

Εργαστηριακή Άσκηση 2

Μέτρηση αυτεπαγωγής

Σύμφωνα με το νόμο Faraday, αν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή με τον χρόνο σε ένα πηνίο, (δηλ. μεταβάλλεται η ροή ρεύματος) προκαλείται επαγόμενη τάση. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται αυτεπαγωγή.

Επομένως, σε ένα κύκλωμα μπορούμε να έχουμε επαγόμενη τάση λόγω μεταβολής του ρεύματος που το διαρρέει. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα πηνίο με N σπείρες που διαρρέεται από ρεύμα I , οπότε σαν αποτέλεσμα έχουμε κάθε σπείρα να διαπερνάται από μαγνητική ροή Φ_B . Ορίζουμε τότε ένα συντελεστή αυτεπαγωγής L τέτοιο ώστε $L=N\Phi_B/I$, οπότε η επαγόμενη τάση δίνεται από τη σχέση : $V = L \frac{di}{dt}$.

Η πολικότητα της τάσης από αυτεπαγωγή βρίσκεται με τον κανόνα του Lenz, δηλαδή, αν το αρχικό ρεύμα αυξάνει, το επαγόμενο ρεύμα έχει αντίθετη φορά από το αρχικό και αντίστροφα. Ο συντελεστής αυτεπαγωγής έχει μονάδες Henry και το τμήμα του κυκλώματος με αυτεπαγωγή ονομάζεται πηνίο, με την τάση στα άκρα του πηνίου να έχει μέτρο V .

Η αυτεπαγωγή ενός πηνίου εξαρτάται από το μέγεθος, τη μορφή και τον αριθμό των σπειρών. Για N πυκνές σπείρες, το L είναι ανάλογο του N^2 . Αν η μαγνητική ροή είναι σε περιοχή με σιδηρομαγνητικό υλικό υπάρχει σημαντική μεταβολή του L , ενώ σε άλλα υλικά η αλλαγή είναι ελάχιστη.

Κατά την σύνδεση πηνίων, η ισοδύναμη αυτεπαγωγή υπολογίζεται με τον ίδιο τρόπο όπως η ωμική αντίσταση. Κατά την σύνδεση σε σειρά N πηνίων, η ολική αυτεπαγωγή θα δίνεται από την σχέση:

$$L_{ισοδ.} = L_1 + L_2 + \dots$$

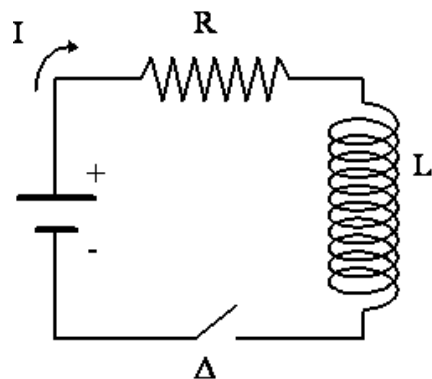
Αντίστοιχα, η παράλληλη σύνδεση N πηνίων δίνει:

$$\frac{1}{L_{ισοδ.}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_N}$$

Κύκλωμα R-L στο DC

Η παρουσία αυτεπαγωγής σε ένα κύκλωμα συνεχούς ρεύματος έχει σαν αποτέλεσμα την εξάρτηση των ηλεκτρικών μεγεθών από το χρόνο. Σαν παράδειγμα, σε κύκλωμα με αυτεπαγωγή L , ωμική αντίσταση R και πηγή E , το ρεύμα δεν παίρνει αμέσως την μέγιστη του τιμή αλλά αυξάνεται με τον χρόνο και πλησιάζει ασυμπτωτικά την τελική του τιμή.

Σε ένα τέτοιο κύκλωμα R-L σε σειρά ο Νόμος τάσεων του

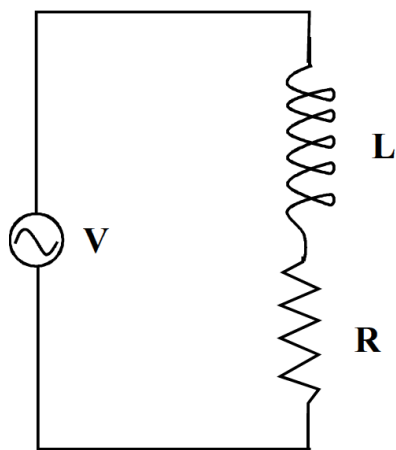


Kirchhoff δίνει την διαφορική εξίσωση που περιγράφει το κύκλωμα. $V = V_R + V_L \Rightarrow V = IR + IX_L$, όπου X_L επαγωγική αντίδραση του πηνίου η οποία υπολογίζεται ως $X_L = \omega L$.

