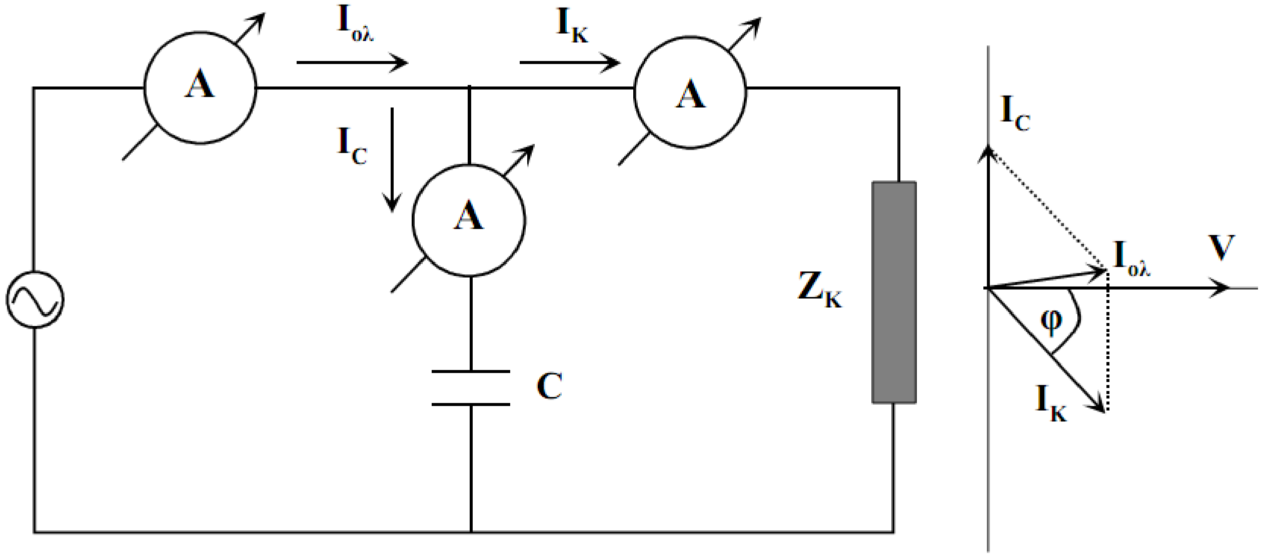


Σχήμα 14.3 Μέτρηση της αέργου ισχύος με τρία αμπερόμετρα

απόκρισης του καταναλωτή με αυτή ενός πυκνωτή C (σχήμα 14.3). Η σύγκριση, για πυκνωτή συνδεμένο παράλληλα στον καταναλωτή, μπορεί να γίνει με τη χρήση τριών αμπερομέτρων τα οποία μετρούν τα ρεύματα στον καταναλωτή I_K, στον πυκνωτή I_C και το ολικό ρεύμα $I_{ολ}$. Στο σχήμα 14.3 δεξιά φαίνεται το διανυσματικό διάγραμμα των τριών ρευμάτων όπου έχει υποτεθεί ότι ο καταναλωτής εμφανίζει επαγωγική συμπεριφορά. Από το διάγραμμα αυτό προκύπτει ότι:

$$I_{ολ}^2 = I_K^2 + I_C^2 + 2I_K I_C συν\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) \Rightarrow 2I_K I_C ημφ = I_C^2 + I_K^2 - I_{ολ}^2 \quad (14.4)$$

Κεφάλαιο 14 : Μέτρηση αέργου ισχύος-Διόρθωση συντελεστή ισχύος



Σχήμα 14.3 Μέτρηση της αέργου ισχύος με τρία αμπερόμετρα

Όμως, $V_K=V_C=I_C/\omega C$ και $Q=V_K I_K ημφ$. Επομένως, $Q=(1/\omega C)I_K I_C ημφ$ και η σχέση (14.4) γράφεται ως:

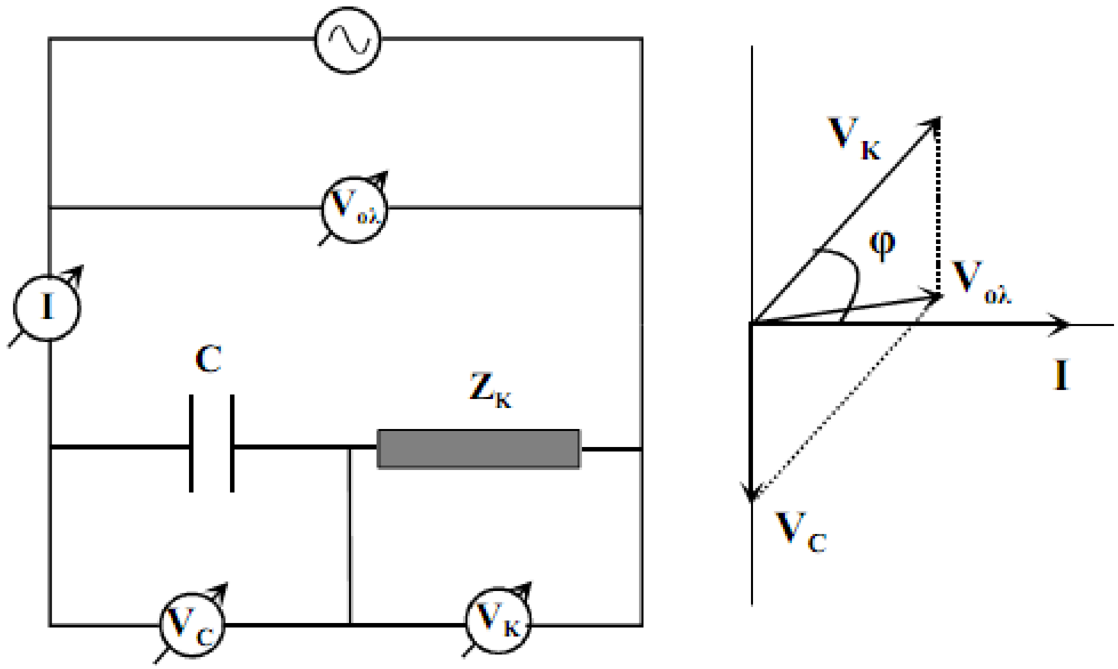
$$Q = \left(1/_{2\omega C} \right)\left(I_C^2 + I_K^2 - I_{ολ}^2 \right) \qquad (14.5)$$

Δηλαδή, η άεργος ισχύς μπορεί να υπολογιστεί από τις ενδείξεις των τριών αμπερομέτρων και την τιμή της χωρητικότητας.

Κεφάλαιο 14 : Μέτρηση αέργου ισχύος- Διόρθωση συντελεστή ισχύος

14.2.3 Με τρία βολτόμετρα

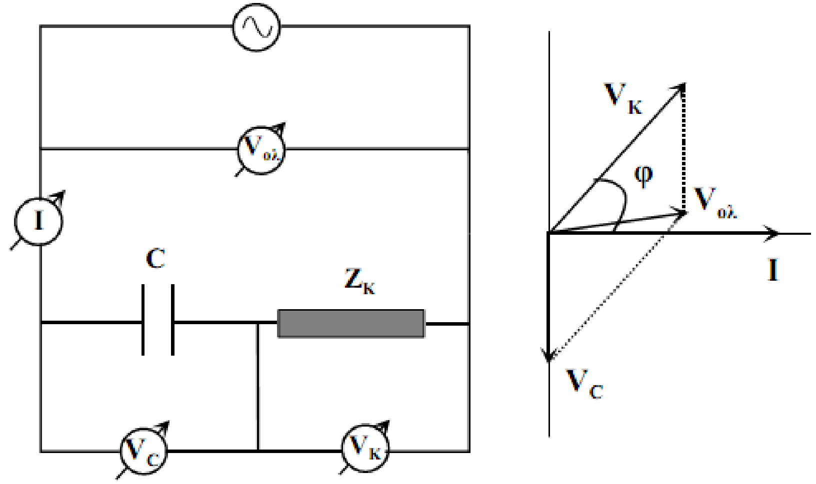
Μία άλλη προσέγγιση για τον υπολογισμό της αέργου ισχύος καταναλωτή μέσω



Σχήμα 14.4 Μέτρηση της αέργου ισχύος με τρία βολτόμετρα

σύγκρισης της απόκρισης του με αυτή πυκνωτή C, είναι η χρήση τριών βολτομέτρων (με τον πυκνωτή συνδεμένο σε σειρά στον καταναλωτή) όπως φαίνεται στο σχήμα 14.4. Τα βολτόμετρα μετρούν τις τάσεις στον καταναλωτή V_K, στον πυκνωτή V_C και την ολική τάση $V_{ολ}$. Στο σχήμα 14.4 δεξιά φαίνεται το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων όπου έχει υποτεθεί ότι ο καταναλωτής εμφανίζει επαγωγική συμπεριφορά.

