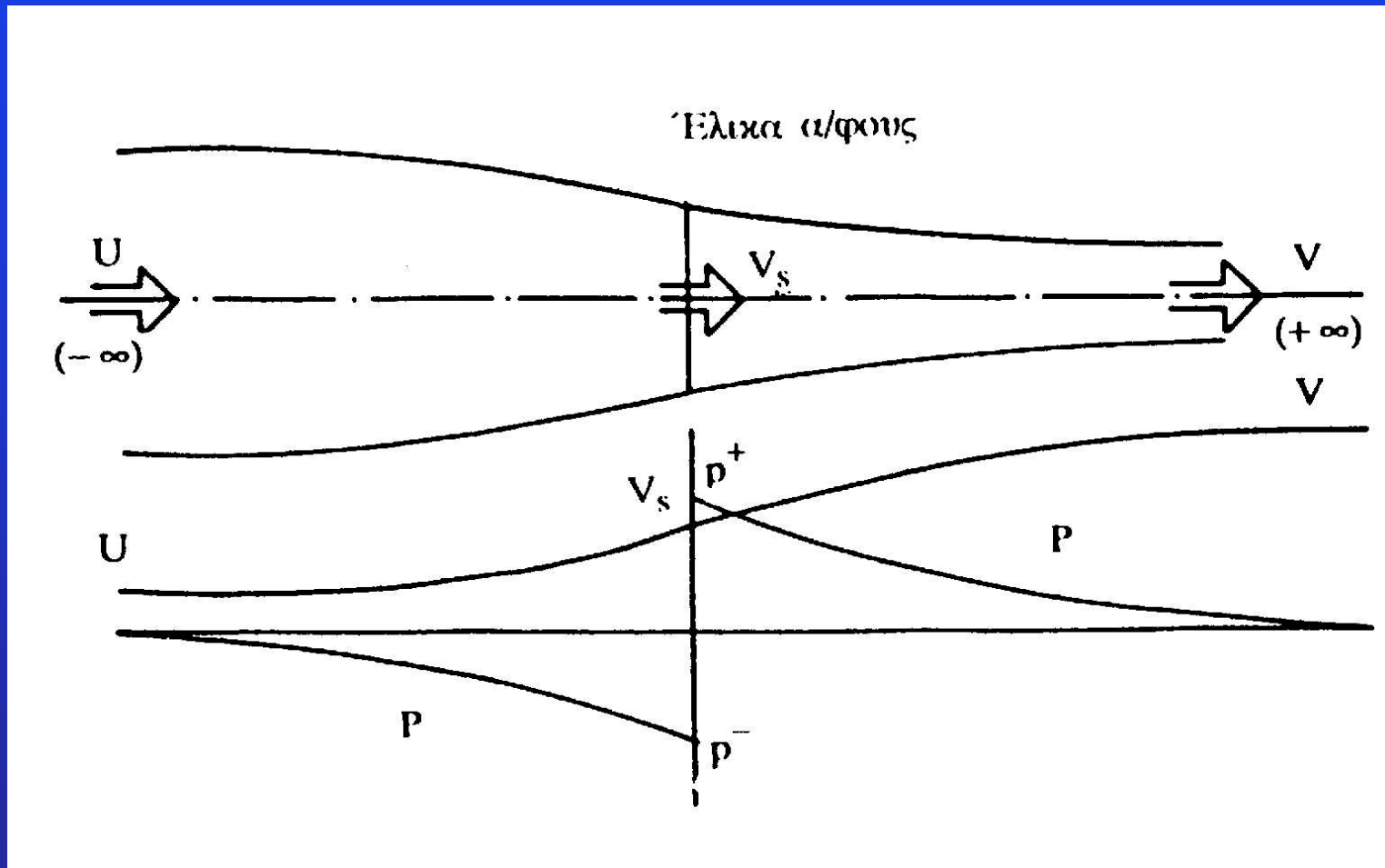


***ΑΙΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ:  
ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ***

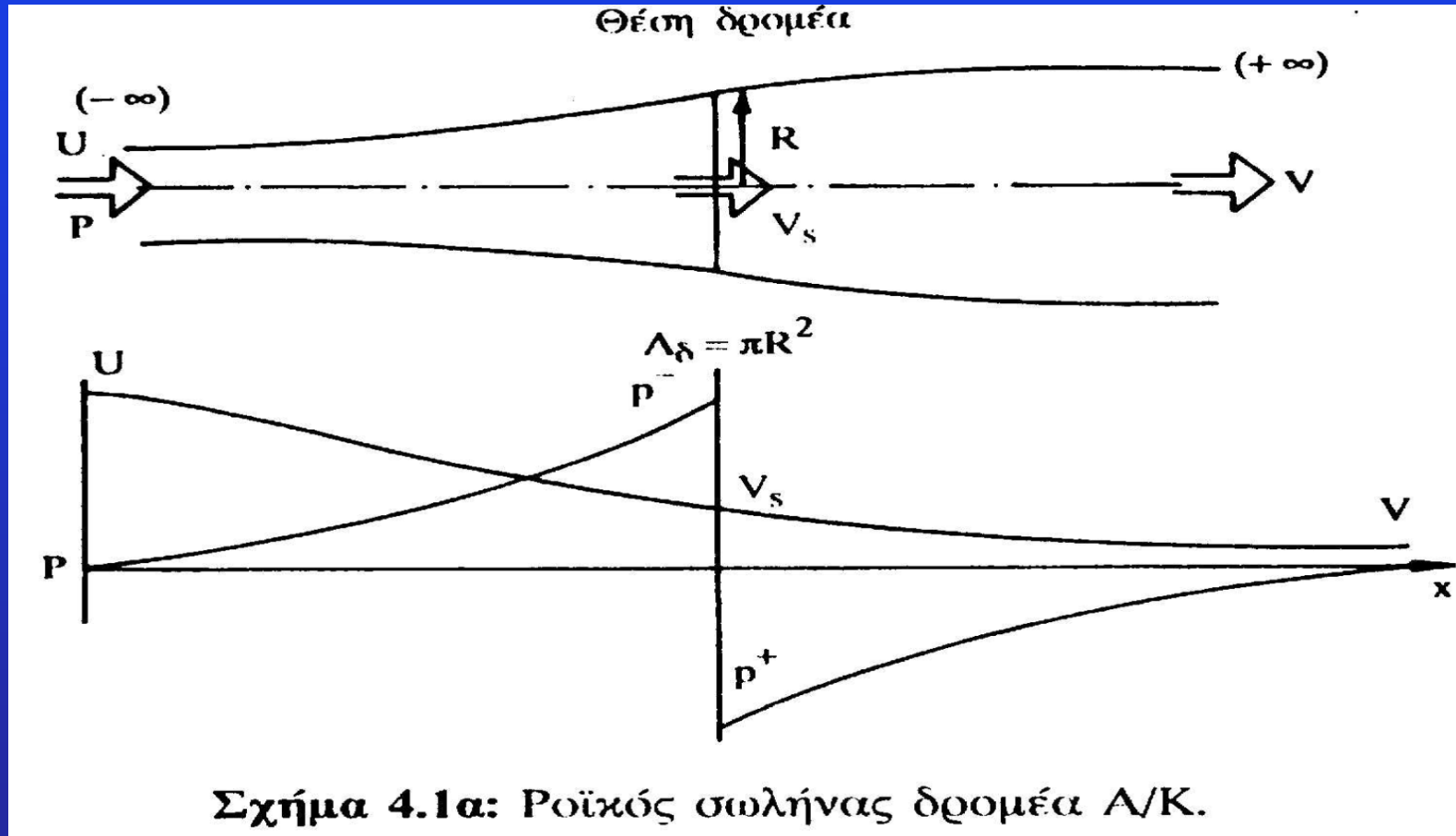
**Δρ. Κονταξάκης Κώστας**  
**Επικ. καθηγητής ΤΕΙ Κρήτης**



# ΑΙΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ



# ΑΙΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ



*Ροϊκός σωλήνας δρομέα ανεμοκινητήρα*



# ΑΙΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

## ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

Για τη μελέτη του αεροδυναμικού πεδίου γύρω από το δίσκο θα εφαρμοστούν οι γνωστοί νόμοι της Μηχανικής των Ρευστών και πιο συγκεκριμένα:

- Η εξίσωση διατήρησης της μάζας
- Η εξίσωση διατήρησης της ορμής
- Ενεργειακός ισολογισμός

Σε πρώτη προσέγγιση επίλυσης του προβλήματος γίνονται οι ακόλουθες παραδοχές:

- Η εναλλαγή ενέργειας μεταξύ ρευστού και δίσκου γίνεται χωρίς απώλειες.
- Ομοιόμορφη κατανομή της ταχύτητας στο δίσκο
- Η φόρτιση (διαφορά πίεσης πριν και μετά) πάνω σε ολόκληρο το δίσκο είναι σταθερή.
- Ο δίσκος δεν περιστρέφει τη φλέβα της ροής. Η παραδοχή αυτή πρακτικά μπορεί να επιτευχθεί με την ύπαρξη δύο αντίθετα στρεφόμενων δρομέων ενώ οι παραδοχές 2 & 3 απαιτούν άπειρο αριθμό και πτερύγια κατάλληλης σχεδίασης.



