



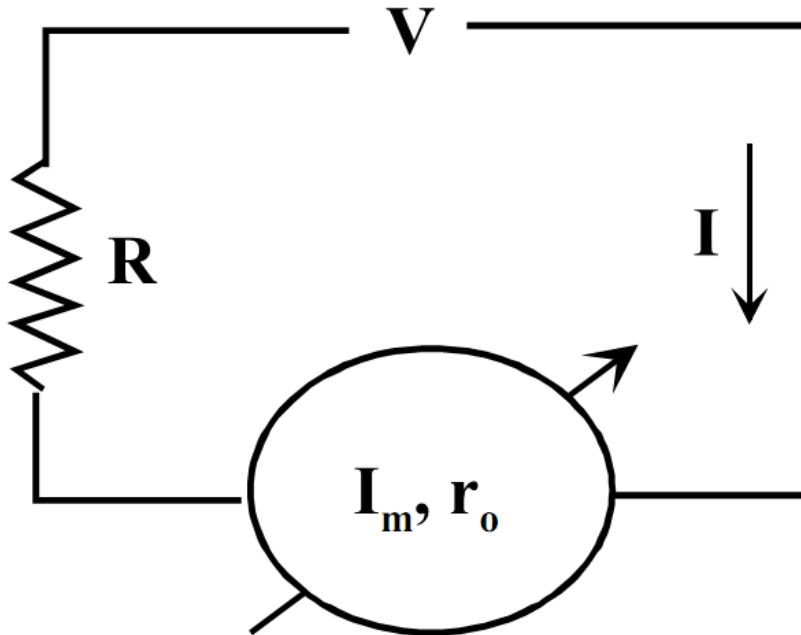
**Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών &  
Μηχανικών Υπολογιστών  
Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο**

# Διαλέξεις Ηλεκτρικές Μετρήσεις

Διδάσκουσα: Άννα Τασολάμπρου

# Κεφάλαιο 7 : Μέτρηση τάσης και ρεύματος

Αμπερόμετρο

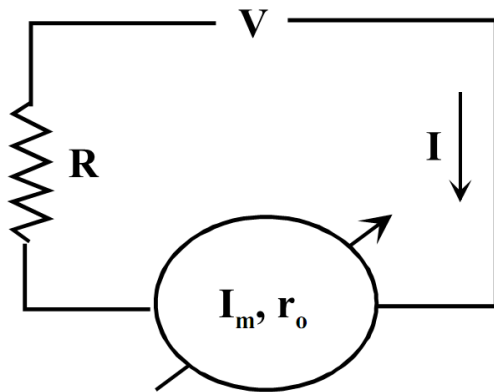


Σχήμα 7.1 Μέτρηση ρεύματος σε κύκλωμα

**Ερώτημα:** πως επιδρά στα ηλεκτρικά χαρακτηριστικά ενός κυκλώματος η σύνδεση ενός αμπερομέτρου?

# Κεφάλαιο 7 : Μέτρηση τάσης και ρεύματος

Αμπερόμετρο



Σχήμα 7.1 Μέτρηση ρεύματος σε κύκλωμα

Το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα και θα μετρήσει το όργανο είναι

$$I = V / (R + r_0)$$

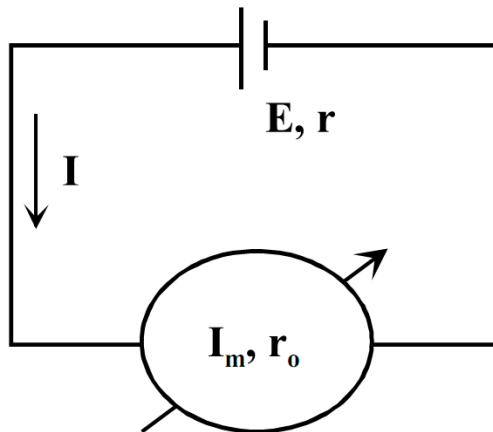
Αν δεν υπήρχε το όργανο, το ρεύμα στο κύκλωμα θα ήταν

$$I = V / R$$

Σχετικό σφάλμα της μέτρησης

$$\left| \frac{I_{\text{ενδ}} - I_{\text{πραγ}}}{I_{\text{ενδ}}} \right| = \left| \frac{\frac{V}{R + r_0} - \frac{V}{R}}{\frac{V}{R + r_0}} \right| = \left| -\frac{r_0}{R} \right|$$

# Κεφάλαιο 7 : Μέτρηση τάσης και ρεύματος



Σχήμα 7.2 Μέτρηση ΗΕΔ πηγής

Σαν παράδειγμα ας δούμε την μέτρηση της **Ηλεκτρεγερτική δύναμη (ΗΕΔ)** πηγής μιας πηγής  $E$ ,  $r$  με τη χρήση ενός βολτομέτρου με ρεύμα μέγιστης απόκλισης  $I_m$  και εσωτερική αντίσταση  $r_0$

