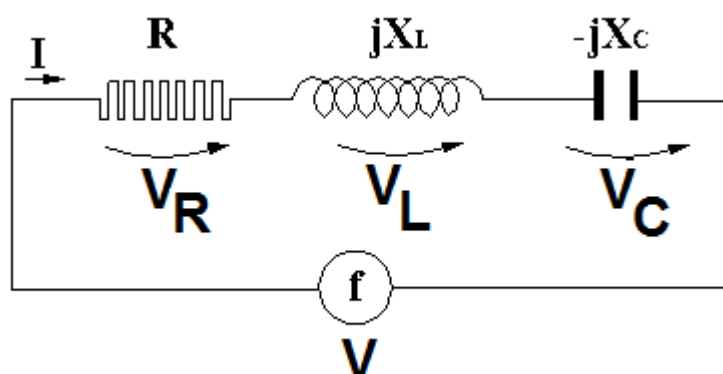


Εργαστηριακή Άσκηση 4

Συντονισμός Σειράς



Σχήμα 4. 1

Το ρεύμα στο κύκλωμα του σχήματος 4.1 έχει μετρούμενη τιμή :

$$I_{rms} = |I| = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{|V|}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

Η διαφορά φάσεως με την τάση της πηγής:

$$\varphi = \tan^{-1} \left[\frac{X_L - X_C}{R} \right]$$

Στην περίπτωση που η επαγωγική αντίδραση X_L γίνει ίση με την χωρητική αντίδραση X_C τότε λέμε ότι έχουμε συντονισμό .

Επειδή τα στοιχεία RLC του κυκλώματος είναι σταθερά μεγέθη για να έχουμε συντονισμό πρέπει να επιλεγεί κατάλληλη συχνότητα της πηγής , πράγμα το οποίο επιτυγχάνεται εάν χρησιμοποιήσουμε μία πηγή μεταβλητής συχνότητας (γεννήτρια συχνοτήτων).

Κατά τον συντονισμό

$$X_L = X_C \quad \text{ή} \quad 2\pi f_0 L = \frac{1}{2\pi f_0 C}$$

Η συχνότητα συντονισμού f_0 είναι

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Η μετρούμενη τιμή της τάσης σε κάθε παθητικό στοιχείο του κυκλώματος είναι:

$$V_{R,rms} = RI_{rms} = \frac{|V|R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

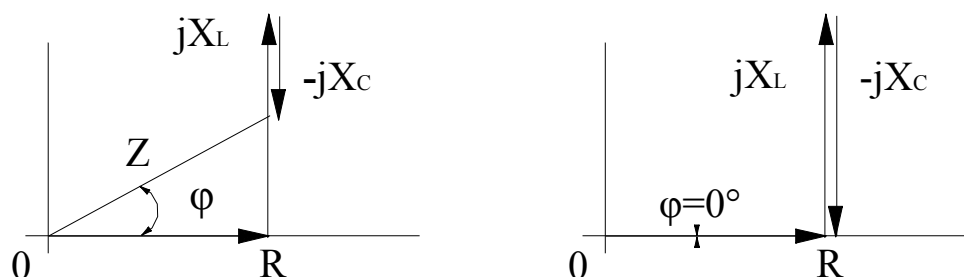
$$V_{L,rms} = X_L I_{rms} = \frac{|V| 2\pi f L}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

$$V_{C,rms} = X_C I_{rms} = \frac{|V| / 2\pi f C}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

Στον συντονισμό οι τάσεις παίρνουν τις τιμές :

$$V_{R,rms} = |V|$$

$$V_{L,rms} = V_{C,rms} = |V| \frac{2\pi f_0 L}{R} = |V| \frac{1}{2\pi f_0 RC}$$



Σχήμα 4. 2



Παρατήρηση:

- Για συχνότητες μεγαλύτερες της συχνότητας συντονισμού η X_L είναι μεγαλύτερη της X_C και το κύκλωμα συμπεριφέρεται επαγωγικά.
- Για συχνότητες μικρότερες της συχνότητας συντονισμού η X_C είναι μεγαλύτερη της X_L και το κύκλωμα συμπεριφέρεται χωρητικά.
- Για συχνότητα ίση με τη συχνότητα συντονισμού το κύκλωμα συμπεριφέρεται ωμικά, το ρεύμα δε γίνεται μέγιστο και η σύνθετη αντίσταση ελάχιστη .
- Η συχνότητα συντονισμού είναι ανεξάρτητη από την ωμική αντίσταση του κυκλώματος, εξαρτάται όμως από αυτήν η ένταση του ρεύματος.

Συντελεστής Ποιότητας Q

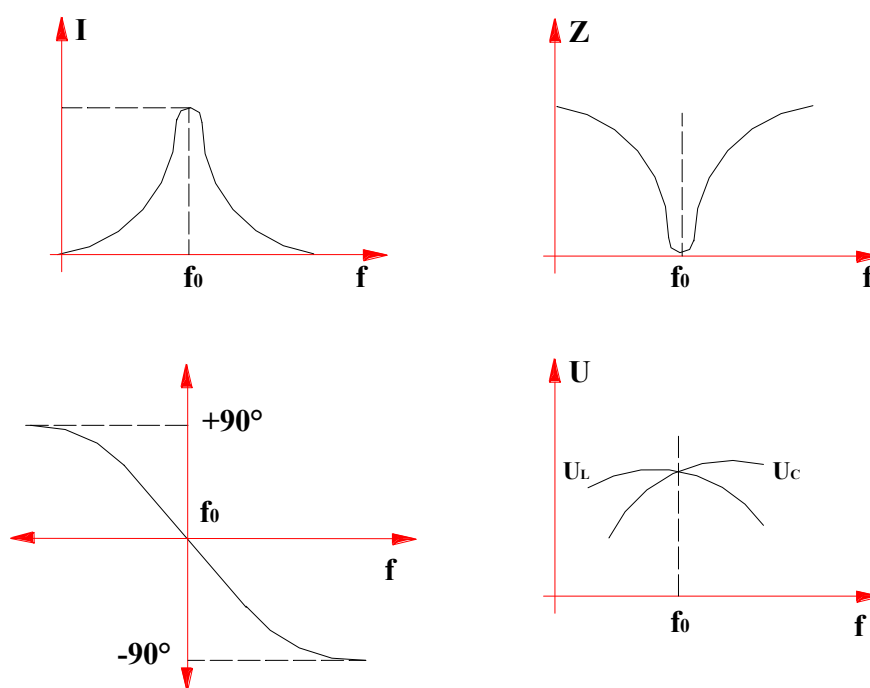
Χαρακτηριστικό στοιχείο των συντονισμένων κυκλωμάτων είναι ο συντελεστής ποιότητας Q. Συντελεστή ποιότητας ονομάζουμε το λόγο της τάσεως U_L ή U_C προς την τάση της πηγής

$$Q = \frac{V_{L,rms}}{V_{rms}} = \frac{V_{C,rms}}{V_{rms}} = \frac{X_L}{R} = \frac{X_C}{R} = \frac{2\pi f_0 L}{R} = \frac{1}{2\pi f_0 C R}$$

$$Q = \frac{1}{2\pi C R} = \frac{\sqrt{LC}}{C R} = \frac{1}{R} \cdot \frac{\sqrt{LC}}{\sqrt{C^2}} = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$Q = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

