

2019

Σημειώσεις Μαθήματος «Αιολικά
Συστήματα»,
Σχολής Μηχανικών, ΕΛ.ΜΕ.ΠΑ.

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΜΕΣΟΓΕΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Κοζυράκης Γ., Κονταξάκης Κ.

Εργαστήριο Αιολικής Ενέργειας και
Σύνθεσης Ενεργειακών Συστημάτων,
ΕΛ.ΜΕ.ΠΑ.

Περιεχόμενα

1.	Προοίμιο.....	3
1.1.	Όνοματα Συγγραφέων.....	3
1.2.	Περιγραφή.....	3
2.	Εισαγωγή.....	4
2.1.	Ιστορική Αναδρομή.....	4
3.	Λήψη και επεξεργασία ανεμολογικών δεδομένων.....	6
3.1.	Γενικά περί ανεμογράφων.....	6
4.	Αιολικό Δυναμικό.....	8
4.1.	Παραμετροι (k) και (C) απο τι εξαρτώνται και τι δείχνουν.....	8
4.2.	Ανάλυση του Αιολικού Δυναμικού της Ελλάδος.....	8
4.3.	Παράγοντες Που Επηρεάζουν Το Αιολικό Δυναμικό Μιας Περιοχής.....	10
4.4.	Χρήση Αναλυτικών Διανομών Στην Εκτίμηση Του Αιολικού Δυναμικού.....	14
4.5.	ΚΑΜΠΥΛΗ WEIBULL.....	14
4.6.	ΚΑΜΠΥΛΗ “Rayleigh”.....	15
4.7.	Επίδραση Του Ύψους Στο Διαθέσιμο Αιολικό Δυναμικό Μιας Περιοχής.....	15
5.	Υπολογισμοί Αιολικού Δυναμικού.....	17
5.1.	Έλεγχος Δεδομένων Χρονοσειράς Ανέμου.....	17
5.2.	Ανάλυση Σύνθετου Ανάγλυφου στο Wasp Map Editor.....	20
5.3.	Περιγραφή του σύνθετου ανάγλυφου.....	20
5.4.	Χάρτης τραχύτητας.....	22
5.5.	Διαδικασία που ακολουθείται για την μεταφορά του χάρτη στο Wasp.....	23
5.6.	Αρχικοποίηση Ανάλυσης στο Risoe Wasp για γενικά χωρία.....	23
5.7.	Αρχικοποίηση Ανάλυσης στο Risoe Wasp για μεμονομένες περιοχές.....	23
6.	Υπολογισμός της Μακροχρόνιας Αξιολόγησης του Αιολικού Δυναμικού και της Ενεργειακής Παραγωγής 25	
7.1.	Ορισμοί Και Βασικές Εξισώσεις Των Υπολογισμών Αβεβαιότητας.....	25
7.2.	Ανάλυση Αβεβαιότητας.....	27
7.3.	Αποτελέσματα Ανάλυσης.....	29
7.	Εισαγωγή στη Θεωρία Πτερυγώσεων.....	34
7.1.	ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ ΔΙΣΚΟΥ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ (RANKINE – FROUDE).....	34
7.2.	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΝΟΜΩΝ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ.....	36
7.2.1.	Διατήρηση μάζας.....	36

7.2.2.	Διατήρηση της ορμής	36
7.2.3.	Ενεργειακός ισολογισμός	37
7.2.4.	Θεώρημα Της Ροπής Της Ορμής (Momentum Vortex Theory).....	42
7.3.	Θεωρία Στοιχείων Πτερύγωσης	43
8.	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	51
9.	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ “ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ – ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ / ΠΑΡΕΚΤΑΣΗΣ”	53
10.	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: ΘΕΩΡΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ	60

1. Προοίμιο

1.1. Όνοματα Συγγραφέων

Κοζυράκης Γεώργιος ⁽¹⁾, Κονταξάκης Κωνσταντίνος ⁽²⁾

1.2. Περιγραφή

Οι παρούσες σημειώσεις συνοδεύουν / συμπληρώνουν τις διαφάνειες του μαθήματος «Αιολικά Συστήματα» τού Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Ελληνικού Μεσογειακού Πανεπιστημίου.

2. Εισαγωγή

Η εκμετάλλευση της ενέργειας του ανέμου από τον άνθρωπο αποτελεί μία πρακτική που βρίσκει τις ρίζες της στην αρχαιότητα. Χαρακτηριστικά παραδείγματα εκμετάλλευσης της αιολικής ενέργειας είναι τα ιστιοφόρα και οι ανεμόμυλοι. Σήμερα, για την αξιοποίηση της αιολικής ενέργειας χρησιμοποιούμε τις ανεμογεννήτριες (Α/Γ).

Οι ανεμογεννήτριες είναι μηχανές οι οποίες μετατρέπουν την κινητική ενέργεια του ανέμου σε ηλεκτρική ενέργεια. Η μετατροπή αυτή γίνεται σε δύο στάδια. Στο πρώτο στάδιο, μέσω της πτερωτής, έχουμε την μετατροπή της κινητικής ενέργειας του ανέμου σε μηχανική ενέργεια με την μορφή περιστροφής του άξονα της πτερωτής και στο δεύτερο στάδιο, μέσω της γεννήτριας, επιτυγχάνουμε την μετατροπή της μηχανικής ενέργειας σε ηλεκτρική.

Οι Α/Γ χρησιμοποιούνται για την πλήρη κάλυψη ή και τη συμπλήρωση των ενεργειακών αναγκών. Το παραγόμενο από τις ανεμογεννήτριες ηλεκτρικό ρεύμα είτε καταναλώνεται επιτόπου, είτε εγχέεται και διοχετεύεται στο ηλεκτρικό δίκτυο για να καταναλωθεί αλλού. Η παραγόμενη ηλεκτρική ενέργεια από τις Α/Γ, όταν η παραγωγή είναι μεγαλύτερη από τη ζήτηση, συχνά αποθηκεύεται για να χρησιμοποιηθεί αργότερα, όταν η ζήτηση είναι μεγαλύτερη από την παραγωγή. Η αποθήκευση σήμερα γίνεται με δύο οικονομικά βιώσιμους τρόπους, ανάλογα με το μέγεθος της παραγόμενης ενέργειας. Οι ηλεκτρικοί συσσωρευτές (μπαταρίες) είναι η πλέον γνωστή και διαδεδομένη μέθοδος αποθήκευσης Η/Ε, η οποία χρησιμοποιείται για μικρής κλίμακας παραγωγικές μη διασυνδεδεμένες στο κεντρικό δίκτυο μονάδες. Η άντληση ύδατος με χρήση Η/Ε παραγόμενης από Α/Γ και η ταμίευσή του σε τεχνητές λίμνες κατασκευασμένες σε υψόμετρο το οποίο είναι ικανό να τροφοδοτήσει υδροηλεκτρικό σταθμό, είναι η μέθοδος αποθήκευσης που χρησιμοποιείται όταν η παραγόμενη Η/Ε είναι μεγάλη.

Η χώρα μας διαθέτει εξαιρετικά πλούσιο αιολικό δυναμικό, σε αρκετές περιοχές της Κρήτης, της Πελοποννήσου, της Ευβοίας και φυσικά στα νησιά του Αιγαίου. Σε αυτές τις περιοχές θα συναντήσουμε και τα περισσότερα αιολικά πάρκα, τα οποία αποτελούνται από συστοιχίες ανεμογεννητριών σε βέλτιστη διάταξη για την καλύτερη δυνατή εκμετάλλευση του αιολικού δυναμικού.

Η αιολική ενέργεια είναι μια πρακτικά ανεξάντλητη πηγή ενέργειας. Η εκμετάλλευση του υψηλού της δυναμικού στη χώρα μας, σε συνδυασμό με τη ραγδαία ανάπτυξη των τεχνολογιών που ενσωματώνεται στις σύγχρονες αποδοτικές ανεμογεννήτριες, έχει τεράστια σημασία για τη βιώσιμη ανάπτυξη, την εξοικονόμηση ενεργειακών πόρων, την προστασία του περιβάλλοντος και την αντιμετώπιση της κλιματικής αλλαγής.

2.1. Ιστορική Αναδρομή

Η ιστορία της αιολικής ενέργειας φανερώνει μια γενική εξέλιξη από τη χρήση απλών ελαφρών συσκευών που χρησιμοποιούσαν την αεροδυναμική, στη χρήση των μοντέρνων με προηγμένα υλικά συσκευών. Η πιο παλιά χρήση της δύναμης του αέρα είναι η χρήση των ιστίων στα αρχαία ήδη καράβια και η τεχνογνωσία αυτή συνέργησε και στην μετέπειτα ανάπτυξη των ανεμόμυλων, των οποίων οι ανεμογεννήτριες αποτελούν συνέχεια. Ο ανεμόμυλος είναι μια διάταξη που χρησιμοποιεί ως κινητήρια δύναμη την κινητική ενέργεια του ανέμου (αιολική ενέργεια). Χρησιμοποιείται για την άλεση σιτηρών, την άντληση νερού και σε άλλες εργασίες. Αυτό το συγκρότημα των ανεμόμυλων βρισκόταν στο Σειστάν, στα σύνορα της Περσίας και Αφγανιστάν και ήταν “οριζόντιου τύπου” δηλαδή με ιστία τοποθετημένα

ακτινικά σε έναν “κατακόρυφο άξονα”. Ο άξονας αυτός στηριζόταν σε ένα μόνιμο κτίσμα με ανοίγματα σε αντιδιαβητικά σημεία για την είσοδο και την έξοδο του αέρα. Κάθε μύλος έδινε απευθείας κίνηση σε ένα μόνο ζεύγος μολόπετρες.

Τον 13ο αιώνα οι μύλοι αυτού του τύπου ήταν γνωστοί στην Βόρεια Κίνα, όπου μέχρι και τον 16ο αιώνα τους χρησιμοποιούσαν για εξάτμιση του θαλασσινού νερού στην παραγωγή αλατιού. Ο πιο αντιπροσωπευτικός από όλους αυτούς τους τύπους των ανεμόμυλων είναι ο τύπος με το “στροφείο σχήματος S” που ακόμη και σήμερα χρησιμοποιείται σε φτωχές ή απομονωμένες περιοχές λόγω της φτηνής και εύκολης κατασκευής του.

Οι πρώτοι ευρωπαϊκοί ανεμόμυλοι: Ο ανεμόμυλος έφτασε στην Ευρώπη από τους Άραβες, χρησιμοποιήθηκε δε στον τύπο του κατακόρυφου ρωμαϊκού υδραυλικού τροχού, με τη διαφορά ότι ο ανεμόμυλος είχε στην θέση του τροχού κατακόρυφα φτερά που μετέδιδαν την κίνηση στις μολόπετρες με ένα ζεύγος οδοντωτών τροχών. Οι πρώτοι τέτοιοι περιστρεφόμενοι μύλοι εμφανίστηκαν στη Γαλλία το 1180, στην Αγγλία το 1191 και στη Συρία το 1190. Οι πρώτοι ανεμόμυλοι ήταν τύπου οριζοντίου άξονα. Αντίζουν στην Ευρώπη στα μέσα του 13ου αιώνα μ.Χ. Στις αρχές του 14ου αιώνα αναπτύχθηκε στη Γαλλία ο ανεμόμυλος σε σχήμα πύργου (μετοχάρης). Σε αυτόν τον τύπο ανεμόμυλου οι μολόπετρες και οι οδοντωτοί τροχοί ήταν τοποθετημένοι σε ένα σταθερό πύργο με κινητή οροφή, στην οποία στηρίζονταν τα ιστία και η οποία μπορούσε να περιστραφεί σε ειδική τροχιά, στην κορυφή του πύργου. Ο “περιστρεφόμενος ανεμόμυλος με κοίλο εσωτερικά άξονα” επινοήθηκε στις Κάτω Χώρες στις αρχές του 15ου αιώνα.