- Αν το ρεύμα του κυκλώματος είναι  $I$ ,
- η ένδειξη του οργάνου θα είναι  $V=Ir_0$
- η ΗΕΔ της πηγής θεωρείται ότι έχει τιμή  $V$ .

$$E=I(r+r_0).$$

Σχετικό σφάλμα της μέτρησης

$$\left| \frac{E_{\text{ενδ}} - E_{\text{πραγ}}}{E_{\text{ενδ}}} \right| = \left| \frac{Ir_0 - I(r+r_0)}{Ir_0} \right| = \left| -\frac{r}{r_0} \right|$$

Το σχετικό σφάλμα της μέτρησης θα είναι μικρό αν η **εσωτερική αντίσταση του βολτομέτρου είναι πολύ μεγάλη** (ιδανικά άπειρη). Για να μην επηρεάζονται σημαντικά τα ηλεκτρικά χαρακτηριστικά του κυκλώματος, η εσωτερική αντίσταση ενός βολτομέτρου πρέπει να είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτή του υπόλοιπου κυκλώματος ώστε το ρεύμα που θα διαρρέει το όργανο να είναι πολύ μικρό ποσοστό του ολικού ρεύματος. Συνήθως, η εσωτερική αντίσταση του βολτομέτρου πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή ίση με  $10\text{K}\Omega$ .

# Κεφάλαιο 8 : Μέτρηση ωμικής αντίστασης

## Ωμική αντίσταση-γενικά

Η ωμική αντίσταση  $R$  ορίζεται με βάση το νόμο του Ohm ( $R=V/I$  όπου  $V$  η τάση και  $I$  το ρεύματος σε ένα αγωγό), εξαρτάται από το υλικό του αγωγού και τα γεωμετρικά του χαρακτηριστικά, έχει μονάδα το  $\Omega$  και στην πράξη περιγράφει την δυσκολία που συναντούν τα ηλεκτρόνια κατά το πέρασμα τους μέσα από τον αγωγό.

Για ένα αγωγό-σύρμα, η αντίσταση δίνεται από τη σχέση:

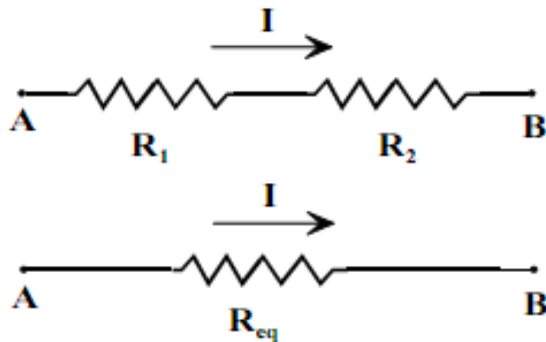
νόμο του Ohm

$$R=V/I$$

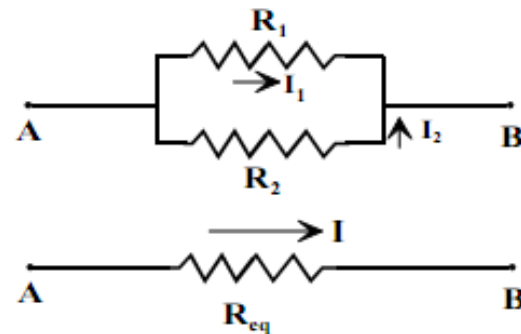
$$R = \rho \frac{L}{S}$$

# Κεφάλαιο 8 : Μέτρηση ωμικής αντίστασης

Κάθε συνδυασμό (σύνδεση) αντιστάσεων που υπακούουν τον νόμο του Ohm μπορούμε να τον αντικαταστήσουμε με μία μόνο αντίσταση, **την ισοδύναμη αντίσταση**. Η ισοδύναμη αντίσταση είναι τέτοια ώστε να διαρρέεται από το ίδιο ρεύμα με το συνδυασμό και στα άκρα της να υπάρχει η ίδια διαφορά δυναμικού.