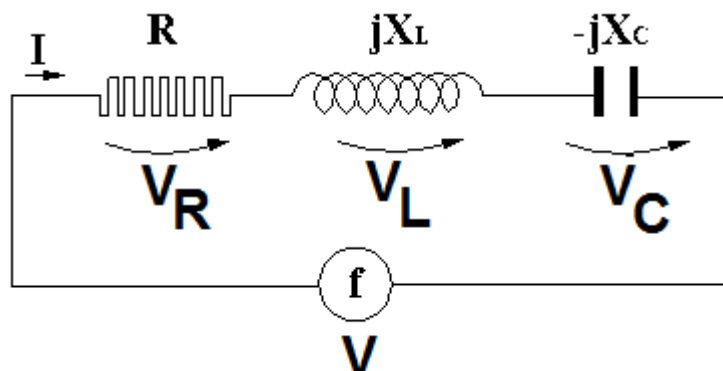
Ο συντελεστής ποιότητας Q μας δίνει μια ένδειξη για την ποιότητα του κυκλώματος, μας δείχνει δηλ. πόσες φορές η τάση στο πηνίο ή στον πυκνωτή είναι μεγαλύτερη από την τάση της πηγής πρακτικά παίρνει τιμές μέχρι και 300 φορές.



Σχήμα 4.3

Παράδειγμα 4.1

Σε ένα κύκλωμα RLC σειράς είναι $R=10\ \Omega$, $L=5\ \text{mH}$, $C=12,5\ \mu\text{F}$.



Σχήμα 4.4 Κύκλωμα RLC για το παράδειγμα 4.1

- Να υπολογισθεί η συχνότητα συντονισμού του κυκλώματος .

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(5 \times 10^{-3})(12,5 \times 10^{-6})}} = 636,94\ \text{Hz}$$

- Η επαγωγική και η χωρητική αντίδραση στον συντονισμό καθώς και η σύνθετος αντίσταση.

$$X_L = 2\pi f_0 L = 20\ \Omega \quad , \quad X_C = \frac{1}{2\pi f_0 C} = 20\ \Omega$$

$$Z = R + j(X_L - X_C) = 10 + j(20 - 20) = 10 \angle 0^\circ \Omega$$

- Εάν τροφοδοτήσουμε το κύκλωμα με μια τάση $V=100 \angle 0^\circ$ να υπολογισθεί η πτώση τάσεως σε κάθε στοιχείο του κυκλώματος για τις συχνότητες $573\ \text{Hz}$, $700\ \text{Hz}$, καθώς και για την συχνότητα συντονισμού του κυκλώματος .

Για την συχνότητα $573\ \text{Hz}$ εάν λάβουμε υπόψιν μας ότι :

$$X_L = 2\pi f L = 18\Omega \quad , \quad X_C = \frac{1}{2\pi f C} = 22,2\ \Omega$$

$$Z = R + j(X_L - X_C) = 10 + j(18 - 22,2) = 10 - j4,2 = 10,8 \angle -22,8^\circ$$

Το ρεύμα στο κύκλωμα θα είναι:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{100 \angle 0^\circ}{10,8 \angle -22,8^\circ} = 9,26 \angle 22,8^\circ\ \text{A}$$

$$\text{Άρα : } V_R = R \cdot I = \frac{VR}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = 10 \times 9,26 \angle 22,8^\circ = 92,6 \angle 22,8^\circ\ \text{V}$$

$$V_L = I X_L = 9,26 \angle 22,8^\circ \times 18 \angle 90^\circ = 167 \angle 112,8^\circ \text{ V}$$

$$V_C = I X_C = 9,26 \angle 22,8^\circ \times 22,2 \angle -90^\circ = 205,6 \angle -67,2^\circ \text{ V}$$

Για την συχνότητα 700 Hz εάν λάβουμε υπόψιν μας ότι :

$$X_L = 2\pi fL, \quad L = 22 \Omega, \quad X_C = \frac{1}{2\pi fC} = 18,2 \Omega$$

$$Z = R + j(X_L - X_C) = 10 + j(22 - 18,2) = 10 + j3,8 = 10,7 \angle 20,8^\circ \Omega$$

$$\text{Το ρεύμα στο κύκλωμα θα είναι : } I = \frac{V}{Z} = \frac{100 \angle 0^\circ}{10,7 \angle 20,8^\circ} = 9,34 \angle -20,8^\circ \text{ A}$$

$$\text{Άρα } V_R = 9,34 \angle -20,8^\circ \times 10 = 93,4 \angle -20,8^\circ \text{ V}$$

$$V_L = I X_L = 9,34 \angle -20,8^\circ \times 22 \angle 90^\circ = 206 \angle 69,2^\circ \text{ V}$$

$$V_C = I X_C = 9,34 \angle -20,8^\circ \times 18,2 \angle -90^\circ = 170 \angle -110,8^\circ \text{ V}$$

