

**Σ.Τ.Εφ. - Τμήμα Μηχανολογίας
Τ.Ε.Ι. ΚΡΗΤΗΣ**

Μάθημα: ΑΙΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΤΕΡΥΓΩΣΕΩΝ

Κώστας Κονταξάκης

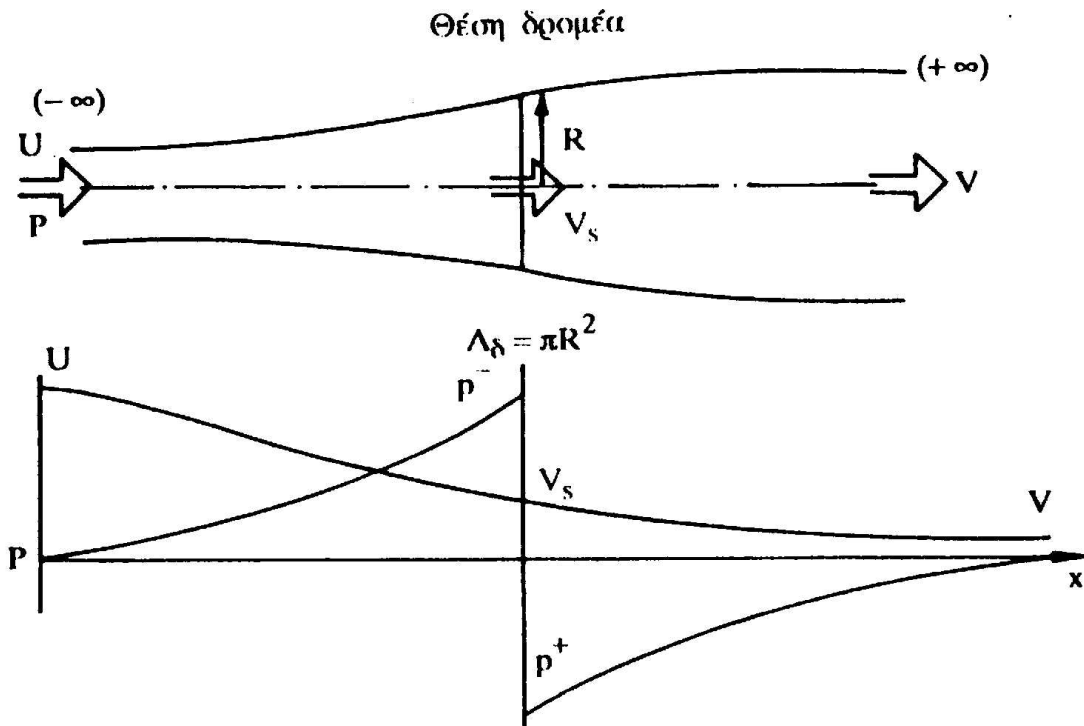
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΠΤΕΡΥΓΩΣΕΩΝ	3
ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ ΔΙΣΚΟΥ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ (RANKINE – FROUDE)	3
ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΝΟΜΩΝ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ	5
Διατήρηση μάζας.....	5
Διατήρηση της ορμής	5
Ενεργειακός ισολογισμός	6
♦ ΟΡΙΟ ΤΟΥ BETZ.....	8
Θεωρία πτερυγώσεων	10
♦ Συμβολισμοί	10
Υπολογισμός της χορδής της πτερυγώσης	12
Αρχική εκτίμηση	12
Δεύτερη εκτίμηση.....	12
Η μελέτη και η απλούστευση της παραπάνω σχέσης	14
Υπολογισμός της χορδής των πτερυγώσεων	16
Θεωρία αεροδυναμικής απόδοσης της πτερυγώσης. Βέλτιστη γωνία προσβολής	16
Η θεωρία στροβίλων του Glauert βελτιωμένη από ερευνητές του Παν/μίου Amherst της Μασαχουσέτης	19
Σύστημα στροβίλων στις πτέρυγες	19
Ισοδύναμο ηλεκτρικό σύστημα. Προσδιορισμός των ταχυτήτων που προκαλούνται	20
Υπολογισμός των αξονικών και εφαπτομενικών δυνάμεων. Υπολογισμός ροπής	23
Πρώτος υπολογισμός.....	23
Δεύτερος υπολογισμός	25
Τοπικός συντελεστής ισχύος	25
Μέγιστος τοπικός συντελεστής ισχύος ενός ιδανικού δρομέα	26
Βέλτιστες τιμές της γωνίας κλίσης I και του Czpl	27
Συντελεστής ισχύος που μπορεί να επιτευχθεί με πτέρυγες που παρουσιάζουν αντίσταση. Βέλτιστη γωνία προσβολής	32
Επίδραση του αριθμού των πτερυγών	34
Πρακτικός προσδιορισμός της χορδής και της γωνίας σφήνωσης	34
Πρόβλεψη χαρακτηριστικών πτερυγώσης	35
Σύγκριση των αποτελεσμάτων από τις διάφορες θεωρίες	39

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΠΤΕΡΥΓΩΣΕΩΝ

ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ ΔΙΣΚΟΥ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ (RANKINE – FROUDE)

Σύμφωνα με τη θεωρία του δίσκου ενέργειας ο μηχανισμός δέσμωσης της κινητικής ενέργειας του ανέμου από το δρομέα του ανεμοκινητήρα θεωρείται ιδανικός, δηλαδή χωρίς απώλειες, (σύμφωνα με τις παραδοχές που θα αναφερθούν στη συνέχεια). Ο δρομέας εξετάζεται σαν ένα «μαύρο κουτί» δια μέσου του οποίου περνάει ο αέρας που υφίσταται μεταβολή της ενέργειας του, μεταβολή που ουσιαστικά εκφράζεται με την πτώση της στατικής του πίεσης. Επιπλέον ο δρομέας θεωρείται σαν ένας δίσκος που ενεργεί πάνω στο ρευστό, εξ ου και η ονομασία του «δίσκος ενέργειας».



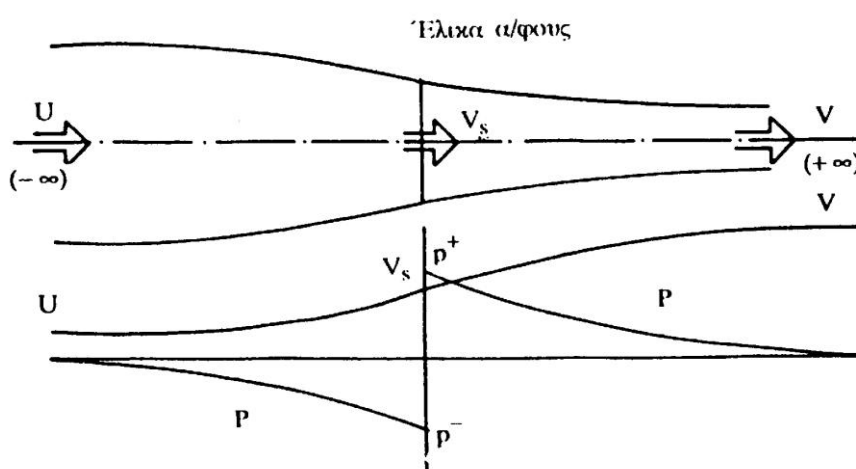
Σχήμα I.1.α. : Ροϊκός σωλήνας δρομέα ανεμοκινητήρα

Το Σχήμα I.1.α. δείχνει το ροϊκό σωλήνα ανεμοκινητήρα που ορίζεται από τη διάμετρο του δρομέα. Ο αέρας πολύ μακριά (στο άπειρο) πριν από το δίσκο (ανάντι) έχει στατική πίεση p και πλησιάζει με ταχύτητα U . Ο δίσκος αφαιρεί ενέργεια από τον αέρα και συνεπώς πολύ μακριά μετά από το δίσκο (κατάντι) όπου η πίεση του αέρα θα έχει αποκατασταθεί στην πίεση του περιβάλλοντος p , η ταχύτητα του ανέμου V θα είναι μικρότερη από την U . Για λόγους διατήρησης της μάζας μέσα στο ροϊκό σωλήνα, θα πρέπει η διατομή άρα και η διάμετρος του ροϊκού σωλήνα να μεγαλώνει πίσω από το δρομέα, δηλαδή να υπάρχει διαστολή του ρεύματος του αέρα (ομόρρου) του ανεμοκινητήρα, όπως ακριβώς διαγραμματικά παριστάνεται στο Σχήμα I.1α.

Το ρευστό μετά το δίσκο έχει μικρότερη ενέργεια από αυτήν πριν από το δίσκο και επειδή η αξονική ταχύτητα του ρευστού πάνω στο δίσκο και οριακά λίγο

πριν και λίγο μετά από το δίσκο παραμένει η ίδια για λόγους διατήρησης της μάζας (η διαφορά κινητικής ενέργειας του ανέμου πριν και μετά το δίσκο δεσμεύτηκε από τον ιδανικό δρομέα του ανεμοκινητήρα) τότε η στατική πίεση του ρευστού μετά από το δίσκο θα είναι μικρότερη από τη στατική πίεση του ρευστού πριν από το δίσκο. Συνεπώς ο δίσκος αποτελεί μια επιφάνεια ασυνέχειας πίεσης, αλλά συνέχειας όμως της αξονικής ταχύτητας και ασυνέχειας της περιφερειακής ταχύτητας όπως θα φανεί παρακάτω. Τυπική μεταβολή των μεγεθών της αξονικής ταχύτητας και πίεσης του ανέμου κατά μήκος του άξονα του ροϊκού σωλήνα, παρουσιάζεται στο Σχήμα I.1α.

Στο Σχήμα I.1.β. παρουσιάζεται η μορφή του ροϊκού σωλήνα καθώς και η αξονική διανομή πίεσης και ταχύτητας για την περίπτωση έλικας αεροσκάφους ή πλοίου. Εδώ παρατηρείται συστολή του ομόρρου και ασυνέχεια της πίεσης του ρευστού καθώς αυτό διέρχεται από το δίσκο, βεβαίως με την αύξηση της πίεσης του.



Σχήμα I.1.β. : Ροϊκός σωλήνας έλικας αεροσκάφους

Για τη μελέτη του αεροδυναμικού πεδίου γύρω από το δίσκο θα εφαρμοστούν οι γνωστοί νόμοι της Μηχανικής των Ρευστών και πιο συγκεκριμένα:

- Η εξίσωση διατήρησης της μάζας
- Η εξίσωση διατήρησης της ορμής
- Ενεργειακός ισολογισμός
- Η εξίσωση της ροπής της ορμής

Σε πρώτη προσέγγιση επίλυσης του προβλήματος γίνονται οι ακόλουθες παραδοχές:

1. Η εναλλαγή ενέργειας μεταξύ ρευστού και δίσκου γίνεται χωρίς απώλειες.
2. Ομοιόμορφη κατανομή της ταχύτητας στο δίσκο
3. Η φόρτιση (διαφορά πίεσης πριν και μετά) πάνω σε ολόκληρο το δίσκο είναι σταθερή.
4. Ο δίσκος δεν περιστρέφει τη φλέβα της ροής. Η παραδοχή αυτή πρακτικά μπορεί να επιτευχθεί με την ύπαρξη δύο αντίθετα στρεφόμενων δρομέων ενώ οι παραδοχές 2 & 3 απαιτούν άπειρο αριθμό και πτερύγια κατάλληλης σχεδίασης.

Στην συνέχεια ορίζονται τα μεγέθη p και U ως η στατική πίεση και η ταχύτητα του ανέμου στο άπειρο ανάντι του δίσκου, p^- και p^+ , η στατική πίεση του ρευστού

Σχήμα Ι.2.1. : Επιφάνεια ελέγχου

Η παροχή Q διαμέσου της παράπλευρης επιφάνειας του κυλινδρικού όγκου ισολογισμού είναι:

$$Q = \rho \cdot A_{\infty} \cdot U - \rho \cdot A_{\delta} \cdot V_s$$

Το ρευστό εισέρχεται στον όγκο ισολογισμού με αξονική ταχύτητα ίση με U .

Εφαρμόζοντας το θεώρημα διατήρησης της ορμής, δηλαδή ότι η ώση ισούται με την εν θέσει μεταβολή της ροής της ορμής, προκύπτει ότι:

$$T = \rho \cdot U^2 \cdot A_{\infty} - \rho \cdot A_{\delta} \cdot V_s \cdot V - Q \cdot U \quad (2.1)$$

ή αλλιώς

$$T = \rho \cdot A_{\delta} \cdot V_s \cdot (U - V) \quad (2.2)$$

(η θετική τιμή της ωστικής δύναμης T , επειδή ισχύει $U > V$, δηλώνει ότι το ρευστό εξασκεί πάνω στο δρομέα δύναμη προς την κατεύθυνση του ανέμου που συμπίπτει με τη θετική φορά του άξονα των x). Ας σημειωθεί ότι η συμβολή των δυνάμεων πίεσης στην παράπλευρη επιφάνεια του κυλίνδρου είναι μηδενική (παντού επικρατεί πίεση p). Αν είχε εφαρμοστεί ο ισολογισμός της ορμής πάνω στο ροϊκό σωλήνα, τότε προκειμένου να προκύψει το ίδιο αποτέλεσμα, θα έπρεπε η συνεισφορά των δυνάμεων πίεσης κατά τον άξονα των x να είναι μηδέν, γεγονός που βέβαια ισχύει αλλά δεν είναι τόσο προφανές για να αποδειχθεί.

