

Εργαστηριακή Άσκηση 3

Πυκνωτής

Ο πυκνωτής είναι εξάρτημα που αποτελείται από δύο αγωγούς (οπλισμούς) τοποθετημένους σε μικρή απόσταση ο ένας από τον άλλο, μεταξύ των οποίων παρεμβάλλεται αέρας ή άλλο μονωτικό υλικό (διηλεκτρικό). Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή δίνεται από τον τύπο: $C = \frac{Q}{V}$

όπου Q είναι το φορτίο του πυκνωτή και V η τάση που εφαρμόζεται στους οπλισμούς του.

Η χωρητικότητα δίνεται επίσης και από την σχέση $C = \epsilon \epsilon_0 \frac{A}{d}$ και εξαρτάται από:

- το ϵ που είναι η σχετική διηλεκτρική σταθερά του διηλεκτρικού
- το ϵ_0 που είναι η απόλυτη διηλεκτρική σταθερά του κενού και έχει τιμή στο S.I.

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$$

- το εμβαδόν του κάθε οπλισμού (A)
- η απόσταση μεταξύ των οπλισμών (d)

Μονάδα μέτρησης της χωρητικότητας είναι το Farad (F). Είναι όμως πολύ μεγάλη μονάδα με συνέπεια στις εφαρμογές να χρησιμοποιούνται τα υποπολλαπλάσια της (mF, μ F, nF, pF). Η τιμή της χωρητικότητας αναγράφεται πάνω στο εξάρτημα είτε με αριθμούς (για παράδειγμα, 4n7 που σημαίνει 4.7 nF), είτε με χρώματα, όπως και στους αντιστάτες. Η τιμή με τον χρωματικό κώδικα είναι συνήθως σε pF.

Υπάρχουν πολλά είδη πυκνωτών: χάρτου, κεραμικοί, πολυεστερικοί, ηλεκτρολυτικοί, μεταβλητοί κ.α. Τα βασικά χαρακτηριστικά κάθε τύπου είναι η περιοχή χωρητικοτήτων (Capacitance range), η μέγιστη τάση (maximum voltage), η ακρίβεια της τιμής (Accuracy), η σταθερότητα με τη θερμοκρασία (Temperature stability) και η διαρροή (Leakage).

Κατά τη σύνδεση πυκνωτών σε σειρά, όλοι οι πυκνωτές έχουν ίδιο φορτίο, στην περιοχή μεταξύ δύο πυκνωτών ο ένας οπλισμός του ενός πυκνωτή έχει θετικό φορτίο και ο αντίστοιχος του άλλου αρνητικό και η ολική χωρητικότητα δίνεται από την σχέση:

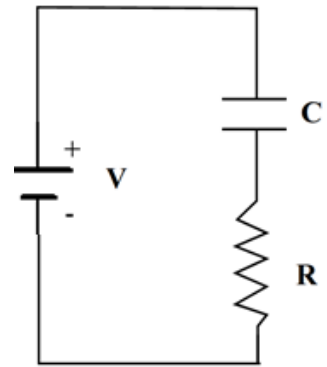
$$\frac{1}{C_{\text{ισοδ.}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N}$$

Αντίστοιχα στην παράλληλη σύνδεση, όλοι οι πυκνωτές βρίσκονται στην ίδια διαφορά δυναμικού, το φορτίο τους κατανέμεται ανάλογα με την τιμή της χωρητικότητας και η ολική χωρητικότητα δίνεται από τη σχέση :

$$C_{\text{ισοδ.}} = C_1 + C_2 + \dots$$

Κύκλωμα R-C στο συνεχές

Η παρουσία χωρητικότητας σε ένα κύκλωμα συνεχούς τάσης έχει σαν αποτέλεσμα την εξάρτηση των ηλεκτρικών μεγεθών από το χρόνο. Σαν παράδειγμα, σε κύκλωμα με πυκνωτή χωρητικότητας C , ωμική αντίσταση R και πηγή συνεχούς τάσης V συνδεδεμένα σε σειρά, ο Νόμος τάσεων του Kirchhoff δίνει την διαφορική εξίσωση που περιγράφει το κύκλωμα. $V = V_R + V_C \Rightarrow V = I \cdot R + V_C$ Γνωρίζοντας ότι