Το 1500 μ.Χ. κάνουν την εμφάνιση τους στην Ολλανδία, ενώ το 1860 η Δανία στρέφει το ενδιαφέρον της προς τον άνεμο, αρχίζοντας μάλιστα ένα ειδικό πρόγραμμα για την κατασκευή ανεμοκινητήρων που θα παράγουν ηλεκτρικό ρεύμα. Διέθετε έναν κατακόρυφο άξονα με γρανάζια στα δύο του άκρα, ο οποίος περνούσε μέσα από τον κοίλο άξονα και κινούσε ένα τροχό με περιφερειακά διαταγμένα σκαφίδια που μετέφερε το νερό σε υψηλότερη στάθμη. Οι ανεμομηχανές της Δανίας απέδιδαν 25 KW. Η πρώτη ανάλογη προσπάθεια έγινε στην Ελλάδα το 1982, και πιο συγκεκριμένα στο νησί της Κύθου. Μια ηλεκτρομηχανική εταιρεία κατασκεύασε την αιολική μηχανή Boniget, διαμέτρου 20 μέτρων με δυο πτερύγια, η οποία όμως καταστράφηκε από τον άνεμο. Η επόμενη προσπάθεια έγινε από τους Ρώσους, οι οποίοι το 1931 δημιούργησαν μια παρόμοια μηχανή διαμέτρου 30 μέτρων.

Οι ουσιαστικότερες μελέτες στον κλάδο της αιολικής ενέργειας ξεκίνησαν μετά το Β΄ Παγκόσμιο πόλεμο σε πολλές ευρωπαϊκές χώρες. Ένα από τα πιο γνωστά παραδείγματα είναι η ανεμογεννήτρια Best Romani, η οποία διέθετε τρία πτερύγια, είχε διάμετρο 30 μέτρων και παρήγαγε 800 Kw. Το πιο σημαντικό συμπέρασμα της μελέτης ήταν ότι οι μεγάλες αιολικές μηχανές που έχουν κατασκευαστεί σωστά (βάση υπολογισμών της θέσης του εδάφους και της ροής των τοπικών ανέμων) δεν κάνουν καθόλου θόρυβο. Η μεγαλύτερη ανεμογεννήτρια της εποχής κατασκευάστηκε τη δεκαετία του '50 στις ΗΠΑ. Εμπνευστές και σχεδιαστές του μεγάλου αυτού εγχειρήματος ήταν το επιστημονικό προσωπικό του Τεχνολογικού Ιδρύματος της Μασαχουσέτης. Η ισχύς της έφτανε τα 1,25 Mw και η λειτουργία της διακόπηκε μετά από πέντε χρόνια λόγω ανεπανόρθωτης βλάβης. Μέχρι την περίοδο αυτή, ανάλογη ήταν και η εξέλιξη στον ευρωπαϊκό χώρο. Αξίζει να σημειωθεί, όμως, πως στις αρχές της δεκαετίας του 1950 η χαμηλή τιμή του πετρελαίου οδήγησε σε στασιμότητα τις όποιες ερευνητικές προσπάθειες.

3. Λήψη και επεξεργασία ανεμολογικών δεδομένων

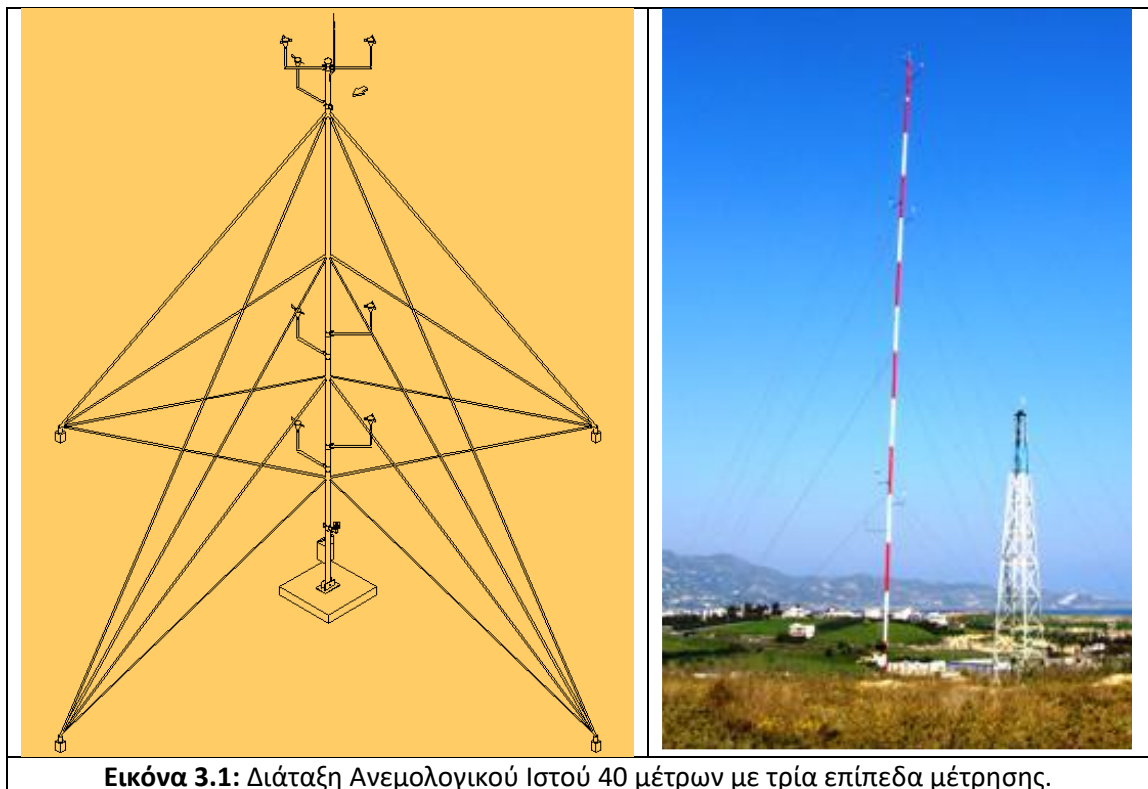
3.1. Γενικά περί ανεμογράφων

Για μια προκαταρκτική μελέτη αιολικού πάρκου απαιτείται η εύρεση τοποθεσίας και η εγκατάσταση Ανεμολογικού Ιστού (Α/Ι).

Γενικότερα ένας ανεμογράφος δύναται να εγκατασταθεί για έναν ή περισσότερους από τους παρακάτω λόγους:

1. Για αξιολόγηση του αιολικού δυναμικού με σκοπό την εγκατάσταση Αιολικού Πάρκου (Α/Π).
2. Για ερευνητικούς σκοπούς.
3. Για επιβεβαίωση προηγούμενων μετρήσεων.
4. Για βαθμονόμηση (site calibration) Α/Π.

Το είδος του (Α/Ι) αλλάζει ανά περίπτωση.



Εικόνα 3.1: Διάταξη Ανεμολογικού Ιστού 40 μέτρων με τρία επίπεδα μέτρησης.

Αρχικά σαν προκαταρκτική εκτίμηση του αιολικού δυναμικού μιας περιοχής τοποθετούμε ιστό 10 m. Αν σε κάποιο χρονικό διάστημα έχουμε αστοχία ή παρατηρήσουμε επικίνδυνα φαινόμενα για τις ανεμογεννήτριες του αιολικού πάρκου, εγκαθιστούμε έναν ιστό για διερεύνηση των φαινομένων αυτών ή και site calibration.

Υπάρχουν δύο βασικοί τύποι ιστών:

1. Τύπου Πυλώνα (**Εικ. 3.1**) μέχρι και 40 m (μόνο στη περίπτωση που έχουμε ήπιες κλιματικές συνθήκες)

2. Τύπου Δικτυώματος από 40 m και υψηλότερο για ακραίες κλιματικές συνθήκες και μεγάλη ύψη (Εικ. 3.2).



Εικόνα 3.2: Διάταξη Ανεμολογικού Ιστού 60 μέτρων με τύπου δικτυώματος.

Ανάλογα με το σκοπό για τον οποίο θα χρησιμοποιηθεί ο ανεμογράφος, καθορίζουμε και την διακριτότητα των μετρήσεων.

4. Αιολικό Δυναμικό

4.1. Παραμετροι (k) και (C) απο τι εξαρτώνται και τι δείχνουν

Οι ευρύτερα χρησιμοποιούμενες αναλυτικές διανομές πιθανότητας είναι η διανομή **“Weibull”** και η διανομή **“Reyleigh”**. Η διανομή που προτάθηκε απο τον **Weibull** περιγράφει ικανοποιητικά τα ανεμολογικά χαρακτηριστικά στις περιοχές της εύκρατης ζώνης και για ύψος μέχρι **100 μέτρα** απο το έδαφος. Η διανομή αυτή προσδιορίζει την πιθανότητα η ταχύτητα του ανέμου να βρίσκεται σε μία περιοχή της ταχύτητας **“V”** βάση μόνο δύο παραμέτρων. Με βάση τη διανομή **Weibull** θα δουλέψουμε και εμείς. Η αναλυτική έκφραση της διανομής αυτής (**Weibull**) δίνεται ως εξής :

$$f(V) = (k/C) * (V/C)^{k-1} * \exp\{-[V/C]^k\}$$

Η παράμετρος **“C”** της παραπάνω εξίσωσης συνδέεται με τη μέση ταχύτητα βάση της παρακάτω σχέσης :

$$V_{\text{μέσο}} = C * \Gamma(1+1/k)$$

Με **“Γ”** συμβολίζουμε την αριθμητική συνάρτηση **“Γάμμα”**. Οι πιο συνηθισμένες τιμές που παίρνει η συνάρτηση **“Γάμμα”** είναι $\Gamma \in [0,8862, 1,0000]$. Ενώ για υπολογισμούς με σχετική ακρίβεια, δηλαδή για **‘k’ μεταξύ του 1,3 και 2**, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι :

$$C = 1,1 * V_{\text{μέσο}}$$

Επίσης για τη συνάρτηση **‘Γάμμα’** ισχύει ότι :

$$\Gamma(n+1) = n * \Gamma(n), \quad \text{για } n > 0$$

Επομένως είναι δυνατός ο υπολογισμός του $\Gamma(n)$ για κάθε τιμή του $n > 0$.

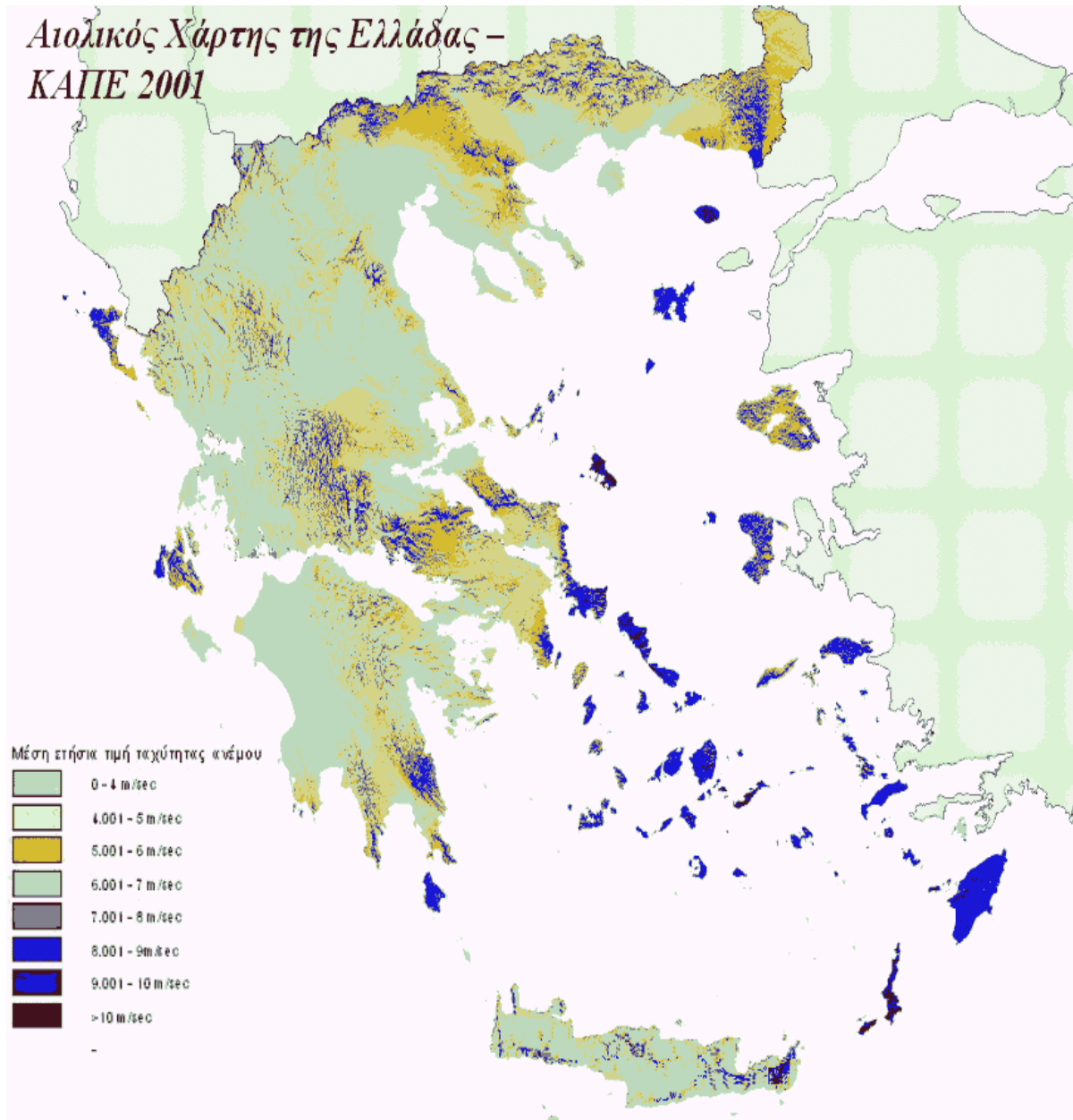
Αντίστοιχα για τη δεύτερη παράμετρο της διανομής **Weibull** δηλαδή η παράμετρος **k** είναι είναι αντιστρόφως ανάλογη της διασποράς **‘σ²’** των ταχυτήτων του ανέμου ως προς τη μέση ταχύτητα ως εξής :

$$\sigma^2 = C^2 * [\Gamma*(1+2/k) - (\Gamma*(1+1/k))^2].$$

Συγκεκριμένα οι μεγαλύτερες τιμές του **k** εκφράζουν μικρότερη διασπορά των ταχυτήτων του ανέμου και συνεπώς μεγαλύτερη συγκέντρωσή τους γύρω απο την τιμή της μέσης ταχύτητας.