Ενεργειακός ισολογισμός

Το ρεύμα στερείται συστροφής ανάντι από το δρομέα, έγινε δε η υπόθεση ότι στερείται συστροφής και κατόντι. Κατά συνέπεια υπάρχει διατήρηση ενέργειας του ρευστού (εξίσωση Bernoulli) στους δύο ανεξάρτητους υποχώρους πριν και μετά το δίσκο μέσα στο ροϊκό σωλήνα όχι όμως και μεταξύ των δύο υποχώρων, γιατί ο δίσκος αφαιρεί ενέργεια από το ρευστό. Συνεπώς για τον υποχώρο ανάντι από τον δρομέα ισχύει:

$$p + \frac{\rho}{2} \cdot U^2 = p^- + \frac{\rho}{2} \cdot V_s^2$$

ενώ για τον υποχώρο κατόντι από τον δρομέα ισχύει:

$$p + \frac{\rho}{2} \cdot V^2 = p^+ + \frac{\rho}{2} \cdot V_s^2$$

Αφαιρώντας τις δύο αυτές σχέσεις κατά μέλη προκύπτει:

$$p^- - p^+ = \frac{\rho}{2} \cdot (U^2 - V^2)$$

Ο δρομέας ασκεί μια δύναμη, την ώση, στον άνεμο, φρενάροντας τον καθώς η πίεση του πέφτει διαμέσου του δίσκου. Αν υποθεθεί ότι η πίεση δεν είναι συνάρτηση

του χρόνου, τότε δεν πρέπει να υπάρχει και περιοδικότητα στην ταχύτητα της ροής στο επίπεδο του δρομέα (οι παραπάνω συνθήκες είναι αληθινές μόνο για άπειρο αριθμό πτερυγίων). Από την εξίσωση (2.2) η ώση είναι ίση με:

$$T = \rho \cdot A_s \cdot V_s \cdot (U - V) \quad (2.3)$$

από όπου προκύπτει και η ειδική ώση:

$$\frac{T}{A_s} = \rho \cdot V_s \cdot (U - V) \quad (2.4)$$

η οποία δεν είναι τίποτε άλλο παρά η σταθερή φόρτιση του δίσκου

$$\frac{T}{A_s} = \Delta p = p^- - p^+ \quad (2.5)$$

οπότε προκύπτει

$$\rho \cdot V_s \cdot (U - V) = \frac{\rho}{2} \cdot (U^2 - V^2)$$

δηλαδή

$$V_s = \frac{1}{2} \cdot (U + V) \quad (2.6)$$

Η σχέση αυτή δηλώνει ότι η ταχύτητα του ανέμου πάνω στο δίσκο είναι το ημιάθροισμα των ταχυτήτων του ανέμου πολύ πριν και πολύ μετά από το δίσκο (ανάντι και κατάντι).

Έχει επικρατήσει η εισαγωγή του συντελεστή αξονικής επαγωγής ή αλληλεπίδρασης a (axial interference factor), της ταχύτητας του ανέμου, ως εξής:

$$a = \frac{(U - V_s)}{U} \quad (2.7)$$

Ο συντελεστής αξονικής επαγωγής (θετική ποσότητα) εκφράζει την ποσοστιαία επιβράδυνση του αέρα πάνω στο δίσκο. Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι:

$$V_s = U \cdot (1 - a) \quad (2.8)$$

$$V = U \cdot (1 - 2a) \quad (2.9)$$

Η τελευταία σχέση δηλώνει ότι η ποσοστιαία επιβράδυνση μακριά κατάντι του δίσκου είναι διπλάσια της ποσοστιαίας επιβράδυνσης του ρευστού στο επίπεδο του δίσκου.

Ο άνεμος του ροϊκού σωλήνα που πλησιάζει το δίσκο έχει ισχύ:

$$N_- = \left[\frac{p}{\rho} + \frac{U^2}{2} \right] \cdot \dot{m}$$

ενώ κατάντι του δίσκου έχει μικρότερη ισχύ:

$$N_+ = \left[\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} \right] \cdot \dot{m}.$$

Έτσι η απώλεια ισχύος από το ρεύμα του ροϊκού σωλήνα είναι:

$$P = \dot{m} \cdot \left[\frac{U^2 - V^2}{2} \right]$$

και αυτή ισούται με την ισχύ που δέσμευσε ο δίσκος.
Εκτέλεση των πράξεων στην τελευταία σχέση δίνει ότι:

$$P = T \cdot V_s \quad (2.10)$$

σχέση που δηλώνει ότι η ισχύς που δεσμεύεται από τον ανεμοκινητήρα ισούται με την ώθηση που το ρευστό ασκεί πάνω στο δίσκο, επί την ταχύτητα ολίσθησης του ανέμου πάνω στο δίσκο.

◆ ΟΡΙΟ ΤΟΥ BETZ

Οι προηγούμενες σχέσεις για την ισχύ του δρομέα και την ώση μπορούν, μετά την εισαγωγή του συντελεστή αξονικής επαγωγής να γραφούν ως εξής:

$$P = 2 \cdot \rho \cdot A_\delta \cdot U^3 \cdot a \cdot (1-a)^2 \quad (2.11)$$

$$T = 2 \cdot \rho \cdot A_\delta \cdot U^2 \cdot a \cdot (1-a) \quad (2.12)$$

Ορίζονται συντελεστές ισχύος και ώσης του δρομέα:

$$C_p = \frac{P}{\left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^3 \cdot A_\delta \right)} \quad (2.13)$$

$$C_T = \frac{T}{\left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot A_\delta \right)} \quad (2.14)$$

Η πρώτη σχέση υποδηλώνει το ποσοστό της ενέργειας που έχει ο άνεμος που πλησιάζει το δίσκο (λίγο πριν από το δίσκο) και που μετατρέπεται σε ισχύ πάνω στο δρομέα ($\frac{1}{2} \cdot (\rho \cdot A \cdot V_0^3)$) είναι η ισχύς που έχει ο άνεμος ταχύτητας V_s που περνάει από επιφάνεια A_s) ενώ η δεύτερη σχέση εκφράζει το συντελεστή αντίστασης που παρουσιάζει ο δρομέας στη ροή (μέγεθος χρήσιμο για τον υπολογισμό της δύναμης ανατροπής του πύργου στήριξης του ανεμοκινητήρα). Με εκτέλεση πράξεων προκύπτει:

$$C_p = 4a \cdot (1 - a)^2 \quad (2.15)$$

$$C_T = 4a \cdot (1 - a) \quad (2.16)$$

Η σχέση (2.15) για το συντελεστή ισχύος δηλώνει ότι αυτή έχει ακρότατο για τιμή συντελεστή αξονικής επαγωγής, (a):

$$a = \frac{1}{3} \quad \left(\frac{dC_p}{da} = 0 \right)$$

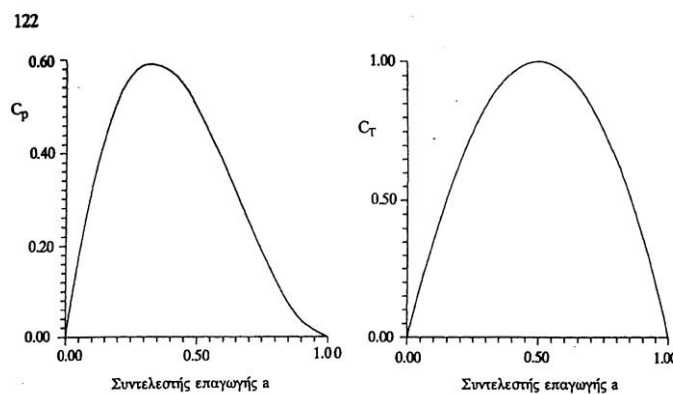
Στην περίπτωση αυτή ο συντελεστής παίρνει μέγιστη τιμή ίση με:

$$C_{p \max} = \frac{16}{27} \cong 59\% \quad (2.17)$$

Η μέγιστη αυτή τιμή καλείται όριο του Betz. Προκύπτει λοιπόν ότι ο βέλτιστος δρομέας και κάτω από ιδανικές συνθήκες λειτουργίας μπορεί να δεσμεύει μόνο το 59% της ισχύος του ανέμου. Το όριο αυτό είναι κατά κάποιον τρόπο ο μέγιστος βαθμός απόδοσης του συστήματος για ιδανική έλικα, ανάλογος με το βαθμό απόδοσης Carnot των θερμοδυναμικών κύκλων. Στην περίπτωση αυτή της βέλτιστης λειτουργίας, η ταχύτητα U του ανέμου μειώνεται στα $2/3$ πάνω στο δίσκο και στο $1/3$ πολύ μακριά κατάντι του δίσκου. Είναι δηλαδή:

$$V_s = (2/3) \cdot U \quad (2.18)$$

$$V = (1/3) \cdot U \quad (2.19)$$



Σχήμα Ι.2.2. : Καμπύλη C_p Απόδοσης Δρομέα και Συντελεστή Ώσης Ανεμοκινητήρα συναρτήσει του συντελεστή αξονικής επαγωγής (a).

ΘΕΩΡΙΑ ΠΤΕΡΥΓΩΣΕΩΝ.

◆ Συμβολισμοί

F	ώση (Nt)
ρ	πυκνότητα αέρα (kg/m^3)
S	επιφάνεια της πτερωτής (m^2)
V_1	ταχύτητα ανάντη της πτερωτής (m/sec)
V_2	ταχύτητα κατόντη της πτερωτής (m/sec)
ω	γωνιακή ταχύτητα (rad/sec)
U	περιφερειακή ταχύτητα ($\frac{\text{rad}}{\text{sec}} m$)
\vec{V}	απόλυτη ταχύτητα (m/sec)
\vec{W}	σχετική ταχύτητα (m/sec)
C_z	συντελεστής άνωσης
C_x	συντελεστής αντίστασης
l	μήκος της χορδής (m)
ε	γωνία μεταξύ του dR και dR _z (°)
r	ακτίνα ενός στοιχείου της πτερωτής (m)
R	ακτίνα όλης της πτερύγωσης (m)
I	γωνία κλίσης (°)
p	αριθμός των πτερύγων
λ	λόγος ταχυτήτων
λ_0	λόγος ταχυτήτων στο ακροπερύγιο
i	γωνία σφήνωσης (°)

α	γωνία προσβολής (°)
n	αεροδυναμική απόδοση της πτερύγωσης
P	ισχύς που παράγεται πάνω στην πτερύγωση (W)
\vec{H}_C	μαγνητικό πεδίο στον κεντρικό αγωγό
\vec{H}_M	μαγνητικό πεδίο στο μεσημβρινό αγωγό
\vec{H}_D	μαγνητικό πεδίο στο δίσκο
\vec{H}	μαγνητικό πεδίο στον άξονα περιστροφής
H_S	αξονικό μαγνητικό πεδίο στο κέντρο του πηνίου
v_θ	εφαπτομενική επαγόμενη ταχύτητα (m/sec)
Ω	γωνιακή ταχύτητα στο ανάντη του δρομέα (rad/sec)
M	ροπή (Nt m)
C_p	τοπικός συντελεστής ισχύος
θ	βοηθητική γωνία (°)
k	συντελεστής αξονικής επαγωγής
h	συντελεστής γωνιακής επαγωγής
λ_e	λόγος ταχυτήτων σε βέλτιστες συνθήκες
η_p	υποδηλώνει την μείωση της απόδοσης του δρομέα
D	διάμετρος του δρομέα (m)
C_F	συντελεστής ώσης
C_M	συντελεστής ροπής

Υπολογισμός της χορδής της περύγωσης

Για το υπολογισμό της χορδής της περύγωσης, θα υπολογίσουμε με δύο διαφορετικούς τρόπους την αξονική ώση που εφαρμόζεται στο δρομέα μεταξύ r και $r + dr$, στις βέλτιστες συνθήκες λειτουργίας.

Αρχική εκτίμηση

Με βάση την θεωρία του Betz, η συνολική ώση επί του δρομέα της ανεμογεννήτριας ισούται με:

$$F = \rho S(V_1^2 - V_2^2)/2$$

Η ταχύτητα του ανέμου κατά τη διέλευση του διαμέσου του δρομέα είναι:

$$V = (V_1 + V_2)/2$$

Η V_1 και V_2 υποδηλώνει την ταχύτητα του ανέμου, ανάντη και κατάντη της περωτής.

Η ισχύς είναι η μέγιστη όταν:

$$V_2 = V_1/3 \text{ (θεώρημα του Betz)}$$

Τότε:

$$F = \frac{4}{9}\rho S V_1^2 \quad \text{και} \quad V = \frac{2}{3} V_1$$

και επομένως :

$$F = \rho S V^2$$

Υποθέτουμε ότι κάθε στοιχείο της επιφάνειας σάρωσης συμβάλλει αναλογικά με το εμβαδόν του στην ώση. Η συμβολή στην ώση κάθε στοιχείου που βρίσκεται μεταξύ της αποστάσεις r και $r+dr$ είναι :

$$dF = \rho V^2 dS = 2\pi\rho V^2 r dr$$

Δεύτερη εκτίμηση

Αν η γωνιακή ταχύτητα είναι ω και η περιφερειακή ταχύτητα των στοιχείων της περύγωσης μεταξύ των ακτίνων r και $r + dr$ είναι :