Εικόνα 1 Κύκλωμα RC στο DC

το ρεύμα φόρτισης του πυκνωτή ισούται με : $I = C \frac{dV}{dt}$ έχουμε

$V = C \frac{dV_C}{dt} R + V_C \Rightarrow V_C = V \cdot (1 - e^{-t/RC})$. Από τις παραπάνω σχέσεις μπορούμε να υπολογίσουμε το

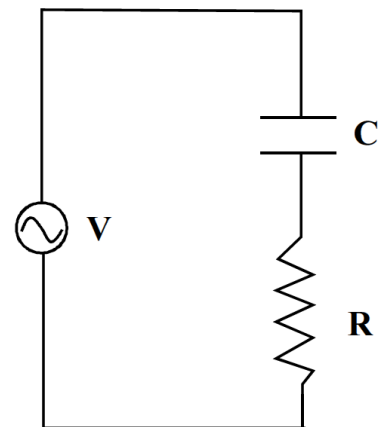
ρεύμα που διαρρέει τον πυκνωτή ως $i = I_0 e^{-\frac{1}{RC}t}$

Επομένως, η χωρητικότητα σε κύκλωμα συνεχούς έχει σαν αποτέλεσμα το ρεύμα να τείνει να μηδενιστεί, με τη διαδικασία να εξαρτάται από το γινόμενο RC . Δηλαδή ο πυκνωτής στο συνεχές μετά την πάροδο κάποιου λίγου χρόνου που εξαρτάται από το γινόμενο RC λειτουργεί σαν ανοιχτοκύκλωμα.

Κύκλωμα R-C στο εναλλασσόμενο

Θα εξετάσουμε στη συνέχεια την συμπεριφορά στο εναλλασσόμενο ενός κυκλώματος που περιέχει πυκνωτή. Ας δούμε την περίπτωση ενός κυκλώματος που περιλαμβάνει ένα ιδανικό πυκνωτή C , μία πηγή τροφοδοσίας $V = V_0 e^{j\omega t}$ και ωμική αντίσταση R .

Εφαρμόζοντας τον νόμο τάσεων Kirchhoff, και τον νόμο του Ohm στην μόνιμη κατάσταση λειτουργίας προκύπτει με χρήση της εμπέδησης που είναι η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος και αποτελείται από την ωμική αντίσταση στο πραγματικό μέρος και την χωρητική αντίδραση στο φανταστικό μέρος ($Z = R - jX_c$) όπου X_c χωρητική αντίδραση του πυκνωτή η



Εικόνα 2 Κύκλωμα R-C στο εναλλασσόμενο

οποία υπολογίζεται ως $X_c = 1/\omega C$. Το ρεύμα από το παραπάνω κύκλωμα δίνεται παρακάτω:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V_0 e^{j\omega t}}{R - j/\omega C} = \frac{V_0 e^{j\omega t}}{R - j/\omega C} \cdot \frac{R + j/\omega C}{R + j/\omega C} = \frac{V_0 e^{j\omega t}}{R^2 + (1/\omega C)^2} \cdot \frac{e^{+j\varphi} \sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}}{1} = \frac{V_0 e^{j(\omega t + \varphi)}}{\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}}$$

όπου φ είναι γωνία τέτοια ώστε $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\omega CR}\right)$