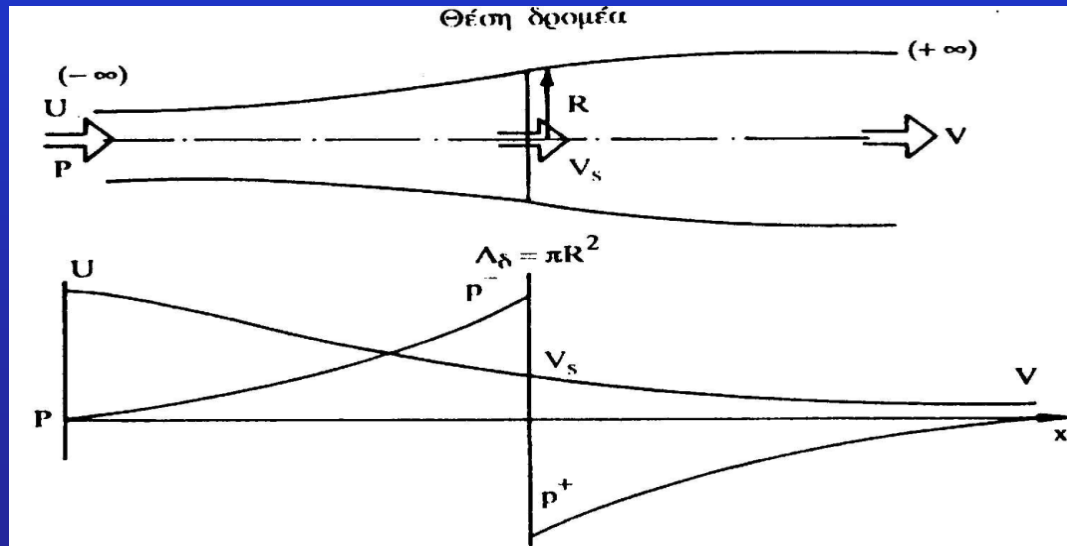
## ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ

Η μάζα του ρέει μέσα στο ροϊκό σωλήνα, διατηρείται σταθερή και ίση με:

$$\dot{m} = \rho \cdot A_{\delta} \cdot V_s = \rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot V_s$$

Τότε:

$$U \cdot A_{-\infty} = V_s \cdot A_{\delta} = V \cdot A_{+\infty}$$



Σχήμα 4.1α: Ροϊκός σωλήνας δρομέα Α/Κ.



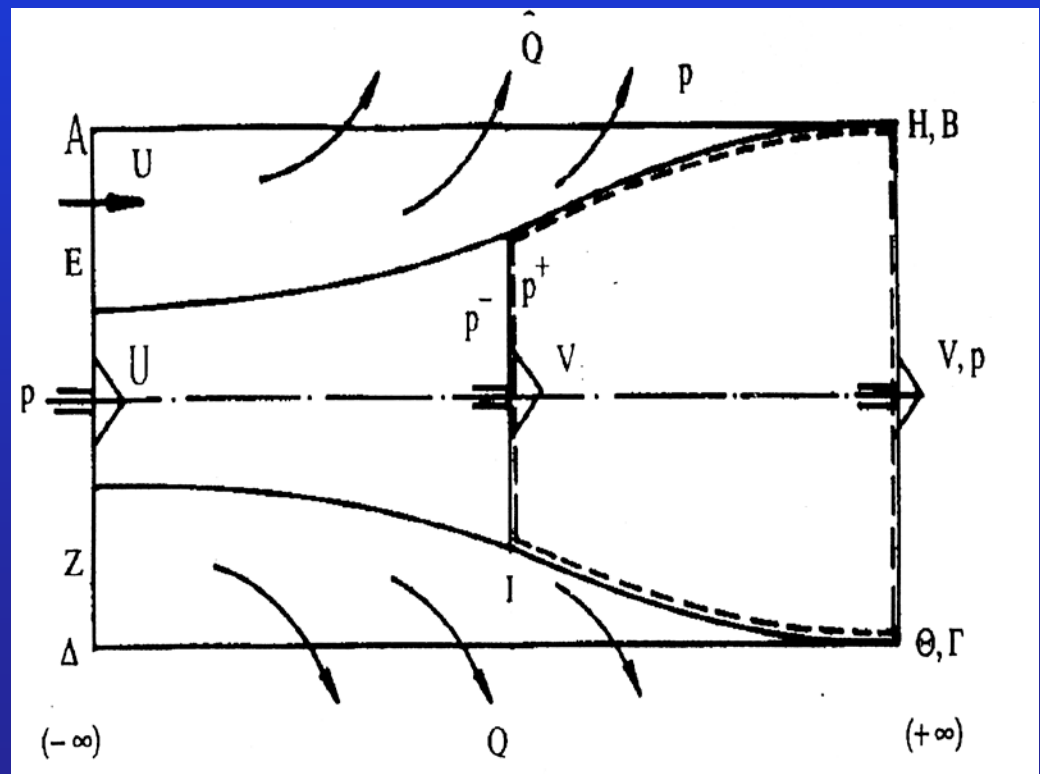
## ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Η ώση ισούται με την εν-  
θέσει μεταβολή της ροής  
της ορμής:

$$T = \rho \cdot U^2 \cdot A_{\infty} - \rho \cdot A_{\delta} \cdot V_s \cdot V - Q \cdot U$$

Η παροχή  $Q$  διαμέσου της  
παράπλευρης επιφάνειας  
του κυλινδρικού όγκου  
ισολογισμού είναι:

$$Q = \rho \cdot A_{\infty} \cdot U - \rho \cdot A_{\delta} \cdot V_s$$







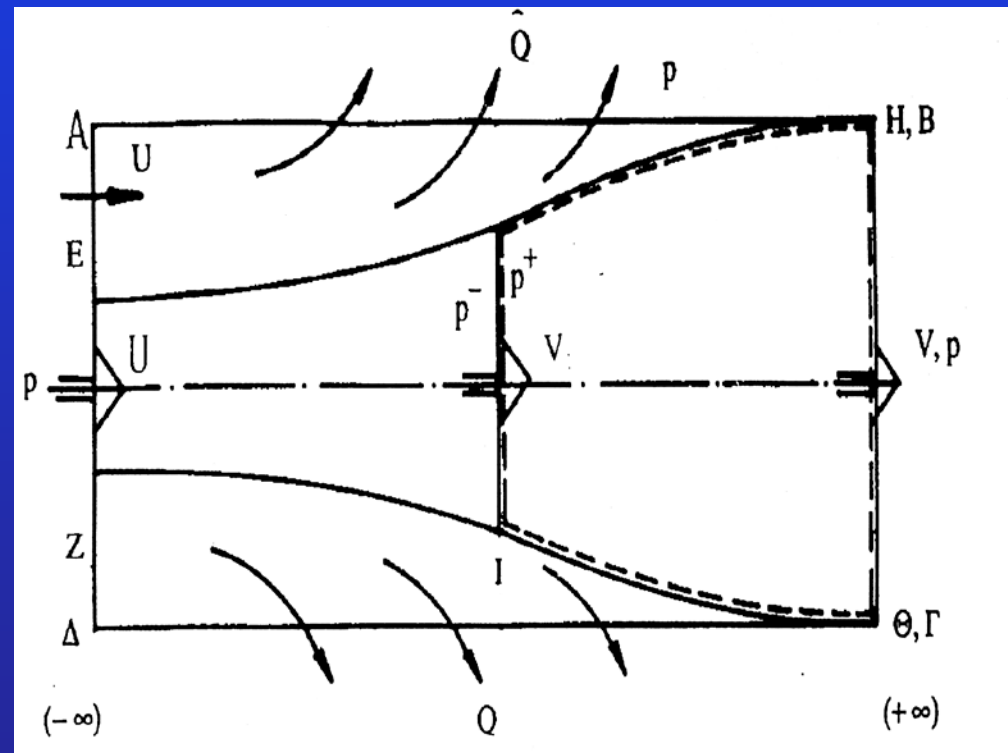
## ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΟΣ ΙΣΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

$$\frac{T}{A_\delta} = \Delta p = p^- - p^+$$

$$T = \rho \cdot A_\delta \cdot V_s \cdot (U - V)$$

$$\frac{T}{A_\delta} = \rho \cdot V_s \cdot (U - V)$$

$$V_s = \frac{1}{2} \cdot (U + V)$$



Εισαγωγή του συντελεστή αξονικής επαγωγής ή αλληλεπίδρασης (axial interference factor), της ταχύτητας του ανέμου:  $a$

$$a = \frac{(U - V_s)}{U}$$

Τότε:

$$V_s = U \cdot (1 - a)$$

$$V = U \cdot (1 - 2a)$$



# ΑΙΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

$$P = T \cdot V_s$$

$$P = 2 \cdot \rho \cdot A_\delta \cdot U^3 \cdot a \cdot (1 - a)^2$$

$$T = 2 \cdot \rho \cdot A_\delta \cdot U^2 \cdot a \cdot (1 - a)$$

$$C_p = \frac{P}{\left( \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^3 \cdot A_\delta \right)}$$

$$C_T = \frac{T}{\left( \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^3 \cdot A_\delta \right)}$$

Υποδηλώνει το ποσοστό της ενέργειας που έχει ο άνεμος που πλησιάζει το δίσκο (λίγο πριν από το δίσκο) και που μετατρέπεται σε ισχύ πάνω στο δρομέα (είναι η ισχύς που έχει ο άνεμος ταχύτητας που περνάει από επιφάνεια)

Εκφράζει το συντελεστή αντίστασης που παρουσιάζει ο δρομέας στη ροή



Αντικαθιστώντας:

$$C_p = 4a \cdot (1 - a)^2$$

$$C_T = 4a \cdot (1 - a)$$

Ακρότατα συνάρτησης:

$$\frac{dC_p}{da} = 0$$

$$a = \frac{1}{3}$$



Όριο του Betz:

$$C_{p \max} = \frac{16}{27} \cong 59\%$$

Και άρα για βέλτιστο δρομέα:

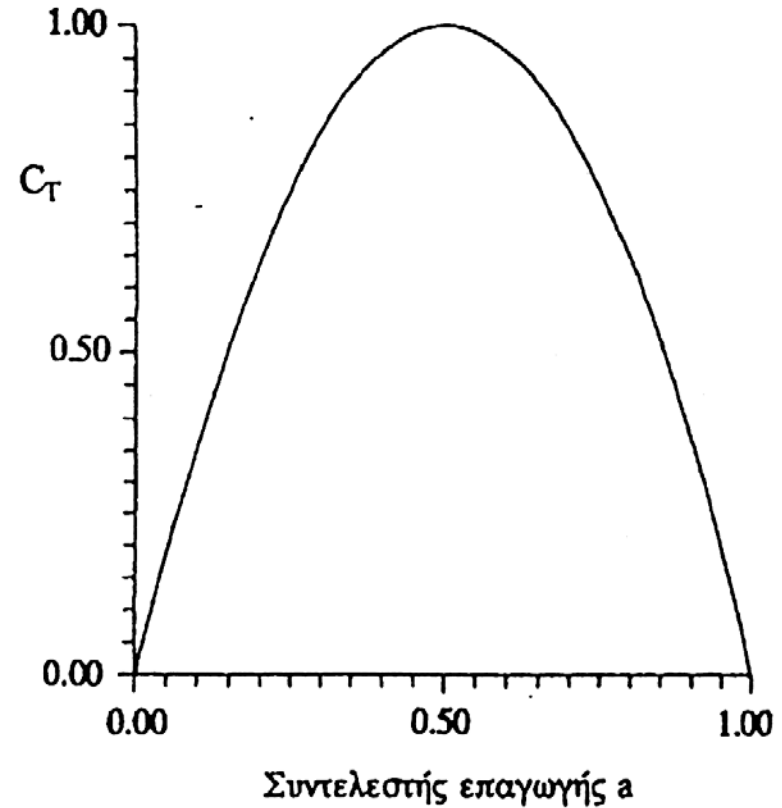
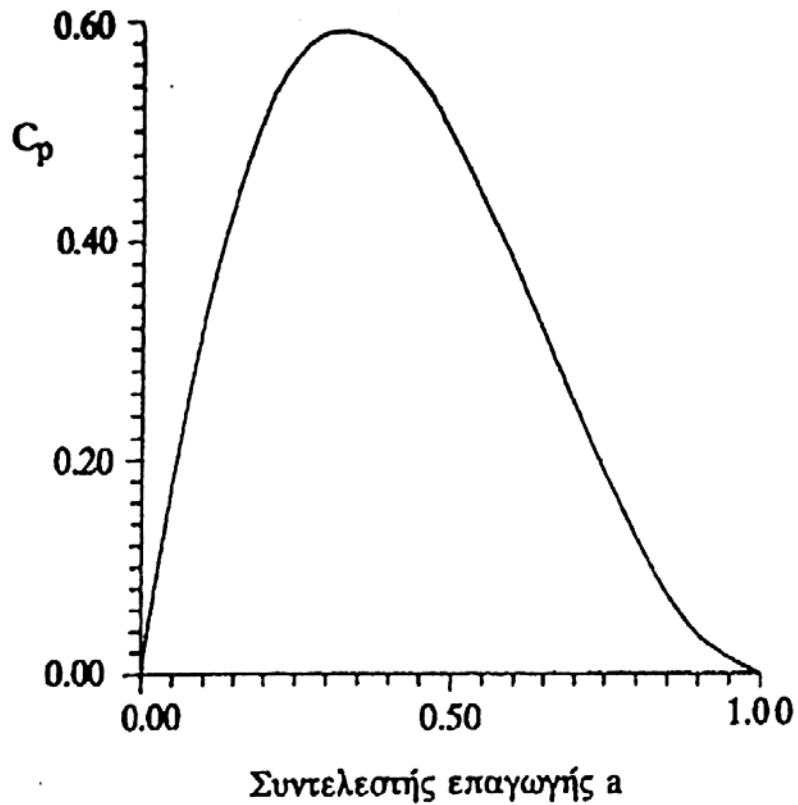
$$V_s = \left(2/3\right) \cdot U$$

$$V = \left(1/3\right) \cdot U$$

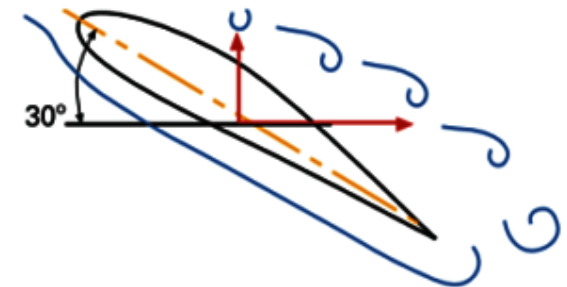
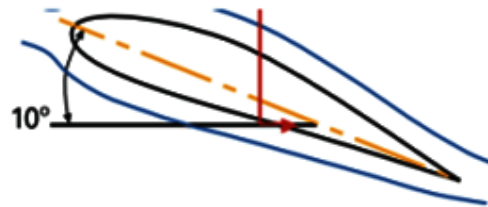
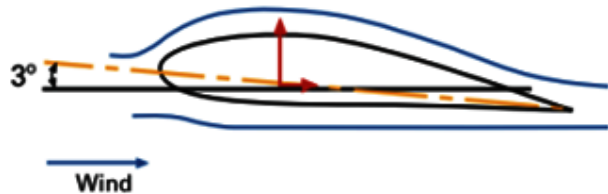
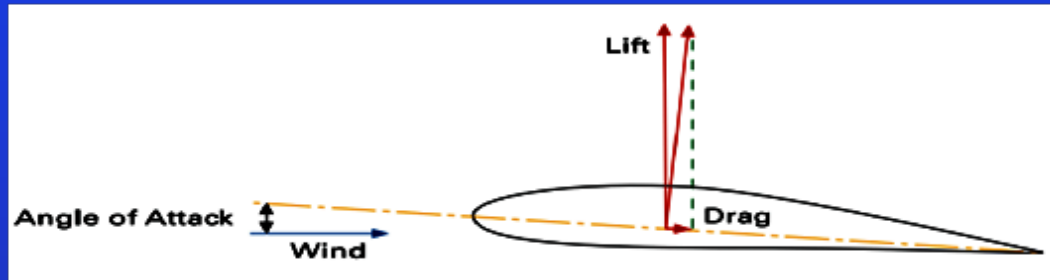


# ΑΙΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

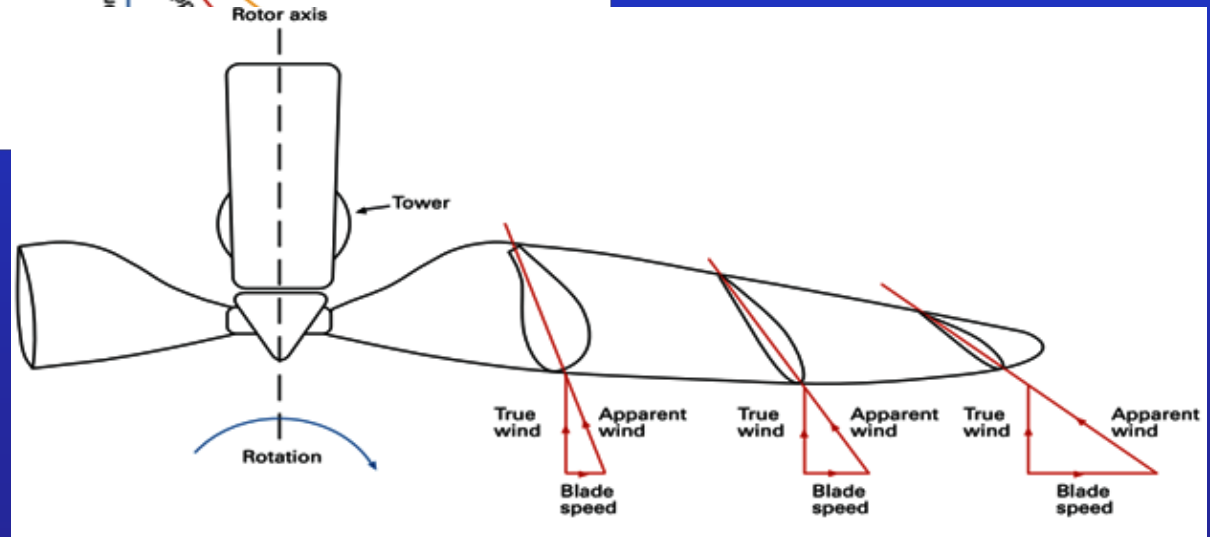
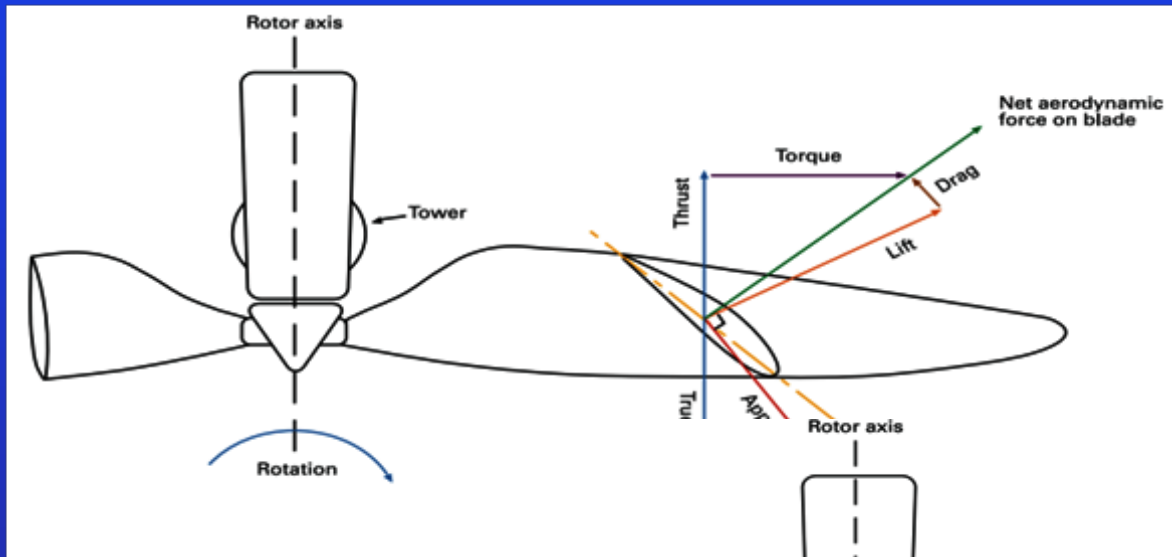
122