4.2. Ανάλυση του Αιολικού Δυναμικού της Ελλάδος

Η ανάλυση των μετεωρολογικών στοιχείων της χώρας μας οδήγησε τους ερευνητές στη δημιουργία γεωγραφικών χαρτών, που περιγράφουν τη γεωγραφική διανομή της ταχύτητας του ανέμου. Η κατανομή αυτή φαίνεται στο παρακάτω σχήμα :



Εικόνα 4.1: Αιολικό Δυναμικό Ελλάδος.

Με βάση την ταχύτητα του ανέμου στην Ελλάδα, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι οι τιμές της παραμέτρου 'C' για την Ελλάδα είναι μεταξύ **5 και 7**. Ενώ για τιμές της παραμέτρου 'k' κυμαίνονται μεταξύ **1,3 και 2,0**. Βέβαια υπάρχουν και πολλές μεμονωμένες περιοχές για τις οποίες η τιμή της παραμέτρου 'C' πλησιάζουν την τιμή των **10 m/s**, και η παράμετρος 'k' υπερβαίνει την τιμή **2,0** πράγμα που πιστοποιεί την ύπαρξη υψηλού αιολικού δυναμικού πολύ καλής ποιότητας (δηλαδή με μεγάλη διάρκεια ισχυρών ανέμων).πρέπει ακόμα να αναφέρουμε ότι όσο μικραίνει η τιμή του 'C' τόσο μεγαλώνει η τιμή της μέγιστης πιθανότητας διανομής. Ενώ το αντίθετο συμβαίνει για την παράμετρο 'k'. Στοιχείο που φαίνεται και από τη σχέση που αναφέραμε παραπάνω για την πιθανότητα διανομής.

4.3. Παράγοντες Που Επηρεάζουν Το Αιολικό Δυναμικό Μιας Περιοχής

1) Στροβιλισμός και αναταράξεις του αέρα.

Η διακύμανση της ταχύτητας του ανέμου γύρω από μία μέση ταχύτητα είναι χαρακτηριστικό φαινόμενο της τυρβώδους ροής. Μέτρο της διακύμανσης της ταχύτητας του ανέμου αποτελεί η διασπορά της ταχύτητας του ανέμου " σ_v^2 ", η οποία ορίζεται απο την παρακάτω σχέση.

$$\sigma_v^2 = \frac{1}{T} * \int_t^{t+T} (V(t') - \bar{V})^2 * dt'$$

με τυπική χρονική περίοδο **T = 10 min.**

Ονομάζουμε ένταση της ανατάραξης και τη συμβολίζουμε με "**I**" το λόγο της διασποράς προς τη μέση ταχύτητα του ανέμου. Το μέγεθος αυτό χαρακτηρίζεται και σαν ένταση της τύρβης του ανέμου, χαρακτηρίζει επίσης το επίπεδο της τύρβης της ατμόσφαιρας σε μία περιοχή. Πιο συγκεκριμένα ισχύει :

$$I = \sigma_v / \bar{V}$$

Η ένταση της ανατάραξης εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του εδάφους της περιοχής που μελετάμε καθώς και από το γενικό επίπεδο τύρβης της ατμόσφαιρας. Εν γένει η ένταση της ανατάραξης είναι ανάλογη της της τραχύτητας του εδάφους και αντιστρόφως ανάλογη της ύψους μελέτης απο το έδαφος. Εάν χρησιμοποιούμε το αντιπροσωπευτικό ύψος "**Z₀**" της μέσης τοπικής τραχύτητας, η ένταση της ανατάραξης προσεγγίζεται ικανοποιητικά από τις παρακάτω εξισώσεις :

$$I = 1/\ln(Z/Z_0) \quad (Z_0 \leq 0,20m)$$

$$I = (0,78 - 0,14 \ln Z_0) / \ln(Z/Z_0) \quad (Z_0 > 0,20m)$$

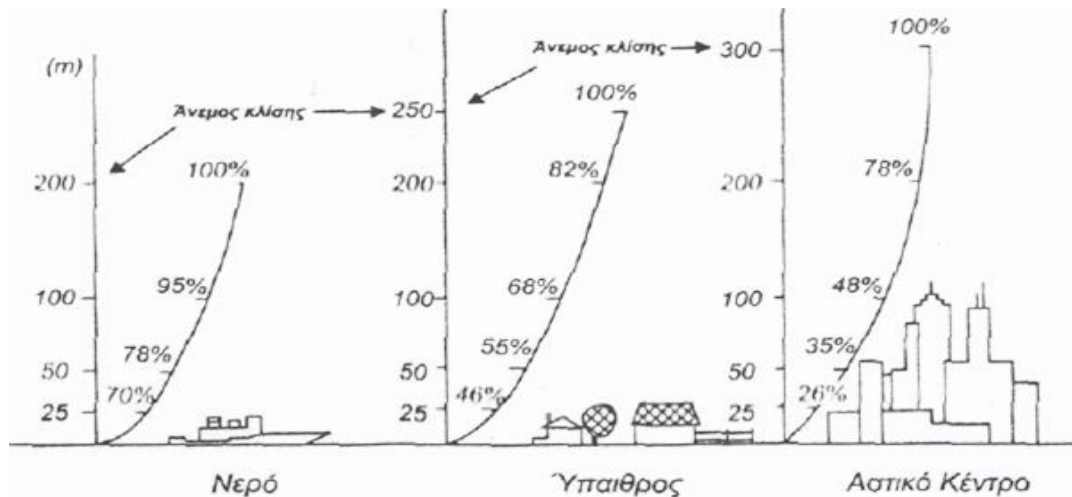
Η ένταση της ανατάραξης ή το επίπεδο τύρβης του αέρα επηρεάζει σημαντικά τόσο την αεροδυναμική συμπεριφορά μίας ανεμογεννήτριας όσο και τα χαρακτηριστικά ολόκληρης της εγκατάστασης.

Οι αναταράξεις του ανέμου είναι αποτέλεσμα των τυχαίων στριβιλισμών που υπάρχουν σε κάθε τυρβώδες ροϊκό πεδίο, ενισχύονται βέβαια και απο την τραχύτητα της επιφάνειας του εδάφους. Επιπλέον όμως, για το στροβιλισμό της τύρβης, η παρουσία των εμποδίων κάτω απο ορισμένες συνθήκες είναι δυνατόν να δημιουργήσουν οργανωμένους στροβίλους, οι οποίοι αλλοιώνουν συνολικά το πεδίο ταχύτητας του ανέμου.

Ο στροβιλισμός των συγκεκριμένων στροβίλων επηρεάζει τόσο την παραγόμενη ισχύ μίας ανεμογεννήτριας, όσο και τη δυναμική συμπεριφορά των κατασκευαστικών στοιχείων της εγκατάστασης. Γενικά είναι σκόπιμο να μελετώνται λεπτομερώς τα εμπόδια που βρίσκονται στην περιοχή της ανεμογεννήτριας, ακόμα και εάν το ύψος τούς δεν είναι μεγάλο, λόγω των στροβίλων που πιθανόν να προκύπτουν απο αυτά.

2) Επίδραση τής τραχύτητας του εδάφους.

Είναι συνηθισμένο το φαινόμενο της μέτριας λειτουργίας μίας ανεμογεννήτριας η οποία μπορεί να έχει τοποθετηθεί σε περιοχή με υψηλό αιολικό δυναμικό. Στις περισσότερες απο τις περιπτώσεις αυτές, η ανεμογεννήτρια λειτουργεί σε έντονα μεταβαλλόμενο πεδίο ροής λόγω της υψηλής τύρβης της περιοχής. Η εμφάνιση υψηλής τύρβης, εξαρτάται εκτός απο τις γενικές ατμοσφαιρικές συνθήκες, τόσο από την ύπαρξη μεμονομένων κτιρίων ή άλλων εμποδίων όσο και από την τραχύτητα του εδάφους της περιοχής. Άλλωστε η τραχύτητα του εδάφους επηρεάζει άμεσα το συντελεστή '**a**' της εκθετικής διανομής που έχουμε αναφέρει παραπάνω. Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται η επίδραση της τραχύτητας του εδάφους στη διανομή της ταχύτητας του ανέμου. Στην περίπτωση αυτή έχουμε τη δυνατότητα μελέτης του πεδίου ταχύτητας σε αστικές περιοχές, σε περιοχές με βλάστηση καθώς και στις θαλάσσιες περιοχές.



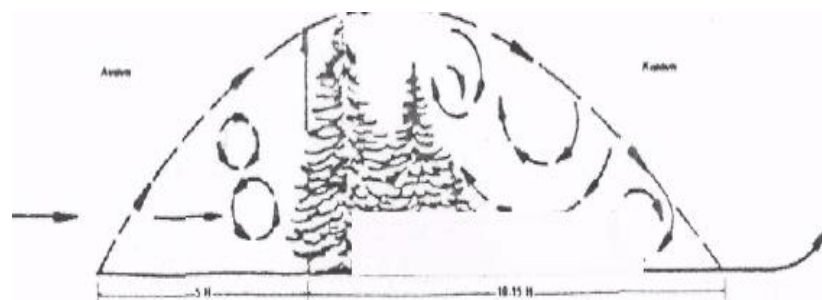
Εικόνα 4.2: Κατανομή ταχύτητας ανέμου καθ' ύψος.

3) Επίδραση επιφανειακών εμποδίων

Για τη σωστή αεροδυναμική συμπεριφορά μιάς αιολικής μηχανής είναι σκόπιμο η πτερωτή της ανεμογεννήτριας να βρίσκεται εκτός του πεδίου επιρροής τυχόν επιφανειακών εμποδίων. Με τον τρόπο αυτό έχουμε μεγιστοποίηση της διαθέσιμης κινητικής ενέργειας του ανέμου, το πεδίο ροής είναι ελεύθερο στροβολισμού και η τύρβη του ανέμου είναι η ελάχιστη δυνατή. Είναι συνεπώς σκόπιμο να εντοπίσουμε τις περιοχές επιρροής των κυριότερων επιφανειακών εμποδίων.

Η παρουσία συστοιχίας δένδρων έχει σαν αποτέλεσμα το μηδενισμό της ταχύτητας του ανέμου μέχρι και το ύψος της κορυφής των δένδρων, ενώ το οριακό στρώμα φαίνεται να αναπτύσσεται από την καρυφή των δένδρων και κατάντη. Στις περιπτώσεις αυτές το ύψος της ζώνης επιρροής είναι τουλάχιστον πέντε έως έξι φορές το μέσο ύψος των δένδρων. Τέλος η τοποθέτηση της πτερωτής της ανεμογεννήτριας θα πρέπει να βρίσκεται εκτός οριακού στρώματος, που αναπτύσσεται στην περιοχή της συστοιχίας.