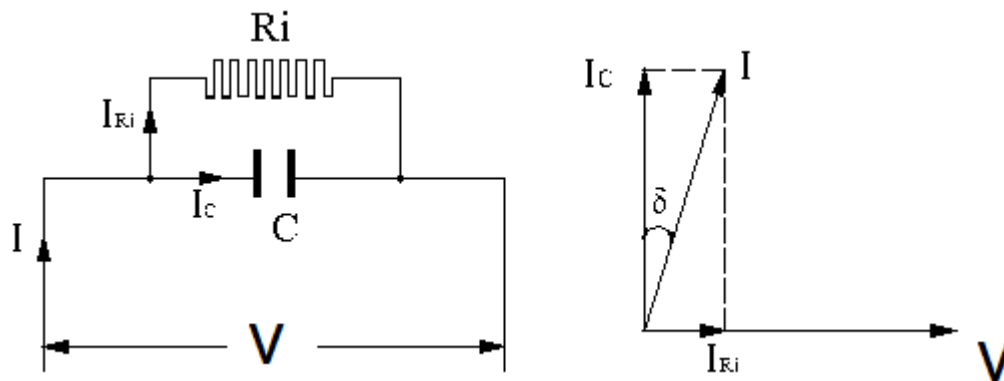
Από την παραπάνω εξίσωση για την μόνιμη κατάσταση λειτουργίας σε εναλλασσόμενη διέγερση συγκεκριμένης συχνότητας διαφαίνεται ότι υπάρχει μια διαφορά φάσεως μεταξύ τάσεως και ρεύματος όταν χρησιμοποιηθεί στο κύκλωμα πυκνωτής και συγκεκριμένα το ρεύμα θα προπορεύεται κατά γωνία ϕ σε σχέση με την τάση. Εάν ο πυκνωτής είναι ιδανικός και δεν υπάρχει ωμικό φορτίο στο κύκλωμα η γωνία ϕ παίρνει την τιμή $\pi/2$.

Απώλειες ενέργειας στο διηλεκτρικό του πυκνωτή

Όταν ένας πραγματικός πυκνωτής χωρητικότητας C τεθεί υπό εναλλασσόμενη ημιτονοειδή τάση V η ένταση I δεν θα προηγείται της τάσεως κατά $\pi/2$ αλλά κατά μία γωνία λίγο μικρότερη των $\pi/2$. Η διαφορά μεταξύ της πραγματικής διαφοράς φάσεως και της γωνίας των $\pi/2$ συμβολίζεται με το δ και ονομάζεται γωνία απωλειών.

Η απώλεια ισχύος στο διηλεκτρικό του πυκνωτή θα είναι : $P_{απωλειών} = VI \cos(90 - \delta)$

Άρα μπορούμε να παραστήσουμε τον πραγματικό πυκνωτή με ένα ισοδύναμο κύκλωμα σχήμα 3 το οποίο αποτελείται από μία αντίσταση R_i παράλληλα με την ιδανική χωρητικότητα C και προκαλεί απώλειες ενέργειας ίσες με τις απώλειες ενέργειας στο διηλεκτρικό του πυκνωτή.



Εικόνα 3 Ισοδύναμο κύκλωμα πραγματικού πυκνωτή στο AC με αντίσταση παράλληλα

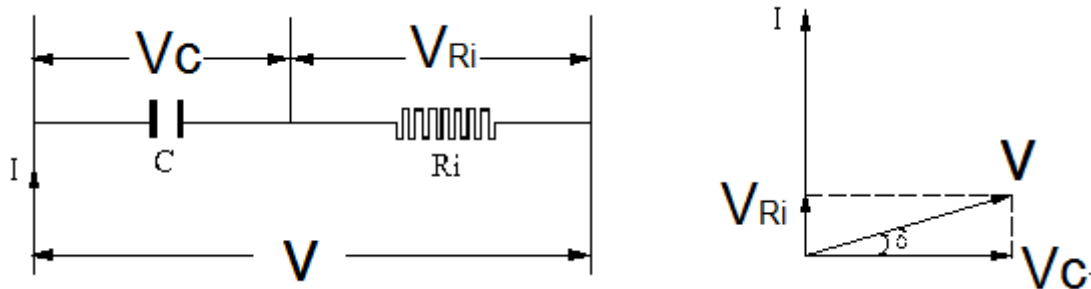
Από το παραπάνω διάγραμμα καταλήγουμε στην σχέση : $\tan \delta = \frac{I_{Ri}}{I_C}$.