## Στοιχεία αεροδυναμικής



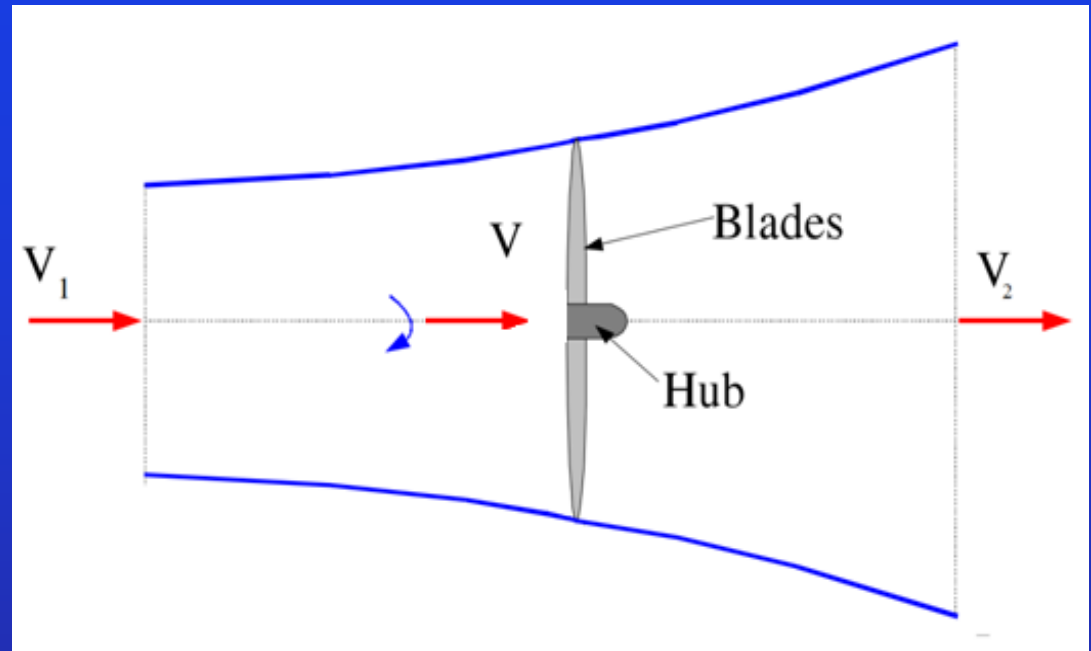
## Στοιχεία αεροδυναμικής



$$T = \rho \cdot S \cdot V \cdot (V_1 - V_2)$$

και

$$V = \frac{1}{2} \cdot (V_1 + V_2)$$



Αντικαθιστώντας την  $V$  :

$$T = \rho S (V_1^2 - V_2^2) / 2$$

Η ισχύς μεγιστοποιείται όταν  $V_2 = V_1 / 3$  (θεωρία του Betz)

$$\text{Τότε : } T = (4/9) \rho S V_1^2 \text{ και } V = (2/3) V_1$$

$$\text{επομένως : } T = \rho S V^2$$

Αν κάθε στοιχείο της επιφάνειας σάρωσης συμβάλλει αναλογικά με το εμβαδόν του στην ώση, η συμβολή του στοιχείου που βρίσκεται μεταξύ  $r$  και  $r+dr$  είναι :

$$dF = \rho V^2 dS = 2 \pi \rho V^2 r dr \quad (\text{σχέση 1.})$$



## Απλουστευμένος υπολογισμός πτερύγωσης

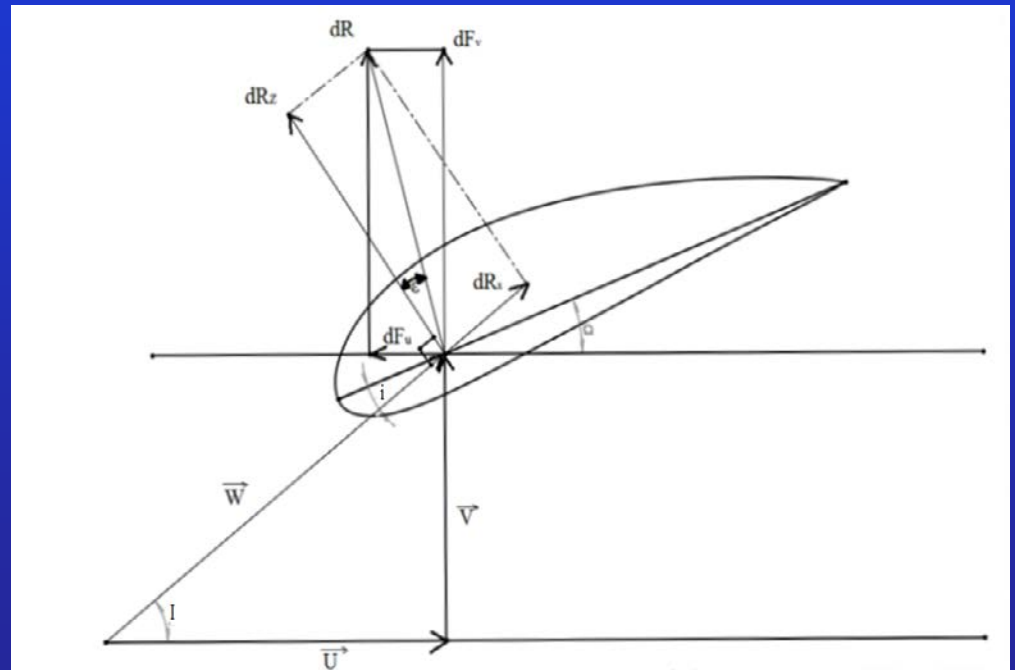
Το αεροδυναμικό φορτίο,  $dR$ , αναλύεται σε 2 συνιστώσες: την άνωση (lift),  $dR_z$ , και την αντίσταση (drag),  $dR_x$ .

$$dR_z = (1/2) \rho C_z W^2 l dr \quad \text{και}$$
$$dR_x = (1/2) \rho C_x W^2 l dr$$

Η συνισταμένη δύναμη:

$$dR = dR_z / \cos \varepsilon$$

όπου ( $\varepsilon$ ) είναι η γωνία μεταξύ του  $dR$  και  $dR_z$  και ( $l$ ) η χορδή του προφίλ στην απόσταση  $r$ .



## Απλουστευμένος υπολογισμός πτερύγωσης

Επίσης :

$$W = V/\sin I \quad \text{και} \quad dR = (1/2) \rho C_z (W^2 / \cos \varepsilon) dr \rightarrow$$
$$dR = (1/2) \rho C_z (V^2 / \sin^2 I) (1/\cos \varepsilon) dr$$

Αν προβάλλουμε τη συνισταμένη  $dR$  σε επίπεδο κατά τη διεύθυνση του ανέμου θα έχουμε την ώση,  $T$ , του στοιχείου που βρίσκεται μεταξύ των ακτίνων  $r$  και  $r + dr$  και αν  $p$  ο αριθμός των πτερύγων:

$$dT = (1/2) \rho C_z p (V^2 / \sin^2 I) (1/\cos \varepsilon) (\cos(I-\varepsilon)) dr$$

και αν το εξισώσουμε με τη σχέση 1.:

$$C_z p 1 = 4 \pi r \sin^2 I \cos \varepsilon / \cos(I-\varepsilon)$$

δηλαδή:

$$C_z p 1 = 4 \pi r (\tan^2 I \cos I) / (1 + \tan \varepsilon \tan I) \quad (\text{σχέση 2.})$$



## Απλουστευμένος υπολογισμός πτερύγωσης

Η γωνία  $I$  συνδέεται με την ταχύτητα του ανέμου  $V_1$  από την παρακάτω σχέση :

$$\cotan I = \omega r / V = (2/3) \omega r / V_1 = (3/2) \lambda$$

και η (2) γίνεται:

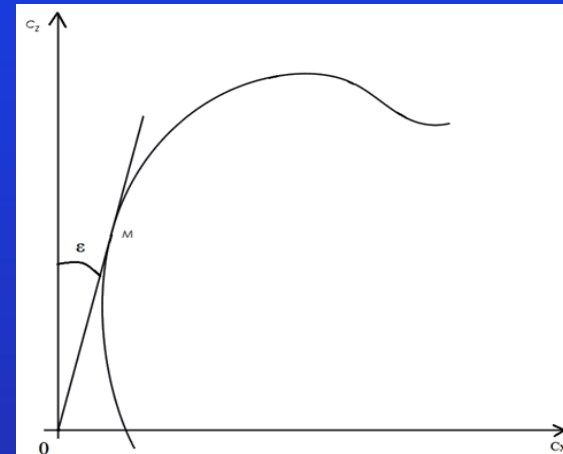
$$C_{zpl} = \frac{16 \pi}{9} \frac{r}{\lambda \sqrt{\lambda^2 + \frac{4}{9} \left(1 + \frac{2}{3\lambda} \tan \varepsilon\right)}}$$

Υπό κανονικές συνθήκες, η τιμή του  $\tan \varepsilon$  είναι πολύ χαμηλή. Η βέλτιστη τιμή του  $\tan \varepsilon$ , για μια συνηθισμένη αεροτομή είναι της τάξεως του 0,05 , οπότε η παρένθεση είναι περίπου ίση με τη μονάδα και η προηγούμενη σχέση μπορεί να γραφτεί ως εξής :



## Απλουστευμένος υπολογισμός πτερύγωσης

$$C_{z p l} = \frac{16 \pi}{9} \frac{r}{\lambda \sqrt{\lambda^2 + \frac{4}{9}}}$$



και  $\lambda = \lambda_0 (r/R) \rightarrow$

$$C_{z p l} = \frac{16 \pi}{9} \frac{R}{\lambda_0 \sqrt{\lambda_0^2 + \frac{r^2}{R^2} + 4/9}}$$