Η λύση της παραπάνω εξίσωσης για είσοδο από την χρονική στιγμή 0 και μετά με αρχική συνθήκη $i(0)=0$ είναι: $i(t) = \frac{V}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t})$
 Όσο μεγαλύτερη είναι η αυτεπαγωγή, τόσο καθυστερεί το ρεύμα να πάρει την τελική του τιμή, με την διαδικασία να εξαρτάται από το λόγο R/L . Όμως η τελική τιμή του ρεύματος δεν εξαρτάται από την αυτεπαγωγή αλλά μόνο από την ωμική αντίσταση.

Κύκλωμα R-L στο AC

Θα εξετάσουμε στη συνέχεια την συμπεριφορά ενός κυκλώματος που περιέχει αυτεπαγωγή στο εναλλασσόμενο. Αρχικά, ας δούμε την περίπτωση κυκλώματος που περιλαμβάνει ένα ιδανικό πηνίο L , μία αντίσταση R και μία πηγή τροφοδοσίας όπου αν αναπαραστήσουμε το ρεύμα και την τάση με περιστρεφόμενα διανύσματα στο μιγαδικό επίπεδο θα έχουμε $V = Ae^{j\omega t}$ όπου A το πλάτος της τάσης.



Εικόνα 2 Κύκλωμα R-L στο εναλλασσόμενο

Εφαρμόζοντας τον νόμο τάσεων Kirchhoff, και τον νόμο του Ohm στην μόνιμη κατάσταση λειτουργίας προκύπτει με χρήση της εμπέδησης που είναι η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος και αποτελείται από την ωμική αντίσταση στο πραγματικό μέρος και την επαγωγική αντίδραση στο φανταστικό μέρος ($Z = R + j\omega L$) ότι :

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{Ae^{j\omega t}}{R + j\omega L} = \frac{Ae^{j\omega t}}{R + j\omega L} \cdot \frac{R - j\omega L}{R - j\omega L} = \frac{Ae^{j\omega t}}{R^2 + \omega^2 L^2} \cdot \frac{e^{-j\varphi} \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}{1} = \frac{Ae^{j(\omega t + \varphi)}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

όπου φ είναι γωνία τέτοια ώστε $\varphi = \tan^{-1} \left(-\frac{\omega L}{R} \right)$

Από την παραπάνω εξίσωση για την μόνιμη κατάσταση λειτουργίας σε εναλλασσόμενη διέγερση συγκεκριμένης συχνότητας διαφαίνεται ότι υπάρχει μια διαφορά φάσεως μεταξύ τάσεως και ρεύματος. Αυτό σε συνδυασμό με την διαφορά του πλάτους οδηγεί στον ορισμό της εμπέδησης.

Παρακάτω παρουσιάζονται συνοπτικά οι σχέσεις που διέπουν την έννοια της εμπέδησης

$$I = Ae^{i\omega t}, V = Be^{i(\omega t + \vartheta)}$$

$$\frac{V}{I} = \frac{B}{A} e^{i\vartheta} = \frac{B}{A} (\cos \vartheta + j \sin \vartheta) = \overset{\substack{\text{αντίσταση} \\ \text{resistance}}}{\alpha} + j \overset{\substack{\text{αντίδραση} \\ \text{reactance}}}{\beta} = \text{εμπεδηση impedance}$$