Ισχύει όμως $I_C = \frac{V}{\frac{1}{\omega C}} = V\omega C$ και $I_{Ri} = \frac{V}{R_i}$ οπότε καταλήγουμε με αντικατάσταση ότι :

$$\tan \delta = \frac{\frac{V}{R_i}}{V\omega C} = \frac{V}{VR_i\omega C} = \frac{1}{R_i\omega C}$$

Λόγω των πολύ μικρών τιμών της $\tan \delta$ η αντίσταση R_i προκύπτει πολύ μεγάλης τιμής. Η $\tan \delta$ ονομάζεται συντελεστής απωλειών του πυκνωτή και η μέτρηση της γίνεται με κατάλληλες γέφυρες. Άρα η $\tan \delta$ μας δίνει ένδειξη για τον βαθμό ποιότητας του διηλεκτρικού του πυκνωτή από άποψη απωλειών ανεξάρτητα από το μέγεθος του .

Επίσης μπορούμε να παραστήσουμε τον πραγματικό πυκνωτή με ένα άλλο ισοδύναμο κύκλωμα όπως αυτό του σχήματος 4 το οποίο αποτελείται από μία αντίσταση R_i σε σειρά με την ιδανική χωρητικότητα C και προκαλεί απώλειες ενέργειας ίσες με τις απώλειες ενέργειας στο διηλεκτρικό του πυκνωτή.



Εικόνα 4 Ισοδύναμο κύκλωμα πραγματικού πυκνωτή στο AC με αντίσταση σε σειρά

Από το παραπάνω διάγραμμα καταλήγουμε στην σχέση : $\tan\delta = \frac{V_{Ri}}{V_C}$.

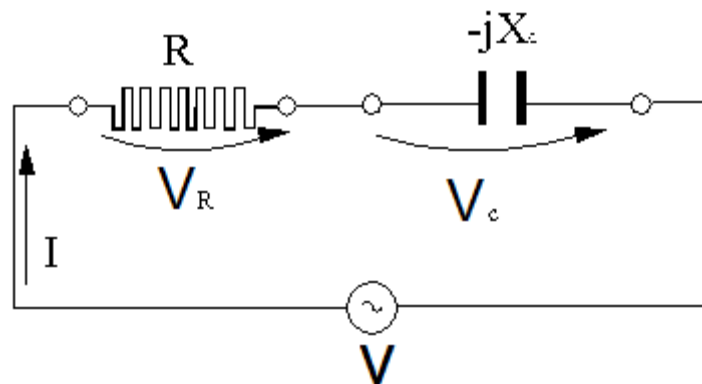
Ισχύει όμως $V_C = I \frac{1}{\omega C}$, $V_{Ri} = I R_i$ οπότε καταλήγουμε με αντικατάσταση ότι :

$$\tan\delta = \frac{V_{Ri}}{V_C} = \frac{I \cdot R_i}{I \cdot \frac{1}{\omega C}} = R_i \omega C$$

Λόγω των πολύ μικρών τιμών της $\tan\delta$ η αντίσταση R_i όπως προκύπτει από το σχήμα 4 είναι πολύ μικρής τιμής.

Παράδειγμα μέτρησης Χωρητικότητας Πυκνωτή

Δίδεται $V_{rms} = 230V$, $f = 50 \text{ Hz}$, $R = 150\Omega$, $C = 8,84 \mu\text{F}$ και $\phi_0 = 60^\circ$.



Να υπολογισθούν οι τάσεις και το ρεύμα σε κάθε στοιχείο του κυκλώματος.