Κεφάλαιο 14 : Μέτρηση αέργου ισχύος-Διόρθωση συντελεστή ισχύος



Σχήμα 14.4 Μέτρηση της αέργου ισχύος με τρία βολτόμετρα

Από το διάγραμμα αυτό προκύπτει ότι:

$$V_{ολ}^2 = V_K^2 + V_C^2 + 2V_K V_C συν\left(\frac{\pi}{2} + φ\right) \Rightarrow 2V_K V_C ημφ = V_C^2 + V_K^2 - V_{ολ}^2 \quad (14.6)$$

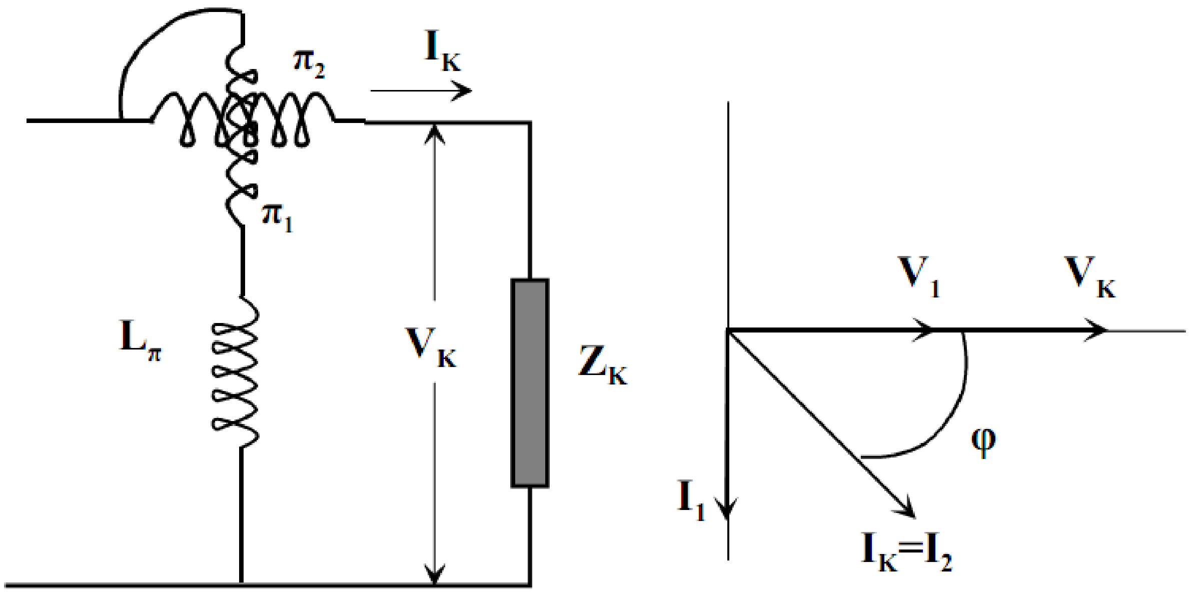
Όμως, $I_K = I_C = V_C ωC$ και $Q = V_K I_K ημφ$. Επομένως, $Q = ωCV_K V_C ημφ$ και η σχέση (14.6) γράφεται ως:

$$Q = {}^{ωC}\!/_{2}\left(V_C^2 + V_K^2 - V_{ολ}^2\right) \qquad (14.7)$$

Δηλαδή, η άεργος ισχύς μπορεί να υπολογιστεί από τις ενδείξεις των τριών βολτομέτρων και την τιμή της χωρητικότητας.

Κεφάλαιο 14 : Μέτρηση αέργου ισχύος-Διόρθωση συντελεστή ισχύος

14.2.4 Με βάρμετρο.

