



**Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών &
Μηχανικών Υπολογιστών
Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο**

Διαλέξεις Ηλεκτρικές Μετρήσεις

Άννα Τασολάμπρου

Κεφάλαιο 15 : Τριφασικά

15.1 Γενικά

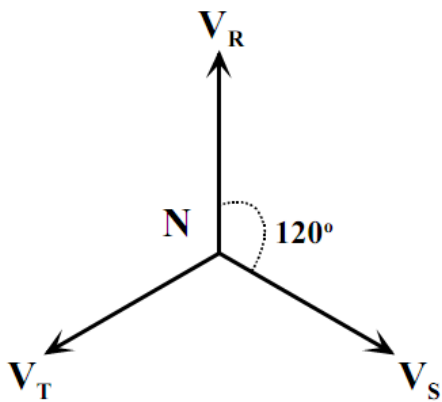
Σήμερα, η παραγωγή, μεταφορά, διανομή και χρήση της ηλεκτρικής ενέργειας πραγματοποιείται με τριφασικά δίκτυα, καθώς αυτά παρουσιάζουν σημαντικά πλεονεκτήματα σε σχέση με τα αντίστοιχα μονοφασικά. Τα πλεονεκτήματα αυτά αφορούν:

- (α) απαιτούνται 25% λιγότερα καλώδια σε τριφασικό δίκτυο απ' ότι σε μονοφασικό για την μεταφορά της ίδια ποσότητας ηλεκτρικής ενέργειας σε ίδια απόσταση και με την ίδια τάση μεταξύ των αγωγών
- (β) σε συμμετρικά τριφασικά δίκτυα η ισχύς είναι σταθερή και ίση με την μέση ισχύ, με αποτέλεσμα σταθερή ροπή σε τριφασικούς κινητήρες, που έτσι λειτουργούν χωρίς κραδασμούς. Σε αντίθεση, σε ένα μονοφασικό δίκτυο υπάρχει μια σταθερή και μία ημιτονοειδής συνιστώσα ισχύος, με αποτέλεσμα, ο άξονας σε μονοφασικούς κινητήρες να δέχεται δυσμενή φόρτιση.
- (γ) οι τριφασικές μηχανές έχουν καλύτερο βαθμό απόδοσης και γενικότερα καλύτερα χαρακτηριστικά λειτουργίας από τις μονοφασικές μηχανές.

Κεφάλαιο 15 : Τριφασικά

Γενικά, ένα τριφασικό δίκτυο βασίζεται σε μία τριφασική γεννήτρια. Αυτή λειτουργεί όμοια με μια απλή γεννήτρια εναλλασσομένου, όμως διαθέτει **αντί για ένα τρία όμοια τυλίγματα τοποθετημένα σε γωνία 60° μεταξύ τους**. Με βάση την κατασκευή αυτή, η γεννήτρια θα δημιουργεί λόγω επαγωγής τρεις ίδιες τάσεις οι οποίες θα διαφέρουν σε φάση κατά 120° μεταξύ τους (συμμετρικό τριφασικό σύστημα), δηλαδή:

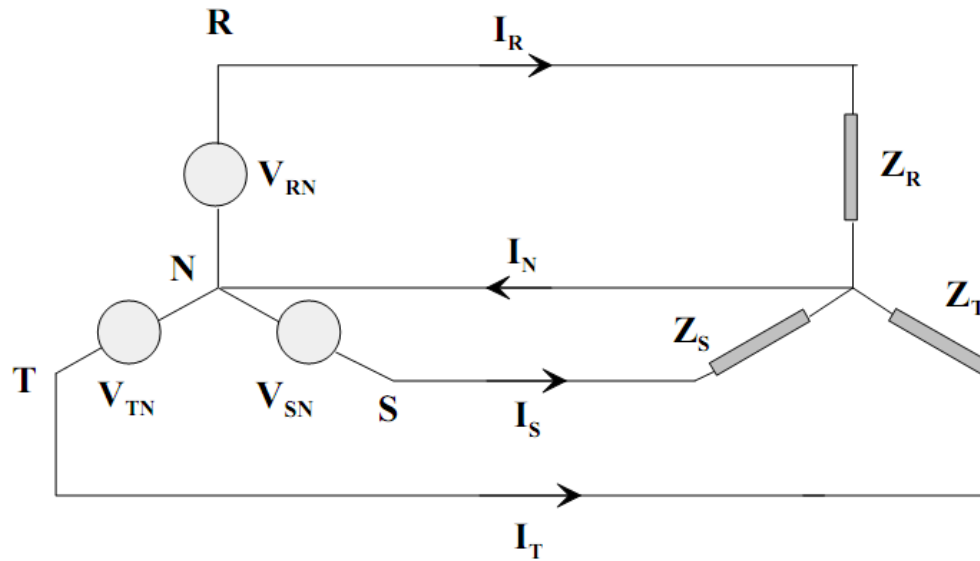
$$\begin{array}{ccc} V_R = V_0 \eta \mu \omega t & & V_R = V_0 \eta \mu \omega t \\ V_S = V_0 \eta \mu (\omega t - 120^\circ) & \text{ή} & V_S = V_0 \eta \mu (\omega t + 120^\circ) \\ V_T = V_0 \eta \mu (\omega t + 120^\circ) & & V_T = V_0 \eta \mu (\omega t - 120^\circ) \end{array}$$



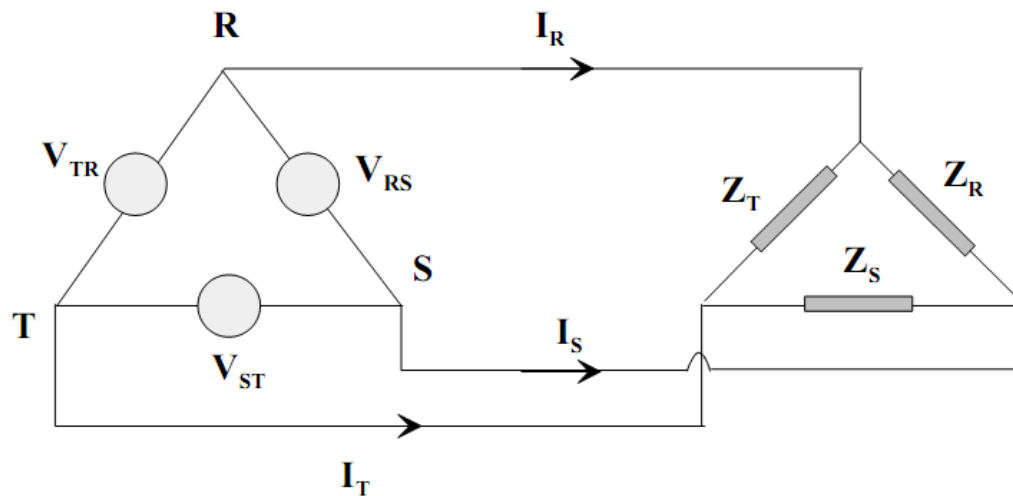
Σχήμα 15.1 Τάσεις σε τριφασικό

Η πρώτη περίπτωση αντιστοιχεί σε αριστερόστροφη περιστροφή του δρομέα, δηλαδή αντίθετη από την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού (ευθύ συμμετρικό τριφασικό σύστημα) ενώ η δεύτερη στην αντίστοιχη δεξιόστροφη (ανάστροφο συμμετρικό τριφασικό σύστημα).

Κεφάλαιο 15 : Τριφασικά



(α)

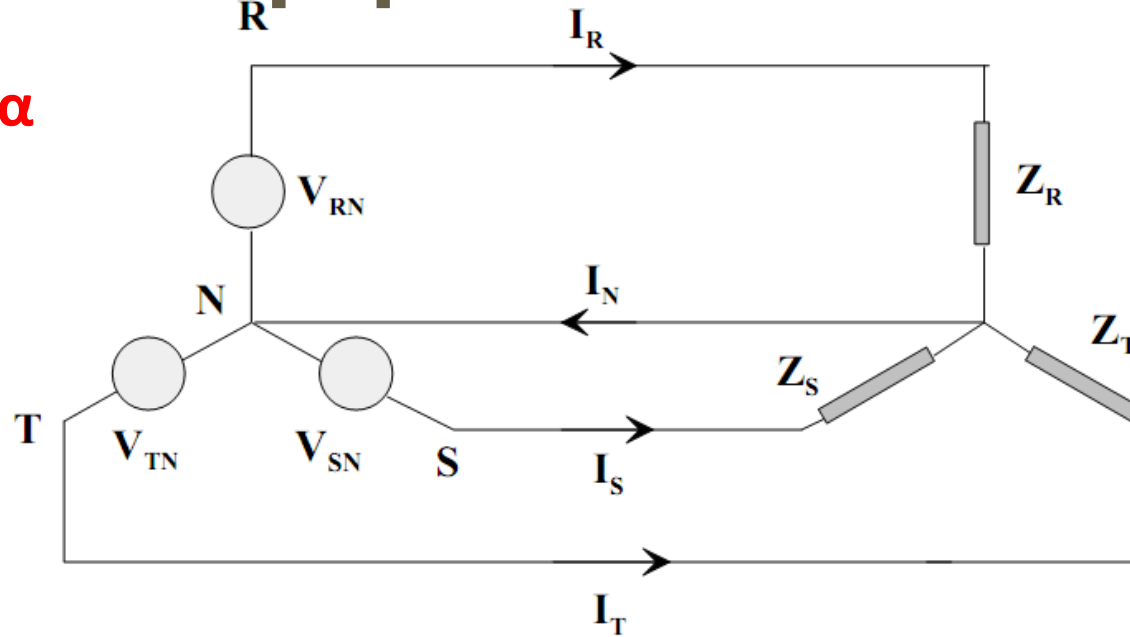


(β)

Σχήμα 15.2 Σύνδεση γεννήτριας σε (α) αστέρα και (β) τρίγωνο

Κεφάλαιο 15 : Τριφασικά

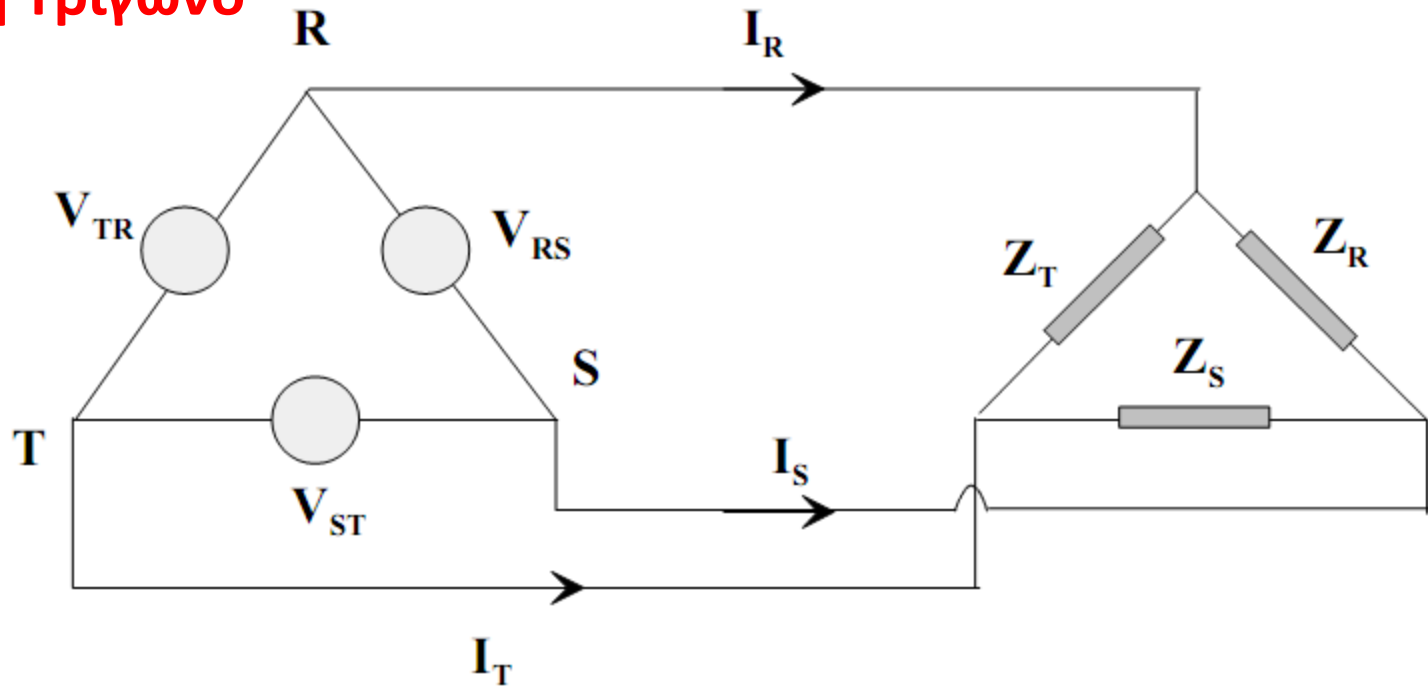
Σύνδεση Αστέρα



χαρακτηριστικό της είναι ότι οι περιελίξεις διαθέτουν ένα κοινό σημείο N (ουδέτερος), με αποτέλεσμα την δυνατότητα χρήσης δύο τάσεων, αυτής μεταξύ δύο φάσεων και αυτής μεταξύ μιας φάσης και του ουδέτερου. Παράλληλα, η σύνδεση με φορτία απαιτεί τέσσερις αγωγούς, καθώς, εκτός από τα ρεύματα κάθε φάσης (οι αγωγοί που φεύγουν από τους ακροδέκτες R, S, T ονομάζονται αγωγοί φάσεων) υπάρχει και το ρεύμα του ουδέτερου (κανονικά απαιτούνται τρεις αγωγοί επιστροφής, οι οποίοι αντικαθίστανται από ένα όπως θα αναλυθεί σε επόμενη ενότητα).