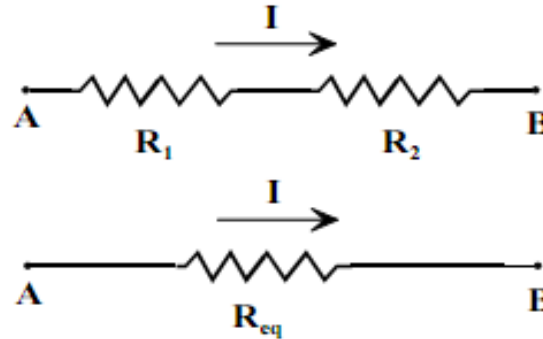
Σχήμα 6.1 Σύνδεση αντιστάσεων σε σειρά



Σχήμα 8.2 Σύνδεση αντιστάσεων παράλληλα

# Κεφάλαιο 8 : Μέτρηση ωμικής αντίστασης

Σύνδεση σε σειρά



Σχήμα 6.1 Σύνδεση αντιστάσεων σε σειρά

$$V_{R1} = IR_1 \text{ και } V_{R2} = IR_2 \Rightarrow V_{AB} = IR_1 + IR_2$$

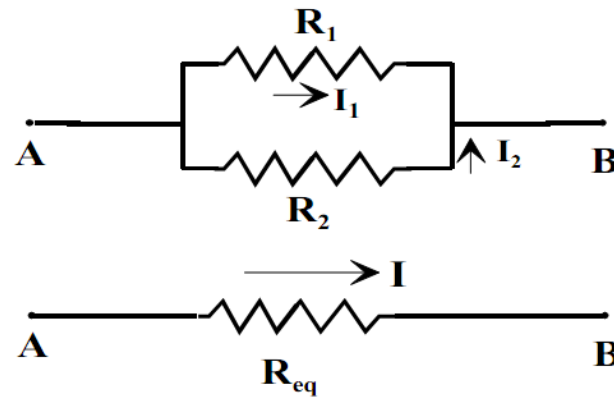
$$V_{AB} = V_{R_{eq}} = IR_{eq} \Rightarrow IR_{eq} = IR_1 + IR_2 \Rightarrow$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

**ΙΔΙΟ ΡΕΥΜΑ!!!**

$$\text{Γενικά: } R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

# Κεφάλαιο 8 : Μέτρηση ωμικής αντίστασης



Σχήμα 8.2 Σύνδεση αντιστάσεων παράλληλα

$$I_1 = \frac{V}{R_1}, I_2 = \frac{V}{R_2} \text{ και } I_{eq} = \frac{V}{R_{eq}} \text{ άρα}$$

$$\frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

**ΙΔΙΟ ΤΑΣΗ!!!!**

$$\text{Γενικά: } \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

# Κεφάλαιο 8 : Μέτρηση ωμικής αντίστασης

Η ωμική αντίσταση, εκτός από το υλικό και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του αγωγού, εξαρτάται και από την θερμοκρασία. Η μεταβολή της αντίστασης με την θερμοκρασία δίνεται από την εξίσωση:

$$R_T = R_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

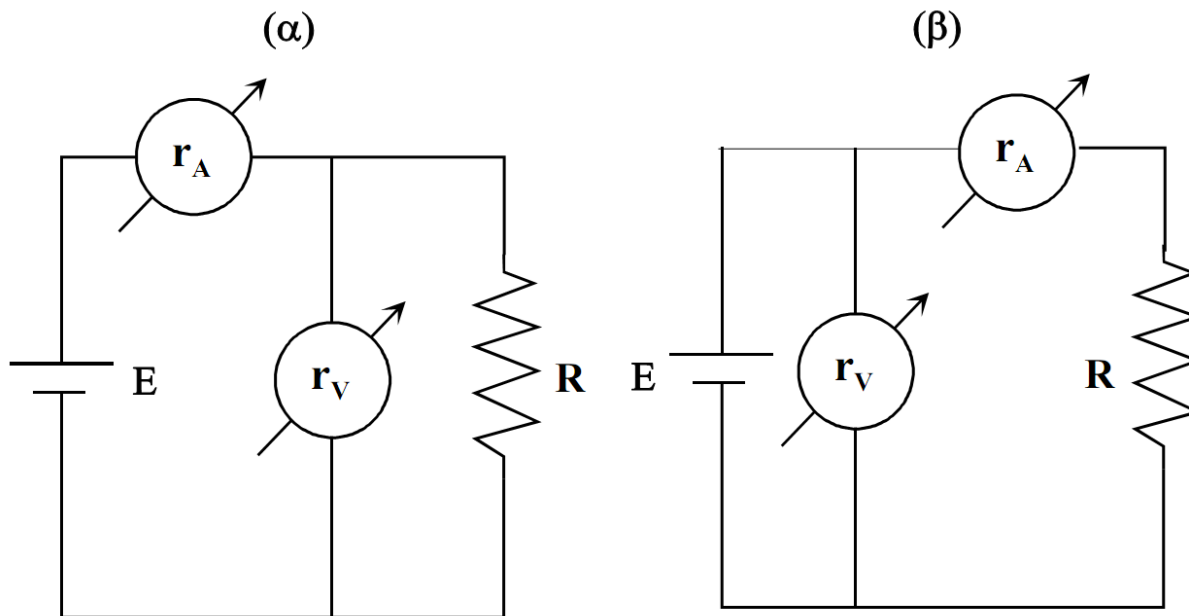
όπου  $R_T$ ,  $R_0$  είναι η τιμή της αντίστασης ( $\Omega$ ) σε θερμοκρασία  $T$  και  $20^\circ\text{C}$  αντίστοιχα,  $\alpha$  ο θερμικός συντελεστής αντίστασης ( $\Omega/\text{o C}$ ) που εξαρτάται από το υλικό και  $\Delta T = T - 20$  η μεταβολή της θερμοκρασίας σε  $\text{o C}$ .