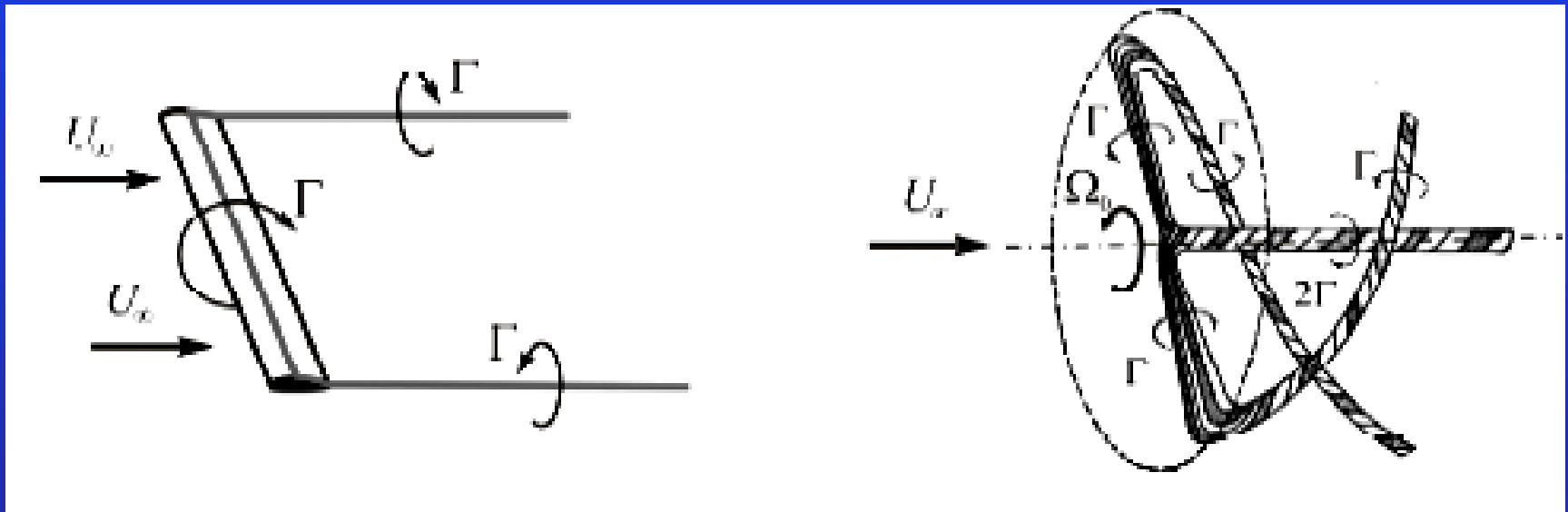
## Απλουστευμένος υπολογισμός πτερύγωσης

Βήματα υπολογισμού κατασκευαστικών παραμέτρων πτέρυγας: μήκους πτέρυγας ( $r$ ), γωνίας σφήνωσης ( $\alpha$ ) και μήκους χορδής ( $l$  ή  $c$ ).

- Υπολογισμός μήκους πτέρυγας  $\rightarrow$  διάμετρος πτερύγωσης,  $D$ , από τη σχέση  $P=z \cdot D^2 \cdot V^3$  όπου  $z \in \{0.14 - 0.22\}$ .
- Επιλογή ή υπολογισμός  $\lambda_0 \rightarrow \lambda_r \rightarrow$  υπολογισμός  $I$ .
- Επιλογή αεροτομής  $\rightarrow C_z = f(i)$  και  $C_x = f(i)$
- Επιλογή γωνιών προσβολής,  $i$ .
- Υπολογισμός γωνίας σφήνωσης  $\alpha = I - i$ .
- Υπολογισμός γινομένου  $C_z \cdot r \cdot l = f(\lambda)$  και υπολογισμός χορδής,  $l$ .

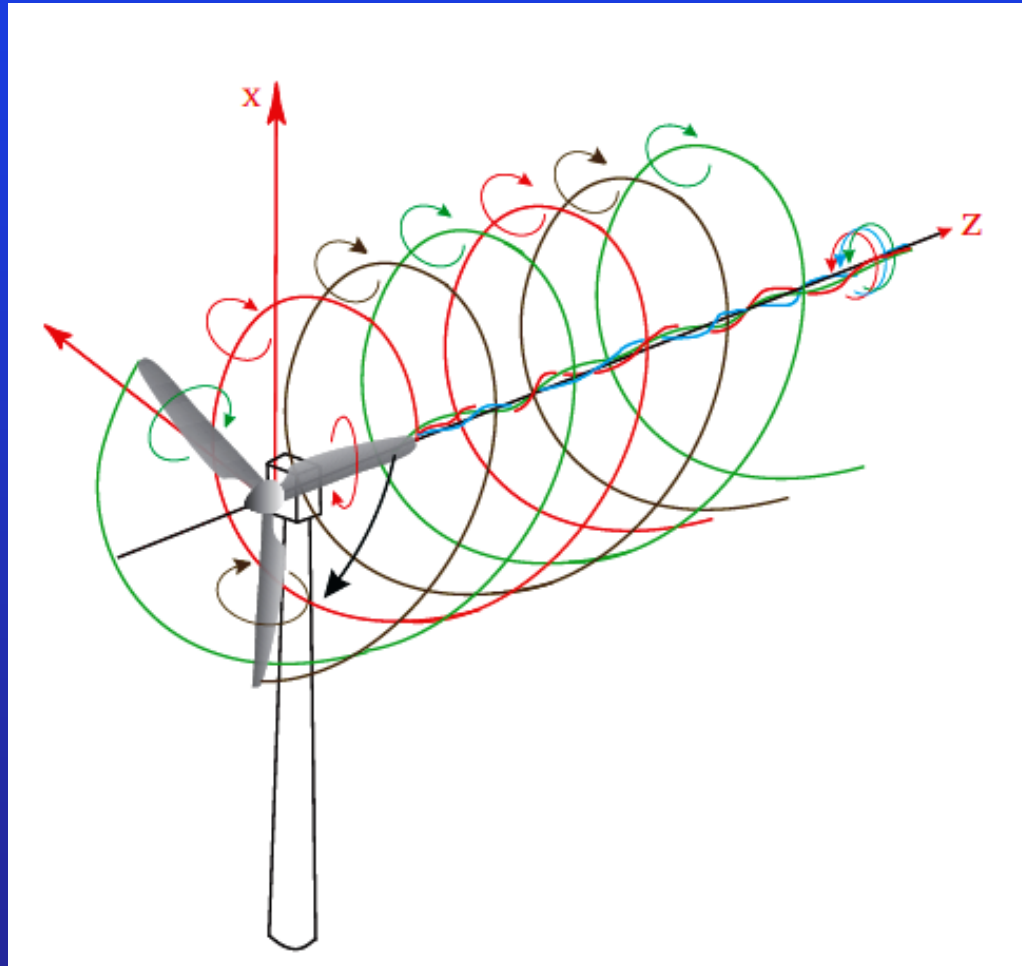


Μέθοδος δινορευμάτων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του AMHERST



# ΑΙΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

Μέθοδος δινορευμάτων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του AMHERST



# ΑΙΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

Μέθοδος δινορευμάτων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του AMHERST



## Μέθοδος δινορευμάτων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του AMHERST

Πίσω από κάθε πτέρυγα ενός ρότορα δημιουργείται μια στιβάδα δινών που αποτελείται κυρίως από δύο στροβίλους που γεννιούνται ο ένας κοντά στον άξονα του δρομέα και ο άλλος στο ακροπερύγιο κάθε πτέρυγας.

Οι περιφερειακοί στρόβιλοι, που γεννιούνται στο ακροπερύγιο κάθε πτέρυγας, σχηματίζουν έλικες που αποσπώνται, κατάντη της περύγωσης, από τα ακροπερύγια. Οι στρόβιλοι που γεννιούνται κοντά στον άξονα του δρομέα περιστρέφονται και αυτοί σχηματίζοντας ένα σπινάλ γύρω από τον άξονα του δρομέα.

Τα περύγια μπορούν να υποκατασταθούν από στροβίλους που έχουν σαν άξονα την κάθε πτέρυγα. Η συνισταμένη ταχύτητα του αέρα έχει σαν συνιστώσες τη φυσική ταχύτητα του ανέμου και την ταχύτητα που επάγεται από το σύστημα στροβίλων.

Το πεδίο ταχυτήτων που επάγονται από το σύστημα των στροβίλων μπορεί να θεωρηθεί σαν το αποτέλεσμα της υπέρθεσης των τριών παρακάτω συστημάτων στροβίλων:

- ένα κεντρικός στρόβιλος με κυκλοφορία  $p\Gamma = \Gamma_0$  ( $\Gamma$  : η κυκλοφορία του στροβίλου μιας πτέρυγας,  $p$  : ο αριθμός των περύγων),
- μια στιβάδα περιφερειακών στροβίλων αποτελούνται κυρίως από τις δίνες που στρέφονται σχηματίζοντας μια έλικα γύρω από τον άξονα του δρομέα,
- τους στρόβιλους που αναπτύσσονται στις πτέρυγες.

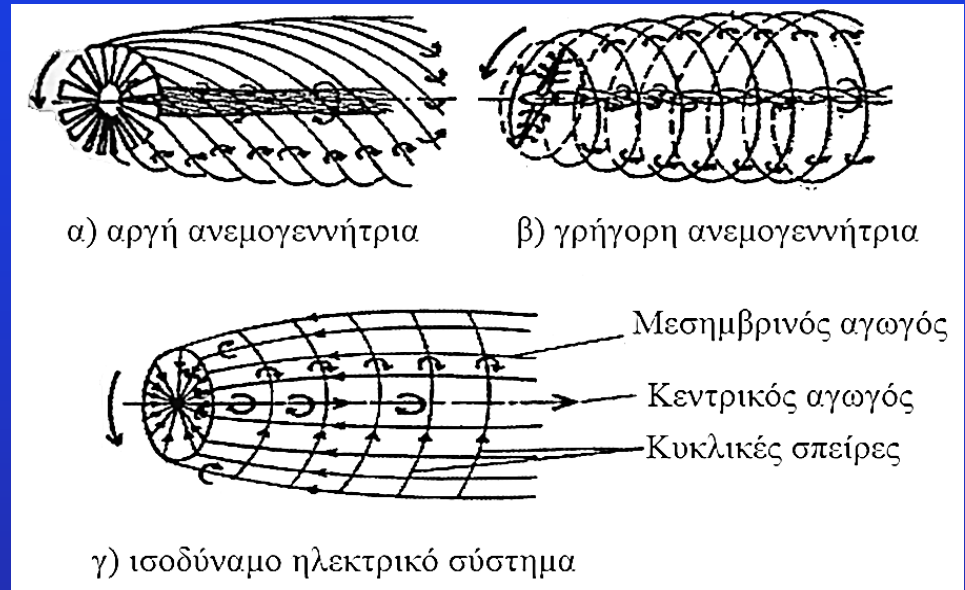


## Μέθοδος δινορευμάτων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του AMHERST

Με βάση το νόμο των Biot και Savart ή το θεώρημα του Ampere, υπολογίζονται τα μαγνητικά πεδία που δημιουργούνται από ρεύματα που ρέουν σε κυκλώματα με που έχουν την ίδια μορφή με το σύστημα των στροβίλων.