Απάντηση

Η τάση στην πηγή δίνεται από την σχέση : $V = V_0 \angle \phi_0 = 230V \angle 60^\circ$

Η εμπέδηση ή η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι :

$$Z = R - jX_C = 150 - j \frac{1}{314 \times 8,84 \times 10^{-6}} \Omega = 150 - j360,3 \Omega = 390,3 \angle -67,4^\circ$$

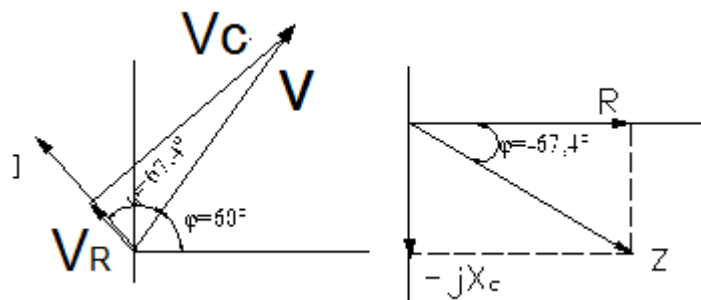
Το ρεύμα στο κύκλωμα θα είναι :

$$I = \frac{230 \angle 60}{390,3 \angle -67,4} = 589,29 \angle 127,4 \text{ mA}$$

Η τάση σε κάθε παθητικό στοιχείο του κυκλώματος είναι:

$$V_R = R \cdot I = 150 \cdot 0,5893 \angle 127,4 = 88,39 \angle 127,4^\circ$$

$$V_C = jX_C \cdot I = 360,3 \cdot 0,5893 V = (212,32 \angle 127,4 - 90) V = (212,32 \angle 37,4^\circ) V$$



Μέτρηση της χωρητικότητας

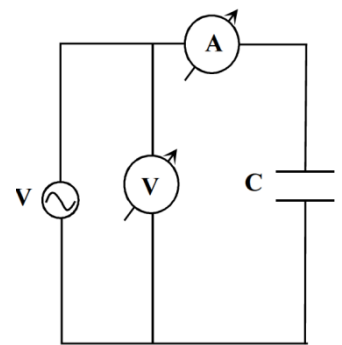
Με βολτόμετρο και αμπερόμετρο

Η μέτρηση μιας χωρητικότητας μπορεί απλά να επιτευχθεί με αμπερόμετρο και βολτόμετρο με την προϋπόθεση ότι είναι γνωστή η συχνότητα του εναλλασσομένου. Έστω άγνωστος πυκνωτής C του οποίου θέλουμε να μετρήσουμε τα χαρακτηριστικά. Από το νόμο Ohm θα ισχύει:

$$X_C = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{1}{\omega C} = \frac{V}{I} \Rightarrow C = \frac{I}{\omega V} \text{ ή } C = \frac{I}{2 \pi f V}$$

Δηλαδή, η χωρητικότητα υπολογίζεται απ' ευθείας από τις ενδείξεις των οργάνων. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται κυρίως βιομηχανικά για πυκνωτές με μεγάλη χωρητικότητα. Σε αυτούς τους πυκνωτές αμελούνται οι διηλεκτρικές απώλειες του πυκνωτή και γι' αυτό το λόγο αντί της χωρητικότητας δίδεται η ονομαστική άεργος ισχύς Q σε KVAR.

Όπου: $Q = V I \sin \delta = V I \sin \theta$ και αντικαθιστώντας το ρεύμα από την παραπάνω σχέση έχουμε : $Q = 2 \pi f C V^2$



Εικόνα 5 Μέτρηση της χωρητικότητας με βολτόμετρο και αμπερόμετρο

Με σύγκριση

Μία άλλη μέθοδος μέτρησης της χωρητικότητας είναι η σύγκριση της εκφόρτισης του άγνωστου πυκνωτή C_x σε σχέση με αυτήν γνωστού πρότυπου πυκνωτή C_{π} . Η διάταξη περιλαμβάνει πηγή, γαλβανόμετρο και μεταγωγέα.