Τέλος, κάθε αντίσταση περιγράφεται με δύο από τα παρακάτω τέσσερα χαρακτηριστικά μεγέθη: τάση  $V$ , ρεύμα  $I$ , αντίσταση  $R$  και ισχύ  $P$ . Τα μεγέθη αυτά συνδέονται μεταξύ τους με τις σχέσεις:

$$P = VI = I^2R = V^2/R$$

# Κεφάλαιο 8 : Μέτρηση ωμικής αντίστασης

*Η απλούστερη μέθοδος μέτρησης μιας ωμικής αντίστασης είναι η χρήση ενός βολτομέτρου και ενός αμπερομέτρου και εφαρμογή του νόμου του Ohm*



Σχήμα 8.3 Μέτρηση ωμικής αντίστασης με βολτόμετρο και αμπερόμετρο

**α) το βολτόμετρο συνδέεται στην αντίσταση**

**β) το αμπερόμετρο συνδέεται στην αντίσταση**

*\*Στην περίπτωση χρήσης ιδανικών οργάνων ( $r_A=0$ ,  $r_V=\infty$ ), καμία από τις δύο συνδεσμολογίες δεν θα επηρέαζε την μέτρηση.*

# Κεφάλαιο 8 : Μέτρηση ωμικής αντίστασης

Στην περίπτωση (α) το αμπερόμετρο *μετρά όχι μόνο το ρεύμα στην αντίσταση αλλά και το ρεύμα που διαρρέει το βολτόμετρο.*

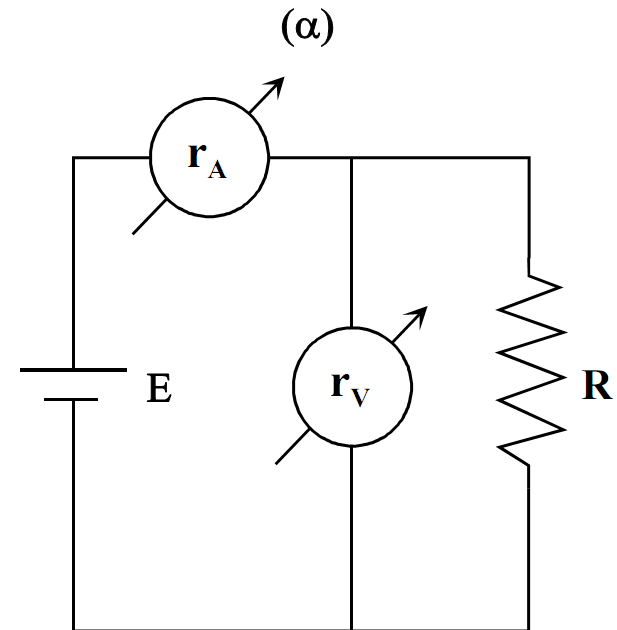
$$V_R = V, \quad I_R = I - V/r_V,$$

διόρθωση

$$R = \frac{V}{I - \frac{V}{r_V}}$$

σφάλμα

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{R - R_{\text{ισοδ}}}{R} = \frac{R - \frac{Rr_V}{R + r_V}}{R} = \frac{R}{R + r_V} = \frac{1}{1 + \frac{r_V}{R}}$$



\*Επομένως στην περίπτωση που το βολτόμετρο συνδέεται στην αντίσταση, το σχετικό σφάλμα της μέτρησης είναι μικρό για μικρές αντιστάσεις.

# Κεφάλαιο 8 : Μέτρηση ωμικής αντίστασης

στην περίπτωση (β) το βολτόμετρο μετράει την πτώση τάσης στα άκρα του αμπερομέτρου. Θα ισχύει