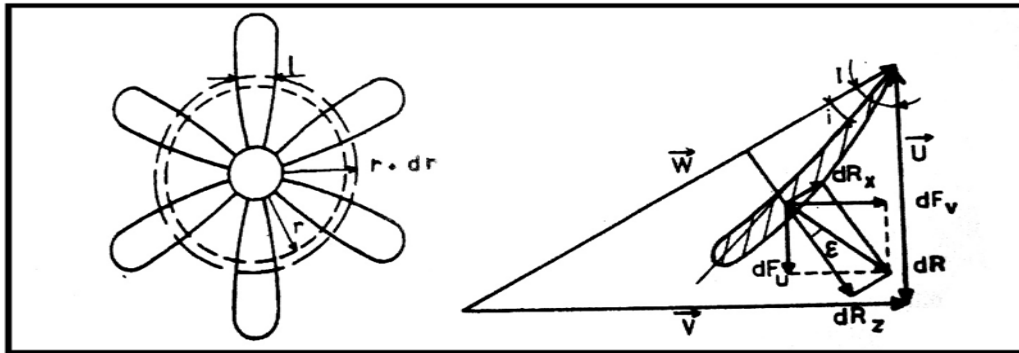
$$U = \omega r$$

Μεταξύ της απόλυτης ταχύτητας του ανέμου \vec{V} που διασχίζει το δρομέα, της σχετικής ταχύτητας του ανέμου \vec{W} , που βλέπει η αεροτομή και της περιφερειακής ταχύτητας \vec{U} , ισχύει η σχέση:

$$\vec{V} = \vec{W} + \vec{U}$$

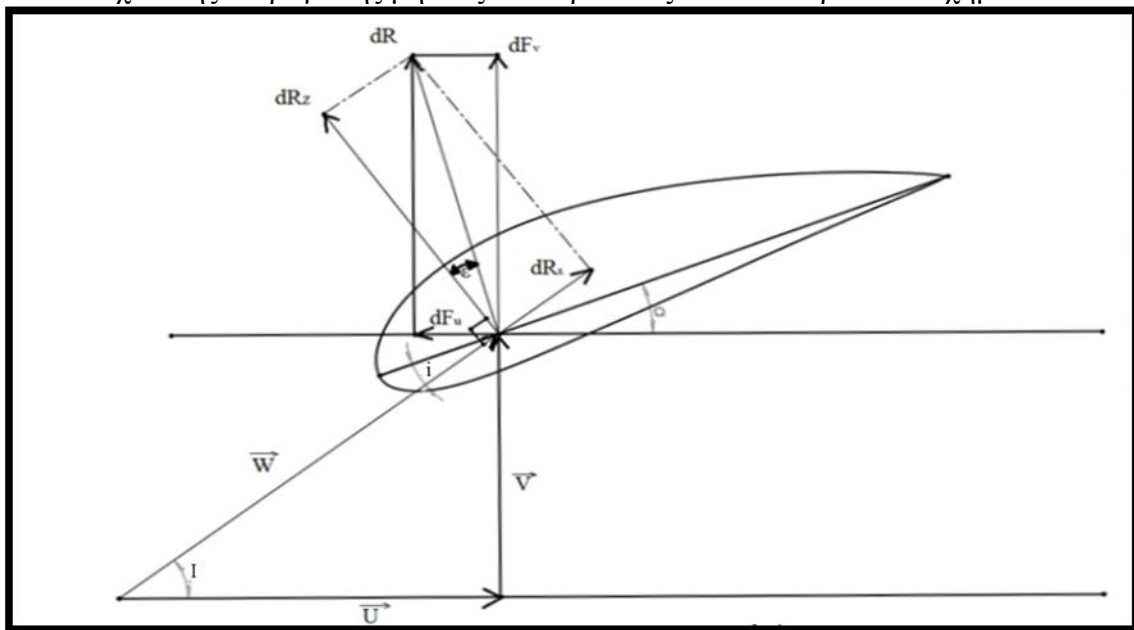
μπορεί να γραφτεί επίσης:

$$\vec{W} = \vec{V} - \vec{U}$$



Εικόνα 2.1

Ένα στοιχείο της περύγωσης μήκους dR παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα.



Εικόνα 2.2 Άνωση, αντίσταση και γωνίες που την περιβάλλουν

Οπότε, μπορούμε να υπολογίσουμε τις τιμές της άνωσης R_z , και της αντίστασης R_x , στο στοιχείο αυτό:

$$dR_z = \frac{1}{2} \rho C_z W^2 l dr$$

και

$$dR_x = \frac{1}{2} \rho C_x W^2 l dr$$

και προκύπτει η συνισταμένη δύναμη:

$$dR = dR_z / \cos \varepsilon$$

όπου (ε) είναι η γωνία μεταξύ του dR και dR_z και (l) η χορδή του προφίλ στην απόσταση r .

Επίσης διαπιστώνουμε ότι :

$$W = \frac{V}{\sin l}$$

και

$$dR = \frac{1}{2} \rho C_z \frac{W^2 l}{\cos \varepsilon} dr = \frac{1}{2} \rho C_z \frac{V^2}{\sin^2 l} \frac{l dr}{\cos \varepsilon}$$

Η συνισταμένη δύναμη \vec{R} προβάλλεται στην κατεύθυνση του επιπέδου περιστροφής (dF_u) και υπολογίζονται οι συνιστώσες dF_v και dF_u της συνισταμένης αεροδυναμικής δύναμης dF του σχήματος του στοιχείου που βρίσκεται μεταξύ των ακτίνων r και $r + dr$.

Αν οριστεί σαν (p) ο αριθμός των πτερύγων, ο άνεμος :

$$dF = \frac{1}{2} \rho C_z p \frac{V^2}{\sin^2 l} \frac{\cos (l - \varepsilon)}{\cos \varepsilon} l dr$$

Αυτή η σχέση εκφράζεται σύμφωνα με την προηγούμενη σχέση του dF και ως εξής :

$$C_z p l = 4\pi r \frac{\sin^2 l \cos \varepsilon}{\cos (l - \varepsilon)}$$

Η μελέτη και η απλούστευση της παραπάνω σχέσης.

Όσον αφορά την προηγούμενη σχέση μπορεί επίσης να γραφτεί αναπτύσσοντας το $\cos(l-\varepsilon)$

$$C_z pl = 4\pi r \frac{\tan^2 I \cos I}{1 + \tan \varepsilon \tan I}$$

Στις βέλτιστες συνθήκες λειτουργίας, η ταχύτητα του ανέμου κατά τη διέλευση διαμέσου του δρομέα είναι :

$$V = 2/3V_1,$$

V_I είναι η ταχύτητα του ανέμου ανάντη του δρομέα.

Η γωνία I συνδέεται με την ταχύτητα του ανέμου V_I από την παρακάτω σχέση :

$$\cotan I = \frac{\omega r}{V} = \frac{3 \omega r}{2 V_1} = \frac{3}{2} \lambda$$

Αντικαθιστώντας στην έκφραση για το $C_z pl$:

$$C_z pl = \frac{16\pi}{9} \frac{r}{\lambda \sqrt{\lambda^2 + \frac{4}{9} (1 + \frac{2}{3\lambda} \tan \varepsilon)}}$$

Υπό κανονικές συνθήκες, η τιμή του $\tan \varepsilon = \frac{dR_x}{dR_z} = \frac{c_x}{c_z}$ είναι σε γενικές γραμμές πολύ χαμηλή.

Η βέλτιστη τιμή του $\tan \varepsilon$, για μια συνηθισμένη αεροτομή είναι της τάξεως του 0.05, οπότε η παρένθεση $(1 + \frac{2}{3\lambda} \tan \varepsilon)$ είναι περίπου ίση με τη μονάδα και η προηγούμενη σχέση μπορεί να γραφτεί ως εξής :

$$C_z pl = \frac{16\pi}{9} \frac{r}{\lambda \sqrt{\lambda^2 + \frac{4}{9}}}$$

Για μια συγκεκριμένη ταχύτητα λ σε απόσταση r από τον άξονα περιστροφής, $\lambda = \omega r / V_1$ και στο ακροπτερύγιο ($r=R$), $\lambda_0 = \omega R / V_1$. Τα λ και λ_0 συνδέονται με τη σχέση:

$$\lambda = \lambda_0 r / R.$$

Με βάση τα παραπάνω για $C_z pl$ έχουμε :

$$C_z pl = \frac{16\pi}{9} \frac{R}{\lambda_0 \sqrt{\lambda_0^2 + \frac{r^2}{R^2} + \frac{4}{9}}}$$

Υπολογισμός της χορδής των πτερυγώσεων.

Αν είναι γνωστά ο λόγος ταχυτήτων, λ και η διάμετρος του δρομέα, η γωνία κλίσης I για συγκεκριμένες τιμές r δίνεται από την σχέση :

$$\cotan I = \frac{3}{2}\lambda = \frac{3}{2}\lambda_0 \frac{r}{R}$$

Εάν η γωνία σφήνωσης, α , είναι καθορισμένη, τότε μπορούμε να προσδιορίσουμε την γωνία προσβολής i ($i = I - \alpha$). Στη συνέχεια μπορούμε να βρούμε τον συντελεστή άνωσης C_z με τη βοήθεια κατάλληλων διαγραμμάτων $C_z - i$.

Εάν ο αριθμός των πτερυγίων, p , είναι δεδομένος, τότε χωρίς δυσκολία μπορούμε να υπολογίσουμε το $C_z p l$ καθώς και τη χορδή l σε διάφορα σημεία κατά μήκος της πτέρυγας, αναλόγως της απόστασης r από τον άξονα περιστροφής της πτερυγώσης.

Η έκφραση $C_z p l$ δείχνει ότι η χορδή του προφίλ στην απόσταση r από τον άξονα, είναι πολύ μικρότερη για λόγο ταχυτήτων λ_0 υψηλό. Αξίζει να σημειωθεί ότι όταν ο λόγος ταχυτήτων λ_0 είναι υψηλός η γωνιακή ταχύτητα είναι σημαντική. Οι πτερυγώσεις είναι ελαφρύτερες όσο αυξάνεται η ταχύτητα περιστροφής.

Η σχέση δείχνει επίσης, ότι αν το C_z παραμένει σταθερό κατά το μήκος της πτέρυγας τότε το πλάτος της αυξάνεται από το ακροπτερύγιο προς τη βάση της πτέρυγας.

Για τις περισσότερες ανεμογεννήτριες, η τιμή του C_z αυξάνεται από το ακροπτερύγιο προς τη βάση της πτέρυγας έτσι ώστε η αύξηση του πλάτους της πτερυγώσεως να είναι μειωμένη σε σύγκριση με την περίπτωση όπου C_z είναι σταθερό και με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνουμε τη μείωση της μάζας των πτερυγών.

Θεωρία αεροδυναμικής απόδοσης της πτερυγώσεως. Βέλτιστη γωνία προσβολής.

Ορίζουμε την αεροδυναμική απόδοση, n , της πτερυγώσεως μεταξύ των αποστάσεων r και $r + dr$ σαν το λόγο μεταξύ της ισχύος που παράγεται πάνω στην πτερυγώση προς τη συνολική ισχύ που αναπτύσσεται από τον άνεμο που διασχίζει την πτερυγώση.

$$n = \frac{dP_u}{dP_t} = \frac{\omega dM}{V dF_v} = \frac{U dF_u}{V dF_v}$$

Τα dF_u , dF_v είναι οι συνιστώσες του αεροδυναμικού φορτίου στο επίπεδο περιστροφής της πτερύγωσης και κάθετα σ' αυτόν αντίστοιχα.

$$\begin{aligned}dF_u &= dR_z \sin l - dR_x \cos l \\dF_v &= dR_z \cos l + dR_x \sin l \\ \cotan l &= U/V\end{aligned}$$

Εξάλλου:

Υπό αυτές τις συνθήκες :

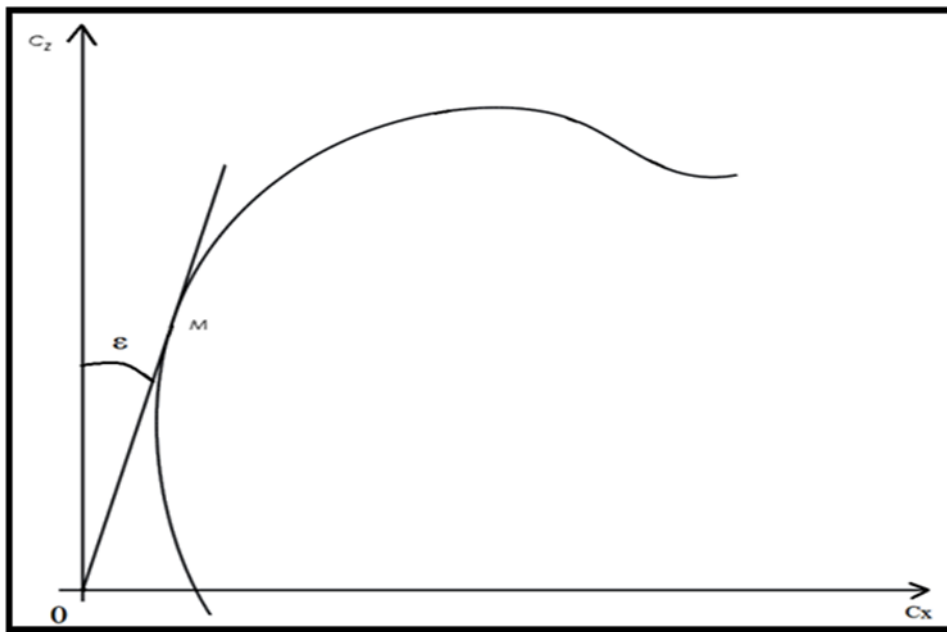
$$n = \frac{U dF_u}{V dF_v} = \frac{dR_z \sin l - dR_x \cos l}{dR_z \cos l + dR_x \sin l} \cotan l$$

Αυτή η έκφραση για την απόδοση, n , μπορεί να γραφτεί διαφορετικά, λαμβάνοντας υπόψη:

$$\tan \varepsilon = \frac{dR_x}{dR_z} = \frac{C_x}{C_z}$$

$$n = \frac{1 - \tan \varepsilon \cotan l}{\cotan l + \tan \varepsilon} \cotan l = \frac{1 - \tan \varepsilon \cotan l}{1 + \tan \varepsilon \tan l}$$

Εικόνα 2.3: Διάγραμμα C_z - C_x



Όσο πιο μικρό είναι το $\tan\epsilon$, τόσο καλύτερη απόδοση, n , έχουμε. Αν το $\tan\epsilon$ είναι ίσο με μηδέν τότε η αεροδυναμική απόδοση ισούται με τη μονάδα.

Στην πραγματικότητα, η τιμή της $\tan\epsilon$ καθορίζεται από την τιμή της γωνίας προσβολής, i . Το $\tan\epsilon$ έχει ελάχιστη τιμή στο σημείο που η OM εφάπτεται στο διάγραμμα C_z-C_x . (βλέπε εικόνα 2.3). Σε αυτό το συγκεκριμένο σημείο, η αεροδυναμική απόδοση είναι η μέγιστη.