Κεφάλαιο 15 : Τριφασικά

Σύνδεση Τρίγωνο



Αντίστοιχα, στην σύνδεση τριγώνου, που παρουσιάζεται στο Σχήμα 15.2β, το τέλος κάθε τυλίγματος στη γεννήτρια αποτελεί αρχή του επόμενου, με τα σημεία σύνδεσης των τυλιγμάτων να είναι ακροδέκτες της γεννήτριας. Στην περίπτωση αυτή δεν υπάρχει ουδέτερος και η γεννήτρια παρέχει μόνο την τάση μεταξύ δύο φάσεων.

Κεφάλαιο 15 : Τριφασικά

15.2 Ορισμοί

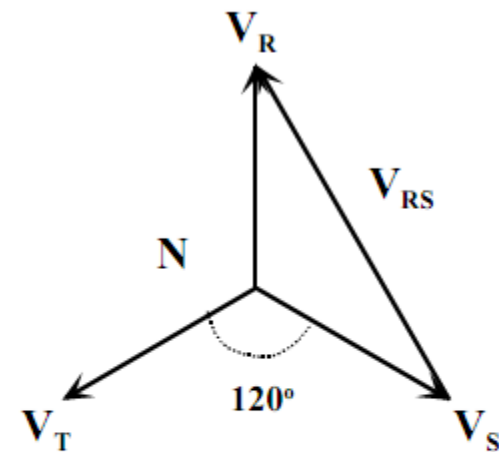
Ας δούμε τώρα τους ορισμούς των ηλεκτρικών μεγεθών που χρησιμοποιούνται σε τριφασικά συστήματα, με τους ορισμούς να ισχύουν είτε το φορτίο είναι συμμετρικό είτε ασύμμετρο.

(α) Φασική τάση V_ϕ : είναι η τάση μεταξύ μιας φάσης και του ουδέτερου

(β) Πολική τάση V_π : είναι η τάση μεταξύ δύο φάσεων

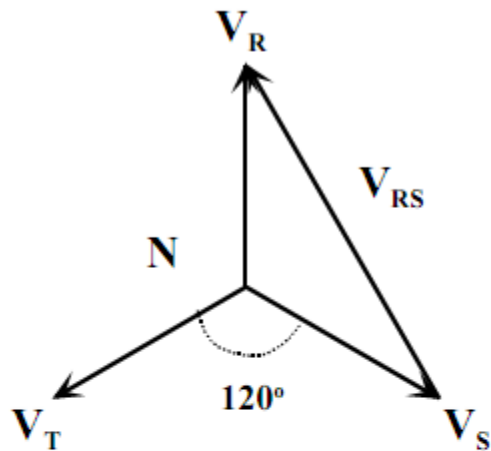
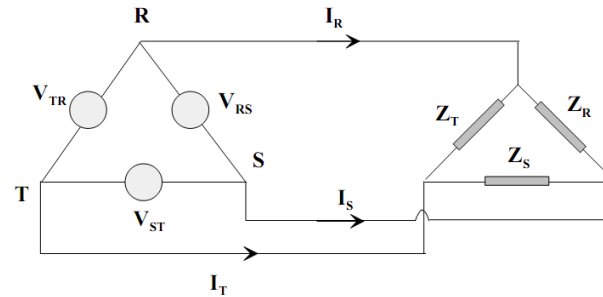
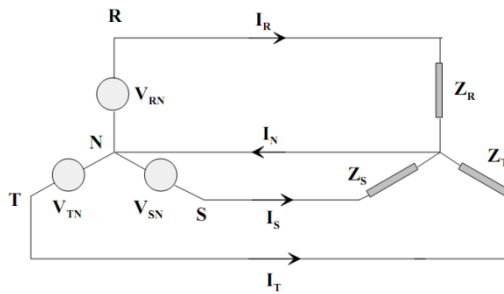
(γ) Φασικό ρεύμα I_ϕ : είναι το ρεύμα στον καταναλωτή

(δ) Πολικό ρεύμα I_π : είναι το ρεύμα της γραμμής



Σχήμα 15.3 Σχέση πολικής-φασικής τάσης

Κεφάλαιο 15 : Τριφασικά



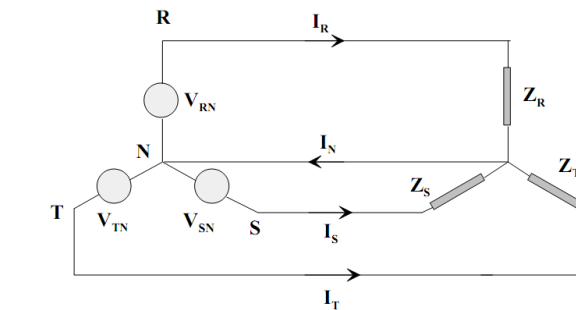
Σχήμα 15.3 Σχέση πολικής-φασικής τάσης

Με βάση αυτούς τους ορισμούς και το Σχήμα 15.2, είναι εμφανές ότι οι σχέσεις που συνδέουν τα φασικά με τα πολικά μεγέθη εξαρτάται από την σύνδεση της γεννήτριας κατά αστέρα ή τρίγωνο. Επιπλέον, θεωρώντας ότι η γεννήτρια είναι συνδεδεμένη κατά αστέρα, η σύνδεση του φορτίου επίσης επηρεάζει την σχέση μεταξύ πολικών και φασικών μεγεθών. Σαν παράδειγμα, ας εξετάσουμε την σχέση μεταξύ πολικής και φασικής τάσης. Από το Σχήμα 15.3 έχουμε:

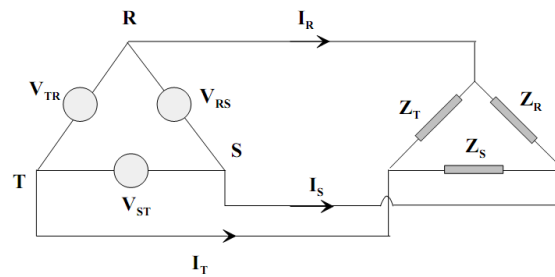
$$\dot{V}_{RS} = \dot{V}_R - \dot{V}_S \quad (15.1)$$

$$|V_{RS}| = \sqrt{V_R^2 + V_S^2 - 2V_R V_S \cos 120^\circ} = \sqrt{2V_0^2 - 2V_0^2(-1/2)} = \sqrt{3V_0^2} = V_0 \sqrt{3}$$

Κεφάλαιο 15 : Τριφασικά



(α)



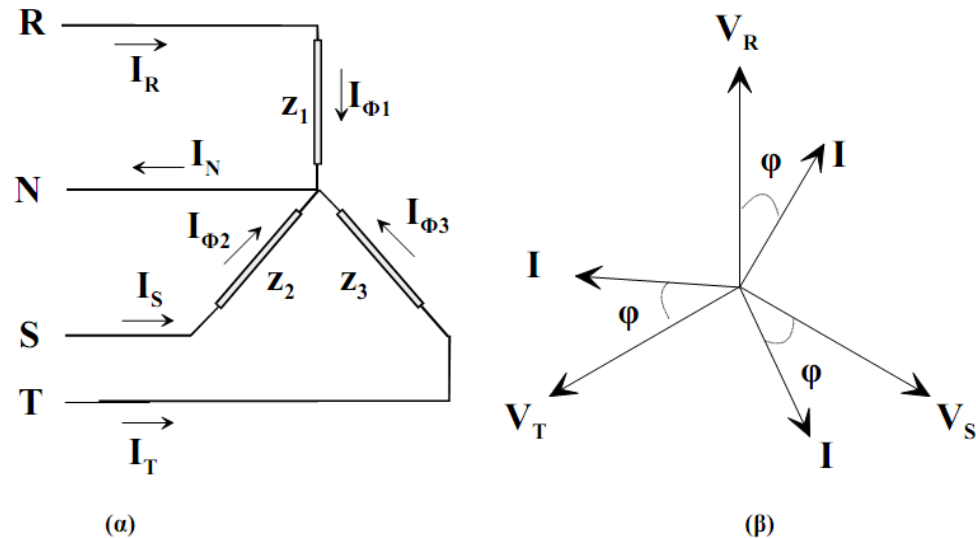
(β)

Σχήμα 15.2 Σύνδεση γεννήτριας σε (α) αστέρα και (β) τρίγωνο

Στην πράξη, οι περιελίξεις των τριφασικών γεννητριών συνδέονται σε αστέρα καθώς η διάταξη τριγώνου μπορεί να οδηγήσει σε μεγαλύτερες απώλειες, λόγω των ρευμάτων που προκαλούνται από ασυμμετρία φορτίου. Σε σχέση με το φορτίο, αυτό μπορεί να είναι συνδεδεμένο είτε σε αστέρα είτε σε τρίγωνο.

Κεφάλαιο 15 : Τριφασικά

Σύνδεση Αστέρα



Σχήμα 15.4 (α) Σύνδεση φορτίου σε αστέρα με ουδέτερο, (β) διάγραμμα φάσεων σε συμμετρικό αστέρα

15.3 Σύνδεση αστέρα

Στη σύνδεση αστέρα με ουδέτερο, κάθε καταναλωτής είναι συνδεδεμένος μεταξύ φάσης και ουδέτερου (Σχήμα 15.4α), δηλαδή εφαρμόζεται σε αυτόν η φασική τάση V_ϕ , η οποία για το δίκτυο μας είναι 220 V. Παράλληλα, κάθε πολικό ρεύμα εισέρχεται σε ένα καταναλωτή. Επομένως, τα φασικά ρεύματα είναι ίδια με τα πολικά, ενώ το ρεύμα στον ουδέτερο είναι ίσο και αντίθετο με το άθροισμα των φασικών ρευμάτων:

$$\dot{I}_R = \dot{I}_{\phi 1}, \dot{I}_S = \dot{I}_{\phi 2}, \dot{I}_T = \dot{I}_{\phi 3} \quad (15.2)$$

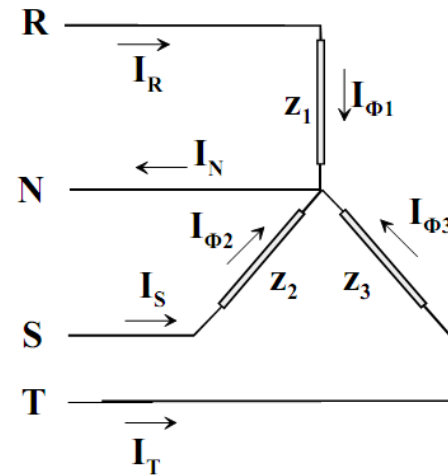
$$\dot{I}_N = -(\dot{I}_{\phi 1} + \dot{I}_{\phi 2} + \dot{I}_{\phi 3}) \quad (15.3)$$

Κεφάλαιο 15 : Τ

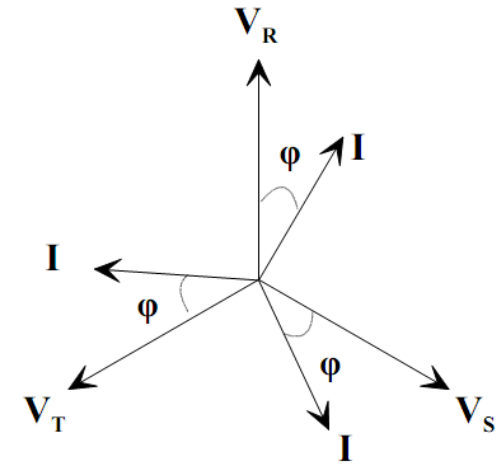
Σύνδεση Αστέρα

$$\dot{I}_R = \dot{I}_{\varphi 1}, \dot{I}_S = \dot{I}_{\varphi 2}, \dot{I}_T = \dot{I}_{\varphi 3}$$

$$\dot{I}_N = -(\dot{I}_{\varphi 1} + \dot{I}_{\varphi 2} + \dot{I}_{\varphi 3})$$