Πολύ συχνά, και για τις περιπτώσεις υψηλών δένδρων αναφέρεται στην υπό μελέτη τοποθεσία η ύπαρξη περιοχών όπου έχουμε μηδενισμό της ταχύτητας του ανέμου και δημιουργία έντονων στροβίλων ανακυκλοφορίας. Οι περιοχές αυτές ονομάζονται 'ανεμοφράκτες' και αποτελούν σαφή ένδειξη της ύπαρξης ανέμου υψηλών ταχυτήτων. Οι τυπικές διαστάσεις της ζώνης επιρροής ενός ανεμοφράκτη φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



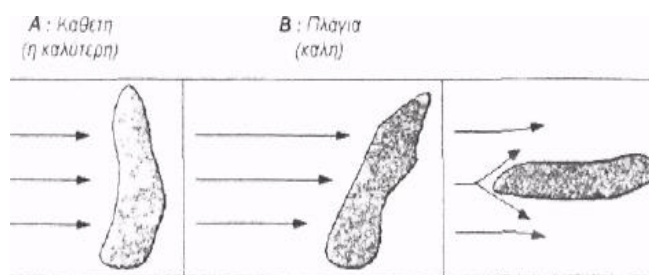
Εικόνα 4.3: Ροή γύρω από ανεμοφράχτη.

Εκτεταμένες έρευνες που αφορούν τη ροή γύρω από κτίρια κατέληξαν ότι η ζώνη επιρροής των κτιρίων περιλαμβάνει, δύο φορές το ύψος του κτιρίου ανάντι, δέκα φορές το ύψος του κτιρίου κατάντη και ύψος τουλάχιστον στο διπλάσιο του κτιρίου στην πέριξ του κτιρίου περιοχή. Σαν παράδειγμα αναφέρεται ότι σε απόσταση δεκαπλάσια του ύψους του κτιρίου έχουμε κατά **5%** αύξηση του επιπέδου της τύρβης και κατά **6%** μείωση της ταχύτητας του αέρα, η οποία και οδηγεί σε μείωση κατά **17%** της διαθέσιμης ενέργειας του αδιατάρακτου ρεύματος στα ανάντη του κτιρίου.

4) Επίδραση του τοπογραφικού ανάγλυφου της περιοχής.

Οι αναλυτικές σχέσεις που περιγράφουν τη διανομή της ταχύτητας ισχύουν με μαθηματική ακρίβεια μόνο σε περιοχές που χαρακτηρίζονται ως **‘επίπεδες επιφάνειες’**. Όμως η πλειοψηφία των περιοχών με υψηλό αιολικό δυναμικό χαρακτηρίζονται από έντονο ανάγλυφο. Συνεπώς επειδή η διαμόρφωση του πεδίου ταχύτητας επηρεάζεται μεν από την τραχύτητα του εδάφους και τα επιφανειακά εμπόδια, πλην όμως μεγαλύτερη επίδραση έχουν οι εδαφολογικές ιδιομορφίες στην περιοχή της πιθανής θέσης εγκατάστασης μίας αιολικής μηχανής, είναι σκόπιμο να αναφέρουμε ορισμένα προκαταρκτικά στοιχεία, που αφορούν την παρουσία λοφοσειρών και περασμάτων στην υπο διερεύνηση περιοχή. Για ακριβέστερες αναλύσεις απαιτείται η μελέτη του τοπογραφικού ανάγλυφου της περιοχής είτε υπό κλίμακα με αεροδυναμική σύραγγα είτε με τη χρήση αριθμητικών μεθόδων πλήρους ανάλυσης του πεδίου ροής.

Η έννοια της **λοφοσειράς** λαμβάνεται κάθετη στην επικρατούσα διεύθυνση του ανέμου. Το μέγιστο ύψος της λοφοσειράς δεν υπερβαίνει τα **600** μέτρα ενώ το πλάτος της είναι τουλάχιστον δεκαπλάσιο του ύψους της λοφοσειράς. Η ανάλυσή μας βασίζεται στην υπόθεση ότι ο άνεμος περνάει επάνω από τη λοφοσειρά και δεν την παρακάμπει κινούμενος πλαγίως. Οι διάφορες διατάξεις λοφοσειρών δίνονται στο παρακάτω σχήμα :



Εικόνα 4.4: Ροή γύρω από λοφοσειρά



Όπου η κάθετη διάταξη (ο άξονας της λοφοσειράς είναι της λοφοσειράς είναι κάθετος στην κύρια διεύθυνση του ανέμου), θεωρείται η καλύτερη ενώ η κυρτή θεωρείται η λιγότερο επιθυμητή.

Βασιζόμενοι στους κλασσικούς νόμους της αεροδυναμικής υποηχητικών ταχυτήτων (π.χ. εξίσωση Bernoulli), μπορούμε να πούμε ότι η κορυφή της λοφοσειράς είναι μία πολύ καλή θέση εγκατάστασης της ανεμογεννήτριας, δεδομένης της συμπίεσης των γραμμών ροής, η οποία ισοδυναμεί με επιτάχυνση της αέριας δέσμης. Ένας πιθανός διπλασιασμός της ταχύτητας του ανέμου στην περιοχή της κορυφής ισοδυναμεί με οκταπλασιασμό της διαθέσιμης ισχύος του ανέμου στην εν λόγω περιοχή. Συχνά είναι προτιμότερο να εγκατασταθεί η ανεμογεννήτρια λίγο πριν την κορυφή της λοφοσειράς, ώστε να μπορούν να αποφευχθούν, αφενός αρνητικές κλίσεις της ταχύτητας που συνοδεύουν τυχόν αποκόλληση της ροής, σφετέρου περιοχές υψηλής τύρβης.

Ολοκληρώνοντας πρέπει να επισημάνουμε ότι ιδιαίτερη επίδραση στη συνολική διανομή της ταχύτητας του ανέμου έχει η διαμόρφωση του εδάφους, δεδομένου ότι η παρουσία εμποδίων, στενώσεων ή ανοιγμάτων τροποποιεί σημαντικά τα αιολικά χαρακτηριστικά μιάς περιοχής. Αν και υπάρχουν αρκετές αναλυτικές ημιεμπειρικές σχέσεις που προτείνουν διορθώσεις της ταχύτητας του ανέμου παρουσία εμποδίων ή λόγω της τραχύτητας του εδάφους, ακριβείς υπολογισμοί μπορούν να γίνουν μόνο με την αριθμητική προσομοίωση της υπό εξέταση περιοχή και τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή. Τέλος σαν γενικός κανόνας πρέπει να θεωρηθεί η αρχή ότι ο δρομέας (περωτή) μιάς ανεμογεννήτριας, πρέπει να βρίσκεται έξω από τη ζώνη επιρροής οποιουδήποτε επιφανειακού αμποδίου που βρίσκεται ανάντη της ανεμογεννήτριας, ώστε να μεγιστοποιηθεί η διαθέσιμη αιολική ενέργεια και να ελαχιστοποιηθεί η αναπτυσσόμενη ατμοσφαιρική τύρβη.

4.4. Χρήση Αναλυτικών Διανομών Στην Εκτίμηση Του Αιολικού Δυναμικού

Κατά την ανάλυση των ανεμολογικών στοιχείων μιάς περιοχής για την εκτίμηση του αιολικού δυναμικού είναι συνηθισμένο να μετράμε τόσο την ένταση (μέτρο ταχύτητας) όσο και τη διεύθυνση του ανέμου. Η ένταση του ανέμου περιγράφεται απο το μέτρο της ταχύτητας του ανέμου, ενώ η διεύθυνση του ανέμου καθορίζει τη διεύθυνση απο την αποία έρχεται ο άνεμος μετρούμενη σύμφωνα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Τέλος λόγω του γεγονότος ότι η ένταση του ανέμου μεταβάλλεται συνεχώς και γρήγορα, οι μετρήσεις αναφέρονται συνήθως στη μέση ένταση για κάποιο καθορισμένο χρονικό διάστημα.

Η διεύθυνση του ανέμου βρίσκεται κατά κανόνα με τη βοήθεια ανεμοδεικτών, ενώ για τη μέτρηση της ταχύτητας του ανέμου χρησιμοποιούνται ανεμόμετρα ταχύτητας, πίεςεως, ηλεκτρικά, ανεμόμετρα θερμού στοιχείουχητικά ανεμόμετρα κ.α. Από τα πιό γνωστά ανεμόμετρα ταχύτητας είναι τα κυπελλοφόρα ανεμόμετρα. Τα ανεμόμετρα αυτά, συνδέουν τον αριθμό περιστροφών του ανεμομέτρου με την ταχύτητα του ενέμου.

Τέλος είναι απαραίτητη και η χρήση αναλυτικών διανομών ταχύτητας (τύπου τυρβώδους οριακού στρώματος) στην περίπτωση που θέλουμε να αναγάγουμε τις μετρημένες τομές ταχύτητας ανέμου απο το ύψος των μετρήσεων στο επιθυμητό ύψος.

Μετά την αναγωγή των μετρήσεων στο επιθυμητό ύψος και τη χρήση στατιστικών τύπων για των εντοπισμό και την απόρριψη εσφαλμένων μετρήσεων είναι δυνατή η προσαρμογή αναλυτικών διανομών ταχύτητας (Weibull) για την εκτίμηση της ετήσιας πυκνότητας πιθανότητας να εμφανιστούν τιμές ταχύτητας ίσές με τις επιθυμητές.

4.5. ΚΑΜΠΥΛΗ WEIBULL

Η εξίσωση : $F(V \leq V_0) = 1 - \exp [-(V_0/C)^k]$

Μπορεί να γραφεί και ως εξής :

$$\ln(-\ln(1-F(V \leq V_0))) = -k \cdot \ln V_0$$

Άρα λοιπόν ο υπολογισμός των παραμέτρων “k” και “C” που αντιστοιχούν στις μετρήσεις μιάς περιοχής, μπορεί να γίνει με τη χρήση ευθείας ελαχίστων τετραγώνων προσαρμοσμένης στις μετρήσεις, δηλαδή :

$$Y = A + B \cdot X$$

$$\text{Όπου } Y = \ln(-\ln(1-F(V \leq V_0)))$$

$$\text{Και } X = \ln V_0$$

Στη συνέχεια, και αφού έχουμε υπολογίσει τους συντελεστές ‘A’ και ‘B’ της εν λόγω ευθείας είναι δυνατός ο υπολογισμός των παραμέτρων “k” και “C” βάσει των παρακάτω εξισώσεων :

$$C = \exp (-A/B)$$

και

$$k = B$$

Για την πληρότητα της ανάλυσης στις επόμενες εξισώσεις παραθέτουμε τις σχέσεις υπολογισμού των συντελεστών ‘A’ και ‘B’ της εξίσωσης των ελαχίστων τετραγώνων, βάση των μετρημένων τιμών των μεταβλητών ‘Y’ και ‘X’. Συνεπώς έχουμε :

$$A = [(\Sigma y) * (\Sigma x^2) - (\Sigma x) * (\Sigma xy)] / [n * \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2]$$

Και

$$B = n * [(\Sigma xy) - (\Sigma x) * (\Sigma y)] / [n * \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2]$$

Όπου 'η' είναι το πλήθος των διακεκριμένων τιμών της ταχύτητας του ανέμου που έχουμε λάβει υπόψη μας κατά τη διάρκεια της ανάλυσης.

4.6. ΚΑΜΠΥΛΗ "Rayleigh"

Όπως γνωρίζουμε η διανομή "Rayleigh" χρειάζεται μόνο τη μέση ετήσια τιμή της ταχύτητας 'V_{μέσο}' μιάς περιοχής, η οποία μπορεί να υπολογιστεί βάσει των μετρημένων ποσοστών εμφάνισης των διαφόρων τιμών της ταχύτητας. Πιο συγκεκριμένα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την παρακάτω σχέση :

$$\bar{V} = \sum_{i=1}^{i=n} f_i(V) * V_i$$

Όπου 'η' είναι το πλήθος των διακριτών τιμών ταχύτητας, που έχουμε λάβει υπόψη μας κατά τη διάρκεια της καταγραφής των μετρήσεων.