Η ΘΕΩΡΙΑ ΣΤΡΟΒΙΛΩΝ ΤΟΥ GLAUERT ΒΕΛΤΙΩΜΕΝΗ ΑΠΟ ΕΡΕΥΝΗΤΕΣ ΤΟΥ ΠΑΝ/ΜΙΟΥ ΑΜΗΡΣΤ ΤΗΣ ΜΑΣΑΧΟΥΣΕΤΗΣ.

Η θεωρία που αναπτύσσεται παρακάτω περιγράφεται στο βιβλίο “Les éoliennes” του D. Le Gourières [8].

Σύστημα στροβίλων στις πτέρυγες.

Πίσω από κάθε πτέρυγα ενός ρότορα δημιουργείται μια στιβάδα δινών που αποτελείται κυρίως από δύο στροβίλους που γεννιούνται ο ένας κοντά στον άξονα του δρομέα και ο άλλος στο ακροπτερύγιο κάθε πτέρυγας.

Οι περιφερειακοί στρόβιλοι, που γεννιούνται στο ακροπτερύγιο κάθε πτέρυγας, σχηματίζουν έλικες που αποσπώνται, κατάντη της πτερύγωσης, από τα ακροπτερύγια. Η ακτίνα αυτών των ελίκων αυξάνεται κατάντη του δρομέα μέχρι να σταθεροποιηθεί σ’ ένα συγκεκριμένο επίπεδο.

Οι στρόβιλοι που γεννιούνται κοντά στον άξονα του δρομέα περιστρέφονται και αυτοί σχηματίζοντας ένα σπινάλ γύρω από τον άξονα του δρομέα.

Εξάλλου από αεροδυναμική άποψη για τον προσδιορισμό του πεδίου ταχυτήτων, τα πτερύγια μπορούν να υποκατασταθούν από στροβίλους που έχουν σαν άξονα την κάθε πτέρυγα.

Το όλο σύστημα στροβίλων φαίνεται παρακάτω στην εικόνα 3.1 (a και b).

Σε ένα δεδομένο σημείο, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η συνισταμένη ταχύτητα του αέρα έχει σαν συνιστώσες τη φυσική ταχύτητα του ανέμου και την ταχύτητα που επάγεται από το σύστημα στροβίλων.

Το πεδίο ταχυτήτων που επάγονται από το σύστημα των στροβίλων μπορεί να θεωρηθεί σαν το αποτέλεσμα της υπέρθεσης των τριών παρακάτω συστημάτων στροβίλων:

- ένα κεντρικός στρόβιλος με άξονα τον άξονα του δρομέα και κυκλοφορία $p\Gamma$
 $= \Gamma_0$

(Γ : η κυκλοφορία του στροβίλου μιας πτέρυγας , p : ο αριθμός των πτερύγων)

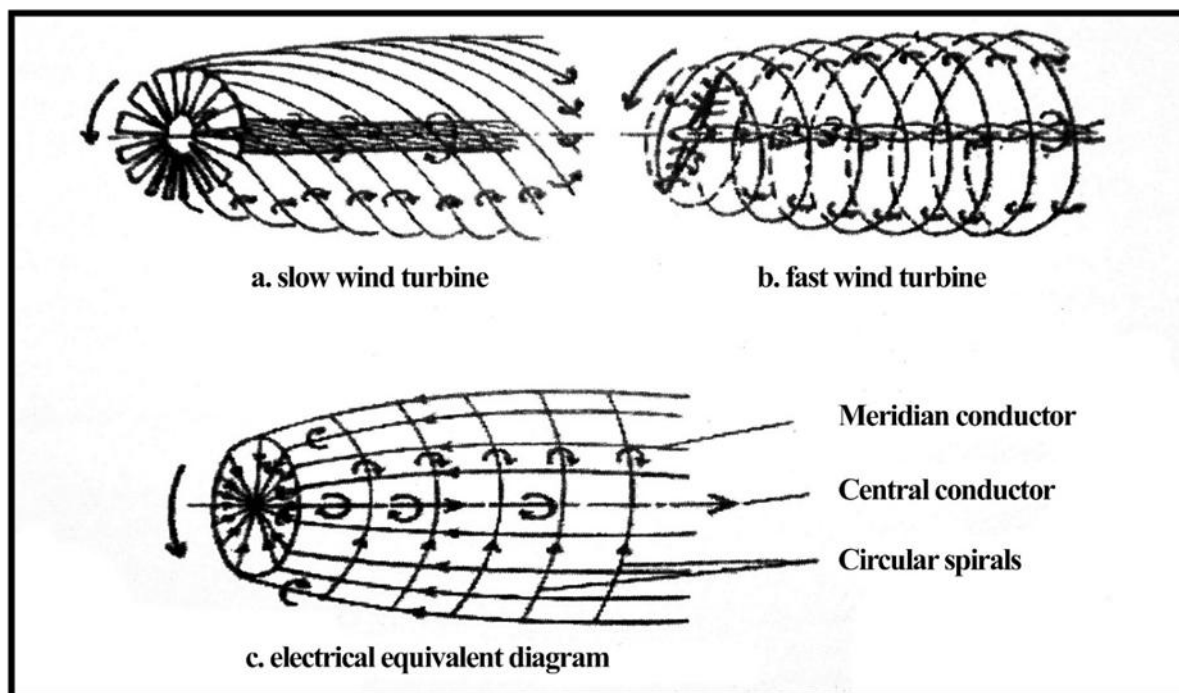
- τους στρόβιλους που αναπτύσσονται στις πτέρυγες
- μια στιβάδα περιφερειακών στροβίλων αποτελούνται κυρίως από τις δίνες που στρέφονται σχηματίζοντας μια έλικα γύρω από τον άξονα του δρομέα.

Ισοδύναμο ηλεκτρικό σύστημα. Προσδιορισμός των ταχυτήτων που προκαλούνται.

Η ρευστομηχανική διδάσκει ότι οι επαγόμενες από το σύστημα των στροβίλων ταχύτητες μπορούν να υπολογιστούν με βάση τους νόμους των Biot και Savart ή το θεώρημα του Ampere, κατά τον ίδιο τρόπο που υπολογίζονται τα μαγνητικά πεδία που δημιουργούνται από ρεύματα που ρέουν σε κυκλώματα που έχουν την ίδια μορφή με το σύστημα των στροβίλων.

Ας αντικαταστήσουμε το σύστημα των στροβίλων με ένα ηλεκτρικό σύστημα που φαίνεται στην εικόνα 3.1 (c) και το οποίο αποτελείται από:

- Ένα κεντρικό αγωγό που διαρέεται από ρεύμα $pI = I_0$,
- Ένα σύνολο p αγωγών μήκους R τοποθετημένα σε «αστέρα», το καθένα να διαρέεται από ρεύμα I , έχοντας σα κοινό σημείο τον προηγούμενο αγωγό με ρεύμα I_0 .
- Ένα σύνολο αγωγών που περιστρέφονται σε έλικα γύρω από τον άξονα του δρομέα, παρέχοντας καθένας ένα ρεύμα I στους αγωγούς που αντιπροσωπεύουν τις πτέρυγες.



Εικόνα 3.1: Στροβιλισμοί και ισοδύναμο ηλεκτρικό σύστημα.

Για τον υπολογισμό του μαγνητικού πεδίου, αυτή η ίδια στρώση φύλλου μπορεί να αντικατασταθεί από ένα σύνολο κυκλικών σπειρών με κέντρο τον άξονα της έλικας με μία πλειάδα αγωγών που βρίσκονται στο μεσημβρινό.

Τα μαγνητικά πεδία που δημιουργούνται από τα συγκροτήματα αγωγών υπολογίζονται με την υπόθεση ότι οι πτερυγώσεις είναι άπειρες σε αριθμό, και μπορούν να αντικατασταθούν όλες από ένα πλήθος αγωγών με ένα δίσκο ρεύματος I_0 στο κέντρο. Για τον υπολογισμό του μαγνητικού πεδίου, αυτή η στιβάδα αγωγών μπορεί να αντικατασταθεί από κυκλικές σπείρες με κέντρο τον άξονα του δρομέα και από περιφερειακούς αγωγούς πάνω σε κάθε μεσημβρινό επίπεδο.

Προκειμένου να υπολογιστούν τα μαγνητικά πεδία που δημιουργούνται από το σύνολο των αγωγών αυτών γίνεται η υπόθεση ενός απείρου αριθμού πτερύγων που επιτρέπει να αντικατασταθεί το σύνολο των αγωγών σε «αστέρα» από ένα δίσκο που διαρρέεται στο κέντρο του από ρεύμα I_0 .

Ας προσδιορίσουμε καταρχήν το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται από τον κεντρικό αγωγό, το δίσκο και τους μεσημβρινούς αγωγούς, σε επίπεδα κάθετα στον άξονα περιστροφής τοποθετημένα πολύ κοντά, ανάντη το ένα και κατόντη το άλλο του δίσκου που αντιπροσωπεύει την πτερύγωση. Οι γραμμές ροής του μαγνητικού πεδίου είναι κύκλοι με κέντρο πάνω στον άξονα του δρομέα, τόσο ανάντη όσο και κατόντη του δίσκου.

Μπορεί να παρατηρηθεί εξάλλου ότι τα μαγνητικά πεδία H_C και H_M όπου C συμβολίζει τον κεντρικό αγωγό και M τους μεσημβρινούς (θεωρητικά άπειρους), έχουν την ίδια τιμή για ίδια απόσταση από τον άξονα είτε ανάντη είτε κατόντη είτε πάνω στο δίσκο, λόγω της μικρής απόστασης που διαχωρίζει τα επίπεδα αυτά.

Αν εφαρμόσουμε το θεώρημα του Ampere ανάντη του δίσκου κατά μήκος ενός κύκλου με κέντρο πάνω στον άξονα του δρομέα, θα έχουμε ένα μηδενικό πεδίο αφού κανένα ρεύμα δεν διαπερνά την κυκλική αυτή περιφέρεια. Ανάντη του δίσκου το πεδίο \vec{H}_D που οφείλεται στα ρεύματα που περνάνε από το δίσκο (D συμβολίζει το δίσκο και ' ότι βρισκόμαστε ανάντη του δίσκου) είναι ίσο αλλά σε αντίθετη διεύθυνση με τα πεδία που δημιουργούνται από τον κεντρικό και τους μεσημβρινούς αγωγούς.

$$\vec{H}_D = -(\vec{H}_C + \vec{H}_M)$$

Αυτό το πεδίο \vec{H}_D που ασκείται σ' ένα σημείο M' ανάντη του δίσκου είναι ίσο και αντίθετο με το πεδίο \vec{H}_D που ασκείται σ' ένα σημείο M που βρίσκεται σε απόσταση r από τον άξονα απέναντι από το σημείο M' αλλά ανάντη του δίσκου και οφείλεται και αυτό επίσης στα ρεύματα που διαρρέουν το δίσκο. Άρα:

$$\vec{H}_D = -\vec{H}'_D = \vec{H}_C + \vec{H}_M$$

Κατάντη του δίσκου, τα μαγνητικά πεδία \vec{H}_D , \vec{H}_C και \vec{H}_M προστίθενται. Το συνιστάμενο πεδίο H , σε μια απόσταση r από τον άξονα είναι:

$$\vec{H} = \vec{H}_D + \vec{H}_C + \vec{H}_M = 2\vec{H}_D$$

Δηλαδή τα μαγνητικά πεδία από τον κεντρικό και τους μεσημβρινούς αγωγούς έχουν την ίδια τιμή εξαιτίας του ότι τα επίπεδα που περνούν από τα σημεία M και M' βρίσκονται πολύ κοντά στο δίσκο.

Πάνω στο δίσκο το μαγνητικό πεδίο που οφείλεται στα ρεύματα που διαρρέουν το δίσκο είναι μηδενικό αφού το πεδίο που δημιουργείται από κάθε κυκλικό τομέα αναιρείται από το αντίθετό του πάν στο δίσκο. Σαν αποτέλεσμα το πεδίο πάνω στο δίσκο σε απόσταση r από τον άξονα περιστροφής είναι:

$$\vec{H} = \vec{H}_C + \vec{H}_M = \vec{H}_D$$

Ας προσδιορίσουμε τώρα το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται από τις κυκλικές σπείρες που σχηματίζουν ένα πηνίο. Έστω n_I ο αριθμός των σπειρών ανά μονάδα μήκους.

Στο κέντρο του πηνίου το αξονικό μαγνητικό πεδίο είναι:

$$H_S = n_I I$$

και στο άκρο του πηνίου είναι:

$$H_S/2 = n_I I/2$$

Ας επιστρέψουμε τώρα στην περύγωση για να δούμε τις αντιστοιχίες.

Κατάντη του δίσκου στο πεδίο $2\vec{H}_D$ κάθετο στον άξονα αντιστοιχεί μια εφαπτομενική επαγόμενη ταχύτητα v_θ . Παρατηρείται μια περιστροφή της ροής με γωνιακή ταχύτητα Ω και φορά αντίθετη ως προς την περιστροφή της περύγωσης.

Πάνω στο δίσκο στο πεδίο \vec{H}_D αντιστοιχεί μια εφαπτομενική ταχύτητα $v_\theta/2$ και άρα μια γωνιακή ταχύτητα $\Omega/2$. Ανάντη του δίσκου το πεδίο είναι μηδενικό και γι' αυτό το λόγο και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της ροής είναι μηδενική. Ας ονομάσουμε v , την επαγόμενη από το σύστημα των στροβίλων, αξονική ταχύτητα κατάντη του δίσκου του δρομέα. Αυτή η επαγόμενη ταχύτητα που αντιστοιχεί στο μαγνητικό πεδίο $n_1 I$ έχει αντίθετη φορά με την ταχύτητα V_1 . Πάνω στο επίπεδο περιστροφής της πτερύγωσης η αξονική επαγόμενη ταχύτητα είναι $v/2$ που αντιστοιχεί με το μαγνητικό πεδίο $n_1 I / 2$. Η συνισταμένη αξονική ταχύτητα είναι:

$$\begin{aligned} V &= V_1 - v/2 && \text{πάνω στο δρομέα} \\ V &= V_1 - v && \text{κατάντη του δρομέα} \end{aligned}$$

Απαλείφοντας το v σ' αυτές τις δύο εξισώσεις, παρατηρούμε ότι η σχέση του Betz $V=(V_1+V_2)/2$ είναι σε ισχύ.