Αντίσταση πηνίου: 0 Ω

Αντίδραση πηνίου (επαγωγική): $X_L = \omega L$

Αντίσταση πυκνωτή: 0 Ω

Αντίδραση πυκνωτή (χωρητική): $X_C = -\frac{1}{\omega C}$

Το μέτρο της εμπίδησης καλείται σύνθετη αντίσταση

Σύνθετη αντίσταση πηνίου: $\|j\omega L\| = \sqrt{\omega^2 L^2} = \omega L$

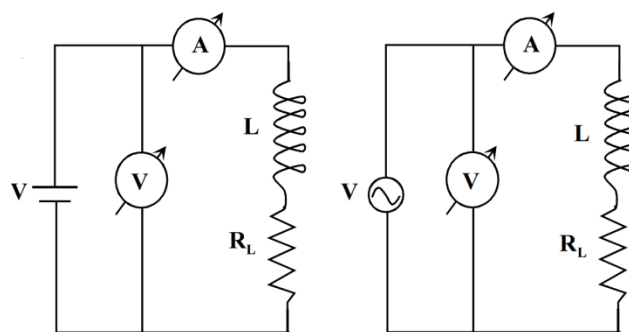
Σύνθετη αντίσταση πυκνωτή: $\|-j\frac{1}{\omega C}\| = \sqrt{\frac{1}{\omega^2 C^2}} = \frac{1}{\omega C}$

Μέτρηση της αυτεπαγωγής.

Με βολτόμετρο και αμπερόμετρο

Η μέτρηση μιας αυτεπαγωγής μπορεί απλά να επιτευχθεί με αμπερόμετρο και βολτόμετρο όταν μετρηθούν τα ηλεκτρικά μεγέθη του κυκλώματος διαδοχικά για συνεχή και εναλλασσόμενη τάση. Έστω άγνωστο πηνίο L, R_L του οποίου θέλουμε να μετρήσουμε τα χαρακτηριστικά. Αρχικά, όταν εφαρμοστεί συνεχής τάση στο κύκλωμα και στη συνέχεια εναλλασσόμενη, σε συνδυασμό με την σχέση που μας δίνει το μέτρο της εμπίδησης θα ισχύει:

$$\left. \begin{aligned} R_L &= \frac{V_{DC}}{I_{DC}} \\ Z_L &= \frac{V_{AC}}{I_{AC}} \\ Z_L &= \sqrt{R_L^2 + (\omega L)^2} \end{aligned} \right\} L = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{V_{AC}}{I_{AC}}\right)^2 - \left(\frac{V_{DC}}{I_{DC}}\right)^2}$$