4.7. Επίδραση Του Ύψους Στο Διαθέσιμο Αιολικό Δυναμικό Μιας Περιοχής

Έχουμε ήδη αναφέρει ότι η ένταση του ανέμου μεταβάλλεται (κατά κανόνα αυξάνεται) με την αύξηση του ύψους, στο οποίο γίνεται η καταγραφή του αιολικού δυναμικού. Είναι συνεπώς σκόπιμο να εκτιμηθεί η μεταβολή της έντασης του ανέμου και κατά συνέπεια η ένταση της διαθέσιμης κινητικής ενέργειας με τη μεταβολή του ύψους εγκατάστασης μιάς ανεμογεννήτριας, ώστε να βρεθεί τελικά το βέλτιστο οικονομοτεχνικά ύψος της εγκατάστασης μιάς αιολικής μηχανής.

Είναι σημαντικό να διευκρινήσουμε ότι οι περισσότεροι κατασκευαστές, για κατασκευαστικούς και για λόγους συμπίεσης του κόστους παραγωγής, διαθέτουν πύργους στήριξης με συγκεκριμένο ύψος τοποθέτησης των ανεμογεννητριών, ανάλογα βέβαια και με το μέγεθος της μηχανής. Συχνά υπάρχουν δύο διαθέσιμα ύψη τοποθέτησης, το μεγαλύτερο εκ των οποίων συνήθως χρησιμοποιείται και για την επόμενο μεγέθους ανεμογεννήτρια. Τα προκαθορισμένα αυτά ύψη τοποθέτησης των αιολικών μηχανών έχουν επιλεγεί συνήθως με διαφορετικά κριτήρια από τα επικρατούντα ανεμολογικά δεδομένα κάθε περιοχής, ανταποκρίνονται δε κατά κανόνα στις απαιτήσεις των περιοχών της Β. Ευρώπης. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, τα συγκεκριμένα αυτά ύψη λειτουργίας να απέχουν σημαντικά από το τοπικά βέλτιστο υψόμετρο τοποθέτησης μιάς ανεμογεννήτριας. Φυσικά μία πλήρης μελέτη εύρεσης του ύψους πρέπει να συνδυάζει αφενός τη δέσμευση της μεγαλύτερης ποσότητας αιολικής ενέργειας, αφετέρου την οικονομικότερη κατασκευή και ασφαλέστερη λειτουργία της εγκατάστασης.

Για τον υπολογισμό της μέσης ετήσιας ταχύτητας και διασποράς σε μία περιοχή με τη μεταβολή του ύψους, απουσία αναλυτικών ανεμολογικών μετρήσεων, πρέπει να χρησιμοποιηθεί κατ' αρχήν ένας αξιόπιστος αναγωγικός νόμος, ο οποίος να μπορεί να μεταφέρει με ακρίβεια τα διαθέσιμα στοιχεία από ένα συγκεκριμένο ύψος αναφοράς σε οποιοδήποτε επιθυμητό ύψος. Είναι βέβαια προφανές ότι η ακρίβεια της αναγωγής βασίζεται στην αξιοπιστία του χρησιμοποιούμενου αναλυτικού νόμου, γεγονός που εισάγει πρόσθετα προβλήματα στην ανάλυσή μας. Οι παρακάτω εξισώσεις, είναι σχετικά ακριβείς για την αναγωγή των δεδομένων μας σε ένα συγκεκριμένο ύψος εντός του ορίου της ατμόσφαιρας.

Η λογαριθμική διανομή (**log-law**) η οποία εκφράζεται ως εξής :

$$V(z) = k_1 \cdot \ln(z/z_0) + k_2$$

ή

$$V(z)/V(z_1) = [\ln((z-z^*)/z_0)] / [\ln((z_1-z^*)/z_0)]$$

Οι παραπάνω σχέσεις μας δίνουν την ταχύτητα σε ύψος (z) απο το έδαφος συναρτήση κάποιων αριθμητικών σταθερών, του τυπικού ύψους τραχύτητας της περιοχής (z₀) και του ύψους μετατόπισης μηδενικού επιπέδου (z*). Στην περίπτωση πολύπλοκου τοπογραφικού ανάγλυφου η παράμετρος (z₀) εξαρτάται και απο τη διεύθυνση του ανέμου. Επίσης σημαντικό ρόλο παίζει και η παρακάτω σχέση :

Η εκθετική διανομή (power-law) η οποία εκφράζεται ως εξής :

$$V(z)/V(z_1) = (z / z_1)^a$$

Η σχέση αυτή μας δίνει την ταχύτητα του ανέμου σε ύψος (z) απο το έδαφος συναρτήση της παραμέτρου (a), της οποίας η ακριβής τιμή εξαρτάται απο την τραχύτητα του εδάφους αλλά και τη διεύθυνση του ανέμου. Οι τιμές της παραμέτρου (a), (συνήθως) κυμαίνονται μεταξύ του **0,008** για παγωμένες επιφάνειες και του **0,45** για αστικές περιοχές.

Αν εξετάσουμε τη σχέση βλέπουμε ότι τα αποτελέσματά μας εξαρτώνται ιδιαίτερα απο την τιμή του εκθέτη (a) της εν λόγω διανομής. Παράλληλα σημαντικό ρόλο παίζει και το ύψος (δ) του ατμοσφαιρικού οριακού στρώματος της περιοχής, δεδομένου ότι μετά το ύψος αυτό η ένταση του ανέμου θεωρείται με σχετική ακρίβεια σταθερή. Λεπτομερέστερη ανάλυση των ανεμολογικών στοιχείων με τη μεταβολή του ύψους, καθώς και της αντίστοιχης μεταβολής των υπολοίπων παραμέτρων καθορισμού της έντασης του ανέμου, θα παρουσιασθούν στη συνέχεια και κατά φάση εκτίμησης της παραγόμενης ενέργειας σε μία περιοχή.

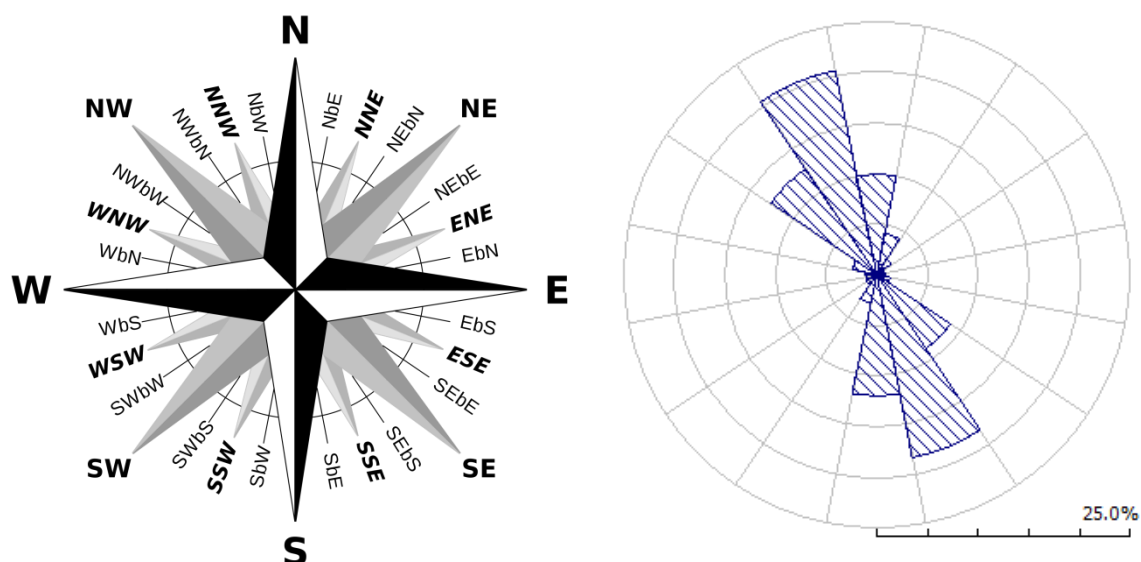
Υπάρχουν αναλυτικές σχέσεις και σχήματα αναγωγής των τιμών των παραμέτρων (C) και (k) της εξίσωσης "Weibull" με τη μεταβολή του ύψους, όπως για παράδειγμα η παρακάτω εξίσωση για τη μεταβολή του (C):

$$C/C_0 = (Z/Z_0)^a$$

5. Υπολογισμοί Αιολικού Δυναμικού

Πίνακας 5.1: Τυπικά περιεχόμενα αρχείου Χρονοσειράς Ανέμου.

timestamp		Min U	Max U	Mean U	Std U	Min D	Max D	Mean D	Std D
date	Time	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(deg.)	(deg.)	(deg.)	(deg.)
22/05/07	00:50	5,36	10,40	7,23	1,24	0,25	353,4	10,40	10,25
22/05/07	01:00	4,25	9,24	7,26	1,05	5,36	359,9	12,25	15,24



Εικ. 5.1: Ονοματολογία Διευθύνσεων (αριστερά) και ροδόγραμμα ανέμου ως προς το χρόνο (δεξιά)

5.1. Έλεγχος Δεδομένων Χρονοσειράς Ανέμου.

Οι τιμές που χρειαζόμαστε για μια καλή εκτίμηση του αιολικού δυναμικού μιας περιοχής πρέπει να είναι τουλάχιστον έξι μηνών, ενώ απαιτείται διάστημα ενός έτους (**Πιν. 5.1**).

Οι μετρήσεις που δεν κρατάμε (κατά τη διάρκεια ενός έτους) είναι αυτές που είναι εκτός ορίων. Τα όρια αυτά είναι κυρίως εμπειρικά. Υπάρχουν τυπικά όρια αλλά λόγω του ότι το ανάγλυφο και το κλίμα αλλάζουν ανά περιοχή δεν τα λαμβάνουμε υπόψη μας. Μερικοί από τους περιορισμούς είναι:

1. $\min U < \max U$.
2. τα μεγέθη \min , \max , mean συνδέονται με μία γραμμική σχέση μεταξύ τους η οποία εξαρτάται από τις παραμέτρους κάθε περιοχής.
3. Συνεχόμενες ταυτόσημες τιμές δεν κρατιούνται και σβήνονται όλες. Σβήνουμε βέβαια όλη τη γραμμή και όχι μόνο τη τιμή που είναι ταυτόσημη.
4. Μέσα στη χρονοσειρά αποτυπώνεται η τιμή του offset σαν $\min U$ σε περίπτωση νηνεμίας και αυτό μας εξυπηρετεί στο κατά πόσο η μέτρηση μας είναι πραγματική ή το όργανο έχει υποστεί βλάβη. Για να το κρίνουμε αυτό λαμβάνουμε υπόψη μας όλες τις προηγούμενες και επόμενες τιμές και την τιμή που εξετάζουμε (σημ. offset: τυπικό σφάλμα οργάνου).
5. Αν οι τιμές του $\text{std} U$ μιας τυπικής συνεχούς χρονοσειράς είναι μεγαλύτερες από κάποια τιμή τότε τα δεδομένα αυτά σβήνονται.

6. Η τιμή της meanU σε μέση δεκάλεπτη βάση δεν μπορεί να υπερβεί συγκεκριμένα όρια, ενώ αντίθετα η στιγμιαία τιμή των minU και maxU μπορεί να μεταβάλλεται σε μεγάλο εύρος.
7. Πρέπει $\min D > 0^\circ$ και $\max D < 360^\circ$
8. Η τιμή μιας τυπικής ανεμοργπής (gust) συσχετίζεται με την τιμή του δεκάλεπτου καθώς και επίσης και με την meanU του συνόλου της χρονοσειράς.
9. Ένας επιπλέον τρόπος αξιολόγησης της χρονοσειράς του ανέμου για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα είναι η σύγκριση της χρονοσειράς με άλλο γειτονικό ιστό για το ίδιο χρονικό διάστημα.
10. Γενικότερα γίνεται σύγκριση των δεδομένων και μεταξύ των διαφορετικών υψών του ίδιου ανεμογράφου (10 m, 20 m, 30 m, κλπ).

Άσκηση 1: Χωρίστε τη ροζέτα σε 16 τομείς και να βρείτε το κέντρο κάθε τομέα καθώς και το εύρος του αρχίζοντας από την τιμή 0° .