Η ταχύτητα περιστροφής της ροής σε σχέση με την περιστροφή της πτερύγωσης κατάντη του δρομέα είναι $\omega + \Omega$.

$$\begin{aligned} \text{Έστω } \omega + \Omega &= h\omega. \\ \text{Τότε } \Omega &= (h-1)\omega \end{aligned}$$

Σ' αυτές τις συνθήκες η ταχύτητα περιστροφής της ροής σε σχέση με την περιστροφή της πτερύγωσης πάνω στο δρομέα $\omega + \Omega/2$ γίνεται

$$\omega + \frac{\Omega}{2} = (1+h)\omega/2$$

που αντιστοιχεί σε μια απόσταση r , σε μια εφαπτομενική ταχύτητα $U' = (1+h)\omega r/2$ αν θέσουμε $V_2 = k V_1$ η αξονική ταχύτητα πάνω στο δρομέα, V μπορεί να εκφραστεί σαν:

$$V = \frac{V_1 + V_2}{2} = (1+k)V_1/2$$

Η συνεφαπτομένη της γωνίας κλίσης I και η συνιστάμενη ταχύτητα $\vec{W} = \vec{v} + \vec{u}$, σε απόσταση r από τον άξονα δίδονται από:

$$\cotan I = \frac{U'}{V} = \frac{\omega r}{V_1} \frac{1+h}{1+k} = \lambda \frac{1+h}{1+k} = \lambda e$$

$$W = \frac{V_1(1+k)}{2\sin I} = \frac{\omega r(1+h)}{2\cos I}$$

Υπολογισμός των αξονικών και εφαπτομενικών δυνάμεων.

Υπολογισμός ροπής.

Έστω το στοιχείο της πτέρυγας μεταξύ των αποστάσεων r και $r + dr$. Ο υπολογισμός θα γίνει με δύο τρόπους: πρώτον, εξετάζοντας τα αεροδυναμικά φορτία και στη συνέχεια εφαρμόζοντας τα γενικά θεωρήματα της μηχανικής.

Πρώτος υπολογισμός

Όπως και πριν, έχουμε (βλέπε εικόνα 2.1) :

$$dR_z = \frac{1}{2} \rho C_z W^2 l dr \quad \text{και} \quad dR_x = \frac{1}{2} \rho C_x W^2 l dr$$

Με προβολή στον άξονα του δρομέα έχουμε την αξονική συνιστώσα

$$dF_v = dR_z \cos l + dR_x \sin l = \frac{1}{2} \rho W^2 l dr (C_z \cos l + C_x \sin l)$$

και με προβολή στο επίπεδο περιστροφής (ταχύτητα U), έχουμε την εφαπτομενική συνιστώσα:

$$dF_u = dR_z \sin l - dR_x \cos l = \frac{1}{2} \rho W^2 l dr (C_z \sin l - C_x \cos l)$$

Οι εκφράσεις αυτές μπορούν να γραφούν, θέτοντας:

$$\tan \varepsilon = \frac{dR_x}{dR_z} = \frac{C_x}{C_z}$$

$$dF_v = \frac{1}{2} \rho l W^2 C_z \frac{\cos(I - \varepsilon)}{\cos \varepsilon} dr$$

και

$$dF_u = \frac{1}{2} \rho l W^2 C_z \frac{\sin(I - \varepsilon)}{\cos \varepsilon} dr$$

Η συνεισφορά των στοιχείων των p πτερυγίων του δρομέα που βρίσκονται μεταξύ των αποστάσεων r και $r + dr$ αυξάνεται στην ώση καθώς και στη ροπή είναι αντίστοιχα :

$$dF = p dF_v = \frac{1}{2} \rho p l W^2 C_z \frac{\cos(I - \varepsilon)}{\cos \varepsilon} dr$$

$$dM = r p dF_u = \frac{1}{2} \rho p l r W^2 C_z \frac{\sin(I - \varepsilon)}{\cos \varepsilon} dr$$

Δεύτερος υπολογισμός

Τα δύο αυτά μεγέθη (dF και dM) θα υπολογιστούν στη συνέχεια εφαρμόζοντας τα γενικά θεωρήματα της μηχανικής σε μια δακτυλιοειδή φλέβα του ρευστού που διέρχεται από το δρομέα μεταξύ της ακτίνας r και $r + dr$. Σύμφωνα με το θεώρημα του Euler η στοιχειώδης αξονική ώση:

$$dF = \rho \pi r dr V^2 (1 - k^2)$$

και η στοιχειώδης ροπή:

$$dM = \rho \pi r^3 dr V_1 (1 - k^2) \Omega = \rho \pi r^3 dr \omega V_1 (1 + k)(h - 1)$$

Εξισώνοντας τα αποτελέσματα από τους δύο τρόπους υπολογισμού των αεροδυναμικών φορτίων και αν αντικαταστήσουμε την W με βάση την V_I έχουμε:

$$C_{zpl} = 2\pi r \frac{V_1^2 (1 - k^2) \cos \varepsilon}{W^2 \cos(I - \varepsilon)} = 8\pi r \frac{(1 - k) \cos \varepsilon \sin^2 I}{(1 + k) \cos(I - \varepsilon)}$$

Κάνοντας το ίδιο για το dM , παίρνουμε :

$$C_{zpl} = 2\pi r \omega \frac{V_1 (1 + k)(h - 1) \cos \varepsilon}{W^2 \sin(I - \varepsilon)} = 4\pi r \frac{(h - 1) \sin 2I \cos \varepsilon}{(h + 1) \sin(I - \varepsilon)}$$

Από αυτές τις ισότητες, μπορούμε να εξάγουμε τα εξής:

$$G = \frac{1 - k}{1 + k} = \frac{C_{zpl} \cos(I - \varepsilon)}{8\pi r \cos \varepsilon \sin^2 I}$$

$$E = \frac{h - 1}{h + 1} = \frac{C_{zpl} \sin(I - \varepsilon)}{4\pi r \sin 2I \cos \varepsilon}$$

Διαιρώντας κατά μέλη αυτό οδηγεί :

$$\frac{G}{E} = \frac{(1 - k)(h + 1)}{(h - 1)(1 + k)} = \cotan(I - \varepsilon) \cotan I$$

Τοπικός συντελεστής ισχύος.

Η ισχύς που μπορεί να εξαχθεί από τη στοιχειώδη φλέβα του ρευστού που περνά μέσα από το δρομέα μεταξύ r και $r + dr$ δίνεται από την έκφραση:

$$dP_u = \omega dM = \rho \pi r^3 dr \omega^2 V_1 (1 + k)(h - 1)$$

Αυτή η τιμή αντιστοιχεί στον τοπικό συντελεστή ισχύος :

$$C_p = \frac{dP}{\rho \pi r dr V_1^3} = \frac{\omega^2 r^2}{V_1^2} (1 + k)(h - 1) = \lambda^2 (1 + k)(h - 1)$$

όπου :

$$\lambda = \frac{\omega r}{V_1}$$

Μέγιστος τοπικός συντελεστής ισχύος ενός ιδανικού δρομέα.

Για να καθοριστεί ο μέγιστος συντελεστής ισχύος, θα εξετάσουμε ένα ιδανικό δρομέα, υποθέτοντας ότι οι αεροτομές των πτερύγων έχουν συντελεστή αντίστασης $C_x = 0$ και επομένως $\tan \varepsilon = C_x / C_z = 0$.

Στη συγκεκριμένη περίπτωση, η σχέση G/E μπορεί να γραφτεί:

$$\frac{G}{E} = \frac{(1-k)(h+1)}{(h-1)(1+k)} = \cotan^2 I = \lambda^2 \frac{(1+h)^2}{(1+k)^2}$$

και ακόμα

$$\lambda^2 \frac{1-k^2}{h^2-1}$$

Αν λύσουμε ως προς h :

$$h = \sqrt{1 + \frac{1-k^2}{\lambda^2}}$$

Επομένως ο συντελεστής ισχύος γίνεται :

$$C_p = \lambda^2 (1+k) \left(\sqrt{1 + \frac{1-k^2}{\lambda^2}} - 1 \right)$$

Για μια δεδομένη τιμή του λ , ο συντελεστής ισχύος διέρχεται από ένα μέγιστο ως συνάρτηση του k για :

$$\frac{dC_p}{dk} = 0$$

Υπολογίζοντας αυτήν την παράγωγο προκύπτει το μέγιστο C_p το οποίο επιτυγχάνεται για μια τιμή του k τέτοια ώστε :

$$\lambda^2 = \frac{1 - 3k + 4k^3}{3k - 1}$$

Αυτή η έκφραση μπορεί επίσης να γραφτεί ως εξής :

$$4k^3 - 3k(\lambda^2 + 1) + \lambda^2 + 1 = 0$$

Έστω :

$$k = (\sqrt{\lambda^2 + 1}) \cos \theta$$

Αντικαθιστώντας το k στην προηγούμενη εξίσωση και διαιρώντας με το $(\lambda^2 + 1)^{3/2}$ προκύπτει:

$$4\cos^3 \theta - 3\cos \theta + \frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + 1}} = 0$$

αλλά :

$$4\cos^3 \theta - 3\cos \theta = \cos 3\theta$$

οπότε μπορεί να γραφτεί :

$$\cos 3\theta = \frac{-1}{\sqrt{\lambda^2 + 1}} \quad \text{ή αλλιώς} \quad \cos(3\theta - \pi) = \frac{-1}{\sqrt{\lambda^2 + 1}}$$

και αυτό ισοδυναμεί με :

$$\theta = \frac{1}{3} \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + 1}}\right) + \frac{\pi}{3} = \frac{1}{3} \arctan \lambda + \frac{\pi}{3}$$

Για κάθε τιμή του λ , μπορούμε να υπολογίσουμε την αντίστοιχη γωνία θ , το k και ως εκ τούτου, τη μέγιστη δυνατή τιμή του συντελεστή ισχύος C_p .

Βέλτιστες τιμές της γωνίας κλίσης I και του C_{zp} .

Η γωνία κλίσης I και το γινόμενο C_{zp} είναι :

$$\cotan I = \lambda_\varepsilon = \lambda \frac{1+h}{1+k}$$

$$C_{zp} = 8\pi r \frac{(1-k) \cos \varepsilon \sin^2 I}{(1+k) \cos(I-\varepsilon)}$$

Από τα αποτελέσματα που λήφθηκαν από την προηγούμενη παράγραφο, ο υπολογισμός της γωνίας θ μπορεί να γίνει για οποιαδήποτε τιμή του λ . Στη συνέχεια μπορούν να προσδιοριστούν οι τιμές του k , h , και κατά συνέπεια εκείνα της λ_e και I . Για τον υπολογισμό του C_{zpl} , θεωρούμε μια ιδανική πτερύγωση, στο οποίο το ε ισούται με μηδέν κατά τα προηγούμενα. Έτσι η τιμή για το C_{zpl}/r είναι:

$$\frac{C_{zpl}}{r} = 8\pi \frac{(1-k)}{(1+k)} \tan^2 I \cos I$$

η οποία μπορεί να εκφραστεί επίσης λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση $\cotan I = \lambda_e$

$$\frac{C_{zpl}}{r} = 8\pi \frac{(1-k)}{(1+k)} \frac{1}{\lambda_e \sqrt{\lambda_e^2 + 1}}$$

Οι σχέσεις αυτές χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των τιμών του C_{zpl}/r και I σε βέλτιστες συνθήκες λειτουργίας. Η γνώση αυτών των τιμών είναι απαραίτητη ώστε να οριστεί σε κάθε σημείο της πτερύγωσης η χορδή l του προφίλ και της γωνίας σφήνωσης, α .