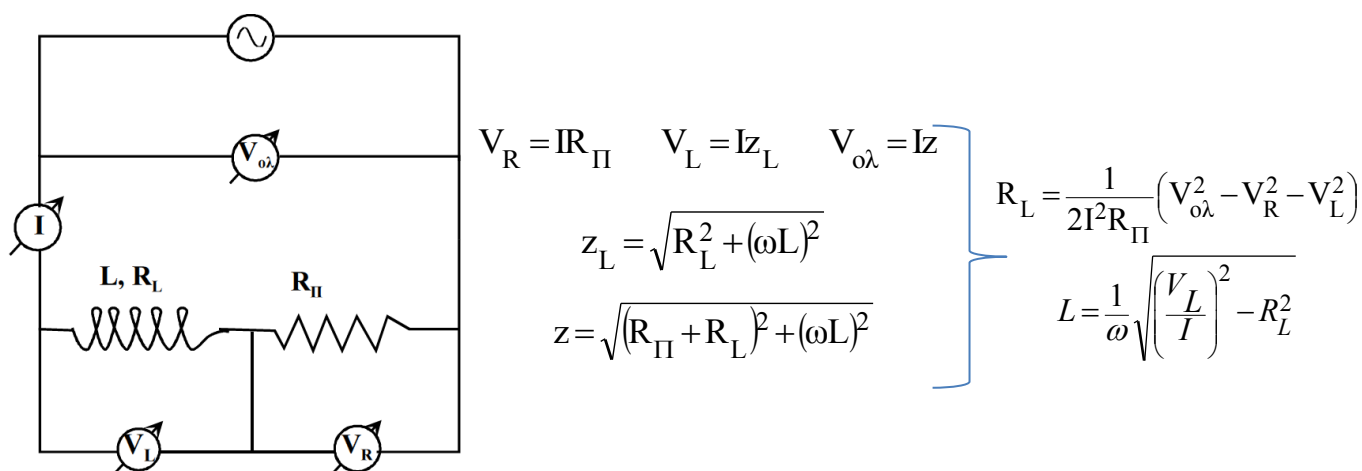


Εικόνα 3 Μέτρηση αυτεπαγωγής με βολτόμετρο και αμπερόμετρο

Με τρία βολτόμετρα

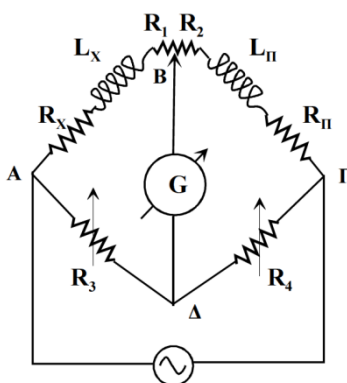
Μία άλλη μέθοδος μέτρησης της αυτεπαγωγής είναι η σύγκριση της τάσης στα άκρα ενός πηνίου L , R_L με τη τάση στα άκρα μιας γνωστής πρότυπης αντίστασης R_{Π} . Η παρακάτω διάταξη απαιτεί συνολικά τρία βολτόμετρα με τα οποία μετράμε τις τάσεις στα άκρα του πηνίου V_L , της αντίστασης V_R και την συνολική $V_{ολ}$ και ένα αμπερόμετρο με το οποίο μετράμε το ολικό ρεύμα I .

Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε το, L χρησιμοποιώντας τον Νόμο του Ohm, την σχέση που μας δίνει το μέτρο της εμπέδησης στον κλάδο του πηνίου καθώς και στο συνολικό κύκλωμα



Με γέφυρα

Η γέφυρα Wheatstone αποτελεί την πιο ευαίσθητη μέθοδο μέτρησης αυτεπαγωγής. Για την περίπτωση αυτή, έχουμε εναλλασσόμενη πηγή και δύο από τις αντιστάσεις έχουν αντικατασταθεί αντίστοιχα από το άγνωστο πηνίο R_x , L_x και ένα γνωστό πρότυπο πηνίο R_{Π} , L_{Π} . Χρησιμοποιώντας την αντίστοιχη ανάλυση που χρησιμοποιήσαμε στην προηγούμενη άσκηση για την μέτρηση της αντίστασης μπορούμε να υπολογίσουμε την αυτεπαγωγή του στην περίπτωση ισορροπίας, ως εξής: $L_x = L_{\Pi} \frac{R_3}{R_4}$



Εργαστηριακή Άσκηση 2

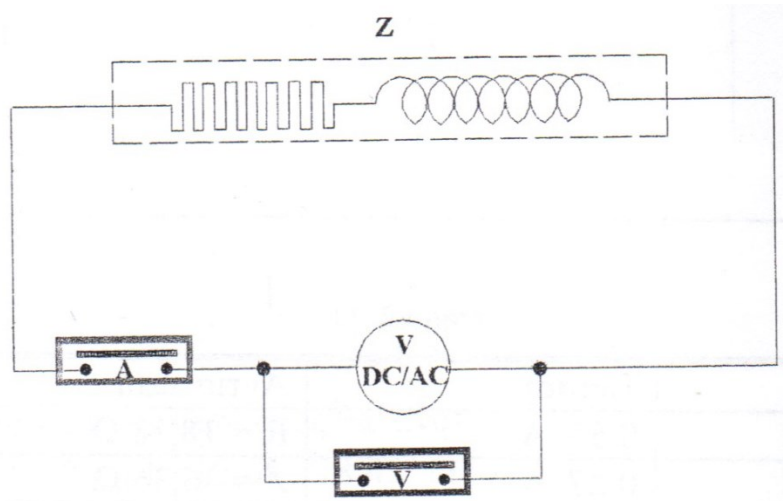
Μέτρηση Αυτεπαγωγής Πηνίου με DC/AC Τάση

Απαιτούμενα Στοιχεία – Όργανα

- Τροφοδοτικό DC 0 έως 30V
- Τροφοδοτικό AC 0 έως 220V
- Ψηφιακά Βολτόμετρα / Αμπερόμετρα
- Γέφυρα RLC

Εργαστηριακή Διαδικασία

1. Πραγματοποιείτε την παρακάτω συνδεσμολογία χρησιμοποιώντας πηνίο από τον πάγκο.