(α)



(β)

Σχήμα 15.4 (α) Σύνδεση φορτίου σε αστέρα με ουδέτερο, (β) διάγραμμα φάσεων σε συμμετρικό αστέρα

Το άθροισμα των φασικών τάσεων είναι μηδέν, όπως προκύπτει από:

$$\begin{aligned} V_{\varphi 1} + V_{\varphi 2} + V_{\varphi 3} &= V_0 \eta \mu(\omega t) + V_0 \eta \mu(\omega t - 120^\circ) + V_0 \eta \mu(\omega t + 120^\circ) = \\ &= V_0 \left[\eta \mu(\omega t) + 2 \eta \mu \frac{\omega t - 120^\circ + \omega t + 120^\circ}{2} \sigma \nu \nu \frac{\omega t - 120^\circ - (\omega t + 120^\circ)}{2} \right] = \quad (15.4) \\ &= V_0 \left[\eta \mu(\omega t) + 2 \eta \mu \frac{2\omega t}{2} \sigma \nu \nu \frac{-240^\circ}{2} \right] = V_0 \left[\eta \mu(\omega t) + 2 \left(-\frac{1}{2} \right) \eta \mu(\omega t) \right] = \mathbf{0} \end{aligned}$$

Αν ο αστέρας είναι συμμετρικός, δηλαδή $|Z_1| = |Z_2| = |Z_3|$, τότε $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3$ και θα ισχύει:

$$|I_R| = |I_S| = |I_T| = |I_{\varphi 1}| = |I_{\varphi 2}| = |I_{\varphi 3}| = I = V_R / Z \quad (15.5)$$

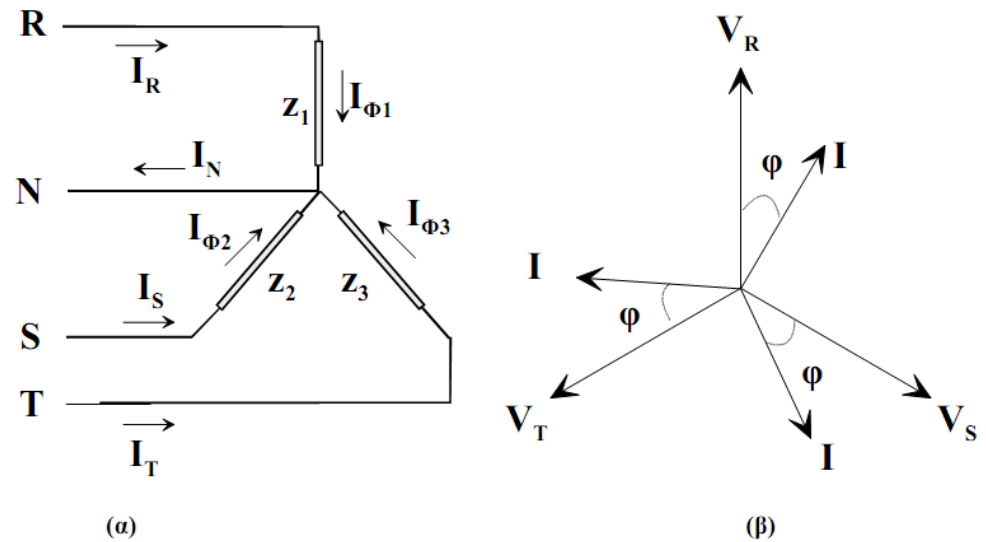
$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi = \tau \circ \xi \epsilon \varphi [(X_L - X_C) / R] \quad (15.6)$$

Κεφάλαιο 15 : Τ

Σύνδεση Αστέρα

$$\dot{I}_R = \dot{I}_{\phi 1}, \dot{I}_S = \dot{I}_{\phi 2}, \dot{I}_T = \dot{I}_{\phi 3}$$

$$\dot{I}_N = -(\dot{I}_{\phi 1} + \dot{I}_{\phi 2} + \dot{I}_{\phi 3})$$



Σχήμα 15.4 (α) Σύνδεση φορτίου σε αστέρα με ουδέτερο, (β) διάγραμμα φάσεων σε συμμετρικό αστέρα

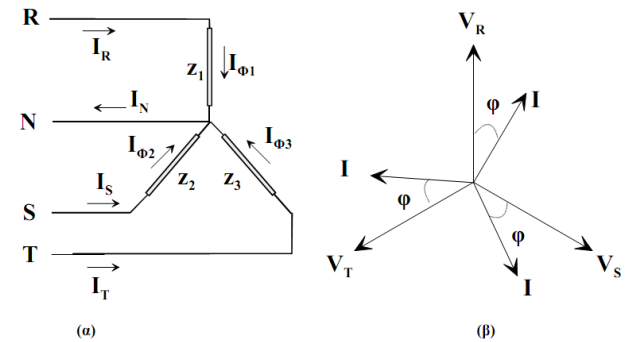
Επομένως, στην περίπτωση αυτή θα ισχύει $I_N=0$ καθώς:

$$\begin{aligned} I_N &= I_{\phi 1} + I_{\phi 2} + I_{\phi 3} = I\eta\mu(\omega t - \varphi) + I\eta\mu(\omega t - \varphi - 120^\circ) + I\eta\mu(\omega t - \varphi + 120^\circ) = \\ &= I \left[\eta\mu(\omega t - \varphi) + 2\eta\mu \frac{\omega t - 120^\circ - \varphi + \omega t - \varphi + 120^\circ}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{\omega t - \varphi - 120^\circ - (\omega t - \varphi + 120^\circ)}{2} \right] = \\ &= I \left[\eta\mu(\omega t - \varphi) + 2\eta\mu \frac{2(\omega t - \varphi)}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{-240^\circ}{2} \right] = I \left[\eta\mu(\omega t - \varphi) + 2 \left(-\frac{1}{2} \right) \eta\mu(\omega t - \varphi) \right] = 0 \end{aligned}$$

Δηλαδή, σε συμμετρικό αστέρα, το άθροισμα των φασικών (αλλά και των πολικών) ρευμάτων είναι μηδέν. Στο πλαίσιο αυτό, ο ουδέτερος μπορεί να παραληφθεί. Σε κάθε περίπτωση βέβαια, ο ουδέτερος χρησιμοποιείται καθώς τα φορτία δεν είναι πάντα συμμετρικά, όμως, δεν απαιτούνται τρεις αγωγοί επιστροφής καθώς το συνολικό ρεύμα που επιστρέφει είναι σχετικά μικρό. Έτσι, υπάρχει μόνο μία επιστροφή και μάλιστα με καλώδιο μικρής διαμέτρου που συνεπάγεται οικονομία.

Κεφάλαιο 15 : Τριφασικά

Σύνδεση Αστέρα



Σχήμα 15.4 (α) Σύνδεση φορτίου σε αστέρα με ουδέτερο, (β) διάγραμμα φάσεων σε συμμετρικό αστέρα

Στην περίπτωση όμως μη συμμετρικού φορτίου, οι σχέσεις φασικών και πολικών μεγεθών είναι διαφορετικές. Επειδή $|Z_1| \neq |Z_2| \neq |Z_3|$, τότε $\varphi_1 \neq \varphi_2 \neq \varphi_3$ και

$$|I_R| \neq |I_S| \neq |I_T|, |I_{\varphi 1}| \neq |I_{\varphi 2}| \neq |I_{\varphi 3}| \Leftrightarrow I_N \neq 0 \quad (15.7)$$

Επομένως, στην περίπτωση αυτή το ρεύμα του ουδέτερου δεν είναι μηδέν και το μέτρο και η φάση του πρέπει να υπολογιστούν διανυσματικά ή με μιγαδικούς. Φυσικά ισχύουν άλλες σχέσεις όπως:

$$|V_{\pi}| = \sqrt{3} |V_{\varphi}|, |V_{\varphi 1}| = |V_{\varphi 2}| = |V_{\varphi 3}| \quad (15.8)$$

$$\dot{V}_{\varphi 1} + \dot{V}_{\varphi 2} + \dot{V}_{\varphi 3} = 0, |I_R| = |I_{\varphi 1}|, |I_S| = |I_{\varphi 2}|, |I_T| = |I_{\varphi 3}| \quad (15.9)$$

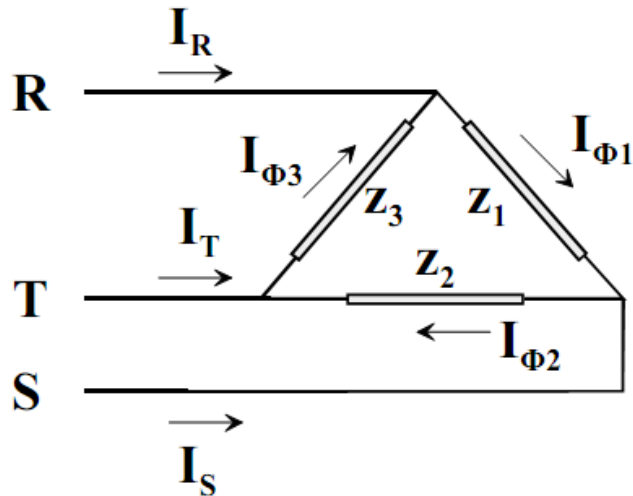
Τέλος, στην περίπτωση ασύμμετρου αστέρα τριών αγωγών (χωρίς ουδέτερο), τα πράγματα είναι πιο περίπλοκα καθώς δημιουργείται πρόβλημα στις φασικές τάσεις. Λόγω της έλλειψης ουδέτερου και της ασυμμετρίας του φορτίου ισχύει ταυτόχρονα:

$$\dot{I}_{\varphi 1} + \dot{I}_{\varphi 2} + \dot{I}_{\varphi 3} = 0 \text{ και } |I_{\varphi 1}| \neq |I_{\varphi 2}| \neq |I_{\varphi 3}| \quad (15.10)$$

Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, αν και οι πολικές τάσεις είναι ίσες, οι φασικές να μην είναι: $|V_{\varphi 1}| \neq |V_{\varphi 2}| \neq |V_{\varphi 3}|$

Κεφάλαιο 15 : Τριφασικά

Σύνδεση Τρίγωνο



Σχήμα 15.5 Σύνδεση τριγώνου

15.4 Σύνδεση τριγώνου

Στη σύνδεση τριγώνου, κάθε καταναλωτής είναι συνδεδεμένος μεταξύ δύο φάσεων, δηλαδή οι φασικές τάσεις είναι ίσες με τις πολικές. Όμως, τα φασικά ρεύματα δεν είναι ίδια με τα πολικά, και δεν υπάρχει ουδέτερος. Σε κάθε περίπτωση, ανεξάρτητα από την συμμετρία του φορτίου ισχύουν οι σχέσεις:

$$\dot{V}_{\phi 1} + \dot{V}_{\phi 2} + \dot{V}_{\phi 3} = \dot{V}_{RS} + \dot{V}_{ST} + \dot{V}_{TR} = 0 \quad (15.11)$$

$$\dot{I}_R + \dot{I}_S + \dot{I}_T = 0 \quad (15.12)$$

Κεφάλαιο 15 : Τριφασικά

Σύνδεση Τρίγωνο

Οι τελευταίες σχέσεις μπορούν να προκύψουν πολύ εύκολα διανυσματικά καθώς, για παράδειγμα στην περίπτωση των ρευμάτων ισχύει:

$$\dot{I}_R = \dot{I}_{\varphi 1} - \dot{I}_{\varphi 3}$$

$$\dot{I}_S = \dot{I}_{\varphi 2} - \dot{I}_{\varphi 1} \Rightarrow \dot{I}_R + \dot{I}_S + \dot{I}_T = (\dot{I}_{\varphi 1} - \dot{I}_{\varphi 3}) + (\dot{I}_{\varphi 2} - \dot{I}_{\varphi 1}) + (\dot{I}_{\varphi 3} - \dot{I}_{\varphi 2}) = 0 \quad (15.13)$$

$$\dot{I}_T = \dot{I}_{\varphi 3} - \dot{I}_{\varphi 2}$$

Στην περίπτωση συμμετρικού φορτίου θα ισχύει: $|Z_1|=|Z_2|=|Z_3|$, $\varphi_1=\varphi_2=\varphi_3$, $|I_R|=|I_S|=|I_T|=|I_\pi|$ και $|I_{\varphi 1}|=|I_{\varphi 2}|=|I_{\varphi 3}|=|I_\varphi|$. Τότε, η σχέση φασικών με πολικών ρευμάτων θα είναι:

$$\dot{I}_R = \dot{I}_{\varphi 1} - \dot{I}_{\varphi 3}$$

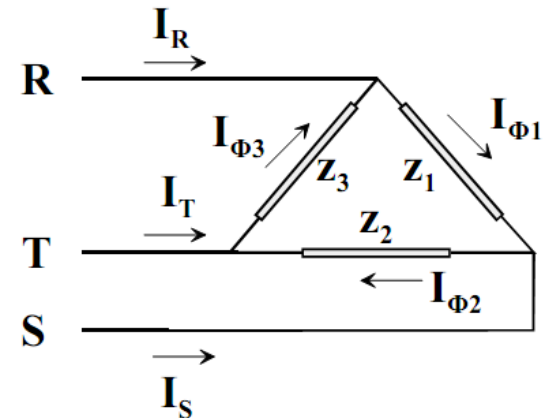
$$|I_R| = \sqrt{I_\varphi^2 + I_\varphi^2 - 2I_\varphi I_\varphi \cos 120^\circ} = \sqrt{3I_\varphi^2} = I_\varphi \sqrt{3} \quad (15.14)$$