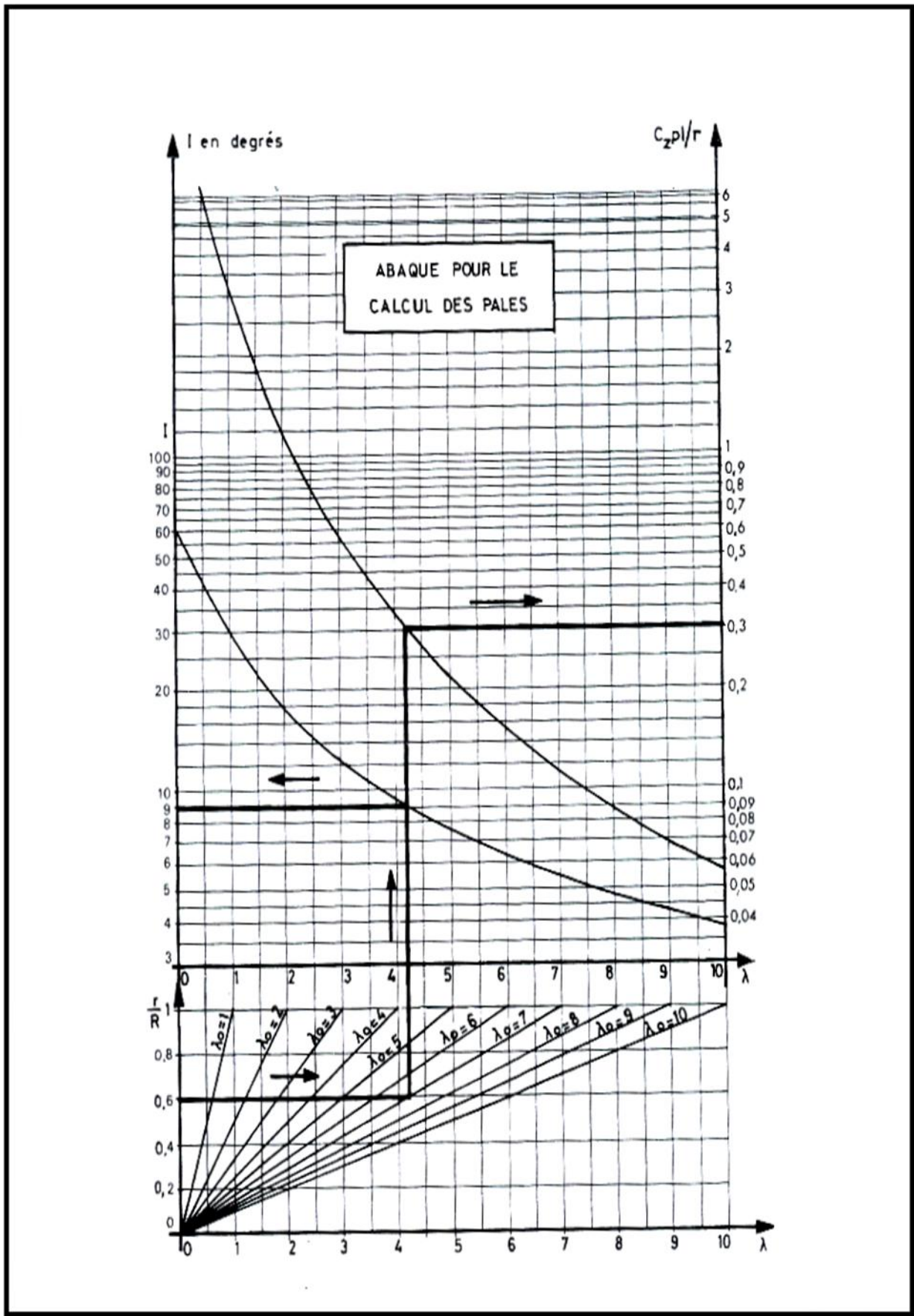
Για να διευκολυνθούν οι εφαρμογές, οι τιμές λ_e , k , h , C_p , C_{zpl}/r και I υπολογίζονται με τη βοήθεια προγράμματος. Στον πίνακα 3.1 βλέπουμε ένα παράδειγμα με τις τιμές που ελήφθησαν.

λ	λe	k	h	C_p	C_{zpl}/r	l	λ	λe	k	h	C_p	C_{zpl}/r	l
0.100	0.670	0.473	8.866	0.116	11.149	56.193	5.000	7.555	0.335	1.018	0.587	0.217	7.540
0.200	0.768	0.451	4.574	0.207	9.819	52.460	5.100	7.704	0.335	1.017	0.588	0.029	7.396
0.300	0.871	0.432	3.168	0.279	8.600	48.867	5.200	7.853	0.335	1.016	0.588	0.201	7.257
0.400	0.984	0.416	2.483	0.336	7.506	45.466	5.300	8.002	0.335	1.016	0.588	0.194	7.123
0.500	1.099	0.403	2.086	0.381	6.541	42.290	5.400	8.151	0.335	1.015	0.588	0.187	6.994
0.600	1.219	0.393	1.830	0.416	5.700	39.358	5.500	8.300	0.335	1.015	0.588	0.180	6.870
0.700	1.343	0.384	1.655	0.444	4.975	36.672	5.600	8.449	0.335	1.014	0.588	0.174	6.750
0.800	1.470	0.377	1.530	0.467	4.353	34.227	5.700	8.598	0.335	1.014	0.589	0.168	6.634
0.900	1.600	0.371	1.437	0.485	3.821	32.009	5.800	8.747	0.335	1.013	0.589	0.163	6.522
1.000	1.732	0.366	1.366	0.500	3.367	30.000	5.900	8.897	0.335	1.013	0.589	0.157	6.413
1.100	1.866	0.362	1.311	0.512	2.980	28.183	6.000	9.046	0.335	1.012	0.589	0.152	6.308
1.200	2.002	0.359	1.267	0.522	2.648	26.537	6.100	9.195	0.335	1.012	0.589	0.147	6.207
1.300	2.140	0.356	1.232	0.531	2.363	25.046	6.200	9.344	0.335	1.011	0.589	0.143	6.108
1.400	2.279	0.353	1.203	0.538	2.118	23.692	6.300	9.494	0.335	1.011	0.589	0.138	6.013
1.500	2.419	0.351	1.179	0.544	1.906	22.460	6.400	9.643	0.335	1.011	0.589	0.134	5.920
1.600	2.560	0.349	1.159	0.549	1.723	21.337	6.500	9.792	0.334	1.010	0.589	0.130	5.831
1.700	2.702	0.348	1.142	0.553	1.563	20.310	6.600	9.942	0.334	1.010	0.590	0.126	5.744
1.800	2.844	0.346	1.128	0.557	1.423	19.370	6.700	10.091	0.334	1.010	0.590	0.122	5.659
1.900	2.988	0.345	1.115	0.560	1.300	18.506	6.800	10.241	0.334	1.010	0.590	0.119	5.577
2.000	3.132	0.344	1.105	0.563	1.191	17.710	6.900	10.390	0.334	1.009	0.590	0.116	5.498
2.100	3.276	0.343	1.095	0.565	1.095	16.976	7.000	10.539	0.334	1.009	0.590	0.112	5.420
2.200	3.421	0.343	1.087	0.568	1.010	16.296	7.100	10.689	0.334	1.009	0.590	0.109	5.345
2.300	3.566	0.342	1.080	0.570	0.934	15.666	7.200	10.838	0.334	1.009	0.590	0.106	5.271
2.400	3.711	0.341	1.074	0.571	0.865	15.080	7.300	10.988	0.334	1.008	0.590	0.103	5.200
2.500	3.857	0.341	1.068	0.573	0.804	14.534	7.400	11.137	0.334	1.008	0.590	0.101	5.131
2.600	4.003	0.340	1.063	0.574	0.749	14.025	7.500	11.287	0.334	1.008	0.590	0.098	5.063
2.700	4.150	0.340	1.059	0.576	0.699	13.549	7.600	11.436	0.334	1.008	0.590	0.096	4.997
2.800	4.296	0.339	1.055	0.577	0.654	13.103	7.700	11.586	0.334	1.007	0.590	0.093	4.933
2.900	4.443	0.339	1.051	0.578	0.613	12.684	7.800	11.735	0.334	1.007	0.590	0.091	4.871
3.000	4.590	0.339	1.048	0.579	0.586	12.290	7.900	11.885	0.334	1.007	0.590	0.088	4.810
3.100	4.737	0.338	1.045	0.580	0.542	11.919	8.000	12.034	0.334	1.007	0.591	0.086	4.750
3.200	4.884	0.338	1.042	0.580	0.511	11.569	8.100	12.184	0.334	1.007	0.591	0.084	4.692
3.300	5.032	0.338	1.040	0.581	0.482	11.239	8.200	12.334	0.334	1.007	0.591	0.082	4.635
3.400	5.180	0.337	1.038	0.582	0.456	10.926	8.300	12.483	0.334	1.006	0.591	0.080	4.580
3.500	5.328	0.337	1.036	0.582	0.431	10.630	8.400	12.633	0.334	1.006	0.591	0.078	4.526
3.600	5.476	0.337	1.034	0.583	0.409	10.349	8.500	12.782	0.334	1.006	0.591	0.077	4.473
3.700	5.624	0.337	1.032	0.583	0.388	10.083	8.600	12.932	0.334	1.006	0.591	0.075	4.422
3.800	5.772	0.337	1.030	0.584	0.369	9.829	8.700	13.082	0.334	1.006	0.591	0.073	4.371
3.900	5.920	0.336	1.029	0.584	0.351	9.588	8.800	13.231	0.334	1.006	0.591	0.071	4.322
4.000	6.068	0.336	1.027	0.585	0.334	9.358	8.900	13.381	0.334	1.006	0.591	0.070	4.274
4.100	6.217	0.336	1.026	0.585	0.319	9.138	9.000	13.531	0.334	1.005	0.591	0.068	4.227
4.200	6.365	0.336	1.025	0.585	0.305	8.928	9.100	13.680	0.334	1.005	0.591	0.067	4.181
4.300	6.514	0.336	1.024	0.586	0.291	8.728	9.200	13.830	0.334	1.005	0.591	0.065	4.136
4.400	6.662	0.336	1.023	0.586	0.278	8.536	9.300	13.980	0.334	1.005	0.591	0.064	4.092
4.500	6.811	0.336	1.022	0.586	0.267	8.353	9.400	14.129	0.334	1.005	0.591	0.063	4.048
4.600	6.960	0.336	1.021	0.586	0.255	8.177	9.500	14.279	0.334	1.005	0.591	0.061	4.006
4.700	7.108	0.336	1.020	0.587	0.245	8.008	9.600	14.429	0.334	1.005	0.591	0.060	3.965
4.800	7.257	0.335	1.019	0.587	0.235	7.846	9.700	14.578	0.334	1.005	0.591	0.059	3.924
4.900	7.406	0.335	1.018	0.587	0.226	7.690	9.800	14.728	0.334	1.005	0.591	0.058	3.884
							9.900	14.878	0.334	1.005	0.591	0.057	3.845
							10.000	15.028	0.334	1.004	0.591	0.055	3.807

Πίνακας 3.1: Τιμές των λe , k , h , C_p , C_{zpl}/r

Διάγραμμα

Έχουμε επίσης δημιουργήσει ένα διάγραμμα, Πίνακας 3.2, με τις καμπύλες των τιμών C_{xp}/r και I ως συνάρτηση του λ . Αυτό το γράφημα μας επιτρέπει να προσδιορίσουμε γρήγορα, ανάλογα με τη θέση του προφίλ της πτερύγωσης που καθορίζεται από το r/R , τις τιμές της γωνίας κλίσης I και το ποσό του C_{xp}/r έτσι ώστε μια ανεμογεννήτρια να παρουσιάζει τις καλύτερες επιδόσεις για την συγκεκριμένη ταχύτητα λ_0 που έχει επιλεγεί. Η χρήση του διαγράμματος είναι απλή. Η συγκεκριμένη ταχύτητα λ_0 που επιλέγεται για την οποία η ανεμογεννήτρια πρέπει να έχει τη μέγιστη απόδοση είναι γνωστή, αρκεί να προβεί από το σημείο τομής της λοξής γραμμής, που χαρακτηρίζεται από τη συγκεκριμένη ταχύτητα λ_0 (από την εξίσωση : $\lambda = \lambda_0 r/R$) και αντιστοιχεί στην οριζόντια θέση του προφίλ που καθορίζεται από την τιμή του r/R , η οποία είναι μια κάθετη γραμμή. Αυτή η κάθετη γραμμή βρίσκεται στην κοπή των καμπύλων $I(\lambda_0)$ και C_{xp}/r σε δύο σημεία των οποίων οι συντεταγμένες είναι ίσες με τις τιμές της I και C_{xp}/r που ψάχνουμε.



Πίνακας 3.2: Διάγραμμα

Η εφαρμογή των κανόνων εργασίας οδηγεί στα ακόλουθα αποτελέσματα :

$$I = 9^\circ \quad C_z p l / r = 0,3$$

Αυτές οι τιμές μπορούν επίσης να προσδιοριστούν από τον Πίνακα 3.1. Για αυτήν την ενότητα με συγκεκριμένη ταχύτητα λ θεωρείται ίση με 4,2 ($\lambda = \lambda_0 r / R$). Για αυτή τη τιμή του λ , ο πίνακας δείχνει :

$$I = 8^\circ,93 \quad \text{και} \quad C_z p l / r = 0,305$$

Με την επανάληψη της λειτουργίας για άλλες τιμές του r λαμβάνεται η γωνία κλίσης I και η ποσότητα $C_z p l / r$ σε όλο το μήκος της πτέρυγας. Εν συνεχεία, μπορούμε να καθορίσουμε τις χορδές των διαφόρων προφίλ και τις γωνίες σφήνωσης. Το ίδιο ισχύει και για την γωνία σφήνωσης α όπου συνδέεται με τη γωνία προσβολής με τη σχέση $\alpha = I - i$. Για την επίλυση του προβλήματος, πρέπει να επιλεγεί και η γωνία προσβολής.

Συντελεστής ισχύος που μπορεί να επιτευχθεί με πτέρυγες που παρουσιάζουν αντίσταση. Βέλτιστη γωνία προσβολής.