$$V_R = V - Ir_A, I_R = I,$$

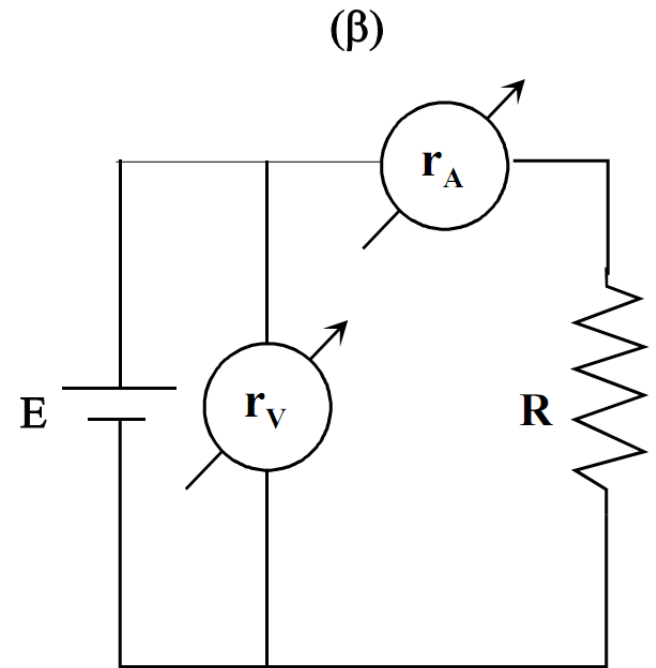
όπου  $V_R$  και  $I_R$  η τάση και το ρεύμα στην αντίσταση. Επομένως, για να αποφύγουμε τα σφάλματα θα πρέπει να γίνει η παρακάτω διόρθωση:

**διόρθωση**

$$R = \frac{V - Ir_A}{I}$$

**σφάλμα**

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{R - R_{\text{ισοδ}}}{R} = \frac{R - (R + r_A)}{R} = \frac{r_A}{R}$$



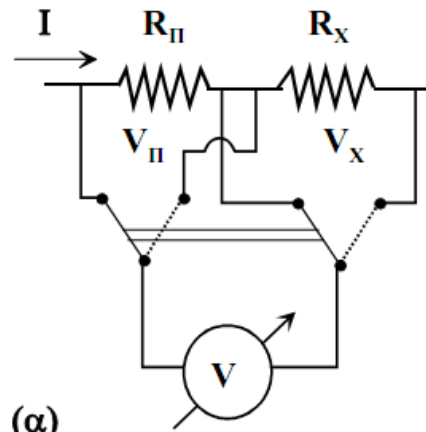
*\*Επομένως στην περίπτωση που το αμπερόμετρο συνδέεται στην αντίσταση, το σχετικό σφάλμα της μέτρησης είναι μικρό για μεγάλες αντιστάσεις.*

# Κεφάλαιο 8 : Μέτρηση ωμικής αντίστασης

## Μέτρηση της ωμικής αντίστασης με σύγκριση

Η σύγκριση της πτώσης τάσης ή του ρεύματος που διαρρέει μία άγνωστη αντίσταση  $R_X$  με τα αντίστοιχα μεγέθη σε γνωστή πρότυπη αντίσταση  $R_{\Pi}$  αποτελεί μία σχετικά απλή μέθοδος για τη μέτρηση ωμικής αντίστασης. Στην πρώτη περίπτωση, **η πρότυπη και η άγνωστη αντίσταση συνδέονται σε σειρά και διαρρέονται από ρεύμα  $I$** . Με την βοήθεια μεταγωγέα και βολτομέτρου μετράμε την πτώση τάσης σε κάθε μία από τις αντιστάσεις η οποία είναι ανάλογη της τιμής της αντίστασης. Η τιμή της άγνωστης αντίστασης δίνεται τελικά από τη σχέση:

$$R_X = R_{\Pi} \frac{V_X}{V_{\Pi}}$$

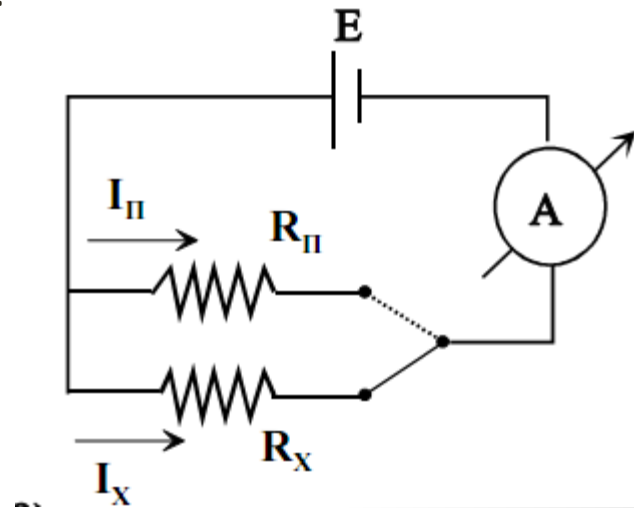


# Κεφάλαιο 8 : Μέτρηση ωμικής αντίστασης

## Μέτρηση της ωμικής αντίστασης με σύγκριση

Η σύγκριση της πτώσης τάσης ή του ρεύματος που διαρρέει μία άγνωστη αντίσταση  $R_X$  με τα αντίστοιχα μεγέθη σε γνωστή πρότυπη αντίσταση  $R_{\Pi}$  αποτελεί μία σχετικά απλή μέθοδος για τη μέτρηση ωμικής αντίστασης. **Αντίστοιχα, κατά την σύγκριση των ρευμάτων, οι δύο αντιστάσεις συνδέονται παράλληλα και εφαρμόζεται σε αυτές η ίδια διαφορά δυναμικού  $V$ .** Με την βοήθεια μεταγωγέα και αμπερομέτρου μετράμε το ρεύμα που διαρρέει κάθε μία από τις αντιστάσεις το οποίο είναι αντιστρόφως ανάλογο της τιμής της αντίστασης. Η τιμή της άγνωστης αντίστασης δίνεται τελικά από τη σχέση:

$$R_X = R_{\Pi} \frac{I_{\Pi}}{I_X}$$

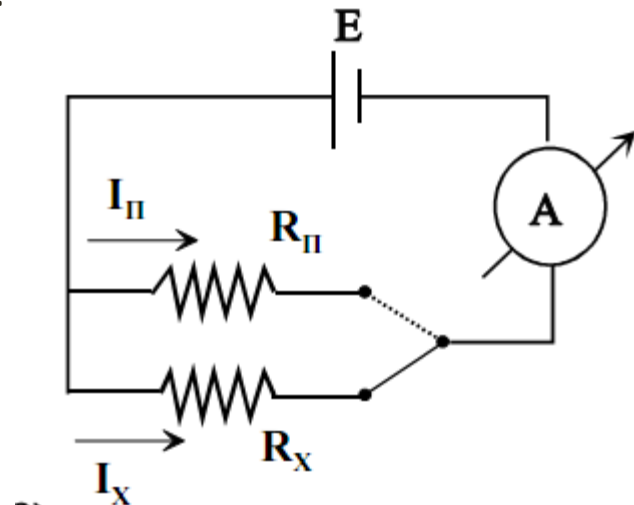


# Κεφάλαιο 8 : Μέτρηση ωμικής αντίστασης

## Μέτρηση της ωμικής αντίστασης με σύγκριση

Η σύγκριση της πτώσης τάσης ή του ρεύματος που διαρρέει μία άγνωστη αντίσταση  $R_X$  με τα αντίστοιχα μεγέθη σε γνωστή πρότυπη αντίσταση  $R_{\Pi}$  αποτελεί μία σχετικά απλή μέθοδος για τη μέτρηση ωμικής αντίστασης. **Αντίστοιχα, κατά την σύγκριση των ρευμάτων, οι δύο αντιστάσεις συνδέονται παράλληλα και εφαρμόζεται σε αυτές η ίδια διαφορά δυναμικού  $V$ .** Με την βοήθεια μεταγωγέα και αμπερομέτρου μετράμε το ρεύμα που διαρρέει κάθε μία από τις αντιστάσεις το οποίο είναι αντιστρόφως ανάλογο της τιμής της αντίστασης. Η τιμή της άγνωστης αντίστασης δίνεται τελικά από τη σχέση:

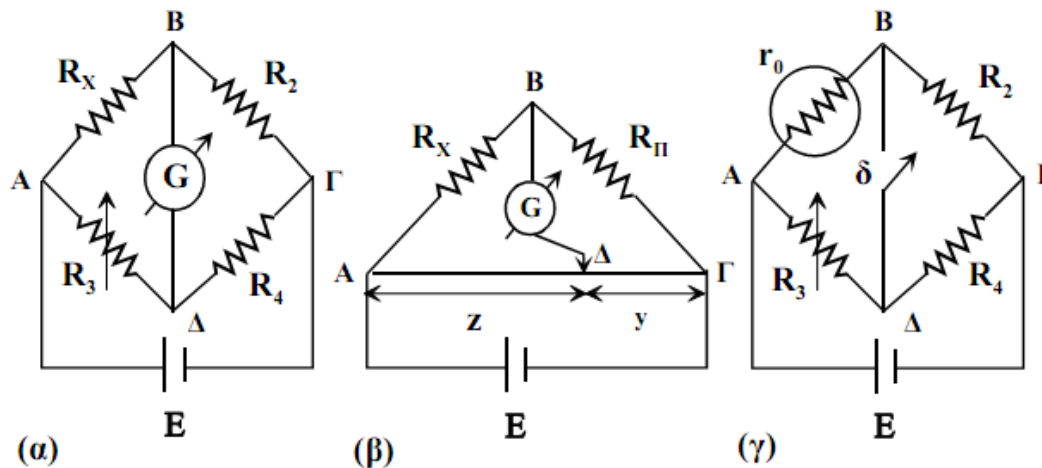
$$R_X = R_{\Pi} \frac{I_{\Pi}}{I_X}$$



# Κεφάλαιο 8 : Μέτρηση ωμικής αντίστασης

## Μέτρηση της ωμικής αντίστασης με γέφυρα

Η χρήση γέφυρα αποτελεί την πλέον ευαίσθητη μέθοδο μέτρησης ωμικής αντίστασης (και όχι μόνο όπως θα δούμε σε επόμενα κεφάλαια). **Η λειτουργία της γέφυρας βασίζεται στο μηδενισμό του ρεύματος που διαρρέει μία γραμμή του κυκλώματος για κατάλληλο συνδυασμό τεσσάρων αντιστάσεων.** Υπάρχουν διάφορες εκδοχές της γέφυρας με κυριότερες: την γέφυρα Wheatstone, την γέφυρα Wheatstone με χορδή και τη γέφυρα Kelvin.

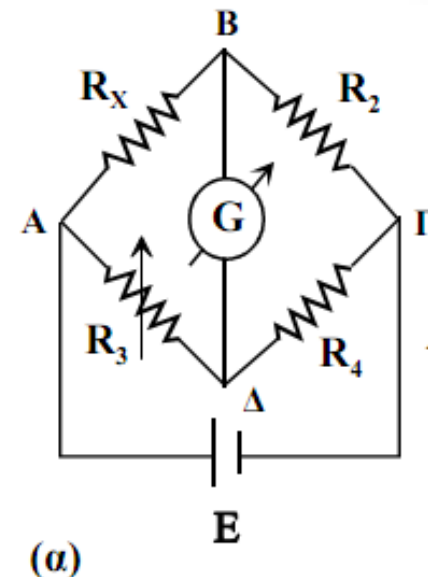


Σχήμα 8.5 Γέφυρα Wheatstone (α), γέφυρα Wheatstone με χορδή (β) και γέφυρα Kelvin (γ)

# Κεφάλαιο 8 : Μέτρηση ωμικής αντίστασης

## Μέτρηση της ωμικής αντίστασης με γέφυρα

Ας εξετάσουμε αρχικά την απλή γέφυρα Wheatstone. Αποτελείται από 4 αντιστάσεις, την άγνωστη  $R_X$ , μία μεταβλητή  $R_3$  η οποία πρέπει να είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με την  $R_X$  και δύο αντιστάσεις  $R_2$  και  $R_4$  που πρέπει να έχουν αντίσταση περίπου το  $1/10$  της  $R_X$ . Το σύστημα τροφοδοτείται με πηγή  $E$  και στην γραμμή  $B\Delta$  τοποθετείται γαλβανόμετρο με το οποίο παρακολουθούμε το μηδενισμό του ρεύματος στη γραμμή.



Με μεταβολή της αντίστασης  $R_3$  επιτυγχάνουμε το μηδενισμό του ρεύματος στη γραμμή  $B\Delta$  που αλλιώς ονομάζεται ισορροπία της γέφυρας.

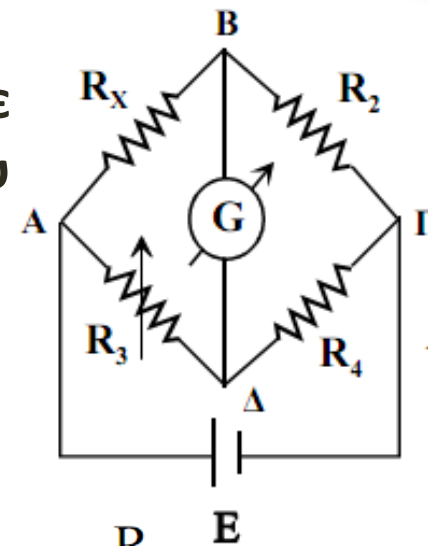
# Κεφάλαιο 8 : Μέτρηση ωμικής αντίστασης

## Μέτρηση της ωμικής αντίστασης με γέφυρα

Με μεταβολή της αντίστασης  $R_3$  επιτυγχάνουμε το μηδενισμό του ρεύματος στη γραμμή  $B\Delta$  που αλλιώς ονομάζεται ισορροπία της γέφυρας.

$$I_{AB}=I_{B\Gamma}, I_{A\Delta}=I_{\Delta\Gamma}, V_{AB}=V_{A\Delta}, V_{\Gamma B}=V_{\Gamma\Delta}$$