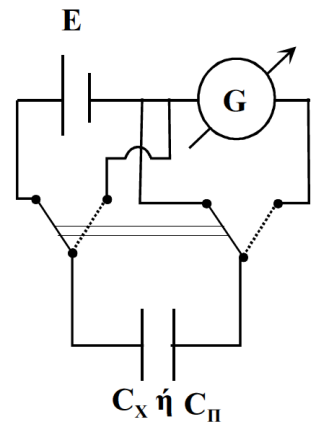
Επομένως, η άγνωστη χωρητικότητα μπορεί να υπολογιστεί σαν συνάρτηση της γνωστής και των αποκλίσεων του γαλβανομέτρου.

$$C_x = C_{\pi} \frac{\theta_x}{\theta_{\pi}}$$

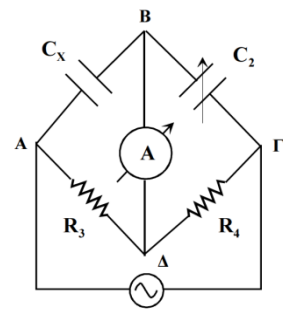
Με γέφυρα

Η γέφυρα Wheatstone αποτελεί την πιο ευαίσθητη μέθοδο μέτρησης χωρητικότητας. Για την περίπτωση αυτή, χρησιμοποιούμε εναλλασσόμενη πηγή τέσσερις πυκνωτές εκ των οποίων ο ένας είναι μεταβλητός και η ισορροπία προσδιορίζεται με την βοήθεια ακουστικού. Στην περίπτωση ισορροπίας, θα ισχύουν:

$$C_x = C_2 \frac{R_4}{R_3}$$



Εικόνα 6 Μέτρηση της χωρητικότητας με σύγκριση



Εικόνα 7 Μέτρηση της χωρητικότητας με γέφυρα

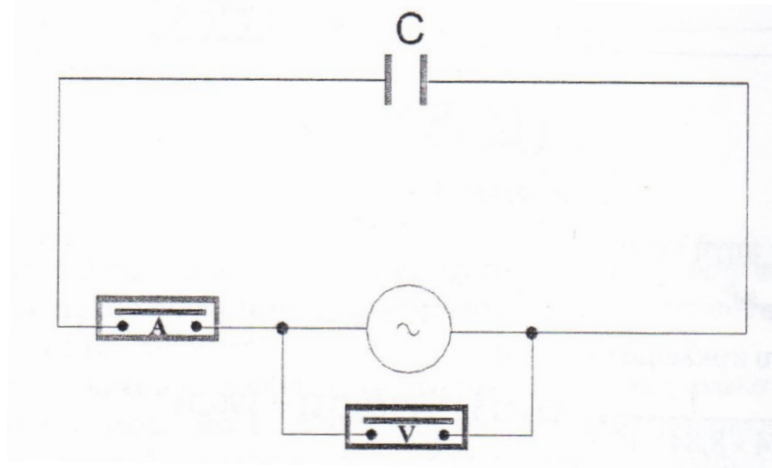
Εργαστηριακή Άσκηση 3

Μέτρηση Χωρητικότητας Πυκνωτή

Απαιτούμενα Στοιχεία – Όργανα

- Τροφοδοτικό AC 0 έως 220V
- Ψηφιακά Βολτόμετρα / Αμπερόμετρα

1) Να πραγματοποιηθεί το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος



2) Τροφοδοτείστε με AC τάση (100V) και καταχωρήστε τις μετρήσεις σας στον παρακάτω πίνακα

ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ	ΟΡΓΑΝΩΝ
ΒΟΛΤΟΜΕΤΡΟ	
ΑΜΠΕΡΟΜΕΤΡΟ	

3) Να υπολογίσετε :

i) την χωρητική αντίσταση X_C

.....

ii) την άεργο ισχύ Q,

.....

iii) την χωρητικότητα C

.....

4) Με το πολύμετρο στην θέση μέτρησης χωρητικότητας να μετρήσετε τη χωρητικότητα του άγνωστου πυκνωτή.

.....