Έστω τα στοιχεία των πτερύγων μεταξύ r και $r+dr$. Όπως αποδείχτηκε προωτέρα ο συντελεστής ισχύος C_p δίνεται από τη σχέση:

$$C_p = \frac{\omega dM}{\rho \pi r dr V_1^3} = \frac{V dF}{\rho \pi r dr V_1^3} \frac{\omega dM}{V dF} = \frac{V dF}{\rho \pi r dr V_1^3} \frac{U dF_u}{V dF_v}$$

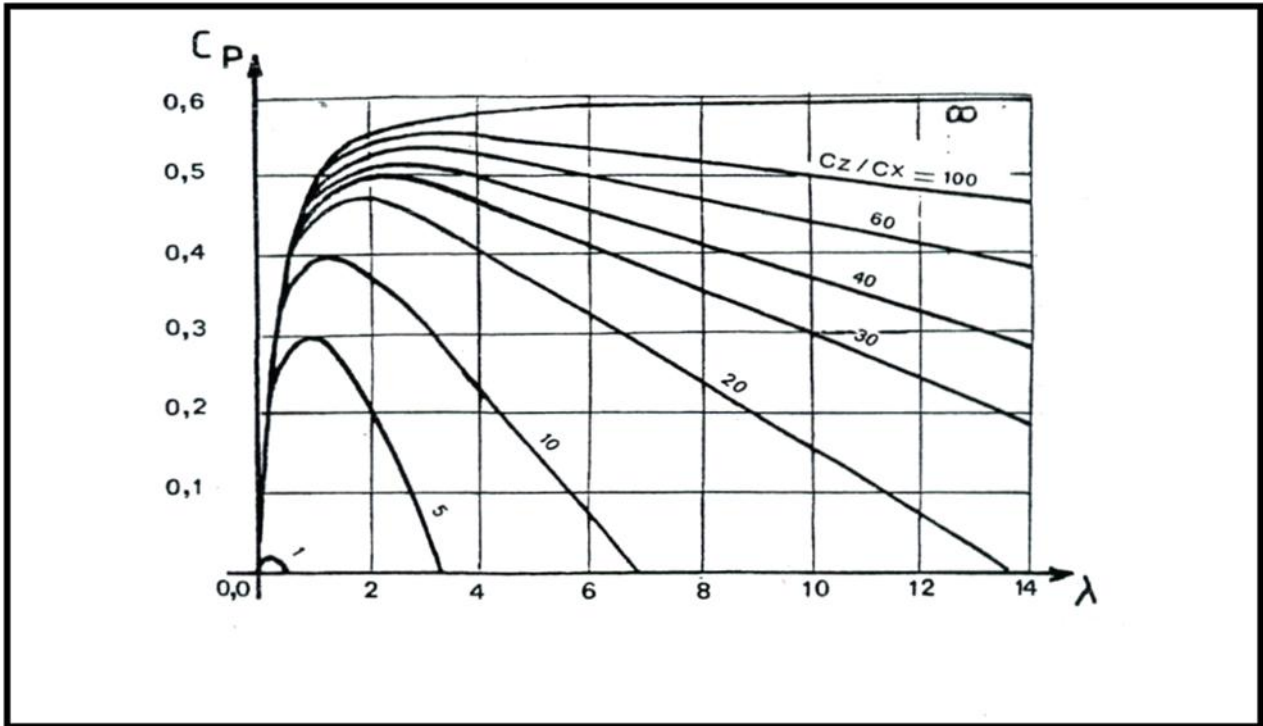
Εφόσον $dF = p dF_v$ και $dM = p r dF_u$

Αντικαθιστώντας τα dF_u , dF_v και V και παίρνοντας υπόψη τις σχέσεις :

$$\cotan l = \lambda \frac{1+h}{1+k} \quad \text{και} \quad \tan \varepsilon = \frac{C_x}{C_z} \quad \text{έχουμε:}$$

$$C_p = \frac{(1+k)(1-k^2)}{(1+h)} \frac{1 - \tan \varepsilon \cotan l}{1 + \tan \varepsilon \tan l}$$

Όταν το $\tan \varepsilon = 0$, ο πρώτος παράγοντας του δευτέρου μέλους της παραπάνω σχέσης (ο δεύτερος γίνεται ίσος με τη μονάδα) εκφράζει το συντελεστή ισχύος σε μια απόσταση r από τον άξονα, ενός δρομέα με πτέρυγες που δεν παρουσιάζουν αντίσταση. Ο συντελεστής ισχύος C_p μεγιστοποιείται για τις συνθήκες του πίνακα. Υποθέτοντας ότι το $\tan \varepsilon$ δεν είναι μηδέν (πτέρυγες με μη μηδενικό συντελεστή αντίστασης), η εικόνα 3.2 δείχνει τις μέγιστες τιμές του συντελεστή αντίστασης που είναι δυνατόν να επιτευχθούν σε συνάρτηση με το συντελεστή λ και για διάφορες τιμές του λόγου C_z/C_x . Στο διάγραμμα φαίνεται ότι για να επιτευχθεί υψηλή απόδοση, σε μεγάλο λ , είναι απαραίτητο οι πτέρυγες να παρουσιάζουν το μέγιστο δυνατό C_z/C_x που οδηγεί στην κατασκευή των πτερύγων με τέλεια αεροδυναμικά προφίλ. Για ένα δεδομένο λόγο ταχυτήτων ακροπτερυγίου, λ , ο συντελεστής ισχύος, C_p , είναι τόσο μεγαλύτερος όσο μικρότερο είναι το $\tan \varepsilon$. Ο συντελεστής ισχύος γίνεται μέγιστος για μια γωνία προσβολής που καθιστά το $\tan \varepsilon$ ελάχιστο, δηλαδή για μια γωνία προσβολής που αντιστοιχεί στο σημείο επαφής της εφαπτομένης με την καμπύλη στο διάγραμμα C_z-C_x . Ξαναβρίσκουμε έτσι το αποτέλεσμα στο οποίο είχαμε οδηγηθεί με την απλουστευμένη θεωρία.



Εικόνα 3.2: Γραφική παράσταση C_p , λ και καμπύλες C_z/C_x .

Επίδραση του αριθμού των πτερυγών.

Η θεωρία που περιγράφηκε προηγουμένως υποθέτει ένα άπειρο αριθμό πτερυγών. Αυτό δεν είναι αληθινό. Προκύπτουν έτσι απώλειες ενέργειας που οφείλονται σε μια μεγαλύτερη πύκνωση των στροβίλων. Αυτή η απώλεια ενέργειας μελετήθηκε ειδικά από τους Rohrbach, Worobel, Goldstein και Prandtl.

Κατά τον Prandtl η μείωση της απόδοσης που προκύπτει για ένα δρομέα με p πτέρυγες δίνεται από τη σχέση:

$$\eta_p = \left(1 - \frac{1,39}{p} \sin I\right)^2$$

όπου I είναι η γωνία κλίσης στο ακροπτερύγιο κάθε πτέρυγας.

Υποθέτοντας ότι ο δρομέας λειτουργεί στην περιοχή των βέλτιστων συνθηκών λειτουργίας:

$$\sin I = \frac{1}{\sqrt{1 + \cotan^2 I}} = \frac{2}{3\sqrt{\lambda_0^2 + 4/9}}$$

Υποθέτοντας ότι σ' αυτές τις συνθήκες ισχύει η σχέση του Prandtl, εξάγεται :

$$\eta_p = \left(1 - \frac{0,93}{p\sqrt{\lambda_0^2 + 0,445}}\right)^2$$

Επισημαίνεται ότι η σχέση του Prandtl ισχύει για δρομείς με χαμηλή φόρτιση.

Πρακτικά η χρήση της σχέσης αυτής στα προγράμματα υπολογισμού για δρομείς που δοκιμάστηκαν σε αεροσήραγγα, υπό κανονική φόρτιση, οδηγεί σε συντελεστές ροπής και ισχύος που βρίσκονται σε πολύ καλή συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα.

Πρακτικός προσδιορισμός της χορδής και της γωνίας σφήνωσης.

Δεν υπάρχει μια καθιερωμένη και μοναδική μέθοδος για την επιλογή των γωνιών κλίσης και κατά συνέπεια για τον υπολογισμό μιας πτέρυγας.

Οι πτέρυγες μπορούν να υπολογίζονται επιλέγοντας σαν γωνία προσβολής, σε κάθε τομή τους, τη γωνία προσβολής που αντιστοιχεί στη μέγιστη απόδοση.

Έχοντας υπολογίσει το γινόμενο $C_z pl$, ο υπολογισμός της χορδής, l , δεν παρουσιάζει καμιά δυσκολία αφού το C_z και το p είναι επίσης γνωστά. Η γνώση της γωνίας κλίσης I καθώς και της γωνίας προσβολής i_0 επιτρέπει τον υπολογισμό της γωνίας σφήνωσης α ($\alpha = I - i_0$).

Στην πραγματικότητα αυτή η μέθοδος δεν εφαρμόζεται ποτέ ολοκληρωμένα. Αν μια γωνία προσβολής κοντά στη βέλτιστη είναι απαραίτητη για τα προφίλ που βρίσκονται κοντά στα ακροπτερύγια όπου η επιφάνεια σάρωσης ανά μονάδα μήκους είναι μέγιστη, μια τέτοια γωνία στα προφίλ που βρίσκονται κοντά στον άξονα περιστροφής έχει σαν αποτέλεσμα πολύ μεγάλες χορδές και άρα πλάτη των πτερυγών και πολλές φορές απαγορευτικά. Η τιμή του C_z για μια βέλτιστη γωνία προσβολής είναι σχετικά χαμηλή για τα συνήθη προφίλ και η τιμή του γινομένου $C_z pl$ πολύ μεγάλη στην περιοχή κοντά στον άξονα περιστροφής σαν αποτέλεσμα των χαμηλών τιμών του λ που επικρατούν στην περιοχή αυτή. Έτσι όταν προσεγγίζεται η περιοχή κοντά στον άξονα περιστροφής της πτερύγωσης επιλέγονται γωνίες προσβολής όλο και μεγαλύτερες, μένοντας όμως πάντα στην περιοχή ανόδου (περιοχή αριστερά της μέγιστης τιμής) του διαγράμματος του C_z και πέρα από το $i = i_0$, που αντιστοιχεί σε

τιμές του $\tan \epsilon$ μικρότερες από 0,02 έτσι ώστε να μην μειωθεί υπερβολικά η αεροδυναμική απόδοση.

Μπορεί να υιοθετηθεί σαν κατανομή της γωνίας προσβολής σαν συνάρτηση της απόστασης, r , από τον άξονα περιστροφής, η σχέση $i = i_0 - 5 + 5 \sqrt{(R/r)}$. Αυτή η σχέση δίνει καλά αποτελέσματα για την πλειοψηφία των αεροδυναμικών προφίλ και στην απόσταση R (ακροπερύγιο) η γωνία προσβολής $i = i_0$. Για τις υπόλοιπες θέσεις, r , οι γωνίες προσβολής, i αυξάνονται παραμένοντας όμως σε μέτρια επίπεδα.

Αυτό έχει μόνο μικρή επίδραση στην απόδοση. Αν κοιτάξει κανείς τα χαρακτηριστικά των αεροδυναμικών προφίλ, θα παρατηρήσει ότι ο λόγος C_z/C_x που είναι αντίστροφος με το $\tan \epsilon$, παραμένει πολύ ψηλός και πέρα του i_0 , όσο περιοριζόμαστε σε 5 ή 6 μοίρες. Παραδείγματος χάρι για ένα προφίλ NACA 4412 η τιμή του C_z/C_x που φθάνει το 85 για $i = i_0 = 5^\circ$, γίνεται 70 για $i = 11^\circ$ και 60 για $i = 13^\circ$. Επίσης η επιφάνεια σάρωσης ανά μονάδα μήκους μικραίνει όλο και περισσότερο όσο πλησιάζουμε κοντά στον άξονα περιστροφής. Η αεροδυναμική απόδοση αυτών των περύγων είναι πολύ καλή.

Μερικοί σχεδιαστές, επιλέγουν γωνίες προσβολής στο ακροπερύγιο μερικές μοίρες μεγαλύτερες από τη βέλτιστη με σκοπό να ελαττώσουν τις χορδές κοντά στο ακροπερύγιο. Το γινόμενο $C_z \rho l$ είναι σταθερό για ένα δεδομένο λόγο ταχυτήτων, λ , το C_z αυξάνεται με τη γωνία προσβολής και κατά συνέπεια η χορδή μειώνεται. Γι αυτές τις πτέρυγες η απόδοση δεν είναι τόσο υψηλή όσο για εκείνες που έχουν υπολογιστεί με $i = i_0$ στο ακροπερύγιο, αλλά η μείωση της απόδοσης παραμένει αποδεκτή όσο δεν ξεπερνιέται υπερβολικά η τιμή του i_0 . Είναι εξάλλου δυνατό να ισοσκελιστεί αυτό το μειονέκτημα αυξάνοντας λίγο τη διάμετρο του δρομέα.

Υπολογίζεται ότι για να ισοσκελιστεί μια μείωση του συντελεστή ισχύος κατά 1%, χρειάζεται να αυξηθεί η διάμετρος D του δρομέα κατά $\Delta D = 0,005D$. Η μείωση της ροπής εκκίνησης που προκύπτει από την ταυτόχρονη μείωση των χορδών και της γωνίας σφήνωσης στην περιοχή κοντά στον άξονα περιστροφής, μπορεί να αποδειχτεί περισσότερο ενοχλητική. Αλλά συχνά η ανεμογεννήτρια ξεκινά, μόλις η ταχύτητα ανέμου περάσει το όριο της παραγωγικότητας, με τη βοήθεια της γεννήτριας που λειτουργεί σαν κινητήρας. Πολλές φορές υιοθετείται αυτή η λύση γιατί έχει σαν αποτέλεσμα πιο ελαφρούς δρομείς. Είναι ενδιαφέρουσα σα λύση κυρίως για ανεμογεννήτριες μεγάλων διαμέτρων γιατί τότε οι καμπτικές ροπές γίνονται κύριες σε σχέση με τις υπόλοιπες ροπές. Η μεταβολή τους κατά τη διάρκεια κάθε περιστροφής της πτέρυγωσης είναι μια πηγή εναλλασσόμενης κόπωσης.

Ένα άλλο σημαντικό πρόβλημα που πρέπει να πάρει υπόψη του ο σχεδιαστή μιας πτέρυγωσης είναι η ευκολία της κατασκευής των πτερύγων.

Συχνά για ευκολία της κατασκευής της πτέρυγας χρειάζεται τα χείλη προσβολής και εκφυγής της να είναι ίσια (ευθεία). Η πτέρυγωση υπολογίζεται με την κλασική μέθοδο. Στη συνέχεια παίρνονται υπόψη μόνο δύο-τρία προφίλ σαν προφίλ αναφοράς. Οι χορδές και οι γωνίες σφήνωσης των ενδιάμεσων προφίλ σχεδιάζονται ευθυγραμμίζοντας τα χείλη προσβολής και εκφυγής των προφίλ αναφοράς. Ο υπολογισμός της ροπής και ισχύος δείχνει ότι η διόρθωση των εξωτερικών ακμών της πτέρυγας οδηγεί σε μείωση της απόδοσης αλλά αυτή η μείωση είναι πολύ μικρή αν τα προφίλ αναφοράς έχουν επιλεγεί σωστά.

Πρόβλεψη χαρακτηριστικών πτέρυγωσης.