Για την συχνότητα συντονισμού εάν λάβουμε υπόψιν μας ότι :

$$X_L = 2\pi fL = 20 \Omega, \quad X_C = \frac{1}{2\pi fC} = 20 \Omega$$

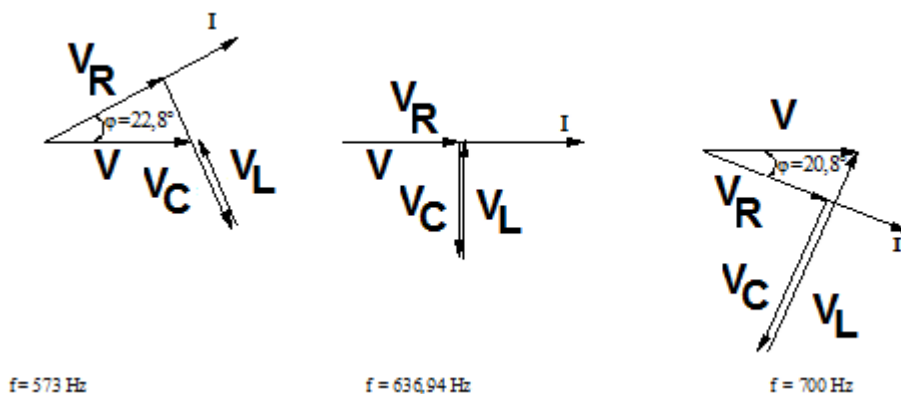
$$Z = R + j(X_L - X_C) = 10 + j(20 - 20) = 10 = 10 \angle 0^\circ \Omega$$

$$\text{Το ρεύμα στο κύκλωμα θα είναι : } I = \frac{V}{Z} = \frac{100 \angle 0^\circ}{10 \angle 0^\circ} = 10 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\text{Άρα : } V_R = 100 \angle 0^\circ \text{ V}, \quad V_L = I X_L = 10 \angle 0^\circ \times 20 \angle 90^\circ = 200 \angle 90^\circ \text{ V}$$

$$V_C = I X_C = 10 \angle 0^\circ \times 20 \angle -90^\circ = 200 \angle -90^\circ \text{ V}$$

Να σχεδιασθούν τα διανυσματικά διαγράμματα για κάθε περίπτωση :



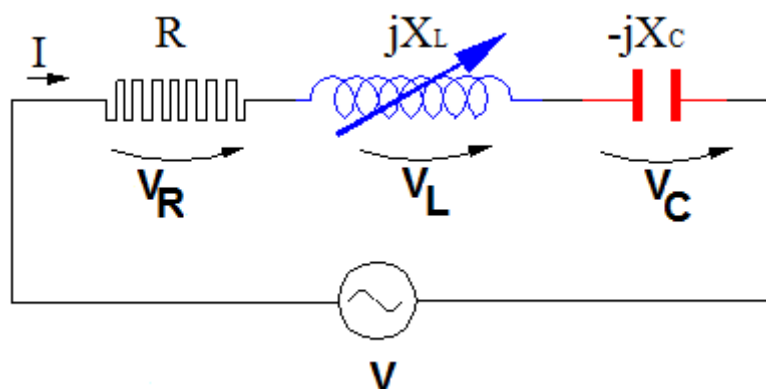
- Να υπολογισθεί ο συντελεστής ποιότητας Q του κυκλώματος :

$$Q = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{Άρα} \quad Q = \frac{1}{10} \cdot \sqrt{\frac{5 \times 10^{-3}}{12,5 \times 10^{-6}}} = 2$$

Παράδειγμα 4.2

Ένα κύκλωμα RLC σειράς με $R=5 \Omega$, $C=25 \mu\text{F}$ και με μεταβλητή L τροφοδοτείται με τάση $V = 10 \angle 0^\circ$ συχνότητας 1500 rad/sec . Ρυθμίζουμε την L έτσι ώστε η τάση στα άκρα της αντίστασης να είναι μέγιστη .