Λύση:

Πίνακας 5.2: Τυπικοί τομείς χρονοσειράς Ανέμου

ΤΟΜΕΑΣ	ΚΕΝΤΡΟ	ΕΥΡΟΣ
1	11,25 ⁰	0 ⁰ -22,5 ⁰
2	33,75 ⁰	22,5 ⁰ -45 ⁰
3	56,25 ⁰	45 ⁰ -67,5 ⁰
4	78,75 ⁰	67,5 ⁰ -90 ⁰
5	101,25 ⁰	90 ⁰ -112,5 ⁰
6	123,75 ⁰	112,5 ⁰ -135 ⁰
7	146,25 ⁰	135 ⁰ -157,5 ⁰
8	168,75 ⁰	157,5 ⁰ -180 ⁰
9	191,35 ⁰	180 ⁰ -202,5 ⁰
10	213,75 ⁰	202,5 ⁰ -225 ⁰
11	236,25 ⁰	225 ⁰ -247,5 ⁰
12	258,75 ⁰	247,5 ⁰ -270 ⁰
13	281,25 ⁰	270 ⁰ -292,5 ⁰
14	303,75 ⁰	292,5 ⁰ -315 ⁰
15	326,25 ⁰	315 ⁰ -337,5 ⁰
16	348,75 ⁰	337,5 ⁰ -360 ⁰

Άσκηση 2: Επεξεργασία Ανεμολογικών Δεδομένων. Εφαρμόστε τα παρακάτω βήματα στην δοθείσα χρονοσειρά ανέμου και αναλύστε τα αποτελέσματα.

Εισάγουμε τα δεδομένα στο excel από το δοθέν αρχείο και χωρίζουμε την ημερομηνία από την ώρα:

- i. Στη κενή στήλη που βρίσκεται αμέσως δεξιά της στήλης με την ημερομηνία και την ώρα format→text
- ii. Στην αρχική στήλη ημερομηνίας και ώρας copy
- iii. Στην κενή διπλανή στήλη paste special→values
- iv. Σβήνω την αρχική
- v. Στη στήλη ημερομηνίας και ώρας data→text to column
- vi. Delimited: χωρίζει με κάποια μορφή χαρακτήρα
- vii. Fixed width: χώριζε όταν υπάρχει σταθερό πλάτος
- viii. Επιλέγω ένα από τα δύο ανάλογα τη χρονοσειρά.
- ix. Next→next→μαρκάρουμε την ημερομηνία→date→DMY→μαρκάρουμε την ώρα→text→finish.
- x. Δημιουργούμε μία στήλη
- xi. Μαρκάρουμε την κενή και την επόμενη στήλη (με την ώρα)→format→text.
- xii. Μαρκάρουμε την κενή→data→text to columns→fixed width→next→τοποθετούμε τη γραμμή ωρών και λεπτών→next→επιλέγουμε και τα δύο με shift→text→finish
- xiii. Μαρκάρουμε και τις δυο στήλες με τις ώρες και τα λεπτά, copy
- xiv. Ανοίγουμε ένα notepad→paste.
- xv. Επιλέγω το tab→copy→edit→replace→paste→replace with→replace all→close.
- xvi. Εισάγουμε μία στήλη
- xvii. Στη κενή:format→date→πρώτη επιλογή
- xviii. Μαρκάρουμε τις στήλες με την ημερομηνία και την ώρα, copy
- xix. Ανοίγουμε ένα notepad →paste special→unformatted text→επιλέγουμε το tab→copy→replace→paste→replace with _ (κενό) →replace all.
- xx. Στο αρχείο του notePad ctrl+α→ctrl+c
- xxi. Στη κενή paste
- xxii. Επιλέγω τη νέα στήλη format→custom→dd/mm/yyyy (κενό) hh:mm→ok.

Έλεγχος κενών διαστημάτων:

- i. Στη στήλη που έχουμε δημιουργήσει με την ημερομηνία και την ώρα μαρκάρουμε τα δύο πρώτα κελιά copy→σε μια στήλη στο τέλος→paste. Σύρουμε μέχρι κάτω (με διπλό κλικ στο σταυρό κάτω δεξιά) ώστε τα μεγέθη να μεταβάλλονται ανάλογα.
- ii. Δημιουργώ μια στήλη όπου εισάγω:(πρώτη τιμή) – (τιμή ελέγχου) →η στήλη της ημερομηνίας και ώρας με abs (πρ. τιμή-τιμή ελέγχου)
- iii. Για να είναι σωστή η χρονοσειρά πρέπει το αποτέλεσμα να είναι 00/01/1900 00:00
- iv. Στην αρχική στήλη ημερομηνίας και ώρας κάνω count
- v. Στη στήλη ελέγχου ημερομηνίας και ώρας κάνω average και stdev (τυπική απόκλιση)
- vi. Φτιάχνω τα φίλτρα στις στήλες της ταχύτητας και της διεύθυνσης
- vii. Μαρκάρω τις στήλες data→filter→auto filter.
- viii. Ο καθορισμών των φιλτραρισμένων ορίων ορίζεται κατά περίπτωση και αλλάζει από χρονοσειρά σε χρονοσειρά.

6. Παράμετροι Ανάλυσης Αιολικού Δυναμικού στο Riso Wasp.

Το παρόν κεφάλαιο αποσκοπεί στην συνοπτική κάλυψη των βημάτων που πρέπει να ακολουθηθούν για τον υπολογισμό του Α/Δ και της παραγωγής του υπό διερεύνηση Α/Π. Γίνεται ανάλυση της μεθοδολογίας και

των βημάτων εισαγωγής των πληροφοριών στα προγράμματα υπολογισμού για περιπτώσεις μεμονωμένων Α/Π και ευρύτερων περιοχών διερεύνησης.

5.2. Ανάλυση Σύνθετου Ανάγλυφου στο Wasp Map Editor

Για τη χωροθέτηση ενός Α/Π πρέπει να λάβουμε υπόψη το ανάγλυφο της ευρύτερης περιοχής.

Πως επιλέγουμε τη περιοχή που θα κάνουμε την ανάλυση στο λογισμικό της RISOE:

Αν υπάρχει θάλασσα μέχρι περίπου τα 5-7 km, πάμε μέχρι την ακτογραμμή. Αν όχι η απόσταση από τον ανεμογράφο και από κάθε ανεμογεννήτρια πρέπει να είναι τουλάχιστον 3-5 km

Σε τρεις περιπτώσεις αξιολογούμε την περιοχή πάνω από 3-5 km.

1. Όταν η ίδια η περιοχή έχει γύρω της σύνθετο ανάγλυφο.
2. Όταν η ίδια η περιοχή είναι πολύ απότομη
3. Όταν από κάποιες κατευθύνσεις υπάρχει ήπιο ανάγλυφο και από κάποιες άλλες σύνθετο. Έτσι στις περιοχές ήπιου ανάγλυφου παίρνουμε μικρότερη απόσταση και σε αυτές του σύνθετου μεγαλύτερη.

Γίνεται έλεγχος στο RISOE Wasp Map Editor:

- i. wasp→wasp-map editor
- ii. file→open→(το αρχείο της περιοχής) →open→no→0
- iii. ελέγχουμε τα σημεία (points≤10⁶)
- iv. η πρώτη γραμμή του παραθύρου μας δείχνει πόσες γραμμές υπάρχουν συνολικά και τι είδους είναι. α) Contours: ισοϋψείς β) R lines: γραμμές τραχύτητας.
- v. Για να βάλουμε γραμμή τραχύτητας πρέπει να πάμε στον χάρτη (ctrl+tab). Έτσι κάνουμε zoom, επιλέγουμε μία κλειστή ισοϋψή κοντά στον ανεμογράφο.
- vi. Δεξί κλικ→edit line properties→orography (υψόμετρο), roughness(τραχύτητα)
- vii. Internal:τραχύτητα εσωτερικά της ισοϋψούς
- viii. External:τραχύτητα εξωτερικά της ισοϋψούς
- ix. Αν η ισοϋψής είναι ανοιχτή, τότε μας εμφανίζει τις τραχύτητες εσωτερικά και εξωτερικά, βάσει προσανατολισμού.
- x. Οι γραμμές της τραχύτητας παρόλο που είναι εσωτερικά και εξωτερικά της ισοϋψούς, έχουν τις συντεταγμένες αυτής.

5.3. Περιγραφή του σύνθετου ανάγλυφου

Η περιγραφή του σύνθετου ανάγλυφου αφορά:

1. Τη μορφολογία του (την τρισδιάστατη μορφή του) η οποία αποτυπώνεται με τις ισοϋψείς
2. Τις χρήσεις γης (χορτολιβαδικές εκτάσεις, δάση, χωριά, πόλεις κτλ)
3. Το ύψος της τραχύτητας του ανάγλυφου που είναι συναρτήσεως των χρήσεων γης, του είδους και της ποιότητας του ανάγλυφου (ποσοστό αμμώδους και βραχώδους έκτασης)
4. Στη θάλασσα ο συντελεστής τραχύτητας παίρνει τιμή της τάξης 10⁻⁴-10⁻⁵. συνήθως το θεωρούμε μηδέν (δεν λαμβάνουμε υπόψη μας το δυναμικό συντελεστή τραχύτητας).
5. Η έννοια της τραχύτητας εκφράζει το είδος και τη μορφή του ανάγλυφου.

6. Η τιμή του συντελεστή τραχύτητας δίνεται από συγκεκριμένη κλίμακα ($0 \leq Z_0 \leq 1$)
7. Ο συντελεστής τραχύτητας μετράται στο S.l. σε μέτρα (**Εικ. 5.2**).

5.4. Χάρτης τραχύτητας

Για ανάλυση σε μικρή περιοχή δεν φτιάχνουμε χάρτες τραχύτητας αλλά χρησιμοποιούμε τις τραχύτητες σε ισούψεις Αντίθετα σε μεγάλες περιοχές φτιάχνουμε χάρτη τραχύτητας. Σε μικρές περιοχές αν στα όρια του πάρκου υπάρχουν δάση και περιοχές με απότομες μεταβολές της τότε συμπληρώνουμε την τιμή της τραχύτητας.

z_0 [m]	Terrain surface characteristics	Roughness class
1.00	city forest	3
0.50	suburbs	
0.30	shelter belts	
0.20	many trees and/or bushes	2
0.10	farmland with closed appearance	
0.05	farmland with open appearance	1
0.03	farmland with very few buildings, trees <i>etc.</i> airport areas with buildings and trees	
0.01	airport runway areas mown grass	0
$5 \cdot 10^{-3}$	bare soil (smooth)	
10^{-3}	snow surfaces (smooth)	
$3 \cdot 10^{-4}$	sand surfaces (smooth)	0
10^{-4}	water areas (lakes, fjords, open sea)	

Εικόνα 5.2: Διαβάθμιση ύψους τραχύτητας ανάλογα τα χαρακτηριστικά του ανάγλυφου.

5.5. Διαδικασία που ακολουθείται για την μεταφορά του χάρτη στο Wasp.

- i. Ανοίγουμε το χάρτη στο Autocad
- ii. Το σώζουμε σε νέο αρχείο ως “ ..._wasp”
- iii. Στο νέο αρχείο κρατάμε μόνο τις ισοψείς και τις ισοτραχείς
- iv. Στα layout του Autocad κάνουμε delete για να σβηστούν όλα τα layers,
- v. Στη συνέχεια κάνουμε τις εντολές: purge→purge all→yes to all→close
- vi. Τοποθετούμε τις τραχύτητες σε διαφορετικά layer ανάλογα με το τι περικλείουν και από τι περικλείονται.
- vii. Σώζουμε το αρχείο
- viii. Ελέγχουμε με orbit τις ισοψείς
- ix. Save as→autocad R12/LT2 DXF (τελευταία επιλογή)
- x. Περνάμε το χάρτη τραχύτητας στο Wasp Map Editor
- xi. wasp→map editor→file open το αρχείο dxf ή import→xyz maps
- xii. στην ερώτηση αν θα σβήσει τα σημεία: όχι
- xiii. επιλέγουμε τη γραμμή τραχύτητας.
- xiv. δεξί κλικ→edit line properties
- xv. βάζουμε εσωτερική και εξωτερική τιμή τραχύτητας
- xvi. βάζουμε πάντα μία ισοτραχή εκεί που είναι ο ανεμογράφος. Εσωτερικά και εξωτερικά 0,05
- xvii. file→save as→wasp asci map
- xviii. στην ερώτηση αν θα συνεχίσουμε πατάμε: ναι
- xix. αν προκύψει πολύ μεγάλο αρχείο και δεν μπορεί να το σώσει τότε το σώζουμε σαν: wasp BIN16 map (πολύ σπάνια χρειάζεται).