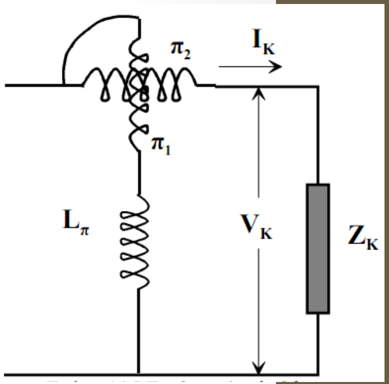


Σχήμα 14.5 Συνδεσμολογία βάρμετρου για την μέτρηση της αέργου ισχύος

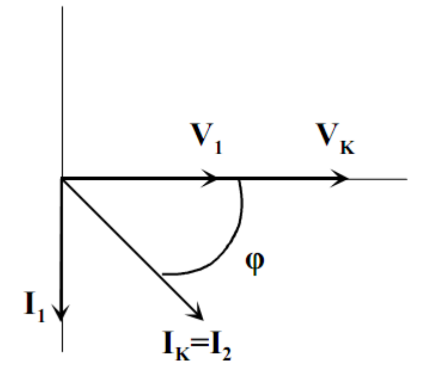
Ένας βασικός τρόπος μέτρησης αέργου ισχύος είναι η χρήση βάρμετρου. Η λειτουργία και η διάταξη του βάρμετρου (σχήμα 14.5) είναι ακριβώς η ίδια με αυτές του βατομέτρου με μόνη διαφορά την αντικατάσταση της αντίστασης R_{Π} με ένα πηνίο L_{Π} μεγάλης αυτεπαγωγής ($\omega L_{\Pi} >> R_1$, όπου R_1 η ωμική αντίσταση του πηνίου τάσης). Όπως θα αποδείξουμε, κάτω από αυτές τις συνθήκες, η ένδειξη του οργάνου είναι απ΄ ευθείας ανάλογη της αέργου ισχύος.

Κεφάλαιο 14 : Μέτρηση αέργου ισχύος- Διόρθωση συντελεστή ισχύος

Το διανυσματικό διάγραμμα φάσεων για το βάρμετρο φαίνεται στο σχήμα 14.5 δεξιά. Λόγω της μεγάλης επαγωγικής αντίστασης L_{Π}, η γραμμή του πηνίου τάσης π_1 θα έχει καθαρή επαγωγική συμπεριφορά, οπότε το ρεύμα I_1 θα καθυστερεί κατά $\pi/2$ σε σχέση με την τάση V_1. Από την εξίσωση (4.5) όμως είναι γνωστό ότι η ένδειξη ενός ηλεκτροδυναμικού οργάνου καθορίζεται από το γινόμενο των ρευμάτων που διαρρέουν τα δύο πηνία του επί το συνημίτονο της διαφοράς φάσης των ρευμάτων. Για την περίπτωση του βάρμετρου έχουμε:



$$\text{ενδειξη} = CI_1 I_K \,\text{συν}\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = CI_1 I_K \,\text{ημ}\varphi \qquad (14.8)$$



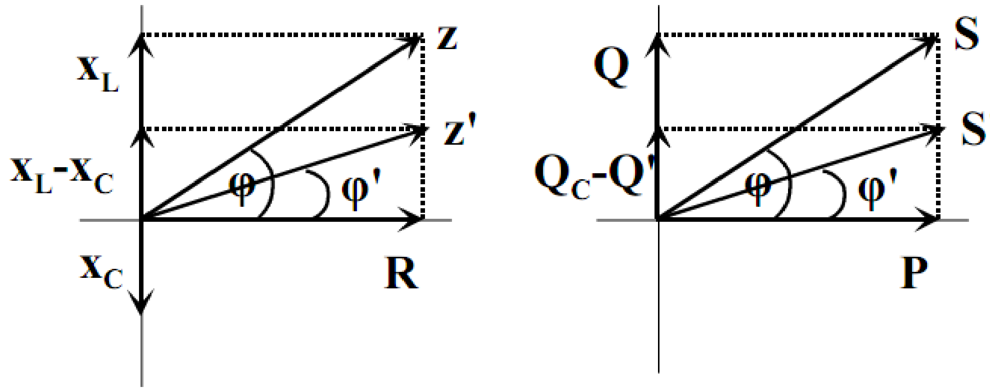
Αν τώρα λάβουμε υπόψη την σχέση μεταξύ I_1 και V_K έχουμε:

$$\text{ενδειξη} = CI_1 I_K \,\text{ημ}\varphi = C\frac{V_K}{|z_1|} I_K \,\text{ημ}\varphi = KQ_K \qquad (14.9)$$

όπου $|z_1|$ είναι το μέτρο της εμπέδησης στη γραμμή του πηνίου τάσης και υποθέσαμε ότι η πτώση τάσης στο πηνίο ρεύματος είναι μηδαμινή (V_1=V_K). Βλέπουμε δηλαδή ότι η ένδειξη του βάρμετρου είναι απ' ευθείας ανάλογη της αέργου ισχύος.