Παράλληλα, θα ισχύει:

$$\dot{I}_{\varphi 1} + \dot{I}_{\varphi 2} + \dot{I}_{\varphi 3} = 0$$

Αν όμως το φορτίο δεν είναι συμμετρικό, τότε θα ισχύουν:

$$|I_{\varphi 1}| \neq |I_{\varphi 2}| \neq |I_{\varphi 3}|, |I_R| \neq |I_S| \neq |I_T|, \dot{I}_{\varphi 1} + \dot{I}_{\varphi 2} + \dot{I}_{\varphi 3} \neq 0$$



Σχήμα 15.5 Σύνδεση τρίγωνου

Κεφάλαιο 15 : Τριφασικά

15.5.1 Παράδειγμα 1

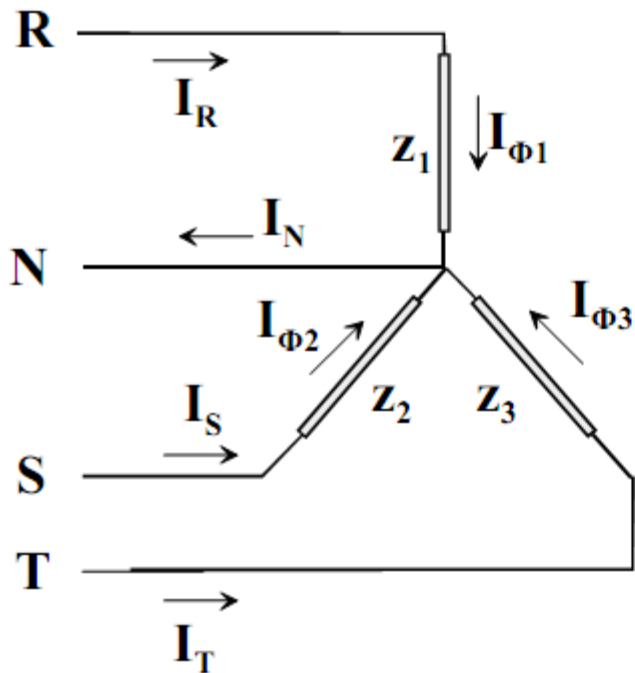
Έστω το φορτίο του σχήματος όπου:

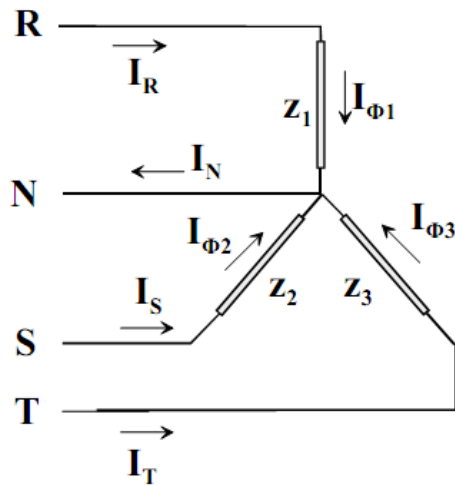
Z_1 : $R=10 \Omega$

Z_2 : $R=7.79 \Omega$ και $C=70.8 \text{ mF}$

Z_3 : $R=9.53 \Omega$ και $L=17.5 \text{ mH}$

Αν έχουμε τροφοδοσία στα $380/220 \text{ V}$, 50 Hz να βρεθούν τα ρεύματα του κυκλώματος.





15.5.1 Παράδειγμα 1

Έστω το φορτίο του σχήματος όπου:

$$Z_1: R=10 \Omega$$

$$Z_2: R=7.79 \Omega \text{ και } C=70.8 \text{ mF}$$

$$Z_3: R=9.53 \Omega \text{ και } L=17.5 \text{ mH}$$

Αν έχουμε τροφοδοσία στα 380/220 V, 50 Hz να βρεθούν τα ρεύματα του κυκλώματος.

Οι εμπεδήσεις θα δίνονται από:

$$\dot{Z}_1 = (10 + j0) = (10 \angle 0) \Omega$$

$$\dot{Z}_2 = (7.79 - j4.5) = (9 \angle -30) \Omega$$

$$\dot{Z}_3 = (9.53 + j5.5) = (11 \angle 30) \Omega$$

Αν θεωρήσω τάσεις $\dot{V}_R = (220 \angle 0) \text{V}$, $\dot{V}_S = (220 \angle -120) \text{V}$, $\dot{V}_T = (220 \angle 120) \text{V}$, τότε για τα ρεύματα θα ισχύει:

$$\dot{i}_{\phi 1} = \frac{\dot{V}_R}{\dot{Z}_1} = \frac{220 \angle 0}{10 \angle 0} = (22 \angle 0) \text{A} = (22 + j0) \text{A}$$

$$\dot{i}_{\phi 2} = \frac{\dot{V}_S}{\dot{Z}_2} = \frac{220 \angle -120}{9 \angle -30} = (22.44 \angle -90) \text{A} = (0 - j22.44) \text{A}$$

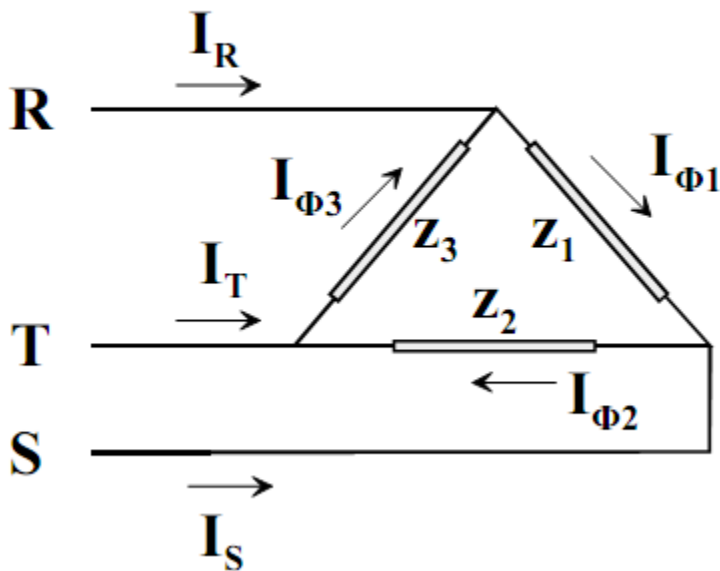
$$\dot{i}_{\phi 3} = \frac{\dot{V}_T}{\dot{Z}_3} = \frac{220 \angle 120}{11 \angle 30} = (20 \angle 90) \text{A} = (0 + j20) \text{A}$$

Με βάση τα παραπάνω ρεύματα, το ρεύμα στον ουδέτερο θα είναι:

$$\begin{aligned} \dot{i}_N &= -(\dot{i}_{\phi 1} + \dot{i}_{\phi 2} + \dot{i}_{\phi 3}) = -[22 + j(20 - 22.44)] = -22 + j2.44 \Rightarrow \\ &\dot{i}_N = (22.13 \angle 173.67) \text{A} \end{aligned}$$

Κεφάλαιο 15 : Τριφασικά

15.5.2 Παράδειγμα 2



Έστω το φορτίο του σχήματος όπου:

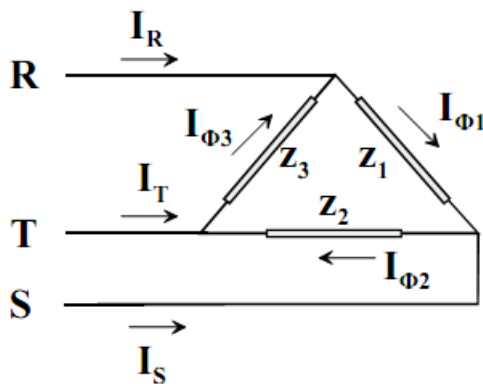
Z_1 : $R=10 \Omega$ και $L=31.8 \text{ mH}$

Z_2 : $R=8.66 \Omega$ και $L=15.9 \text{ mH}$

Z_3 : $R=12 \Omega$ και $L=50.9 \text{ mH}$

Αν έχουμε τροφοδοσία στα 380/220 V, 50 Hz να βρεθούν τα ρεύματα.

15.5.2 Παράδειγμα 2



Έστω το φορτίο του σχήματος όπου:

$$Z_1: R=10 \Omega \text{ και } L=31.8 \text{ mH}$$

$$Z_2: R=8.66 \Omega \text{ και } L=15.9 \text{ mH}$$

$$Z_3: R=12 \Omega \text{ και } L=50.9 \text{ mH}$$

Αν έχουμε τροφοδοσία στα 380/220 V, 50 Hz
να βρεθούν τα ρεύματα.

Θα ισχύει:

$$\dot{Z}_1 = (10 + j10) = (14.14 \angle 45^\circ) \Omega$$

$$\dot{Z}_2 = (8.66 + j5) = (10 \angle 30^\circ) \Omega$$

$$\dot{Z}_3 = (12 + j16) = (20 \angle 53^\circ) \Omega$$

Αν θεωρήσω τάσεις $V_{RS} = (380 \angle 0^\circ) \text{V}$, $V_{ST} = (380 \angle -120^\circ) \text{V}$, $V_{TR} = (380 \angle 120^\circ) \text{V}$,

τότε για τα φασικά ρεύματα θα ισχύει:

$$\dot{i}_{\phi 1} = \frac{\dot{V}_{RS}}{\dot{Z}_1} = \frac{380 \angle 0^\circ}{14.14 \angle 45^\circ} = (26.87 \angle -45^\circ) \text{A} = (19 - j19) \text{A}$$

$$\dot{i}_{\phi 2} = \frac{\dot{V}_{ST}}{\dot{Z}_2} = \frac{380 \angle -120^\circ}{10 \angle 30^\circ} = (38 \angle -150^\circ) \text{A} = (-32.91 - j19) \text{A}$$

$$\dot{i}_{\phi 3} = \frac{\dot{V}_{TR}}{\dot{Z}_3} = \frac{380 \angle 120^\circ}{20 \angle 53^\circ} = (19 \angle 67^\circ) \text{A} = (7.42 + j17.49) \text{A}$$

Αντίστοιχα, για τα πολικά ρεύματα θα έχουμε:

$$\dot{I}_R = \dot{i}_{\phi 1} - \dot{i}_{\phi 3} = (19 - 7.42) + j(-19 - 17.49) = 11.58 - j36.47 = (38.28 \angle -72.4^\circ) \text{A}$$