5.6. Αρχικοποίηση Ανάλυσης στο Riso Wasp για γενικά χωρία

- i. Ανοίγουμε το wasp→file→new workspace
- ii. Δεξί στο βαλιτσάκι→insert from file→vector map→βάζουμε το χάρτη
- iii. Δεξί στο βαλιτσάκι→insert new →wind atlas
- iv. Met station→δεξί→insert from file→observe wind climate→βάζουμε τη ροζέτα
- v. Δεξί κλικ στον ανεμογράφο→βάζουμε τις συντεταγμένες του→calculate→close
- vi. Δεξί κλικ στον ανεμογράφο→ calculate
- vii. Δεξί στο wind atlas→ calculate
- viii. Γενικά κάνουμε δεξί κλικ→ calculate μέχρι να φύγουν όλα τα θαυμαστικά
- ix. Δεξί στο βαλιτσάκι→ insert new→resource grid→ok
- x. Height: συνήθως βάζω το ύψος της πλήμνης
- xi. Επιλέγουμε το Resource Grid και μετακινούμε το πλαίσιο με ctrl+αριστερό κλικ
- xii. Φτιάχνουμε καινούργιο πλαίσιο με ctrl+shift +αριστερό
- xiii. Φτιάχνουμε την ανάλυση του grid: resolution (για μεγάλη επιφάνεια σε επίπεδο νομού 5-10 km, για πολύ μικρή επιφάνεια 10m). Μια τυπική τιμή είναι 20 m για ανάλυση αιολικού δυναμικού σε επίπεδο μελέτης.
- xiv. ok →ok.
- xv. Αφού ορίσουμε τα πάντα πατάμε calculate.

5.7. Αρχικοποίηση Ανάλυσης στο Riso Wasp για μεμονομένες περιοχές

- i. file→new workspace
- ii. δεξί στο βαλιτσάκι→insert from file→vector map

- iii. αν ο χάρτης δεν μπαίνει στο wasp τότε πρέπει να αποθηκευτεί το αρχείο του χάρτη ως ASCII. Αν δεν γίνεται αυτό τότε απλοποιούμε το χάρτη μειώνοντας τα σημεία της ψηφιοποίησης ή τις ισουψείς.
- iv. Όταν ανοίξει ο χάρτης (στο μήνυμα πατάμε ok) κάνουμε αριστερό κλικ και zoom in.
- v. Δεξί κλικ συνεχόμενα κάνει zoom out.
- vi. Δεξί στο βαλιτσάκι→insert new→wind atlas
- vii. Δεξί στον ανεμογράφο (που είναι μέσα στο wind atlas) →inert from file→observe wind climate (στο μήνυμα πατάμε ok)
- viii. Διπλό κλικ στον ανεμογράφο για τις συντεταγμένες.
- ix. Αριστερό πατημένο και τον μεταφέρω αν δεν έχω συντεταγμένες.
- x. Δεξί κλικ στον ανεμογράφο→calculate
- xi. Δεξί στο βαλιτσάκι→insert new→resource grid
- xii. Βάζουμε το ύψος πλήμνης και ναι στο μήνυμα. Αφού ανοίξει πατάμε τη καρτέλα spartial view
- xiii. Κάνουμε zoom στην περιοχή που μας ενδιαφέρει.
- xiv. Ενεργοποιούμε το edit grid.
- xv. Ctrl+αριστερό: μετακίνηση του πεδίου υπολογισμού.
- xvi. Ctrl+shift+αριστερό: δημιουργία νέου πεδίου υπολογισμού.
- xvii. Αριστερό μόνο: zoom (χωρίς να είναι ενεργοποιημένο το edit grid)
- xviii. Resolution:20 μέτρα (οι διαστάσεις x και y του κάθε τετραγώνου υπολογισμού του αιολικού δυναμικού).
 - xix. Αν η περιοχή είναι μεγάλη τότε resolution→50μ
 - xx. Αν είναι πολύ μεγάλη πχ ολόκληρη η Κρήτη→500μ.
 - xxi. Στο μήνυμα που εμφανίζει πατάω ok.
 - xxii. Μετά πατάω calculate ή δεξί στο resource grid→calculate.
- xxiii. Δίδουμε πάντα προσοχή στον υπολογισμένο δείκτη τραχύτητας (RIX)-ruggedness index: το ποσοστό της επιφάνειας ανά σέκτορα όπου η κλίση του εδάφους υπερβαίνει τις 15⁰ με κέντρο υπολογισμού το σημείο ενδιαφέροντος και ακτίνα 3,5 km
- xxiv. Δεξί στο βαλιτσάκι→insert new→wind farm
- xxv. Δεξί στο wind farm (*)→insert (10) turbine...→βάζουμε το ύψος της πλήμνης (το ίδιο με το ύψος του A/Δ).
- xxvi. Για να είμαστε σίγουροι για το ύψος της πλήμνης, διπλό κλικ στο wind farm→ελέγχουμε το all sites και ελέγχουμε το ύψος. Πατάμε enter και calculate.
- xxvii. Εναλλακτικά: δεξί στο wind farm→insert from file (ext ή wsg) και διαβάζει τις συντεταγμένες (στο συγκεκριμένο format)
- xxviii. ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΩΝ: Δεξί στο wind farm→insert from file→wind turbine generator→επιλέγουμε την ανεμογεννήτρια που θέλουμε.
- xxix. Στην ερώτηση αν θα αλλάξει το ύψος της πλήμνης→όχι
- xxx. Ξανακάνουμε calculate στο wind farm
- xxxi. Αν θέλουμε να δούμε τα αποτελέσματα: δεξί στο wind farm→reports→wind farm report (HTML).

6. Υπολογισμός της Μακροχρόνιας Αξιολόγησης του Αιολικού Δυναμικού και της Ενεργειακής Παραγωγής

Η μελέτη της Μακροχρόνιας Αξιολόγησης του Αιολικού Δυναμικού και της Ενεργειακής Παραγωγής αποσκοπεί στον υπολογισμό της Πιθανότητας Υπέρβασης της ανηγμένης σε περίοδο δεκαετίας μέσης Ετήσιας Καθαρής Παραγωγής του Αιολικού Πάρκου. Συνήθως ακολουθεί την ανάλυση του Αιολικού Δυναμικού και Παραγωγής ενός Α/Π και αποτελεί στατιστική ανάλυση επί των αποτελεσμάτων της παραγωγής του Α/Π και συσχέτισης τους με αντίστοιχα δορυφορικά δεδομένα μεγάλης κλίμακας και μακράς διάρκειας (50 έτη).

7.1. Ορισμοί Και Βασικές Εξισώσεις Των Υπολογισμών Αβεβαιότητας

Με τον όρο **Αβεβαιότητα (Uncertainty)** καθορίζεται το εύρος τιμών γύρω από την υπολογισμένη τιμή με μια συγκεκριμένη πιθανότητα (επίπεδο εμπιστοσύνης).

Για τον υπολογισμό της αβεβαιότητας λαμβάνονται υπόψη όλες οι επί μέρους αβεβαιότητες των προτύπων και των μεθόδων που χρησιμοποιούνται, οι οποίες και αθροίζονται σε μία ενιαία τιμή που ονομάζεται συνολική αβεβαιότητα της μέτρησης ή του υπολογισμού.

Στην συνέχεια συνοψίζονται οι βασικοί ορισμοί που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση αβεβαιότητας:

Μέση τιμή μίας τυχαίας μεταβλητής X συμβολίζεται συνήθως με $E(X)$, μ_X ή μ , ορίζεται ως το ολοκλήρωμα Lebesgue ως προς το μέτρο πιθανότητας. Έστω ο χώρος πιθανότητας (Ω, \mathcal{F}, P) και ο μετρήσιμος χώρος $(\bar{\mathbb{R}}, \mathcal{B})$, όπου $\bar{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$ και \mathcal{B} η Borel σ -άλγεβρα. Αν η X είναι P -ολοκληρώσιμη, τότε η μέση τιμή ορίζεται ως

$$E(X) = \int_{\Omega} X dP = \int_{\Omega} X(\omega)P(d\omega)$$

Απαριθμητές τυχαίες μεταβλητές: Έστω X μία απαριθμήτη ολοκληρώσιμη τυχαία μεταβλητή που παίρνει τις τιμές $x_i, i \in N, N \subset \mathbb{N}$ με αντίστοιχες πιθανότητες $p_i = P(X = x_i)$. Η μέση της τιμή είναι:

$$E(X) = \sum_{i \in N} x_i p_i$$

Συνεχείς τυχαίες μεταβλητές: Έστω X μία τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x)$ η μέση της τιμή είναι:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

Η διακύμανση ή διασπορά μίας τυχαίας μεταβλητής X συμβολίζεται συνήθως με $Var[X]$ και δηλώνει πόσο συγκεντρωμένες γύρω από τη μέση τιμή είναι οι τιμές της τυχαίας μεταβλητής.

Έστω μία τυχαία μεταβλητή X με μέση τιμή $\mu = E[X]$ και συνάρτηση κατανομής F . Η διακύμανση ορίζεται ως:

$$Var[X] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 dF(x) = E[(X - \mu)^2],$$

όταν το ολοκλήρωμα συγκλίνει.

Η θετική τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης ονομάζεται **τυπική απόκλιση**, συμβολίζεται με “ σ ” και χαρακτηρίζει την αβεβαιότητα του μεγέθους.

Απαριθμητές τυχαίες μεταβλητές: Έστω X μία απαριθμητή τυχαία μεταβλητή που παίρνει τις τιμές $x_i, i \in N, N \subset \square$ με αντίστοιχες πιθανότητες $p_i = P(X = x_i)$. Η διακύμανσή της είναι:

$$Var(X) = \sum_{i \in N} (x_i - \mu)^2 p_i.$$

Συνεχείς τυχαίες μεταβλητές: Έστω X μία συνεχής τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x)$ η διακύμανσή της είναι:

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx.$$

Εκτίμηση διακύμανσης: Έστω ένα τυχαίο δείγμα $x = (x_1, \dots, x_n)$. Όταν η μέση τιμή “ μ ” του πληθυσμού είναι γνωστή, τότε η εκτιμήτρια

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

είναι αμερόληπτη εκτιμήτρια της διακύμανσης.

Όταν η μέση τιμή είναι άγνωστη, τότε η αμερόληπτη εκτιμήτρια της διακύμανσης είναι

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

Η συνολική αβεβαιότητα σ_T αναφέρεται και αυτή στο ίδιο διάστημα εμπιστοσύνης όπως και οι επί μέρους και για ανεξάρτητες μεταβλητές προσδιορίζεται από την εξίσωση:

$$\sigma_T^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2.$$

Συνήθεις κατανομές: Οι συνήθεις κατανομές πυκνότητας – πιθανότητας διαχωρίζονται σε **Διακριτές** και **Συνεχείς κατανομές**.

Συνεχείς κατανομές:

Πίνακας 6.1: Συνήθεις Συνεχείς Κατανομές Πιθανότητας που χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό.

Κατανομή	Συνάρτηση Πιθανότητας	Παράμετροι	Μέση Τιμή	Διακύμανση
Ομοιόμορφη:	$\frac{1}{b-a} I_{[a,b]}(x)$	$a, b \in \mathbb{R}, a < b$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
Κανονική:	$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$\mu \in \mathbb{R}, \sigma \in \mathbb{R}_+^*$	μ	σ^2
Εκθετική:	$\lambda e^{-\lambda x}$	$\lambda > 0$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
Weibull:	$\frac{c}{\alpha} x^{c-1} e^{-\frac{x^c}{\alpha}}$	$\alpha, c > 0$	$\alpha^{\frac{1}{c}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)$	$\alpha^{\frac{2}{c}} \left(\Gamma\left(1 + \frac{2}{c}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)^2\right)$

7.2. Ανάλυση Αβεβαιότητας

Για τον υπολογισμό της καμπύλης της Πιθανότητας Υπερβάσης της Καθαρής Παραγωγής του Αιολικού Πάρκου διάρκειας δεκαετίας θα πρέπει να διερευνηθεί η αβεβαιότητα των παραμέτρων της εκτίμησης του Αιολικού Δυναμικού της ευρύτερης περιοχής (**αβεβαιότητα ως προς την ταχύτητα**) και στην συνέχεια του ενεργειακού υπολογισμού που πραγματοποιήθηκε (**αβεβαιότητα ως προς την ενέργεια**).