Να υπολογισθεί η τάση στα άκρα κάθε στοιχείου.



Σχήμα 4.5 Κύκλωμα RLC για το παράδειγμα 4.2

Επειδή η μέγιστη τάση στην αντίσταση εμφανίζεται κατά τον συντονισμό δηλαδή το ρεύμα τότε γίνεται μέγιστο .

$$X_L = X_C \quad , \quad 2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC} \quad \text{Άρα :}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1500(25 \times 10^{-6})} = 26,6 \Omega \quad , \quad X_L = 26,6 \Omega$$

$$\text{και } Z = R = 5 \angle 0^\circ$$

$$\text{Το ρεύμα στο κύκλωμα θα είναι: } I = \frac{V}{Z} = \frac{10 \angle 0^\circ}{5 \angle 0^\circ} = 2 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\text{Άρα : } V_R = IR = 2 \angle 0^\circ \times 5 = 10 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$V_L = IX_L = 2 \angle 0^\circ \times 26,6 \angle 90^\circ = 53,2 \angle 90^\circ \text{ V}$$

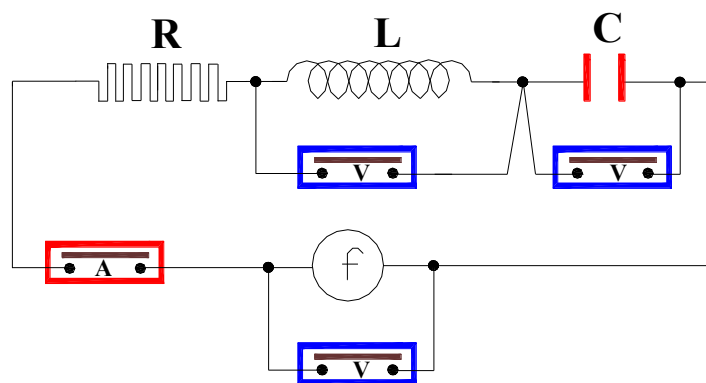
$$V_C = IX_C = 53,2 \angle 90^\circ \text{ V}$$

Εργαστηριακή Άσκηση 3

Απαιτούμενος εξοπλισμός για την διεξαγωγή της άσκησης

- Γεννήτρια συχνοτήτων .
- Πολύμετρο ψηφιακό τεμ τουλάχιστον 2.
- Πηνίο από τον πάγκο του εργαστηρίου
- Αντίσταση 290 Ohm
- Πυκνωτής από τον πάγκο του εργαστηρίου

1) Να πραγματοποιηθεί το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος



* Η ρύθμιση της τάσεως στην γεννήτρια να γίνει στη μέγιστη τιμή της.

2) Μεταβάλλοντας την συχνότητα σύμφωνα με τα δεδομένα του πίνακα στην επόμενη σελίδα να μετρήσετε τα $V_{ολ}$, V_L , V_C , I και να καταχωρήσετε τις μετρήσεις σας στον πίνακα μετρήσεων.

3) Να υπολογίσετε :

Την συχνότητα συντονισμού

f_0

Το συντελεστή ποιότητας του κυκλώματος

Q

4) Να χαραχθούν οι καμπύλες

α) $I(f)$

β) $V_L(f)$, $V_C(f)$

γ) $X_L(f)$, $X_C(f)$

δ) $\varphi(f)$

ε) $Z(f)$