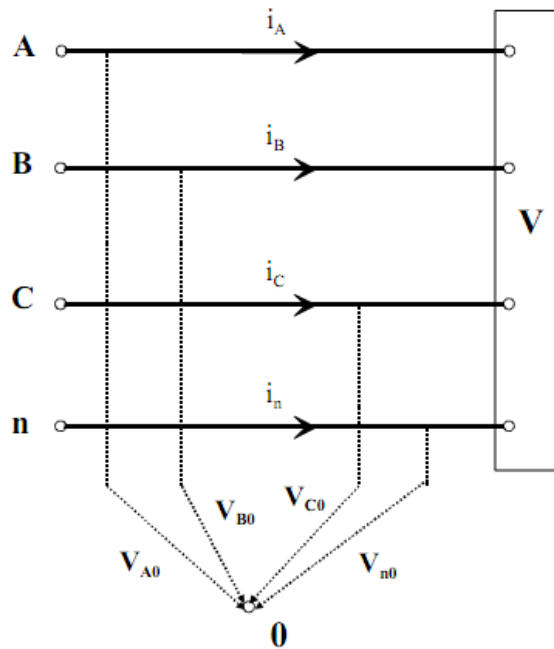
$$\dot{I}_S = \dot{i}_{\phi 2} - \dot{i}_{\phi 1} = (-32.91 - 19) + j(-19 + 19) = -51.91 + j0 = (51.91 \angle 180^\circ) \text{A}$$

$$\dot{I}_T = \dot{i}_{\phi 3} - \dot{i}_{\phi 2} = (7.42 + 32.91) + j(17.49 + 19) = 40.33 + j36.49 = (54.39 \angle 42.1^\circ) \text{A}$$

Κεφάλαιο 15 : Μέτρηση Ισχύος σε Τριφασικά Συστήματα

16.1 Θεώρημα Blondel

Προτού προχωρήσουμε στις διαδικασίες μέτρησης της ισχύος σε διάφορα τριφασικά



Σχήμα 16.1 n-φασικό σύστημα

συστήματα, ας εξετάσουμε πρώτα το **θεώρημα Blondel**, με βάση το οποίο, σε **ένα σύστημα n φάσεων απαιτούνται n-1 βαττόμετρα για την μέτρηση της ολικής ισχύος**. Έστω ένα n-φασικό σύστημα συνδεδεμένο με καταναλωτές μέσω n αγωγών, οι οποίοι διαρρέονται από χρονομεταβαλλόμενο ρεύμα (σχήμα 16.1). Στο σύστημα αυτό θα ισχύει με βάση το 1^ο νόμο Kirchhoff :

$$i_A + i_B + i_C + \dots + i_n = 0 \quad (16.1)$$

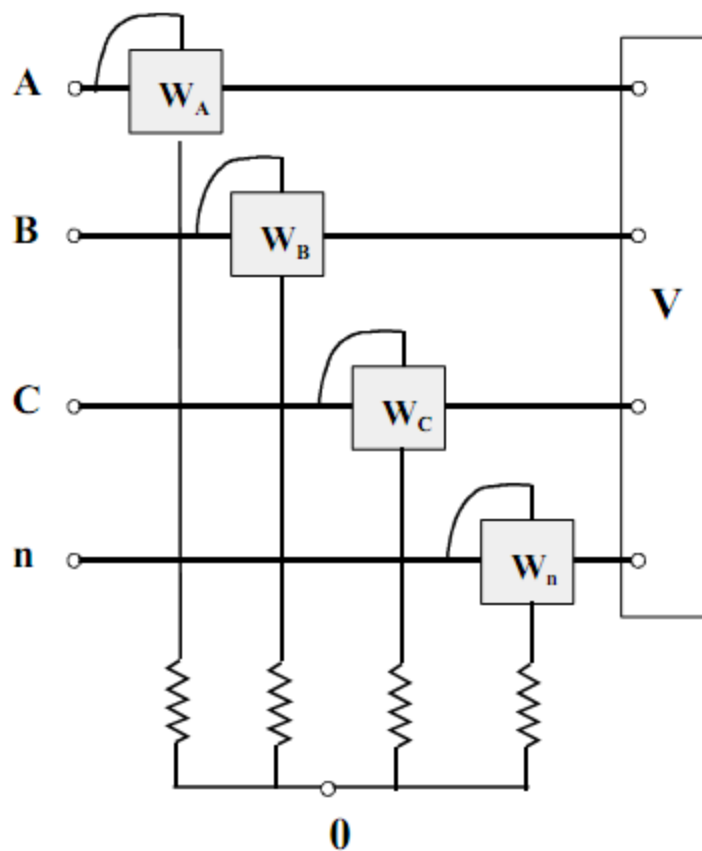
Αν τα δυναμικά των γραμμών είναι v_A, v_B, \dots, v_n , η στιγμιαία ισχύς που θα

μεταφέρεται από τον αγωγό n θα δίνεται από τη σχέση:

$$P_n = v_n i_n \cos(\varphi_n) \quad (16.2)$$

Αν θεωρήσουμε ένα σημείο 0 εκτός των n αγωγών, τότε οι στιγμιαίες τάσεις ως προς το σημείο n θα είναι: $V_{A0} = v_A - v_0, V_{B0} = v_B - v_0, \dots, V_{n0} = v_n - v_0$.

Κεφάλαιο 15 : Μέτρηση Ισχύος σε Τριφασικά Συστήματα



Σχήμα 16.2 Μέτρηση ισχύος σε σύστημα n-φάσεων

Έστω ότι για την μέτρηση της στιγμιαίας ισχύος που μεταφέρεται από τις n γραμμές, χρησιμοποιούμε n βαττόμετρα (Σχήμα 16.2), με το πηνίο ρεύματος για κάθε βαττόμετρο να συνδέεται σε σειρά με την κάθε γραμμή, ενώ το πηνίο τάσης, μεταξύ της γραμμής και του εξωτερικού σημείου 0 . Με την σύνδεση αυτή, η συνολική στιγμιαία ισχύς που θα μεταφέρεται από το n -φασικό σύστημα θα είναι:

$$P = \sum_{j=1}^n v_j i_j = \sum_{j=1}^n (V_{j0} + v_0) i_j \quad (16.3)$$

Κεφάλαιο 15 : Μέτρηση Ισχύος σε Τριφασικά Συστήματα

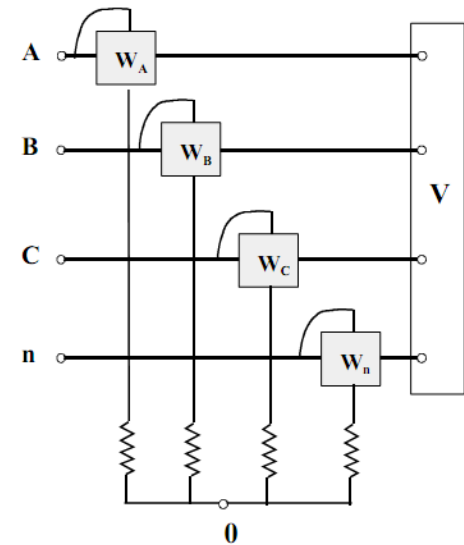
$$P = \sum_{j=1}^n v_j i_j = \sum_{j=1}^n (V_{j_0} + v_0) i_j \quad (16.3)$$

Με βάση τα προηγούμενα θα ισχύει:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n (V_{j_0} + v_0) i_j &= \sum_{j=1}^n (V_{j_0} i_j + v_0 i_j) = \\ &= \sum_{j=1}^n V_{j_0} i_j + v_0 \sum_{j=1}^n i_j = \sum_{j=1}^n V_{j_0} i_j = \sum_{j=1}^n P_j \end{aligned} \quad (16.4)$$

Η τελευταία ποσότητα στην εξίσωση (16.4) αντιστοιχεί στο άθροισμα των ενδείξεων των n βαττομέτρων. Άρα, το άθροισμα των ενδείξεων των βαττομέτρων μας δίνει την συνολική στιγμιαία ισχύ που μεταφέρεται από το n -φασικό σύστημα.

Αν τώρα το σημείο 0 ληφθεί πάνω σε μία από τις γραμμές, τότε η ένδειξη του αντίστοιχου βαττόμετρου θα είναι μηδέν. Επομένως, για την μέτρηση της ισχύος θα απαιτούνται $n-1$ βαττόμετρα. Σαν παράδειγμα, σε τριφασικό σύστημα με ουδέτερο, απαιτούνται τρία βαττόμετρα για την μέτρηση της ισχύος (σχήμα 16.3).



Σχήμα 16.2 Μέτρηση ισχύος σε σύστημα n -φάσεων

Κεφάλαιο 15 : Μέτρηση Ισχύος σε Τριφασικά Συστήματα

16.2 Ισχύς στο τριφασικό

Επειδή στο τριφασικό έχω τρία φορτία, η συνολική ισχύς θα δίνεται από:

$$P_{ολ} = P_{\varphi 1} + P_{\varphi 2} + P_{\varphi 3} = V_{\varphi 1} I_{\varphi 1} \cos \varphi_1 + V_{\varphi 2} I_{\varphi 2} \cos \varphi_2 + V_{\varphi 3} I_{\varphi 3} \cos \varphi_3 \quad (16.5)$$

Αν ο καταναλωτής είναι συμμετρικός τότε:

$$P_{ολ} = 3P_{\varphi 1} = 3V_{\varphi 1} I_{\varphi 1} \cos \varphi_1 = 3V_{\varphi} I_{\varphi} \cos \varphi \quad (16.6)$$

Όμως, σε σύνδεση αστέρα, $V_{\pi} = V_{\varphi} \sqrt{3}$, οπότε η εξίσωση (16.6) γίνεται:

$$P_{ολ} = 3V_{\varphi} I_{\varphi} \cos \varphi = 3 \frac{V_{\pi}}{\sqrt{3}} I_{\varphi} \cos \varphi = \sqrt{3} V_{\pi} I_{\varphi} \cos \varphi \quad (16.7)$$

Αντίστοιχα, σε σύνδεση τριγώνου, $I_{\pi} = I_{\varphi} \sqrt{3}$, οπότε η εξίσωση (16.6) γίνεται:

$$P_{ολ} = 3V_{\varphi} I_{\varphi} \cos \varphi = 3V_{\pi} \frac{I_{\pi}}{\sqrt{3}} \cos \varphi = \sqrt{3} V_{\pi} I_{\pi} \cos \varphi \quad (16.8)$$

Δηλαδή, σε συμμετρικό καταναλωτή ισχύει:

$$P_{ολ} = 3V_{\varphi} I_{\varphi} \cos \varphi = \sqrt{3} V_{\pi} I_{\pi} \cos \varphi \quad (16.9)$$

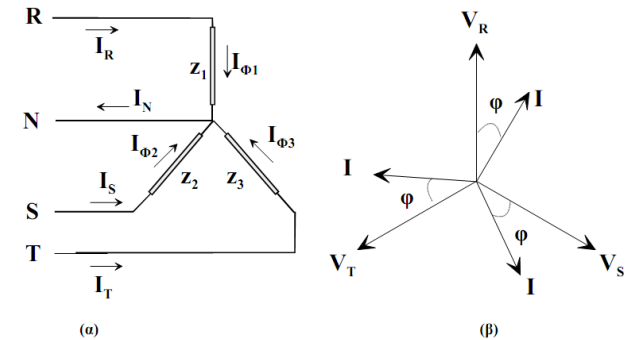
Αντίστοιχα, για την άεργη και την φαινόμενη ισχύ ισχύει:

$$Q_{ολ} = 3V_{\varphi} I_{\varphi} \eta_{\mu \varphi} = \sqrt{3} V_{\pi} I_{\pi} \eta_{\mu \varphi} \quad (16.10)$$

$$S_{ολ} = 3V_{\varphi} I_{\varphi} = \sqrt{3} V_{\pi} I_{\pi} \quad (16.11)$$

Κεφάλαιο 15 : Μέτρηση Ισχύος σε Τριφασικά Συστήματα

Σύνδεση Αστέρα



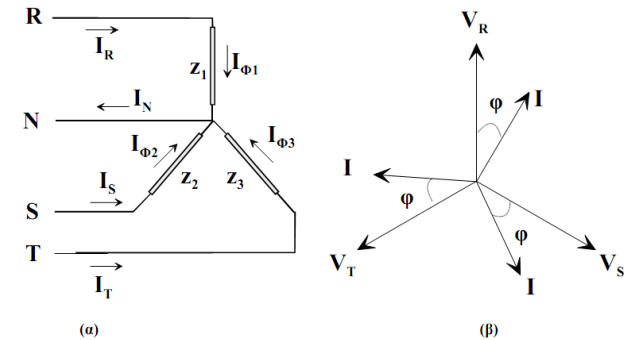
Σχήμα 15.4 (α) Σύνδεση φορτίου σε αστέρα με ουδέτερο, (β) διάγραμμα φάσεων σε συμμετρικό αστέρα

Παράδειγμα:

Τριφασικός καταναλωτής αποτελείται από τρία όμοια πηνία συνδεδεμένα κατά αστέρα. Μετράμε: $I_{\gamma\alpha\mu\mu\eta\varsigma}=25\text{A}$, $S=20\text{kVA}$, $P=11\text{kW}$. Να βρεθούν η πολική τάση, η φασική τάση, η άεργος ισχύς και τα R , x_L κάθε φάσης.