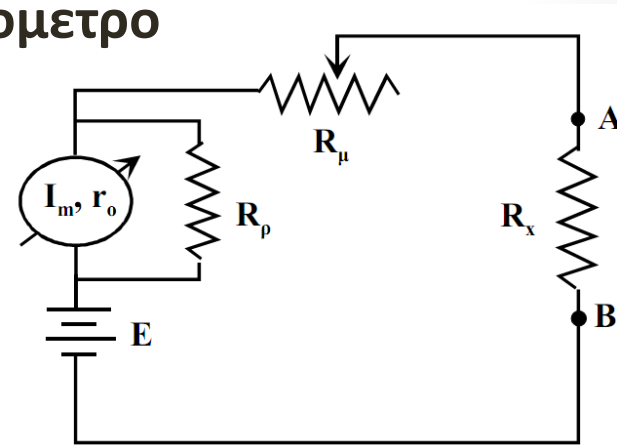
$$\frac{V_{AB}}{V_{B\Gamma}} = \frac{V_{A\Delta}}{V_{\Gamma\Delta}} \Rightarrow \frac{I_{AB}R_X}{I_{B\Gamma}R_2} = \frac{I_{A\Delta}R_3}{I_{\Gamma\Delta}R_4} \Rightarrow \frac{R_X}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \Rightarrow R_X = R_2 \frac{R_3}{R_4}$$



# Κεφάλαιο 8 : Μέτρηση ωμικής αντίστασης

## Μέτρηση της ωμικής αντίστασης με ωμόμετρο

Η ωμική αντίσταση μπορεί να μετρηθεί και απ' ευθείας με ένα ωμόμετρο. Ας εξετάσουμε πως μπορούμε να φτιάξουμε ένα ωμόμετρο χρησιμοποιώντας ως βασική μονάδα ένα όργανο στο οποίο ο δείκτης κινείται όταν αυτό διαρρέεται από ρεύμα όπως το όργανο στρεπτού πηνίου.



Σχήμα 8.6 Ωμόμετρο τύπου σειράς

α) Ωμόμετρο τύπου σειράς. Σε αυτή την περίπτωση, η βασική μονάδα του οργάνου είναι σε σειρά με την υπό μέτρηση αντίσταση. Τ

Αν βραχυκυκλώσουμε τα σημεία A και B ( $R_x=0$ ),

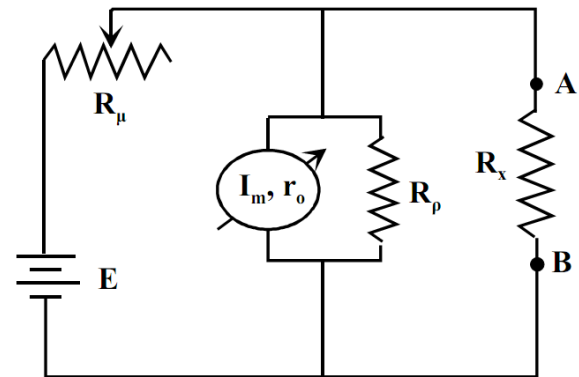
$$I_m = \frac{E}{R_{\omega\mu\omicron}} \quad \text{όπου} \quad R_{\omega\mu\omicron} = \frac{r_0 R_p}{r_0 + R_p} + R_{\mu}$$

Αν τώρα ανοικτοκυκλώσω τα σημεία A και B ( $R_x=\infty$ ),

το ρεύμα στο κύκλωμα θα είναι μηδέν

# Κεφάλαιο 8 : Μέτρηση ωμικής αντίστασης

## Μέτρηση της ωμικής αντίστασης με ωμόμετρο



Σχήμα 8.7 Ωμόμετρο παράλληλου τύπου

β) Ωμόμετρο παράλληλο. Σε αυτή την περίπτωση, η βασική μονάδα του οργάνου είναι παράλληλα με την υπό μέτρηση αντίσταση. Το κύκλωμα ενός παράλληλου ωμομέτρου φαίνεται όπου τα διάφορα επιμέρους στοιχεία έχουν τον ίδιο ρόλο με το ωμόμετρο τύπου σειράς

- Αν βραχυκυκλώσουμε τα σημεία A και B ( $R_x=0$ ), το ρεύμα στο βασικό όργανο θα είναι μηδέν.
- Αν τώρα ανοικτοκυκλώσω τα σημεία A και B ( $R_x=\infty$ ), το ρεύμα στο βασικό όργανο θα είναι μέγιστο  $I_m$ .

$$\left| \frac{R_{\text{ενδ}} - R_{\text{πραγ}}}{R_{\text{ενδ}}} \right| = \left| \frac{\frac{R_x R_{\omega\mu\omicron}}{(R_x + R_{\omega\mu\omicron})} - R_x}{\frac{R_x R_{\omega\mu\omicron}}{(R_x + R_{\omega\mu\omicron})}} \right| = \left| -\frac{R_x^2}{R_x R_{\omega\mu\omicron}} \right| = \left| -\frac{R_x}{R_{\omega\mu\omicron}} \right|$$