Το ηλεκτρικό σύστημα που φαίνεται παραπάνω αποτελείται από:

- Έναν κεντρικό αγωγό που διαρρέεται από ρεύμα  $p I = I_0$ ,
- Ένα σύνολο αγωγών που περιστρέφονται σε έλικα γύρω από τον άξονα του δρομέα, παρέχοντας καθένας ένα ρεύμα  $I$  στους αγωγούς που αντιπροσωπεύουν τις πτέρυγες.
- Ένα σύνολο  $p$  αγωγών μήκους  $R$  τοποθετημένα σε «αστέρα», το καθένα να διαρρέεται από ρεύμα  $I$ , έχοντας σα κοινό σημείο τον προηγούμενο αγωγό με ρεύμα  $I_0$ .



## Μέθοδος δινορευμάτων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του AMHERST

Ανάντη του δίσκου το πεδίο που οφείλεται στα ρεύματα που περνάνε από το δίσκο (είναι ίσο αλλά σε αντίθετη διεύθυνση με τα πεδία που δημιουργούνται από τον κεντρικό και τους μεσημβρινούς αγωγούς.

$$\vec{H}_D = -(\vec{H}_C + \vec{H}_M)$$

Αυτό το πεδίο που ασκείται σ' ένα σημείο  $M'$  ανάντη του δίσκου είναι ίσο και αντίθετο με το πεδίο που ασκείται σ' ένα σημείο  $M$  που βρίσκεται σε απόσταση  $r$  από τον άξονα απέναντι από το σημείο  $M'$  αλλά ανάντη του δίσκου και οφείλεται και αυτό επίσης στα ρεύματα που διαρρέουν το δίσκο. Άρα:

$$\vec{H}_D = -\vec{H}_D' = \vec{H}_C + \vec{H}_M$$

Κατάντη του δίσκου, τα μαγνητικά πεδία , και προστίθενται. Το συνιστάμενο πεδίο  $H$ , σε μια απόσταση  $r$  από τον άξονα είναι:

$$\vec{H} = \vec{H}_D + \vec{H}_C + \vec{H}_M = 2\vec{H}_D$$



## Μέθοδος δινορευμάτων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του AMHERST

Πάνω στο δίσκο το μαγνητικό πεδίο που οφείλεται στα ρεύματα που διαρρέουν το δίσκο είναι μηδενικό αφού το πεδίο που δημιουργείται από κάθε κυκλικό τομέα αναιρείται από το αντίθετό του πάνω στο δίσκο. Σαν αποτέλεσμα το πεδίο πάνω στο δίσκο σε απόσταση  $r$  από τον άξονα περιστροφής είναι:

$$\vec{H} = \vec{H}_C + \vec{H}_M = \vec{H}_D$$

Ας προσδιορίσουμε τώρα το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται από τις κυκλικές σπείρες που σχηματίζουν ένα πηνίο. Έστω  $n_1$  ο αριθμός των σπειρών ανά μονάδα μήκους.

Στο κέντρο του πηνίου το αξονικό μαγνητικό πεδίο είναι:  $H_S = n_1 I$  και στο άκρο του πηνίου είναι:  $H_S / 2 = n_1 I / 2$



## Μέθοδος δινορευμάτων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του AMHERST

Κατ' αναλογία:

Κατάντη του δίσκου στο πεδίο  $2\vec{H}_D$  κάθετο στον άξονα αντιστοιχεί μια εφαπτομενική επαγόμενη ταχύτητα  $v_\theta$ . Παρατηρείται επίσης μια **περιστροφή της ροής με γωνιακή ταχύτητα  $\Omega$**  και φορά αντίθετη ως προς την περιστροφή της πτερύγωσης. Πάνω στο δίσκο στο πεδίο  $\vec{H}_D$  αντιστοιχεί μια εφαπτομενική ταχύτητα  $v_\theta / 2$  και άρα μια γωνιακή ταχύτητα  **$\Omega/2$** .

Η ταχύτητα περιστροφής της ροής σε σχέση με την περιστροφή της πτερύγωσης κατάντη του δρομέα είναι  $\omega + \Omega$ .

Έστω:

- $\omega + \Omega = h\omega$ . Τότε  $\Omega = (h-1)\omega$  και
- $V_2 = k V_1$



## Μέθοδος δινορευμάτων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του AMHERST

Σ' αυτές τις συνθήκες η ταχύτητα περιστροφής της ροής σε σχέση με την περιστροφή της πτερύγωσης πάνω στο δρομέα  $\omega + \Omega/2$  γίνεται

$$\omega + \Omega/2 = (1+h) \omega/2$$

που αντιστοιχεί σε μια απόσταση  $r$ , σε μια εφαπτομενική ταχύτητα

$$U' = (1+h) \omega r/2$$

Και η αξονική ταχύτητα πάνω στο δρομέα,  $V$  μπορεί να εκφραστεί σαν:

$$V = (V_1 + V_2)/2 = (1+k) V_1 / 2$$

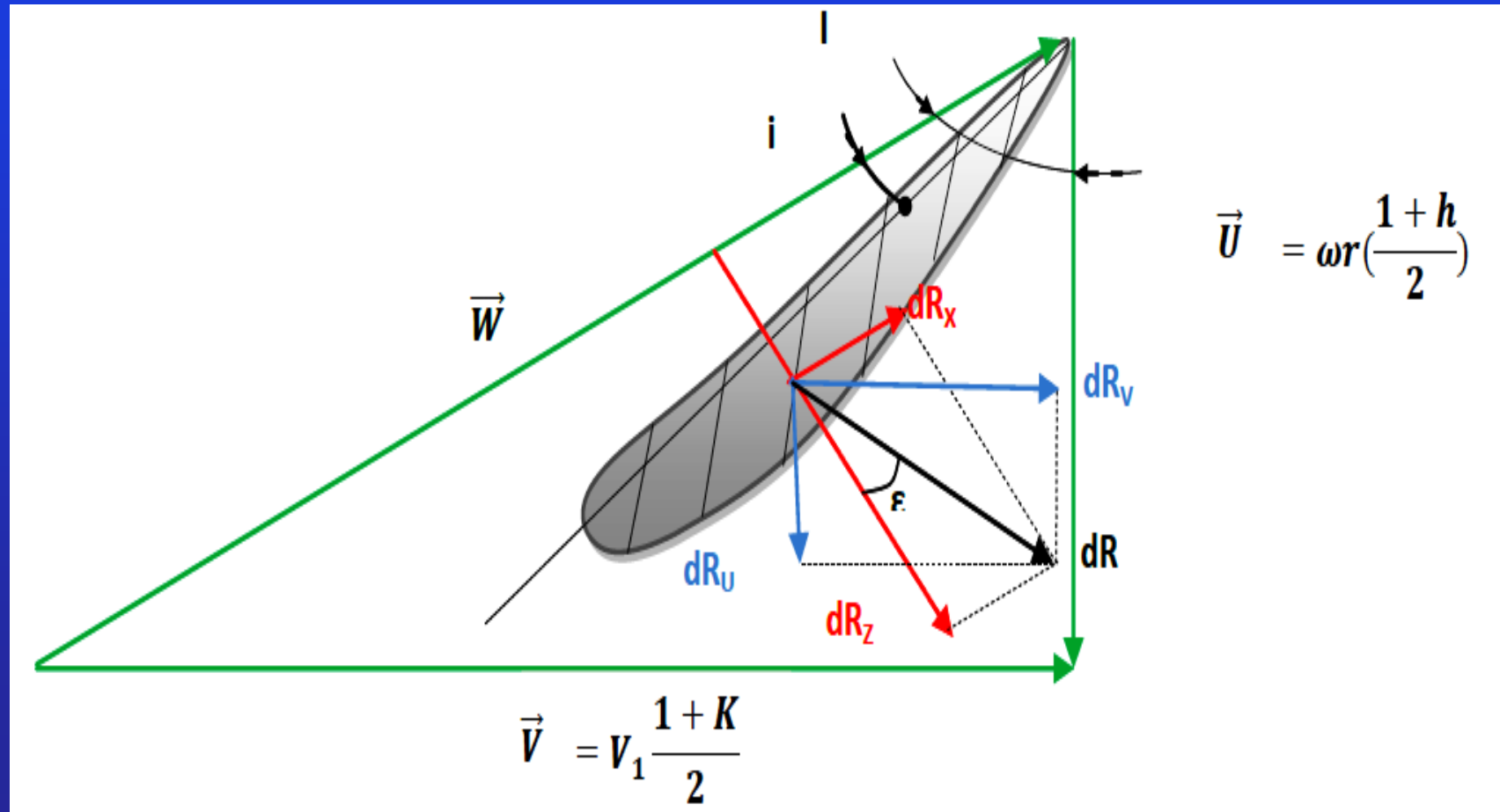
Λαμβάνοντας λοιπόν υπόψιν τη συστροφή του ομόρου η συνεφαπτομένη της γωνίας κλίσης  $I$  και η συνιστάμενη ταχύτητα  $\vec{W} = \vec{V} + \vec{U}$ , σε απόσταση  $r$  από τον άξονα δίδονται από:

$$\cotan I = \frac{U'}{V} = \frac{\omega r}{V_1} \frac{1+h}{1+k} = \lambda \frac{1+h}{1+k} = \lambda_e$$

$$W = \frac{V_1 (1+k)}{2 \sin I} = \frac{\omega r (1+h)}{2 \cos I}$$



Μέθοδος δινορευμάτων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του AMHERST  
Τρίγωνο ταχυτήτων



## Μέθοδος δινορευμάτων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του AMHERST

Υπολογισμός των αξονικών και εφαπτομενικών δυνάμεων. Υπολογισμός ροπής.