Κεφάλαιο 15 : Μέτρηση Ισχύος σε Τριφασικά Συστήματα

Σύνδεση Αστέρα



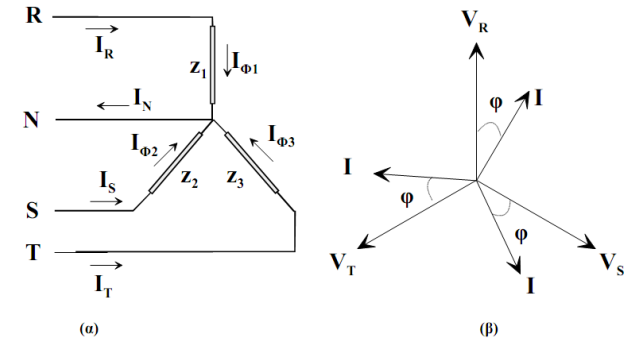
Σχήμα 15.4 (α) Σύνδεση φορτίου σε αστέρα με ουδέτερο, (β) διάγραμμα φάσεων σε συμμετρικό αστέρα

Παράδειγμα:

Τριφασικός καταναλωτής αποτελείται από τρία όμοια πηνία συνδεδεμένα κατά αστέρα. Μετράμε: $I_{γραμμής}=25\text{A}$, $S=20\text{kVA}$, $P=11\text{kW}$. Να βρεθούν η πολική τάση, η φασική τάση, η άεργος ισχύς και τα R , x_L κάθε φάσης.

Κεφάλαιο 15 : Μέτρηση Ισχύος σε Τριφασικά Συστήματα

Σύνδεση Αστέρα



Σχήμα 15.4 (α) Σύνδεση φορτίου σε αστέρα με ουδέτερο, (β) διάγραμμα φάσεων σε συμμετρικό αστέρα

Παράδειγμα:

Τριφασικός καταναλωτής αποτελείται από τρία όμοια πηνία συνδεδεμένα κατά αστέρα. Μετράμε: $I_{\text{γραμμής}}=25\text{A}$, $S=20\text{kVA}$, $P=11\text{kW}$. Να βρεθούν η πολική τάση, η φασική τάση, η άεργος ισχύς και τα R , x_L κάθε φάσης.

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{20^2 - 11^2} = 16.7\text{kVAR}$$

$$\text{συν}\varphi = P/S = 11/20$$

$$P = \sqrt{3}V_{\pi}I_{\pi}\text{συν}\varphi \Rightarrow V_{\pi} = \frac{P}{\sqrt{3}I_{\pi}\text{συν}\varphi} = \frac{11.000}{\sqrt{3} \times 25 \times (11/20)} = 462\text{V}$$

$$V_{\varphi} = \frac{V_{\pi}}{\sqrt{3}} = 267\text{V}$$

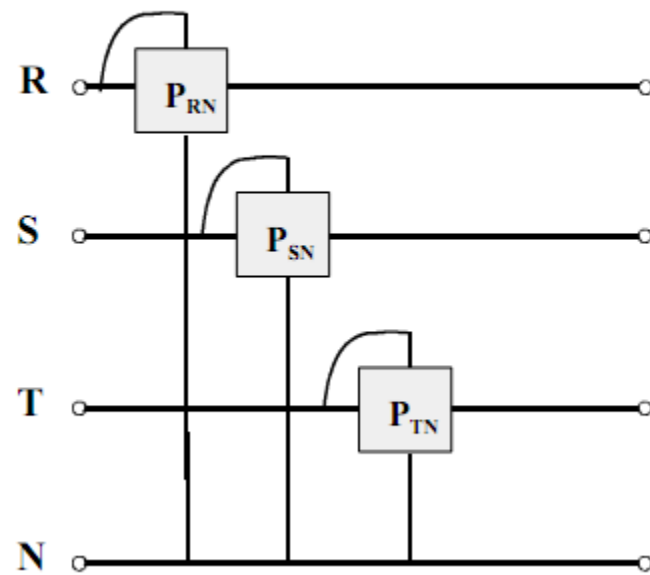
$$R_{\varphi} = Z_{\varphi}\text{συν}\varphi = \frac{V_{\varphi}}{I_{\varphi}}\text{συν}\varphi = \frac{267}{25} \frac{11}{20} = 5.87\Omega$$

$$X_{L\varphi} = Z_{\varphi}\eta\mu\varphi = \frac{V_{\varphi}}{I_{\varphi}}\sqrt{1 - \text{συν}^2\varphi} = \frac{267}{25}\sqrt{1 - \left(\frac{11}{20}\right)^2} = 8.97\Omega$$

Κεφάλαιο 15 : Μέτρηση Ισχύος σε Τριφασικά Συστήματα

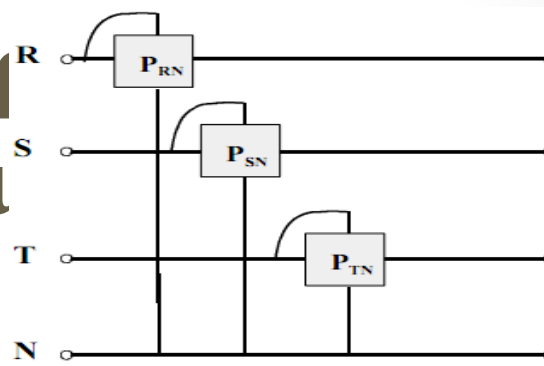
16.3 Μέτρηση ισχύος σε τριφασικό σύστημα τεσσάρων αγωγών

Σε τριφασικό σύστημα τεσσάρων αγωγών (τρεις φάσεις και ο ουδέτερος) απαιτούνται τρία βαττόμετρα για την μέτρηση της ισχύος. Ως κοινό σημείο για την σύνδεση τους μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε ο ουδέτερος είτε μία από τις φάσεις. Ας εξετάσουμε αρχικά τον κοινό ουδέτερο:



Σχήμα 16.3 Μέτρηση ισχύος σε σύστημα 4 αγωγών με κοινό ουδέτερο

Κεφάλαιο 15 : Μέτρηση Τριφασικά Συστήμ



A) Κοινός ουδέτερος

Το κύκλωμα για την περίπτωση αυτή

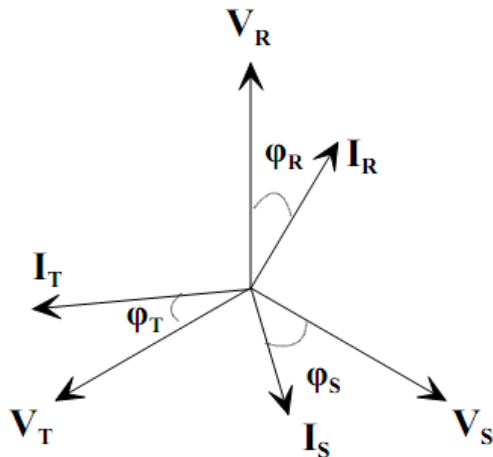
φαίνεται στο Σχήμα 16.3, όπου όλα τα πηνία τάσης δέχονται την φασική τάση. Για τα

τρία βαττόμετρα, με βάση το Σχήμα 16.4, θα ισχύει:

$$\begin{aligned} P_{RN} &= V_{RN} I_R \cos \varphi_R \\ P_{SN} &= V_{SN} I_S \cos \varphi_S \\ P_{TN} &= V_{TN} I_T \cos \varphi_T \end{aligned} \quad (16.12)$$

$$P_{ολ} = P_{RN} + P_{SN} + P_{TN}$$

όπου V_{jN} είναι φασική τάση, I_j το ρεύμα της γραμμής j και φ_j η διαφορά φάσης ρεύματος-τάσης στην γραμμή j . Επομένως, για να βρούμε



Σχήμα 16.4

την ολική ισχύ προσθέτουμε τις ενδείξεις των τριών βαττομέτρων. Το άθροισμα αυτό όμως είναι αλγεβρικό, δηλαδή, αν ένα βαττόμετρο δείχνει αρνητικά, αντιστρέφουμε την σύνδεση στο πηνίο τάσης και η ένδειξη αφαιρείται.

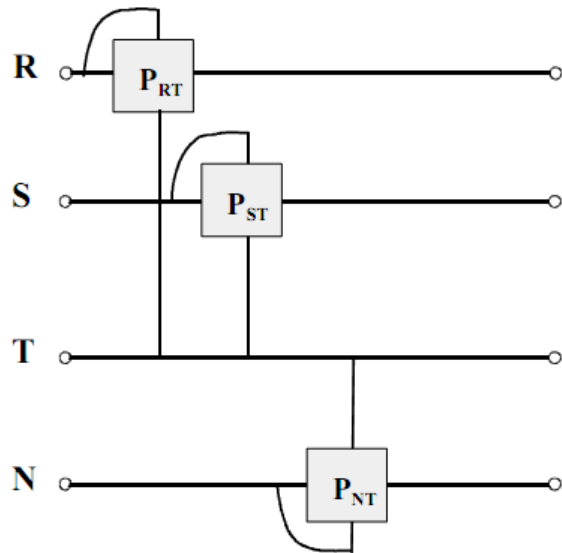
Αν το φορτίο είναι συμμετρικό, τότε θα ισχύει: $|I_R|=|I_S|=|I_T|=I$ και $\varphi_R=\varphi_S=\varphi_T=\varphi$ και η ολική ισχύς θα δίνεται από:

$$P_{ολ} = 3P_{RN} = 3VI \cos \varphi \quad (16.13)$$

Δηλαδή, μετράμε την ισχύ σε ένα αγωγό και πολλαπλασιάζουμε επί τρία.

Κεφάλαιο 15 : Μέτρηση Ισχύος σε Τριφασικά Συστήματα

Κεφάλαιο 15 : Μέτρηση Ισχύος σε Τριφασικά Συστήματα



Σχήμα 16.5α Μέτρηση ισχύος σε σύστημα 4 αγωγών με κοινή μία φάση

B) Κοινή φάση

Ας υποθέσουμε τώρα ότι έχουμε το ίδιο κύκλωμα όπως προηγούμενα (διάγραμμα φάσεων του Σχήματος 16.4), όμως, για την μέτρηση της ισχύος χρησιμοποιούμε την συνδεσμολογία του Σχήματος 16.5α (κοινή η φάση T). Για τα τρία βαττόμετρα θα ισχύει:

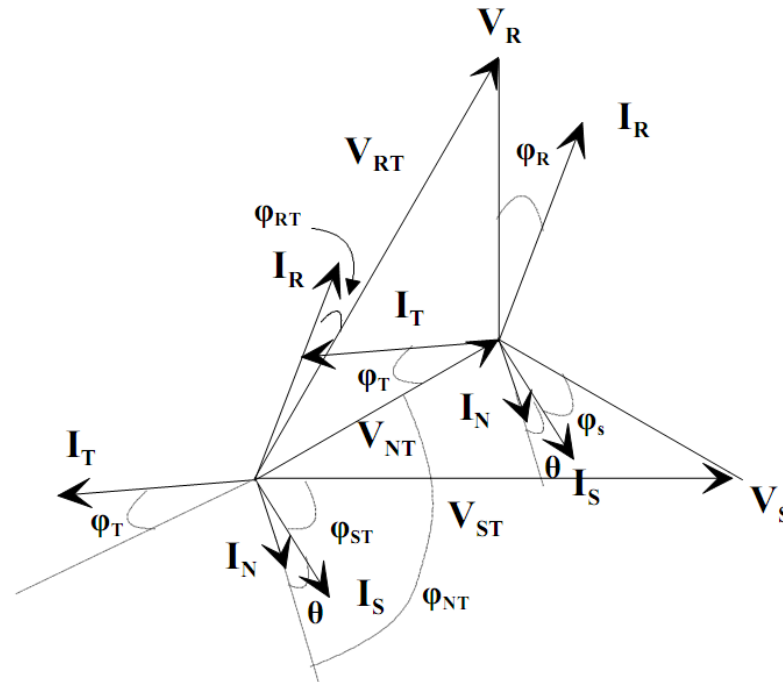
$$\begin{aligned} P_{RT} &= V_{RT} I_R \cos \varphi_{RT} \\ P_{ST} &= V_{ST} I_S \cos \varphi_{ST} \\ P_{NT} &= V_{NT} I_N \cos \varphi_{NT} \end{aligned} \quad (16.14)$$

όπου V_{RT} , V_{ST} πολικές τάσης, V_{NT} φασική τάση, I_j το ρεύμα της γραμμής j , φ_{RT} η διαφορά φάσης μεταξύ I_R και V_{RT} , φ_{ST} η διαφορά φάσης μεταξύ I_S και V_{ST} και φ_{NT} η διαφορά φάσης μεταξύ I_N και V_{NT} . Για να βρούμε την ολική ισχύ προσθέτουμε τις ενδείξεις των τριών βαττομέτρων, οπότε $P_{ολ} = P_{RN} + P_{SN} + P_{TN}$.