Η ακρίβεια της μέτρησης της αέργου ισχύος εξαρτάται από την συνδεσμολογία του βάρμετρου στο κύκλωμα. Η σύνδεση του πηνίου ρεύματος απ' ευθείας στον καταναλωτή συνίσταται για μικρά ρεύματα και μεγάλες τάσεις ενώ για μεγάλα ρεύματα και μικρές τάσεις είναι προτιμότερη η απ΄ ευθείας σύνδεση του πηνίου τάσης στον καταναλωτή

Κεφάλαιο 14 : Μέτρηση αέργου ισχύος-Διόρθωση συντελ

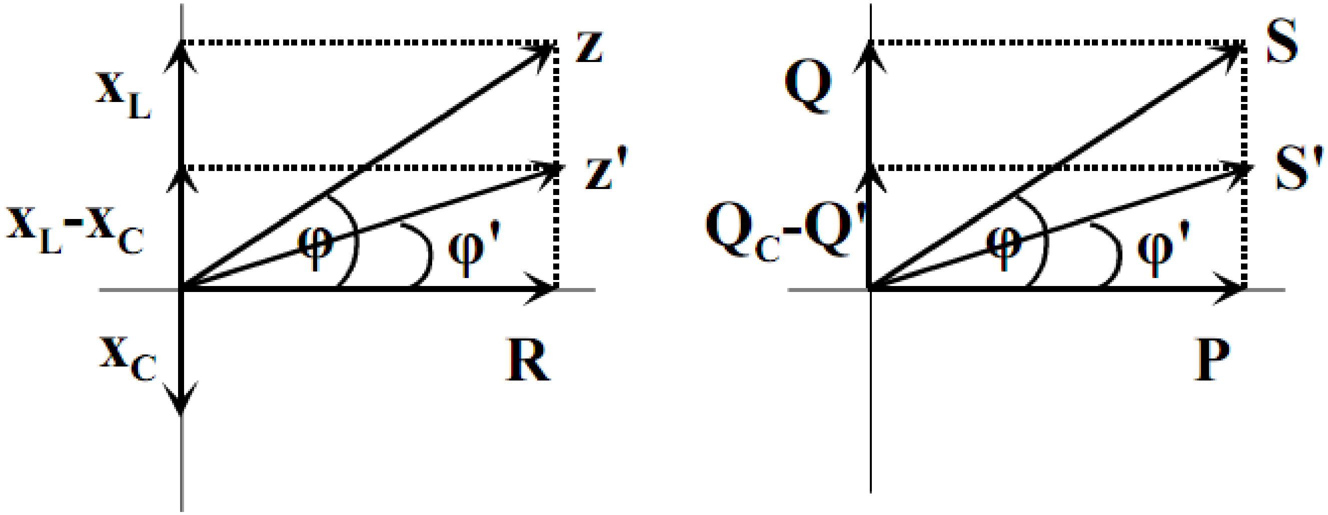


Σχήμα 14.6 Διανυσματικά διαγράμματα για την διόρθωση συνημιτόνου

14.3 Διόρθωση συνημίτονου

Πολλοί καταναλωτές εμφανίζουν επαγωγική συμπεριφορά (κινητήρες, μετασχηματιστές κλπ) με αποτέλεσμα, λόγω της συνεπαγόμενης αέργου ισχύος, να υπάρχουν απώλειες στο δίκτυο παραγωγής-διανομής ηλεκτρικής ενέργειας. Εκτός τις απώλειες αυτές όμως, η επαγωγική συμπεριφορά σημαίνει ότι ο συντελεστής ισχύος συνφ θα είναι μικρότερος της μονάδας. Σε δίκτυα ηλεκτρική ενέργειας που λειτουργούν με σταθερή τάση, το ρεύμα σε ένα καταναλωτή ισχύος P δίνεται από: I=P/(Vσυνφ), επομένως, το ρεύμα είναι αντιστρόφως ανάλογο του συντελεστή ισχύος. Μικρή τιμή του συντελεστή ισχύος σημαίνει μεγάλο ρεύμα, συνθήκη αντιοικονομική καθώς θα απαιτούνται αγωγοί μεγάλης διαμέτρου για την μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας αλλά και θα υπάρχουν μεγάλες απώλειες σε αυτούς. Για όλους τους παραπανω λογους, η ΔΕΗ επιβαλλει ο συντελεστης ισχυος να εχει τιμη μεγαλύτερη από 0.95.