Η πρόβλεψη των μηχανικών χαρακτηριστικών μιας πτέρυγωσης (καμπύλες των συντελεστών αντίστασης, ροπής και ισχύος) μέσω ενός μαθηματικού μοντέλου, πριν την κατασκευή της είναι πολύ σημαντικό. Η γνώση αυτών των χαρακτηριστικών της

περυγώσης πριν την κατασκευή της μπορεί να επιτρέψει τις διορθώσεις στον αρχικό σχεδιασμό με σκοπό να επιτευχθεί μια καλύτερη απόδοση ή να γίνει πιο οικονομική. Στις προηγούμενες παραγράφους αποδείχτηκε ότι η στοιχειώδης ώση, dF και η στοιχειώδης ροπή, dM , που οφείλονται στα αεροδυναμικά φορτία που αξασκούνται πάνω στα στοιχεία των περυγών σε απόσταση μεταξύ r και $r+dr$ από τον άξονα εκφράζεται από τις σχέσεις:

$$dF = \rho \pi r V_1^2 (1 - k^2) dr$$

$$dM = \rho \pi r^3 \omega V_1 (1 + k) (h - 1) dr$$

Στη συνέχεια καθορίσαμε τα G και E , παίρνοντας υπόψη τις σχέσεις που συνδέουν τα I και W με τα V_1 , k και h :

$$W = \frac{V_1 (1 + k)}{2 \sin I} = \frac{\omega r (1 + h)}{2 \cos I}$$

$$\cotan I = \lambda \frac{1 + h}{1 + k} = \lambda_0 \frac{r (1 + h)}{R (1 + k)}$$

$$G = \frac{1 - k}{1 + k} = \frac{C_z \rho l \cos(I - \varepsilon)}{8 \pi r \cos \varepsilon \sin^2 I}$$

και

$$E = \frac{h - 1}{h + 1} = \frac{C_z \rho l \sin(I - \varepsilon)}{4 \pi r \sin 2I \cos \varepsilon}$$

Για να υπολογιστεί η ώση και η ροπή αρκεί να ολοκληρωθούν οι σχέσεις που δίνουν τα dF και dM :

$$F = \int_0^R \rho \pi V_1^2 (1 - k^2) r dr$$

και

$$M = \int_0^R \rho \pi V_1 \omega (1 + k) (h - 1) r^3 dr$$

Αυτές οι τιμές αντιστοιχούν στους παρακάτω συντελεστές ώσης και ροπής:

$$C_F = \frac{2F}{\rho S V_1^2} = 2 \int_0^1 (1 - k^2) \frac{r}{R} d\left(\frac{r}{R}\right)$$

$$C_M = \frac{2M}{\rho S V_1^2} = 2 \int_0^1 \lambda (1 + k) (h - 1) \frac{r^2}{R^2} d\left(\frac{r}{R}\right)$$

Παίρνοντας υπόψη τις σχέσεις:

$$\lambda = \frac{1+k}{1+h} \cotan I \quad \text{και} \quad E = \frac{h-1}{h+1}$$

ο συντελεστής ροπής γίνεται:

$$C_M = 2 \int_0^1 (1 + k)^2 E \cotan I \frac{r^2}{R^2} d\left(\frac{r}{R}\right)$$

Θέτοντας:

$$f_r = (1 - k^2) \frac{r}{R} \quad \text{και} \quad m_r = (1 + k)^2 E \cotan I \frac{r^2}{R^2}$$

Οι συντελεστές ώσης και ροπής γράφονται σαν:

$$C_F = 2 \int_0^1 f_r d\left(\frac{r}{R}\right) \quad \text{και} \quad C_M = 2 \int_0^1 m_r d\left(\frac{r}{R}\right)$$

Στις βέλτιστες συνθήκες λειτουργίας τα k και h είναι γνωστά για κάθε αεροτομή πάνω στην πτέρυγα. Έτσι ο υπολογισμός της αξονικής ώσης, της ροπής, της ισχύος καθώς και των αντίστοιχων συντελεστών δεν παρουσιάζουν καμία δυσκολία.

Αν ο δρομέας στρέφεται με ένα λόγο ταχυτήτων, λ_0 , διαφορετικό από αυτόν για τον οποίο υπολογίστηκε τότε η γωνία προσβολής αλλάζει τιμή όπως και τα k και h , η ώση, η ροπή και οι αντίστοιχοι συντελεστές επίσης.

Πρακτικά, για τον προσδιορισμό των C_p και C_M , θεωρούνται διάφορες τιμές της σχέσης r/R (παραδείγματος χάρι 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1). Στις αντίστοιχες αποστάσεις από τον άξονα περιστροφής, θα μεταβάλλεται η γωνία προσβολής αυθαίρετα κατά μια μοίρα και θα υπολογίζονται για κάθε r/R και κάθε γωνία προσβολής, σύμφωνα με τον πίνακα 3.3 τα παρακάτω:

- η γωνία κλίσης I προσθέτοντας τη γωνία προσβολής στη γωνία σφήνωσης του στοιχείου που υπολογίζεται σύμφωνα με τις παραπάνω μεθόδους,
- το C_Z και η γωνία ε
- οι τιμές των G , E , k , h , λ_0 , f_r και m_r από τις αντίστοιχες σχέσεις.

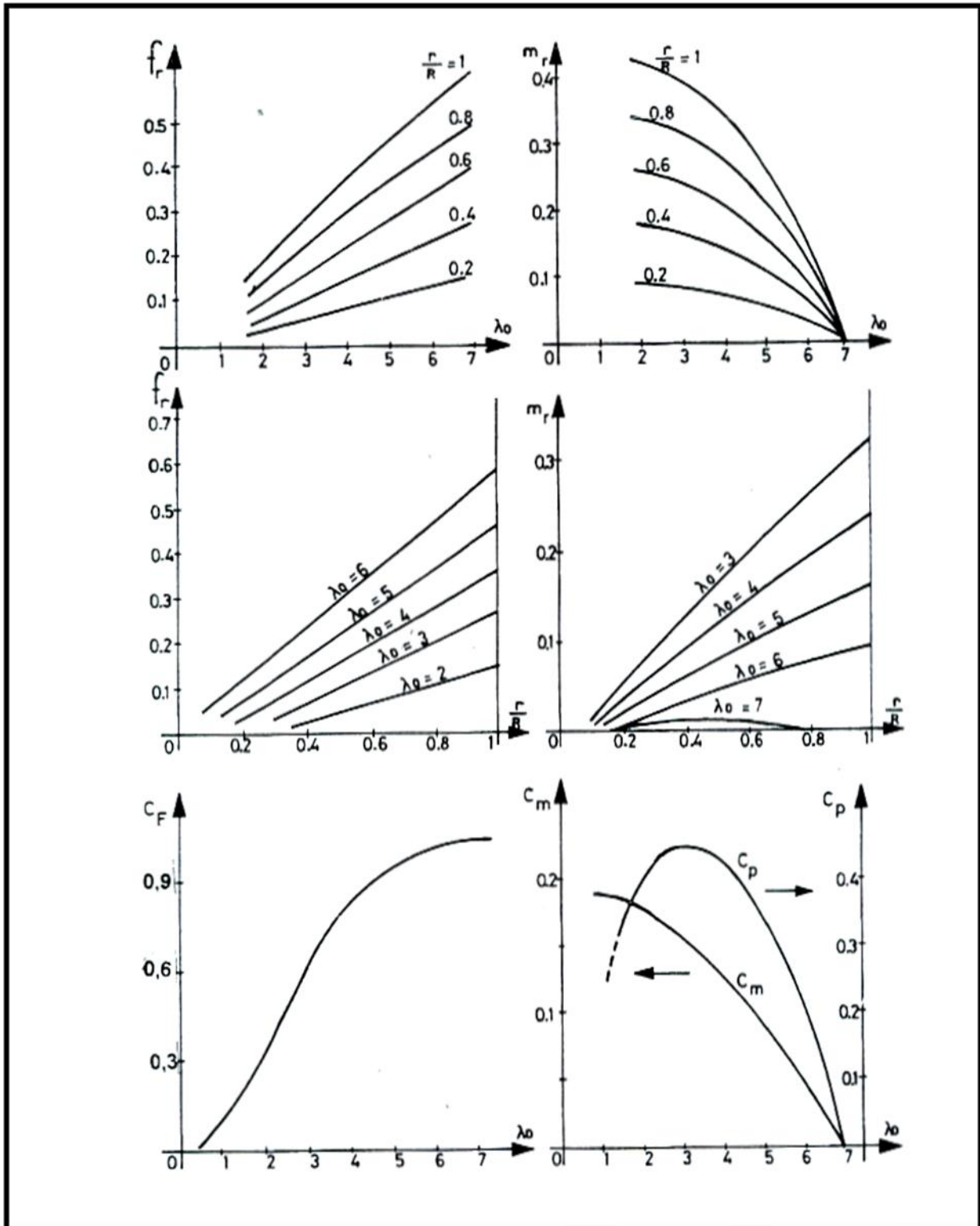
r/R	r_1/R_1					r_2/R_2
α	α_1					α_2
I	I_1					I_2
i	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	
C_Z						
$\text{tg } \varepsilon$						
$I = \alpha + i$						
$G = \frac{1-k}{1+k} \frac{C_z p l \cos(I-\varepsilon)}{8 \pi r \cos \varepsilon \sin^2 I}$						
$k = \frac{1-G}{1+G}$						
$E = \frac{h-1}{h+1} \frac{C_z p l \sin(I-\varepsilon)}{4 \pi r \sin 2I \cos \varepsilon}$						
$h = \frac{1+E}{1-E}$						
$\lambda_0 = \frac{R}{r} \frac{1+k}{1+h} \cotg I$						
$f_r = (1-k^2) \frac{r}{R}$						
$m_r = (1+k)^2 E \cotg I \frac{r^2}{R^2}$						

Πίνακας 3.3: C_Z , I και οι τιμές των $G, E, k, h, \lambda_0, f_r$ και m_r

Αφού έχουν γίνει οι υπολογισμοί χαράζονται οι καμπύλες των f_r και m_r σαν συνάρτηση του λ_0 , μια καμπύλη για κάθε r/R . Στη συνέχεια σε νέα διαγράμματα χαράζονται ξανά οι καμπύλες των f_r και m_r σαν συνάρτηση του r/R με τις τιμές των

προηγούμενων διαγραμμάτων που αντιστοιχούν στις ίδιες τιμές του λ_0 . Αρκεί στη συνέχεια να μετρηθεί η επιφάνεια των επιφανειών μεταξύ του άξονα των X, την κάθετη που περνά από το $X=1$ και τις διάφορες καμπύλες που αντιστοιχούν στις διάφορες τιμές του λ_0 , για να υπολογιστούν μετά διπλασιασμό οι συντελεστές της ώσης και της ροπής συναρτήσει του λόγου ταχυτήτων, λ_0 . Ο συντελεστής ισχύος υπολογίζεται από την καμπύλη $C_M(\lambda_0)$ πολλαπλασιάζοντας τις τεταγμένες της καμπύλης με τις αντίστοιχες τετημημένες της: $C_P = C_M \lambda$.

Εικόνα 3.3: Υπολογισμός συντελεστή ισχύος ($C_P = C_M \lambda$)



Σύγκριση των αποτελεσμάτων απο τις διάφορες θεωρίες.

Υπάρχουν πολλές άλλες θεωρίες σαν αυτές που περιγράφηκαν παραπάνω όπως των Stefaniak, Hutter και Sabinin. Για να γίνουν αντιληπτές οι διαφορές ανάμεσα στα αποτελέσματα κάθε

μιας, υπολογίστηκε η ποσότητα $C_z p l / r = f(\lambda)$ για κάθε τιμή του λ και οι αντίστοιχες γωνίες κλίσης I σε βέλτιστες συνθήκες λειτουργίας (βλέπε πίνακες 3.4 και 3.5).

λ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Méthode simplifiée	4,65	1,32	0,608	0,345	0,222	0,155	0,114	0,087	0,069	0,056
Hütter	3,5	1,20	0,58	0,32	0,215	0,155	0,12	0,08	0,07	0,055
Stéfaniak	3,37	1,19	0,572	0,33	0,216	0,152	0,114	0,088	0,069	0,056
Sabinin	3,71	1,31	0,63	0,363	0,237	0,167	0,125	0,097	0,076	0,062
Théorie tourb. de Glauert, d'Amherst	3,37	1,19	0,576	0,334	0,217	0,152	0,112	0,086	0,068	0,056

Πίνακας 3.4 : Τιμές $C_z p l / r$.

λ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Méthode simplifiée	33,7°	18°	12°	9,5°	7,6°	6,3°	5,5°	4,8°	4,2°	3,8°
Hütter	30°	18°	12°	9,2°	7,6°	6,3°	5,5°	4,5°	4,2°	3,8°
Stéfaniak	30°	17,7°	12,3°	9,36°	7,54°	6,3°	5,5°	4,5°	4,2°	3,8°
Sabinin	30°	17,5°	12°	9,5°	7,6°	6,3°	5,5°	4,5°	4,2°	3,8°
Théorie tourb. de Glauert, d'Amherst	30°	17,7°	12,29°	9,36°	7,54°	6,3°	5,42°	4,75°	4,23°	3,8°

Πίνακας 3.5 : Τιμές της γωνίας κλίσης I σε μοίρες.

Οι πίνακες δείχνουν ότι οι διαφορές είναι ελάχιστες. Οι τιμές που υπολογίστηκαν για τη ποσότητα $C_z p l / r$ με τη θεωρία του Sabinin είναι μεγαλύτερες κατά 10% από τις τιμές που υπολογίζονται με τις άλλες μεθόδους. Η απλουστευμένη μέθοδος οδηγεί για μικρά λ σε τιμές για τη ποσότητα $C_z p l / r$ λίγο πιο αυξημένες από τις τιμές που υπολογίζονται με τη βοήθεια των υπολοίπων θεωριών.