Στις εξισώσεις 16.14, έχουμε γνωστά τα I_R , I_T καθώς και τις τρεις τάσεις. Επομένως, πρέπει να υπολογιστούν οι τρεις φάσεις φ_{RT} , φ_{ST} , φ_{NT} αλλά και το ρεύμα I_N . Για τον υπολογισμό των φάσεων, μπορεί να χρησιμοποιηθεί το διάγραμμα φάσεων στο φορτίο, όπως για παράδειγμα αυτό στο Σχήμα 16.5β, απ' όπου προκύπτει (για την συγκεκριμένη περίπτωση):

$$\begin{aligned} \varphi_{RT} + 30^\circ + 120^\circ + \varphi_R &= 180^\circ \Rightarrow \varphi_{RT} = 30^\circ - \varphi_R \\ \varphi_{ST} + 30^\circ + (120^\circ - \varphi_S) &= 180^\circ \Rightarrow \varphi_{ST} = 30^\circ + \varphi_S \quad (16.15) \\ \varphi_{NT} + (120^\circ - \varphi_S - \theta) &= 180^\circ \Rightarrow \varphi_{NT} = 60^\circ + \varphi_S + \theta \end{aligned}$$

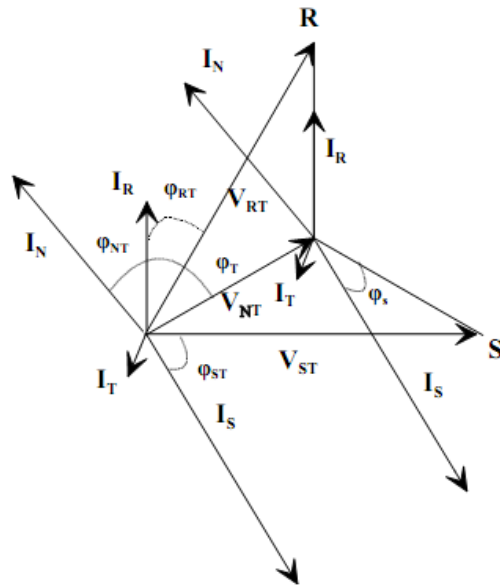
όπου θ η διαφορά φάσης μεταξύ I_S και I_N , η οποία μπορεί να υπολογιστεί μαζί με το ρεύμα I_N .



Σχήμα 16.5β

Κεφάλαιο 15 : Μέτρηση Ισχύος σε Τριφασικά Συστήματα

Παράδειγμα:



Έστω ασύμμετρος καταναλωτής που αποτελείται από $\dot{Z}_R = (22\angle 0)\Omega$, $\dot{Z}_S = (10\angle 30)\Omega$ και $\dot{Z}_T = (55\angle -30)\Omega$ συνδεδεμένα σε αστέρα σε δίκτυο 380V/220V/50Hz. Να βρεθούν τα ρεύματα και η ολική ισχύς με (α) κοινό ουδέτερο και (β) κοινή φάση.

Θεωρώντας τάσεις $\dot{V}_R = (220\angle 0)V$, $\dot{V}_S = (220\angle -120)V$, $\dot{V}_T = (220\angle 120)V$, τα

ρεύματα θα είναι:

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{V}_{RN}}{\dot{Z}_R} = \frac{220\angle 0}{22\angle 0} = (10\angle 0)A = (10 + j0)A$$

$$\dot{I}_S = \frac{\dot{V}_{SN}}{\dot{Z}_S} = \frac{220\angle -120}{10\angle 30} = (22\angle -150)A = (-19.05 - j11)A$$

$$\dot{I}_T = \frac{\dot{V}_{TN}}{\dot{Z}_T} = \frac{220\angle 120}{55\angle -30} = (4\angle 150)A = (-3.46 + j2)A$$

$$\dot{I}_N = -\dot{I}_{ολ} = -[(10 + j0) + (-19.05 - j11) + (-3.46 + j2)] = 12.51 + j9 = 15.41\angle 35.7$$

Κεφάλαιο 15 : Μέτρηση Ισχύος σε Τριφασικά Συστήματα

Αν χρησιμοποιήσουμε τρία βαττόμετρα με κοινό ουδέτερο για την μέτρηση της ισχύος θα έχουμε:

$$P_R = V_R I_R \cos \varphi_R = 220 \times 10 \times \cos 0 = 2200W$$

$$P_S = V_S I_S \cos \varphi_S = 220 \times 22 \times \cos 30 = 4190W$$

$$P_T = V_T I_T \cos \varphi_T = 220 \times 4 \times \cos(-30) = 760W$$

$$P_{ολ} = 2200 + 4192 + 762 = 7150W$$

Αν χρησιμοποιήσουμε τρία βαττόμετρα με κοινή την φάση T για την μέτρηση της ισχύος θα έχουμε:

$$P_{RT} = V_{RT} I_R \cos \varphi_{RT} = 380 \times 10 \times \cos(30 - 0) = 3290W$$

$$P_{ST} = V_{ST} I_S \cos \varphi_{ST} = 380 \times 22 \times \cos(30 + 30) = 4180W$$

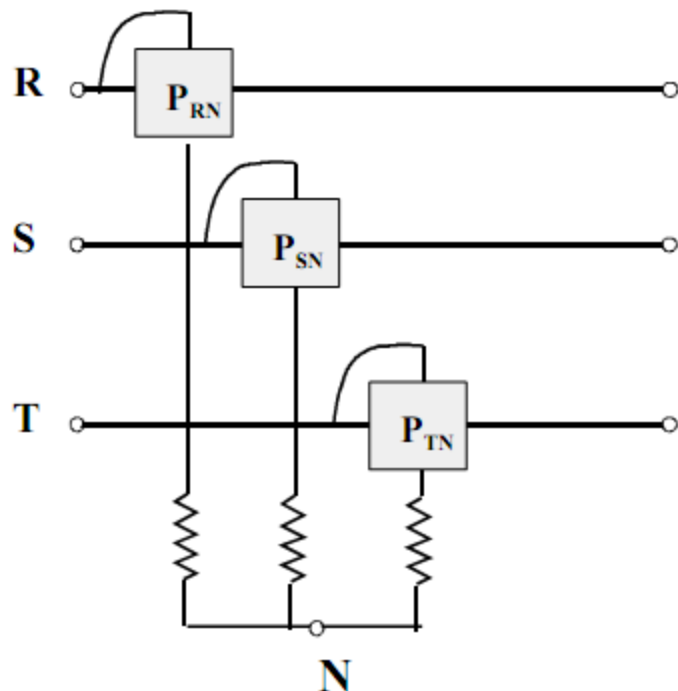
$$P_{NT} = V_{NT} I_N \cos \varphi_{NT} = 220 \times 15.41 \times \cos(95.7) = -330W$$

$$P_{ολ} = 3290 + 4180 + 762 = 7140W$$

Όπου για τον υπολογισμό της διαφοράς φάσης μεταξύ I_R και V_{RT} , I_S και V_{ST} και φ_{NT} και V_{NT} χρησιμοποιήθηκε το διάγραμμα φάσεων του παραδείγματος. Η ισχύς βρέθηκε η ίδια και στις δύο περιπτώσεις, με την μικρή διαφορά να οφείλεται στους τριγωνομετρικούς αριθμούς.

Κεφάλαιο 15 : Μέτρηση Ισχύος σε Τριφασικά Συστήματα

16.4 Μέτρηση ισχύος σε τριφασικό σύστημα τριών αγωγών



Σχήμα 16.6 Μέτρηση ισχύος σε σύστημα 3 αγωγών με τεχνητό ουδέτερο

A) Με τρία βαττόμετρα.

Η χρήση τριών βαττομέτρων προϋποθέτει ότι τα πηνία τάσης τους συνδέονται μεταξύ κάθε φάσης και ενός τεχνητού ουδέτερου που δημιουργείται Θα ισχύει:

$$\begin{aligned} P_{RN} &= V_{RN} I_R \cos \varphi_R \\ P_{SN} &= V_{SN} I_S \cos \varphi_S \\ P_{TN} &= V_{TN} I_T \cos \varphi_T \end{aligned} \quad (16.16)$$

Οπότε, η ολική ισχύς θα δίνεται από:

$$P_{ολ} = P_{RN} + P_{SN} + P_{TN}$$

Αν το φορτίο είναι συμμετρικό θα

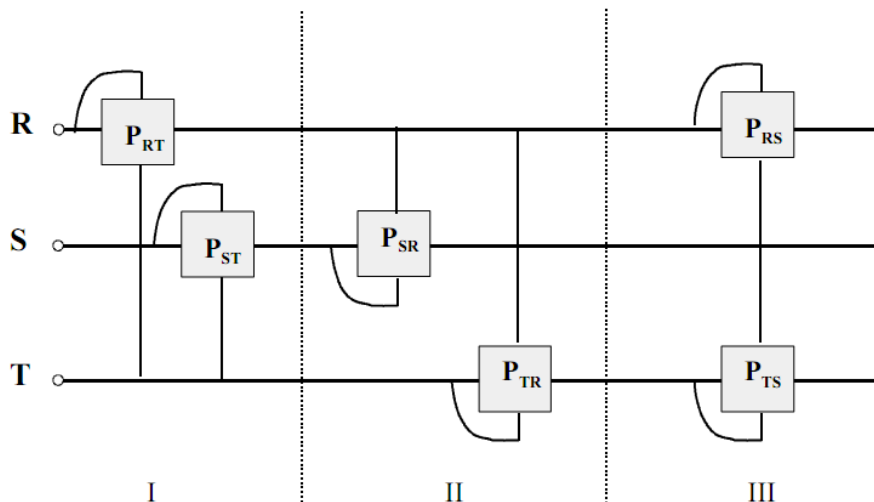
απαιτείται μόνο ένα βαττόμετρο για την μέτρηση της ισχύος, με την ένδειξη του να πολλαπλασιάζεται επί 3.

Κεφάλαιο 15 : Μέτρηση Ισχύος σε Τριφασικά Συστήματα

B) Με δύο βαττόμετρα ή διάταξη Aron.

Η χρήση δύο βαττομέτρων σε σύστημα τριών αγωγών προϋποθέτει ότι τα πηνία ρεύματος τους συνδέονται στις δύο από τις τρεις γραμμές, ενώ τα αντίστοιχα πηνία τάσης τους μεταξύ κάθε μιας από τις δύο αυτές γραμμές και της τρίτης. Επομένως, υπάρχουν τρεις δυνατές συνδεσμολογίες, οι οποίες παρουσιάζονται στο Σχήμα 16.7. Με βάση τις συνδεσμολογίες αυτές, η ολική ισχύς θα δίνεται από:

$$P = P_{RT} + P_{ST} = P_{SR} + P_{TR} = P_{RS} + P_{TS} \quad (16.17)$$



Σχήμα 16.7 Μέτρηση ισχύος σε σύστημα 3 αγωγών με δύο βαττόμετρα

Κεφάλαιο 15 : Μέτρηση Ισχύος σε Τριφασικά Συστήματα

Ας εξετάσουμε μία από τις συνδεσμολογίες Aron σε συμμετρικό σύστημα, για να δούμε ότι οι ενδείξεις των δύο βαττομέτρων δίνουν την ολική ισχύ. Έστω η συνδεσμολογία με κοινή την φάση T (κύκλωμα I στο Σχήμα 16.7). Θα ισχύει:

$$P = P_{RT} + P_{ST}$$

$$P_{RT} = V_{RT} I_R \cos \varphi_{RT} \quad (16.18)$$

$$P_{ST} = V_{ST} I_S \cos \varphi_{ST}$$

Από το διάγραμμα φάσεων του Σχήματος 16.8 έχουμε:

$$\varphi_{RT} = 30 - \varphi_R \text{ και } \varphi_{ST} = 30 + \varphi_S \quad (16.19)$$