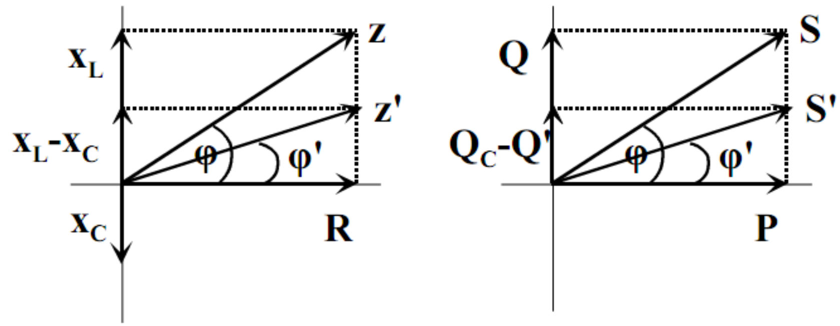
Κεφάλαιο 14 : Μέτρηση αέργου ισχύος- Διόρθωση συντελεστή ισχύος



Σχήμα 14.6 Διανυσματικά διαγράμματα για την διόρθωση συνημιτόνου

Η διόρθωση του συντελεστή ισχύος, δηλαδή η μεταβολή της τιμής του συνφ έτσι ώστε να μεγαλώσει η τιμή του, επιτυγχάνεται με την προσθήκη παράλληλα στον καταναλωτή ενός κατάλληλου πυκνωτή. Με αυτόν τον τρόπο, όπως φαίνεται στο σχήμα 14.6, η χωρητική αντίσταση ελαττώνει την γωνία φ. Σαν αποτέλεσμα, η πραγματική ισχύς παραμένει η ίδια ενώ ελαττώνεται η άεργος και η φαινόμενη ισχύς.

Κεφάλαιο 14 : Μέτρηση αέργου ισχύος-Διόρθωση συντελεστή ισχύος



Σχήμα 14.6 Διανυσματικά διαγράμματα για την διόρθωση συνημιτόνου

Σχετικά με τον υπολογισμό της χωρητικότητας του πυκνωτή που απαιτείται για μία συγκεκριμένη διόρθωση συνημιτόνου, αυτή μπορεί να προκύψει από τα διαγράμματα του σχήματος 14.6 ως εξής: ισχύουν

$$\varepsilon\varphi\varphi' = \frac{Q'}{P} = \frac{Q - Q_C}{P} \Rightarrow Q_C = Q - P\varepsilon\varphi\varphi' \qquad (14.10)$$

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{Q}{P} = \Rightarrow Q = P\varepsilon\varphi\varphi \qquad (14.12)$$

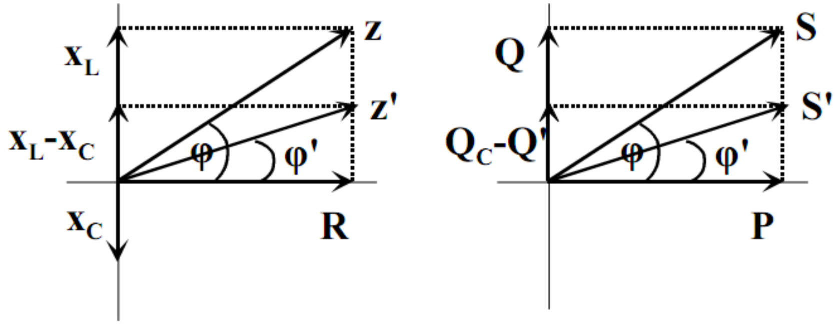
άρα από τις (14.10) και (14.11) έχουμε:

$$Q_C = P(\varepsilon\varphi\varphi - \varepsilon\varphi\varphi') \qquad (14.13)$$