Έχουμε:

$$dR_z = (1/2) \rho C_z W^2 l dr \quad \text{και} \quad dR_x = (1/2) \rho C_x W^2 l dr$$

Με προβολή στον άξονα του δρομέα έχουμε την αξονική συνιστώσα

$$dF_v = dR_z \cos I + dR_x \sin I = (1/2) \rho W^2 l dr (C_z \cos I + C_x \sin I)$$

και με προβολή στο επίπεδο περιστροφής (ταχύτητα U), έχουμε την  
εφαπτομενική συνιστώσα

$$dF_u = dR_z \sin I - dR_x \cos I = (1/2) \rho W^2 l dr (C_z \sin I - C_x \cos I)$$

Οι εκφράσεις αυτές μπορούν να γραφούν, θέτοντας  $\tan \varepsilon = dR_x/dR_z = C_x/C_z$ ,

$$dF_v = (1/2) \rho l W^2 C_z (\cos(I-\varepsilon) / \cos \varepsilon) dr \quad \text{και}$$

$$dF_u = (1/2) \rho l W^2 C_z (\sin(I-\varepsilon) / \cos \varepsilon) dr$$

Η συνεισφορά των στοιχείων των  $r$  πτερυγίων του δρομέα που βρίσκονται μεταξύ των αποστάσεων  $r$  και  $r + dr$  στην ώση καθώς και στη ροπή είναι αντίστοιχα :

$$dF = p dF_v = (1/2) \rho p l W^2 C_z (\cos(I-\varepsilon) / \cos \varepsilon) dr$$

$$dM = r p dF_u = (1/2) \rho p l r W^2 C_z (\sin(I-\varepsilon) / \cos \varepsilon) dr$$



## Μέθοδος δινορευμάτων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του AMHERST

Σύμφωνα με το θεώρημα του Euler για μια δακτυλιοειδή φλέβα του ρευστού που διέρχεται από το δρομέα μεταξύ της ακτίνας  $r$  και  $r + dr$ , η στοιχειώδης αξονική ώση είναι:

$$dF = \rho \pi r dr V^2 (1 - k^2)$$

και η στοιχειώδης ροπή:

$$dM = \rho \pi r^3 dr V_1 (1 + k) \Omega = \rho \pi r^3 dr \omega V_1 (1 + k) (h - 1)$$

Εξισώνοντας τα αποτελέσματα από τους δύο τρόπους υπολογισμού των αεροδυναμικών φορτίων και αν αντικαταστήσουμε την  $W = f(V_1)$  έχουμε:

$$C_z p l = 2 \pi r \frac{V_1^2 (1 - k^2) \cos \varepsilon}{W^2 \cos(I - \varepsilon)} = 8 \pi r \frac{(1 - k) \cos \varepsilon \sin^2 I}{(1 + k) \cos(I - \varepsilon)}$$

Κάνοντας το ίδιο για τη ροπή έχουμε:



Μέθοδος δινορευμάτων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του AMHERST

$$C_{zpl} = 2\pi r \omega \frac{V_1 (1+k)(h-1)\cos\varepsilon}{W^2 \sin(I-\varepsilon)} = 4\pi r \frac{(h-1)\sin 2I \cos\varepsilon}{(h+1)\sin(I-\varepsilon)}$$

Από αυτές τις ισότητες, μπορούμε να εξάγουμε τις παραμέτρους G και E:

$$G = \frac{1-k}{1+k} = \frac{C_{zpl} \cos(I-\varepsilon)}{8\pi r \cos\varepsilon \sin^2 I}$$

$$E = \frac{h-1}{h+1} = \frac{C_{zpl} \sin(I-\varepsilon)}{4\pi r \sin 2I \cos\varepsilon}$$

Και διαιρώντας κατά μέλη:

$$\frac{G}{E} = \frac{(1-k)(h+1)}{(h-1)(1+k)} = \cotan(I-\varepsilon) \cotan I$$



## Μέθοδος δινορευμάτων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του AMHERST

### Τοπικός συντελεστής ισχύος

Η ισχύς που μπορεί να εξαχθεί από τη στοιχειώδη φλέβα του ρευστού που περνά μέσα από το δρομέα μεταξύ  $r$  και  $r + dr$  δίνεται από την έκφραση:

$$dP_u = \omega dM = \rho \pi r^3 dr \omega^2 V_1 (1 + k) (h - 1)$$

Αυτή η τιμή αντιστοιχεί στον τοπικό συντελεστή ισχύος :

$$C_p = \frac{dP}{\rho \pi r dr V_1^3} = \frac{\omega^2 r^2}{V_1^2} (1 + k) (h - 1) = \lambda^2 (1 + k) (h - 1)$$

όπου :  $\lambda = \omega r / V_1$



## Μέθοδος δινορευμάτων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του AMHERST

**Μέγιστος τοπικός συντελεστής ισχύος ενός ιδανικού δρομέα**

Εστω ότι οι αεροτομές των περύγων έχουν συντελεστή αντίστασης  $C_x = 0$  και επομένως  $\tan \varepsilon = C_x / C_z = 0$ . Τότε το  $G/E$  γράφεται:

$$\frac{G}{E} = \frac{(1-k)(h+1)}{(h-1)(1+k)} = \cotan^2 I = \lambda^2 \frac{(1+h)^2}{(1+k)^2}$$



$$\lambda^2 = \frac{1-k^2}{h^2-1}$$

Λύνοντας ως προς  $h$ :

$$h = \sqrt{1 + \frac{1-k^2}{\lambda^2}}$$

Ο συντελεστής ισχύος  $C_p$  γίνεται:

$$C_p = \lambda^2 (1+k) \left( \sqrt{1 + \frac{1-k^2}{\lambda^2}} - 1 \right)$$



## Μέθοδος δινορευμάτων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του AMHERST

**Μέγιστος τοπικός συντελεστής ισχύος ενός ιδανικού δρομέα**

Για μια δεδομένη τιμή του  $\lambda$ , ο συντελεστής ισχύος διέρχεται από ένα μέγιστο ως συνάρτηση του  $k$  για :

$$dC_p/dk = 0$$

Υπολογίζοντας αυτήν την παράγωγο προκύπτει το μέγιστο  $C_p$  το οποίο επιτυγχάνεται για μια τιμή του  $k$  τέτοια ώστε:

$$\lambda^2 = \frac{1 - 3k + 4k^3}{3k - 1}$$

δηλαδή:  $4k^3 - 3k(\lambda^2 + 1) + \lambda^2 + 1 = 0$

Έστω:  $k = \sqrt{\lambda^2 + 1} \cos\theta$

Αντικαθιστώντας το  $k$  στην προηγούμενη σχέση και διαιρώντας με το  $(\lambda^2 + 1)^{3/2}$  προκύπτει :

$$4\cos^3\theta - 3\cos\theta + \frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + 1}} = 0$$



## Μέθοδος δινορευμάτων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του AMHERST

Μέγιστος τοπικός συντελεστής ισχύος ενός ιδανικού δρομέα

αλλά :  $4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta = \cos 3\theta \quad \rightarrow \quad \cos 3\theta = \frac{-1}{\sqrt{\lambda^2 + 1}}$

ή διαφορετικά:

$$\cos(3\theta - \pi) = \frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + 1}}$$

Οπότε:

$$\theta = \frac{1}{3} \arccos \left( \frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + 1}} \right) + \frac{\pi}{3} = \frac{1}{3} \arctan \lambda + \frac{\pi}{3}$$

Για κάθε τιμή του  $\lambda$ , μπορούμε να υπολογίσουμε την αντίστοιχη γωνία  $\theta$ , το  $k$  και ως εκ τούτου, τη μέγιστη δυνατή τιμή του συντελεστή ισχύος  $C_p$ .



## Μέθοδος δινορευμάτων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του AMHERST

### Βέλτιστες τιμές της γωνίας κλίσης $I$ και του $C_z p l$

Η γωνία  $I$  και το γινόμενο  $C_z p l$  είναι:

$$\cotan I = \lambda e = \lambda \frac{1 + h}{1 + k}$$

$$C_z p l = 8\pi r \frac{(1 - k) \cos \varepsilon \sin^2 I}{(1 + k) \cos (I - \varepsilon)}$$

Για τον υπολογισμό του  $C_z p l$ , θεωρούμε μια ιδανική περύγωση, στο οποίο το  $\varepsilon$  ισούται με μηδέν κατά τα προηγούμενα. Έτσι η τιμή για το  $C_z p l / r$  είναι:

$$\frac{C_z p l}{r} = 8\pi \frac{(1 - k)}{(1 + k)} = \tan^2 I \cos I$$

λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση  $\cotan I = \lambda_e$

$$\frac{C_z p l}{r} = 8\pi \frac{(1 - k)}{(1 + k)} \frac{1}{\lambda_e \sqrt{\lambda_e^2 + 1}}$$

Οι σχέσεις αυτές χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των τιμών του  $C_z p l / r$  και  $I$ . Η γνώση αυτών των τιμών είναι απαραίτητη ώστε να οριστεί σε κάθε σημείο της περύγωσης η χορδή  $l$  του προφίλ και της γωνίας σφήνωσης,  $\alpha$ .



# ΑΙΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

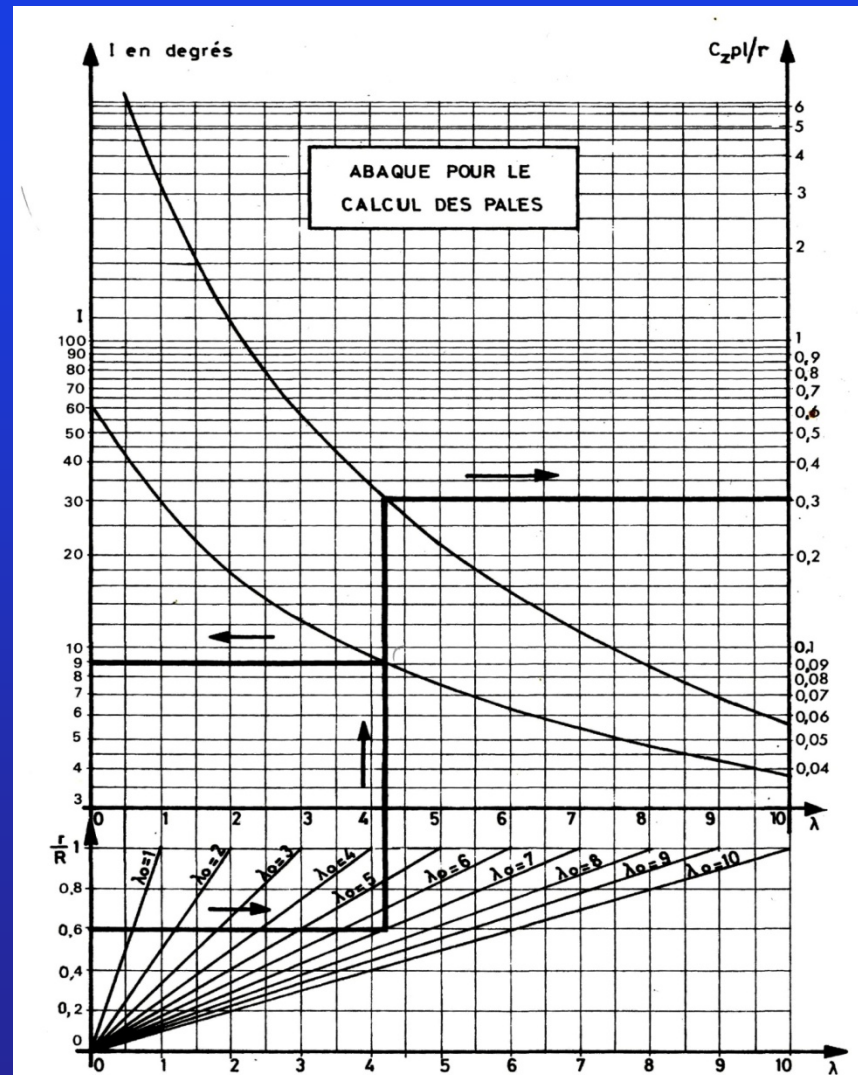
## Μέθοδος δινορευμάτων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του AMHERST

Πίνακας  
υπολογισμού I  
και Cz p l για  
κάθε  
αεροτομή της  
πτέρυγας

$\lambda$	$\lambda e$	$k$	$h$	$C_p$	$C_{zP/l}$	$l$	$\lambda$	$\lambda e$	$k$	$h$	$C_p$	$C_{zP/l}$	$l$
0.100	0.670	0.473	8.866	0.116	11.149	56.193	5.000	7.555	0.335	1.018	0.587	0.217	7.540
0.200	0.768	0.451	4.574	0.207	9.819	52.460	5.100	7.704	0.335	1.017	0.588	0.029	7.396
0.300	0.873	0.432	3.168	0.279	8.600	48.867	5.200	7.853	0.335	1.016	0.588	0.201	7.257
0.400	0.984	0.416	2.483	0.336	7.506	45.466	5.300	8.002	0.335	1.016	0.588	0.194	7.123
0.500	1.099	0.403	2.086	0.381	6.541	42.290	5.400	8.151	0.335	1.015	0.588	0.187	6.994
0.600	1.219	0.393	1.830	0.416	5.700	39.358	5.500	8.300	0.335	1.015	0.588	0.180	6.870
0.700	1.343	0.384	1.655	0.444	4.975	36.672	5.600	8.449	0.335	1.014	0.588	0.174	6.750
0.800	1.470	0.377	1.530	0.467	4.353	34.227	5.700	8.598	0.335	1.014	0.589	0.168	6.634
0.900	1.600	0.371	1.437	0.485	3.821	32.009	5.800	8.747	0.335	1.013	0.589	0.163	6.522
1.000	1.732	0.366	1.366	0.500	3.367	30.000	5.900	8.897	0.335	1.013	0.589	0.157	6.413
1.100	1.866	0.362	1.311	0.512	2.980	28.183	6.100	9.195	0.335	1.012	0.589	0.152	6.308
1.200	2.002	0.359	1.267	0.522	2.648	26.537	6.200	9.344	0.335	1.012	0.589	0.147	6.207
1.300	2.140	0.356	1.232	0.531	2.363	25.046	6.300	9.494	0.335	1.011	0.589	0.143	6.108
1.400	2.279	0.353	1.203	0.538	2.118	23.692	6.400	9.643	0.335	1.011	0.589	0.138	6.013
1.500	2.419	0.351	1.179	0.544	1.906	22.460	6.500	9.792	0.335	1.011	0.589	0.134	5.920
1.600	2.560	0.349	1.159	0.549	1.723	21.337	6.600	9.942	0.334	1.010	0.590	0.130	5.831
1.700	2.702	0.348	1.142	0.553	1.563	20.310	6.700	10.091	0.334	1.010	0.590	0.126	5.744
1.800	2.844	0.346	1.128	0.557	1.423	19.370	6.800	10.241	0.334	1.010	0.590	0.122	5.659
1.900	2.988	0.345	1.115	0.560	1.300	18.506	6.900	10.390	0.334	1.009	0.590	0.119	5.577
2.000	3.132	0.344	1.105	0.563	1.191	17.710	7.000	10.539	0.334	1.009	0.590	0.116	5.498
2.100	3.276	0.343	1.095	0.565	1.095	16.976	7.100	10.689	0.334	1.009	0.590	0.112	5.420
2.200	3.421	0.343	1.087	0.568	1.010	16.296	7.200	10.838	0.334	1.009	0.590	0.109	5.345
2.300	3.566	0.342	1.080	0.570	0.934	15.666	7.300	10.988	0.334	1.008	0.590	0.106	5.271
2.400	3.711	0.341	1.074	0.571	0.865	15.080	7.400	11.137	0.334	1.008	0.590	0.103	5.200
2.500	3.857	0.341	1.068	0.573	0.804	14.534	7.500	11.287	0.334	1.008	0.590	0.101	5.131
2.600	4.003	0.340	1.063	0.574	0.749	14.025	7.600	11.436	0.334	1.008	0.590	0.098	5.063
2.700	4.150	0.340	1.059	0.576	0.699	13.549	7.700	11.586	0.334	1.007	0.590	0.096	4.997
2.800	4.296	0.339	1.055	0.577	0.654	13.103	7.800	11.735	0.334	1.007	0.590	0.094	4.933
2.900	4.443	0.339	1.051	0.578	0.613	12.684	7.900	11.885	0.334	1.007	0.590	0.091	4.871
3.000	4.590	0.339	1.048	0.579	0.586	12.290	8.000	12.034	0.334	1.007	0.591	0.088	4.810
3.100	4.737	0.338	1.045	0.580	0.542	11.919	8.100	12.184	0.334	1.007	0.591	0.086	4.750
3.200	4.884	0.338	1.042	0.580	0.511	11.569	8.200	12.334	0.334	1.007	0.591	0.084	4.692
3.300	5.032	0.338	1.040	0.581	0.482	11.239	8.300	12.483	0.334	1.006	0.591	0.082	4.635
3.400	5.180	0.337	1.038	0.582	0.456	10.926	8.400	12.633	0.334	1.006	0.591	0.080	4.580
3.500	5.328	0.337	1.036	0.582	0.431	10.630	8.500	12.782	0.334	1.006	0.591	0.078	4.526
3.600	5.476	0.337	1.034	0.583	0.409	10.349	8.600	12.932	0.334	1.006	0.591	0.077	4.473
3.700	5.624	0.337	1.032	0.583	0.388	10.083	8.700	13.082	0.334	1.006	0.591	0.075	4.422
3.800	5.772	0.337	1.030	0.584	0.369	9.829	8.800	13.231	0.334	1.006	0.591	0.073	4.371
3.900	5.920	0.336	1.029	0.584	0.351	9.588	8.900	13.381	0.334	1.006	0.591	0.071	4.322
4.000	6.068	0.336	1.027	0.585	0.334	9.358	9.000	13.531	0.334	1.005	0.591	0.068	4.274
4.100	6.217	0.336	1.026	0.585	0.319	9.138	9.100	13.680	0.334	1.005	0.591	0.066	4.227
4.200	6.365	0.336	1.025	0.585	0.305	8.928	9.200	13.830	0.334	1.005	0.591	0.065	4.181
4.300	6.514	0.336	1.024	0.586	0.291	8.728	9.300	13.980	0.334	1.005	0.591	0.064	4.136
4.400	6.662	0.336	1.023	0.586	0.278	8.536	9.400	14.129	0.334	1.005	0.591	0.064	4.092
4.500	6.811	0.336	1.022	0.586	0.267	8.353	9.500	14.279	0.334	1.005	0.591	0.063	4.048
4.600	6.960	0.336	1.021	0.586	0.255	8.177	9.600	14.429	0.334	1.005	0.591	0.061	4.006
4.700	7.108	0.336	1.020	0.587	0.245	8.008	9.700	14.578	0.334	1.005	0.591	0.060	3.965
4.800	7.257	0.335	1.019	0.587	0.235	7.846	9.800	14.728	0.334	1.005	0.591	0.059	3.924
4.900	7.406	0.335	1.018	0.587	0.226	7.690	9.900	14.878	0.334	1.005	0.591	0.058	3.884
							10.000	15.028	0.334	1.004	0.591	0.057	3.845
											0.591	0.055	3.807



Άβακας  
υπολογισμού  $I$   
και  $C_z p l$  για  
κάθε αεροτομή  
της πτέρυγας



## Μέθοδος δινορευμάτων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του AMHERST

Από τον άβακα:

Η εφαρμογή των κανόνων εργασίας οδηγεί στα ακόλουθα αποτελέσματα :

$$I = 9^\circ \quad C_z p 1 / r = 0,3$$

Για αυτήν την ενότητα με συγκεκριμένη ταχύτητα  $\lambda$  θεωρείται ίση με 4,2 ( $\lambda = \lambda_0 r / R$ ). Για αυτή τη τιμή του  $\lambda$ , ο πίνακας δείχνει :

$$I = 8^\circ,93 \quad \text{και} \quad C_z p 1 / r = 0,305$$

Με την επανάληψη της λειτουργίας για άλλες τιμές του  $r$  λαμβάνεται η γωνία κλίσης  $I$  και η ποσότητα  $C_z p 1 / r$  σε όλο το μήκος της πτέρυγας. Εν συνεχεία, μπορούμε να καθορίσουμε τις χορδές των διαφόρων προφίλ και τις γωνίες σφήνωσης. Το ίδιο ισχύει και για την γωνία σφήνωσης  $\alpha$  όπου συνδέεται με τη γωνία προσβολής με τη σχέση  $\alpha = I - i$ . Για την επίλυση του προβλήματος, πρέπει να έχει επιλεγθεί η κατανομή της γωνίας προσβολής.