Επειδή υποθέσαμε συμμετρικό σύστημα, θα ισχύει: $V_{RT} = V_{ST} = V_\pi$, $I_R = I_S = I_\pi$ και $\varphi_{RT} = \varphi_{ST} = \varphi$. Αν αντικαταστήσουμε στις εξισώσεις (16.18) θα έχουμε:

$$P_{RT} = V_{RT} I_R \cos \varphi_{RT} = V_\pi I_\pi \cos(30 - \varphi)$$

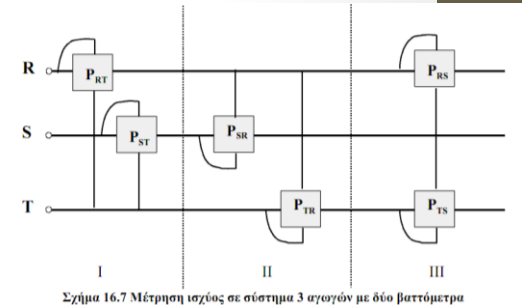
$$P_{ST} = V_{ST} I_S \cos \varphi_{ST} = V_\pi I_\pi \cos(30 + \varphi) \quad (16.20)$$

$$P = P_{RT} + P_{ST} = V_\pi I_\pi [\cos(30 - \varphi) + \cos(30 + \varphi)]$$

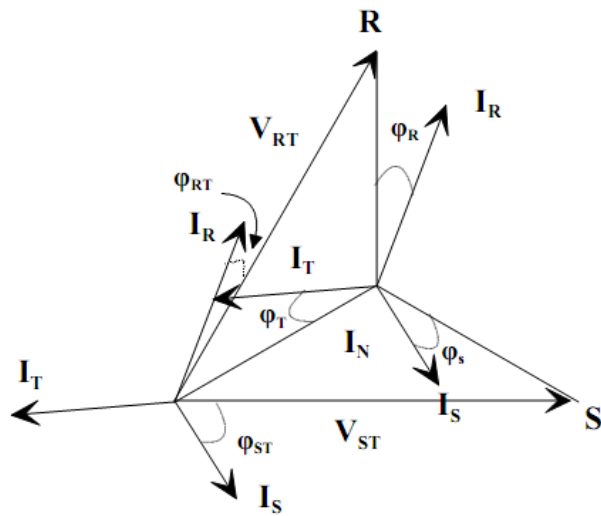
$$P = P_{RT} + P_{ST} = V_\pi I_\pi [\cos(30 - \varphi) + \cos(30 + \varphi)] =$$

$$= V_\pi I_\pi [\cos 30 \cos \varphi + \eta \mu 30 \eta \mu \varphi + \cos 30 \cos \varphi - \eta \mu 30 \eta \mu \varphi] = \quad (16.21)$$

$$= V_\pi I_\pi [2 \cos 30 \cos \varphi] = \frac{2\sqrt{3}}{2} V_\pi I_\pi \cos \varphi = \sqrt{3} V_\pi I_\pi \cos \varphi = P_{ολ}$$



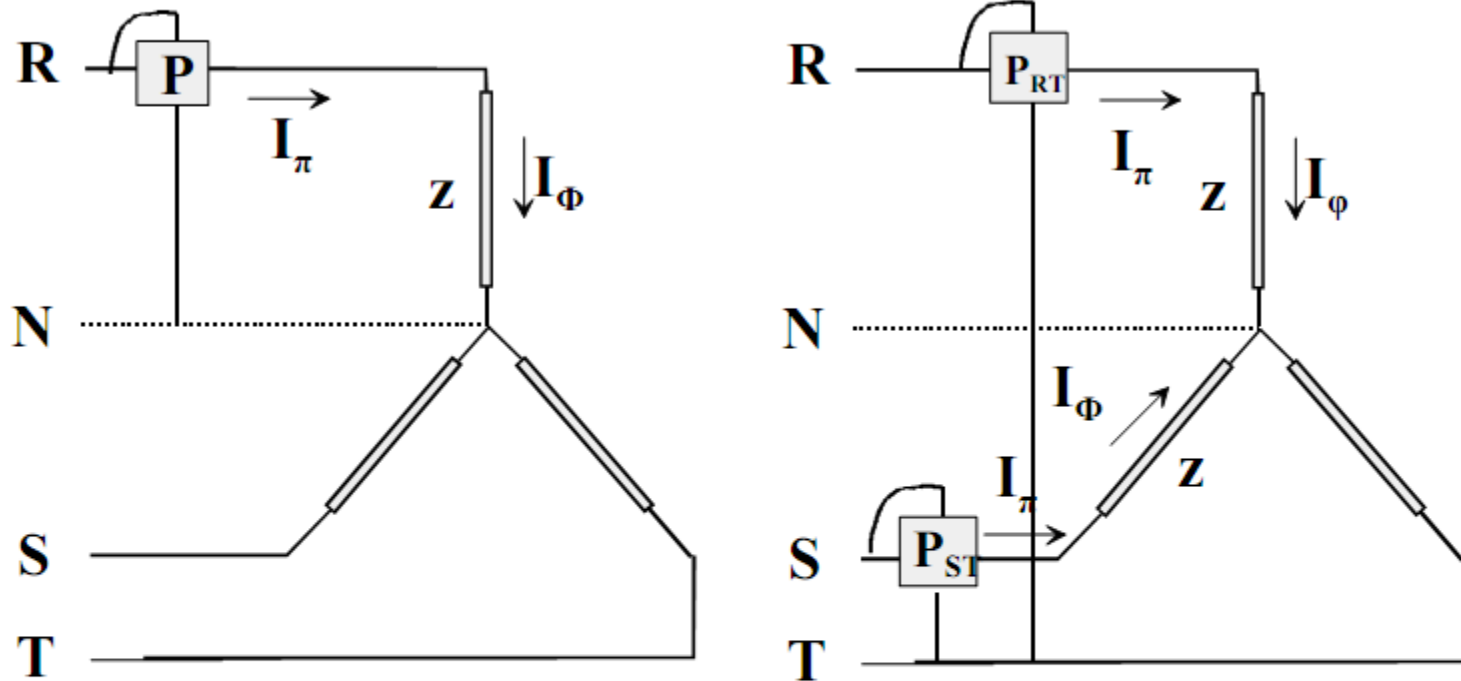
Σχήμα 16.7 Μέτρηση ισχύος σε σύστημα 3 αγωγών με δύο βαττομέτρα



Σχήμα 16.8 Διάγραμμα φάσεων στη διάταξη Aron

Κεφάλαιο 15 : Μέτρηση Ισχύος σε Τριφασικά Συστήματα

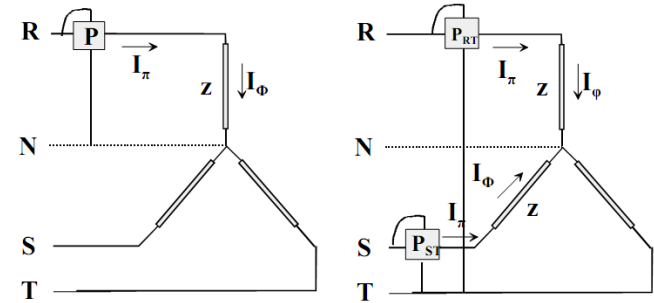
Παράδειγμα:



Έστω κινητήρας ισχύος 5700 W , ο οποίος δουλεύει σε αστέρα σε δίκτυο $380\text{V}/220\text{V}/50\text{Hz}$ με $\cos\phi=0.866$ ($\phi=30^\circ$). Να βρεθούν τα ρεύματα και να δοθούν οι δυνατές συνδεσμολογίες για την μέτρηση ισχύος και οι ενδείξεις των αντιστοίχων οργάνων.

Κεφάλαιο 15 : Μέτρηση Ι Τριφασικά Συστήματα

Παράδειγμα:



$$P = \sqrt{3}V_{\pi}I_{\pi}\cos\varphi \Rightarrow I_{\pi} = \frac{P}{\sqrt{3}V_{\pi}\cos\varphi} = \frac{5.700}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.866} = 10A$$

Έστω κινητήρας ισχύος 5700 W, ο οποίος δουλεύει σε αστέρα σε δίκτυο 380V/220V/50Hz με $\cos\varphi=0.866$ ($\varphi=30^\circ$). Να βρεθούν τα ρεύματα και να δοθούν οι δυνατές συνδεσμολογίες για την μέτρηση ισχύος και οι ενδείξεις των αντιστοίχων οργάνων.

Όμως, $I_{\pi}=I_{\phi}=10A$. Θεωρώντας τάσεις $V_R = (220\angle 0)V$, $V_S = (220\angle -120)V$, $V_T = (220\angle 120)V$, τα ρεύματα θα είναι:

$$I_R = (10\angle -30)A, I_S = (10\angle -150)A, I_T = (10\angle 90)A$$

Για τον υπολογισμό της ισχύος υπάρχουν δύο δυνατές συνδεσμολογίες, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Στην πρώτη περίπτωση χρησιμοποιείται τεχνητός ουδέτερος, οπότε:

$$P_{ολ} = 3P_1 = 3V_{\phi}I_{\phi}\cos\varphi = 3 \times 220 \times 10 \times 0.866 = 5.700 \text{ W}$$

Επομένως, η ένδειξη του ενός βαττομέτρου που χρησιμοποιείται είναι 1.900 W.

Αντίστοιχα, στην 2^η περίπτωση θα ισχύει:

$$P_R = V_{RT}I_R \cos(30 - \varphi) = 380 \times 10 \times \cos 0 = 3800W$$

$$P_S = V_{ST}I_S \cos(30 + \varphi) = 380 \times 10 \times \cos 60 = 1900W$$

Οπότε, και πάλι υπολογίζουμε συνολική ισχύ 5.700 W, με το ένα βαττόμετρο να δείχνει 3.800 W, ενώ το άλλο 1.900 W.

Κεφάλαιο 15 : Μέτρηση Τριφασικά Συστήμ

Για την μέτρηση της άεργης ισχύος μπορεί να χρησιμοποιηθεί η συνδεσμολογία του Σχήματος 16.9, όπου κάθε βαττόμετρο συνδέεται ως εξής: (α) το πηνίο ρεύματος του συνδέεται με μία από τις φάσεις (π.χ. την R) και (β) το πηνίο τάσης του μεταξύ των δύο άλλων φάσεων (δηλαδή των S και T). Ας εξετάσουμε την ένδειξη ενός από τα βαττόμετρα, του $P_{R,ST}$:

$$P_{R,ST} = V_{ST} I_R \cos \alpha \quad (16.22)$$

Όμως, από το διάγραμμα φάσεων του Σχήματος 16.9 προκύπτει για την γωνία α ότι: $\alpha = 120 - \phi_R - 30 = 90 - \phi_R$. Επίσης, $V_{ST} = \sqrt{3} V_R$. Επομένως, η σχέση (16.22) γίνεται:

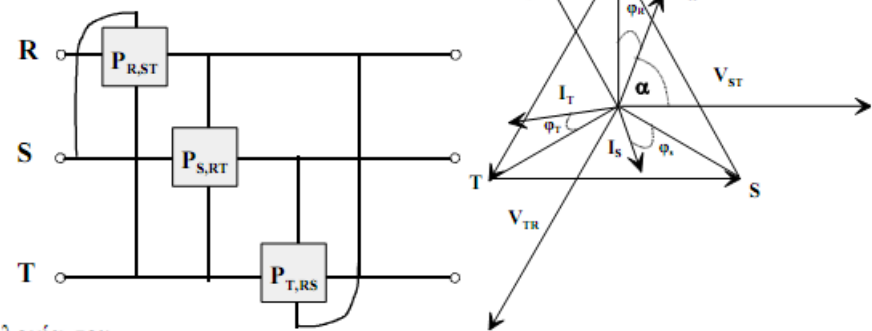
$$P_{R,ST} = V_{ST} I_R \cos(90 - \phi_R) = \sqrt{3} V_R I_R \sin \phi_R = \sqrt{3} Q_R \quad (16.23)$$

Ομοίως αποδεικνύεται ότι $P_{S,RT} = \sqrt{3} Q_S$ και $P_{T,RS} = \sqrt{3} Q_T$. Επομένως, το άθροισμα των τριών βαττομέτρων δίνει:

$$P_{\omega\lambda} = P_{R,ST} + P_{S,RT} + P_{T,RS} = \sqrt{3}(Q_R + Q_S + Q_T) \Rightarrow$$

$$Q_{\omega\lambda} = \frac{1}{\sqrt{3}}(P_{R,ST} + P_{S,RT} + P_{T,RS})$$

Αν έχω συμμετρικό σύστημα, χρησιμοποιώ ένα βαττόμετρο και πολλαπλασιάζω επί τρία. Για επαγωγικό φορτίο, η διάταξη λειτουργεί κανονικά. Για χωρητικό όμως, πρέπει να αναστρέψουμε την σύνδεση.



Σχήμα 16.9 Μέτρηση άεργης ισχύος σε τριφασικό σύστημα

Κεφάλαιο 15 : Μέτρηση Ισχύος σε Τριφασικά Συστήματα