Η σχέση (14.13) τελικά μας δίνει:

$$Q_C = P(\varepsilon\varphi\varphi - \varepsilon\varphi\varphi') \Rightarrow V^2\omega C = P(\varepsilon\varphi\varphi - \varepsilon\varphi\varphi') \Rightarrow C = \frac{P}{V^2\omega}(\varepsilon\varphi\varphi - \varepsilon\varphi\varphi') \qquad (14.14)$$

Κεφάλαιο 14 : Μέτρηση αέργου ισχύος-Διόρθωση συντελεστή ισχύος

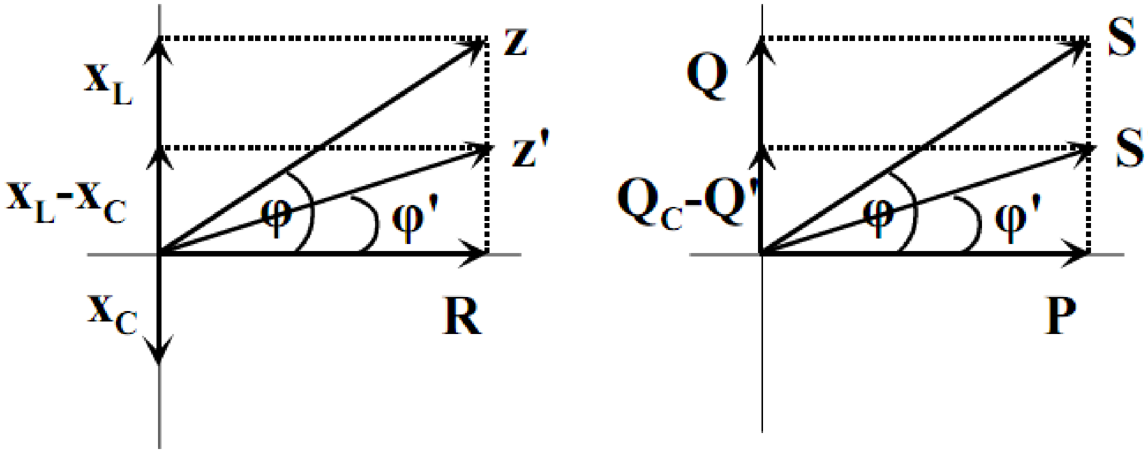


Σχήμα 14.6 Διανυσματικά διαγράμματα για την διόρθωση συνημιτόνου

$$Q_C = P(\varepsilon\varphi\varphi - \varepsilon\varphi\varphi') \Rightarrow V^2\omega C = P(\varepsilon\varphi\varphi - \varepsilon\varphi\varphi') \Rightarrow C = \frac{P}{V^2\omega}(\varepsilon\varphi\varphi - \varepsilon\varphi\varphi') \quad (14.14)$$

Δηλαδή, από τη σχέση (14.14) μπορούμε να υπολογίσουμε την χωρητικότητα για μία αλλαγή της γωνίας φάσης από φ σε φ' για καταναλωτή με ισχύ P και τάση V. Στην πράξη, για μία διόρθωση του συντελεστή ισχύος δεν απαιτούνται υπολογισμοί με την εξίσωση (14.14) αλλά χρησιμοποιούνται ειδικοί πίνακες και διαγράμματα. Σε αυτά, κάθε μεταβολή από ένα δεδομένο συνφ σε ένα συγκεκριμένο συνφ' αντιστοιχεί σε ένα συντελεστή K ο οποίος είναι ίσος με τον λόγο της απαιτούμενης για διόρθωση άεργης ισχύος προς την ενεργό ισχύ του καταναλωτή. Τέλος αξίζει να σημειωθεί ότι το πρόβλημα της διόρθωσης συνημιτόνου είναι ένα ιδιαίτερα δύσκολο εγχείρημα στην βιομηχανία όπου η ύπαρξη μεγάλων μονάδων με επαγωγική συμπεριφορά απαιτεί ιδιαίτερη προσοχή.

Κεφάλαιο 14 : Μέτρηση αέργου ισχύος-Διόρθωση συντελεστή ισχύος



Σχήμα 14.6 Διανυσματικά διαγράμματα για την διόρθωση συνημιτόνου

14.4 Παράδειγμα.

Έστω λάμπα 60 W που λειτουργεί στα 220V/50Hz με συντελεστή ισχύος 0.4. Να βρεθεί η τιμή της χωρητικότητας που πρέπει να συνδεθεί παράλληλα έτσι ώστε ο συντελεστής ισχύος να γίνει 0.9.