2. Τροφοδοτείστε με DC τάση 10V και ρεύμα 1A και το και καταχωρήστε τις μετρήσεις σας στον παρακάτω πίνακα.
3. Τροφοδοτείστε με AC τάση (100V) και καταχωρήστε τις μετρήσεις σας στον παρακάτω πίνακα.

ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΟΡΓΑΝΩΝ	DC	AC
ΒΟΛΤΟΜΕΤΡΟ		
ΑΜΠΕΡΟΜΕΤΡΟ		

4. Να υπολογίσετε την ωμική αντίσταση R, τον συντελεστή αυτεπαγωγής L, την επαγωγική αντίσταση X_L και τη γωνία τάσεως ρεύματος σύμφωνα με τους τύπους :

$$R = \frac{V_{DC}}{I_{DC}} \quad Z = \frac{V_{AC}}{I_{AC}} \quad Z = R_L + jX_L \quad L = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\frac{V_{AC}^2}{I_{AC}^2} - R^2} \quad \varphi = \arctan\left(\frac{X_L}{R}\right)$$

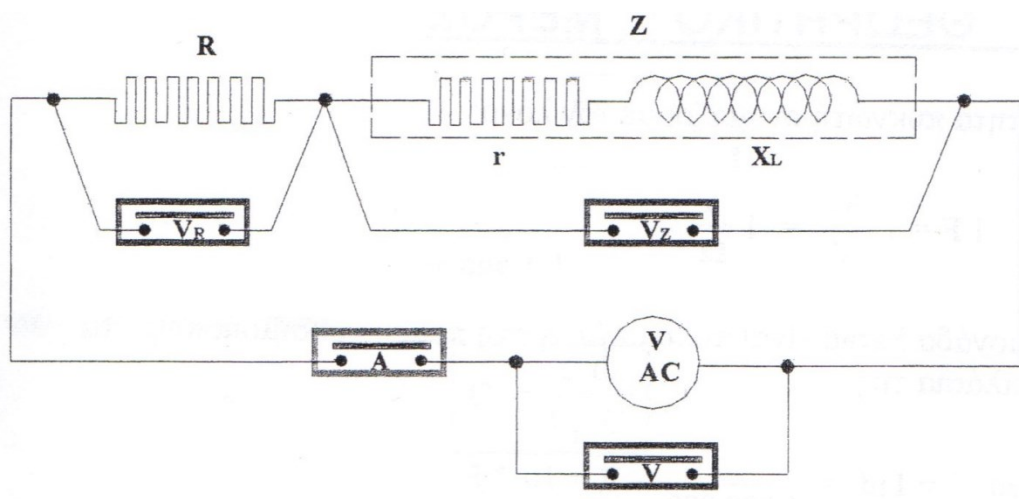
Μέτρηση Αυτεπαγωγής Πηνίου με AC Τάση

Απαιτούμενα Στοιχεία – Όργανα

- Τροφοδοτικό AC 0 έως 220V
- Ρυθμιστική αντίσταση 290Ω
- Ψηφιακά Βολτόμετρα / Αμπερόμετρα
- Γέφυρα RLC

Εργαστηριακή Διαδικασία

1. Πραγματοποιείτε την παρακάτω συνδεσμολογία χρησιμοποιώντας πηνίο από τον πάγκο



2. Τροφοδοτείστε με AC τάση (100V) και καταχωρήστε τις μετρήσεις σας στον παρακάτω πίνακα.

ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ	ΟΡΓΑΝΩΝ
ΒΟΛΤΟΜΕΤΡΟ V	
ΒΟΛΤΟΜΕΤΡΟ V_R	
ΒΟΛΤΟΜΕΤΡΟ V_Z	
ΑΜΠΕΡΟΜΕΤΡΟ	

3. Να υπολογίσετε την ωμική αντίσταση r , τον συντελεστή αυτεπαγωγής L και την επαγωγική αντίσταση X_L σύμφωνα με τους τύπους :

$$R = \frac{V_R}{I}, \quad Z = \frac{V_Z}{I}, \quad Z' = R + r + jX_L, \quad r = \frac{V^2 - V_R^2 - V_Z^2}{2RI^2}, \quad L = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\frac{V_Z^2}{I^2} - r^2}$$

4. Να γίνει έλεγχος των μετρήσεων με τη γέφυρα RLC.