Οι κυριότερες παράμετροι που επιδρούν στην **ανάλυση αβεβαιότητας ως προς την ταχύτητα** συνοψίζονται παρακάτω:

1α. Αβεβαιότητα των Ανεμολογικών Μετρήσεων. Οι μέτρησεις έγιναν σύμφωνα με την αντίστοιχη διαδικασία μετρήσεων Αιολικού Δυναμικού που αναπτύχθηκε από το Εργαστήριό Αιολικής Ενέργειας και Σύνθεσης Ενεργειακών Συστημάτων και περιγράφεται αναλυτικά στην τεχνική οδηγία **“O 1001-1”** η οποία ακολουθεί το πρότυπο **“IEC 61400-12-1 ed.2006”**, για τις ανεμολογικές μετρήσεις. Η αναφερόμενη αβεβαιότητα μέτρησης βασίστηκε σε κανονική αβεβαιότητα, πολλαπλασιαζόμενη με τον συντελεστή κάλυψης $k=2,95$, παρέχοντας ένα επίπεδο εμπιστοσύνης 95% περίπου. Ο υπολογισμός της αβεβαιότητας υπολογίστηκε σύμφωνα με τις απαιτήσεις του **“IEC 61400-121”** και του **“EA 4/2002”**.

2α. Αβεβαιότητα Μεθόδου “Πρόβλεψης – Παρεμβολής” μεταξύ των βραχυχρόνιων επίγειων ανεμολογικών δεδομένων και των μακροχρόνιων δορυφορικών δεδομένων. Η εκτίμηση του σφάλματος υπολογίζεται από τον συντελεστή προσδιορισμού **“R²”** της μεθόδου. Θεωρείται ότι, η παραπάνω μέθοδος υπολογίζει με αρκετή ακρίβεια την μακροχρόνια κατανομή των δεδομένων και η μέση ετήσια διακύμανση της ταχύτητας του ανέμου διάρκειας δεκαετίας, που για περιοχές της Μεσογείου υπολογίζεται στο $\pm 5\%$, συμπεριλαμβάνεται στο υπολογισμένο σφάλμα.

3α. Αβεβαιότητα υπολογισμού λόγω θετικής διάτμησης του ανέμου, επίδρασης του ανάγλυφου και σφάλματος του υπολογιστικού μοντέλου (WAsP 8 του Risø National Laboratory, της Δανίας). Αν και οι παραπάνω πηγές αβεβαιότητας θεωρούνται ανεξάρτητες, σύμφωνα με τους Bowen, A.J. και Mortensen N.G. (1996, 2004) μπορούν να αθροιστούν σε μια ενιαία τιμή λαμβάνοντας υπόψη του συντελεστές “*RIX*” και “*dRIX*” του υπολογιστικού μοντέλου, την κατανομή Weibull των πραγματικών μετρήσεων, το ροδόγραμμα του ανέμου και την μορφή και την τραχύτητα της περιβάλλουσας ορογραφίας. Οι συντελεστές “*RIX*” (Ruggedness Index) και “*z₀*” (Roughness Length) επηρεάζουν καταλυτικά ένα μεγάλο αριθμό παραμέτρων κατά τον υπολογισμό του Αιολικού Δυναμικού μιας περιοχής όπως π.χ. την κατακόρυφη διάτμηση της ταχύτητας του ανέμου καθώς και το γραμμικό μοντέλο υπολογισμού της επιτάχυνσης / επιβράδυνσης της ροής σε υπό κλίση περιοχές του ανάγλυφου. Συγκεκριμένα ο συντελεστής “*dRIX*” αποτελεί βασικό μέτρο υπολογισμού του σφάλματος υπερεκτίμησης ή υποεκτίμησης της τοπικής ταχύτητας του ανέμου στο ύψος της πλήμνης σε σύγκριση με την μετρημένη ταχύτητα όπως αυτή εισάγεται στο λογισμικό μέσω της κατανομής Weibull. Οι συνήθεις τιμές “*RIX*” για περιοχές με σύνθετο ανάγλυφο στην Ελλάδα είναι της τάξεως του 20% έως 30% και σπανίως υπερβαίνουν αυτό το εύρος τιμών. Ο αντίστοιχος συντελεστής “*dRIX*” ορίζεται ως η διαφορά της τιμής του “*RIX*” από θέση εισαγωγής των ανεμολογικών δεδομένων στην θέση εκτίμησης του Αιολικού Δυναμικού ($dRIX = RIX_{meas} - RIX_{estim}$).

Ορισμένες παράμετροι της αβεβαιότητας εκτιμώνται ποσοστιαία και συναρτήσει της ταχύτητας του ανέμου. Για τον υπολογισμό της **Αβεβαιότητας ως προς την Ενέργεια** οι παράμετροι αυτοί πολλαπλασιάζονται με έναν **Συντελεστή Ευαισθησίας “*C_{v,i}*”**, ο οποίος ορίζεται συναρτήσει της ανηγμένης Καμπύλης Ισχύος της Α/Γ που χρησιμοποιείται και της Κατανομής Weibull της ταχύτητας. Ο συντελεστής “*C_{v,i}*” προσδιορίζεται βάση της μεθοδολογίας που αναπτύσσεται στο πρότυπο “**IEC 61400-12-1 ed.2006**” (βλ. [11]) και εξαρτάται από την κλίση της καμπύλης ισχύος της χρησιμοποιούμενης Ανεμογεννήτριας.

Η αβεβαιότητα ως προς την ενέργεια εξαρτάται από την ανηγμένη καμπύλη ισχύος της ανεμογεννήτριας, την ετήσια και πολυετή κατανομή της ταχύτητας του ανέμου, την μορφή του ανάγλυφου της περιβάλλουσας ορογραφίας, κλπ. Βάση της τιμής της αβεβαιότητας της ταχύτητας του ανέμου για περίοδο διάρκειας δεκαετίας (βλ. 1α, 2α, 3α) εκτιμάται η ετήσια μεταβολή του ανέμου και στην συνέχεια η μεταβολή της ετήσιας παραγωγής για την ίδια περίοδο συναρτήσει του συντελεστή ευαισθησίας. Οι επιμέρους τιμές της αβεβαιότητας ως προς την ταχύτητα (βλ. Π-5: απόλυτο σφάλμα) πολλαπλασιάζονται επί τον συντελεστή ευαισθησίας και τα παραπάνω ανηγμένα αποτελέσματα (βλ. 1α, 2α, 3α) προστίθενται τετραγωνικά με τα ακόλουθα (βλ. 1β, 2β, 3β) για να προκύψει η ολική αβεβαιότητα του ενεργειακού υπολογισμού. Για περισσότερες λεπτομέρειες περί της μεθοδολογίας που χρησιμοποιείται, ο αναγνώστης παροτρύνεται να ανατρέξει στην συνημμένη βιβλιογραφία (βλ. [4], [10], [11], [12], [13], [14], [15]).

1β. Αβεβαιότητα λόγω επίδρασης της Καμπύλης Ισχύος της Ανεμογεννήτριας. Η καμπύλη ισχύος της εκάστοτε χρησιμοποιούμενης Α/Γ διορθώνεται ούτως ώστε να ανταποκρίνεται στην πυκνότητα του αέρα στο υψόμετρο εγκατάστασης κάθε ανεμογεννήτριας άνωθεν της μέσης στάθμης θαλάσσης. Η διόρθωση γίνεται συσχετίζοντας το υψόμετρο άνωθεν στάθμης θαλάσσης με την ατμοσφαιρική πίεση, την θερμοκρασία και την πυκνότητα του αέρα για το συγκεκριμένο ύψος. Τα δεδομένα της ατμοσφαιρικής πίεσης και της θερμοκρασίας προκύπτουν είτε από μετρήσεις εντός του Α/Π, είτε από θεωρητικές κατανομές καθ' ύψος με δεδομένα αναφοράς από γειτονικούς σταθμούς μέτρησης. Συνεπώς θεωρείται ότι η διορθωμένη καμπύλη ισχύος της Α/Γ δεν συνεισφέρει στην ολική αβεβαιότητα του υπολογισμού.

2β. Αβεβαιότητα λόγω επίδρασης του μοντέλου του ομόρρου. Σύμφωνα με το μοντέλο διάδοσης του ομόρρου των Jensen (1984) και Katic et al. (1986) η κατανομή της ταχύτητας του ανέμου στον ομόρρου μιας ανεμογεννήτριας είναι ανάλογη της ταχύτητας του σε ελεύθερη διατμητική ροή. Συνεπώς το μέσο σφάλμα των απωλειών λόγω της αεροδυναμικής επίδρασης μιας ανεμογεννήτριας στις γειτονικές της είναι ανάλογο του αντίστοιχου σφάλματος της ταχύτητας για διάρκεια δεκαετίας.

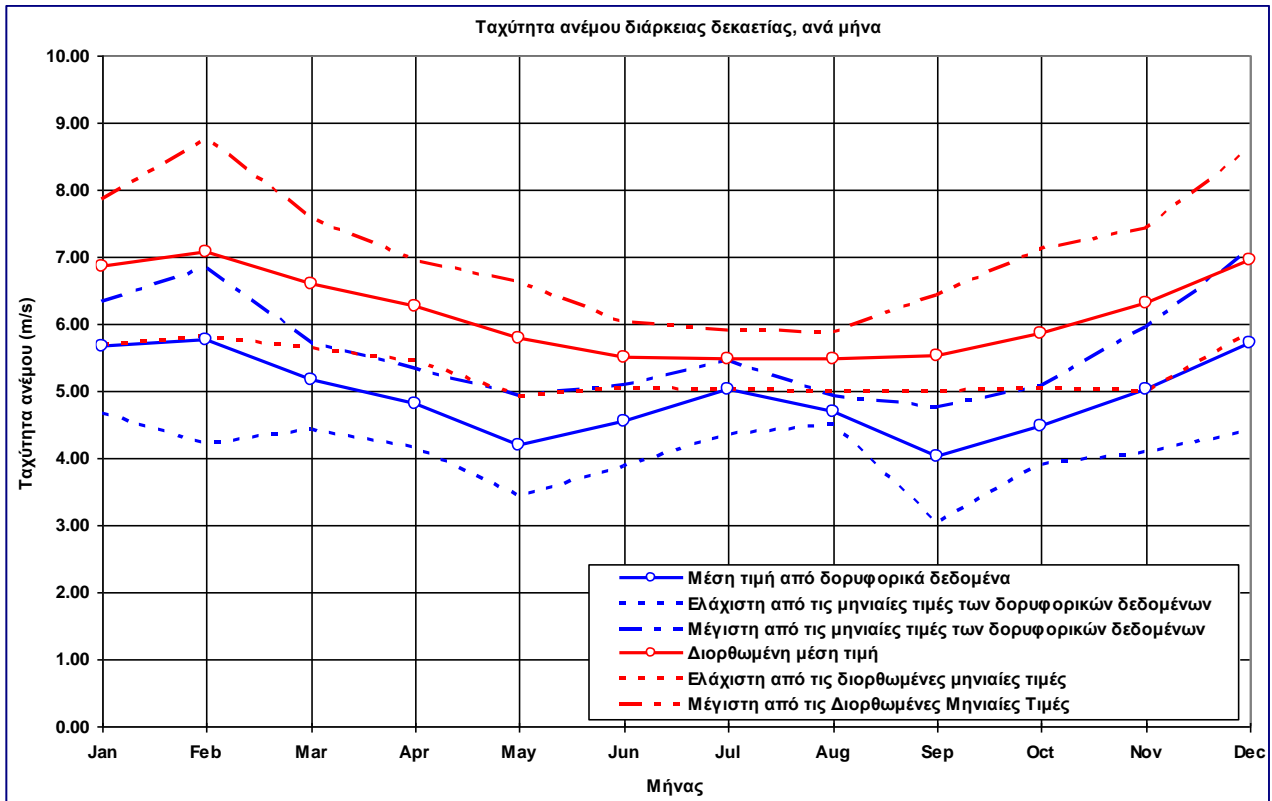
3β. Αβεβαιότητα λόγω συντελεστών Ενεργειακών Απωλειών του Αιολικού Πάρκου. Η «Καθαρή» Παραγωγή Ενέργειας ανά έτος σε MWh, προέκυψε αφού αφαιρέθηκαν από την υπολογιζόμενη Ετήσια Παραγωγή Ενέργειας του Αιολικού Πάρκου οι παρακάτω εκτιμώμενες απώλειες:

- Απώλειες λόγω μηχανικής διαθεσιμότητας των Α/Γ: 2%.
- Απώλειες που οφείλονται σε περιορισμούς στη διείσδυση του αιολικού πάρκου στο δίκτυο: 0%.
- Απώλειες μεταφοράς ενέργειας: 1%.

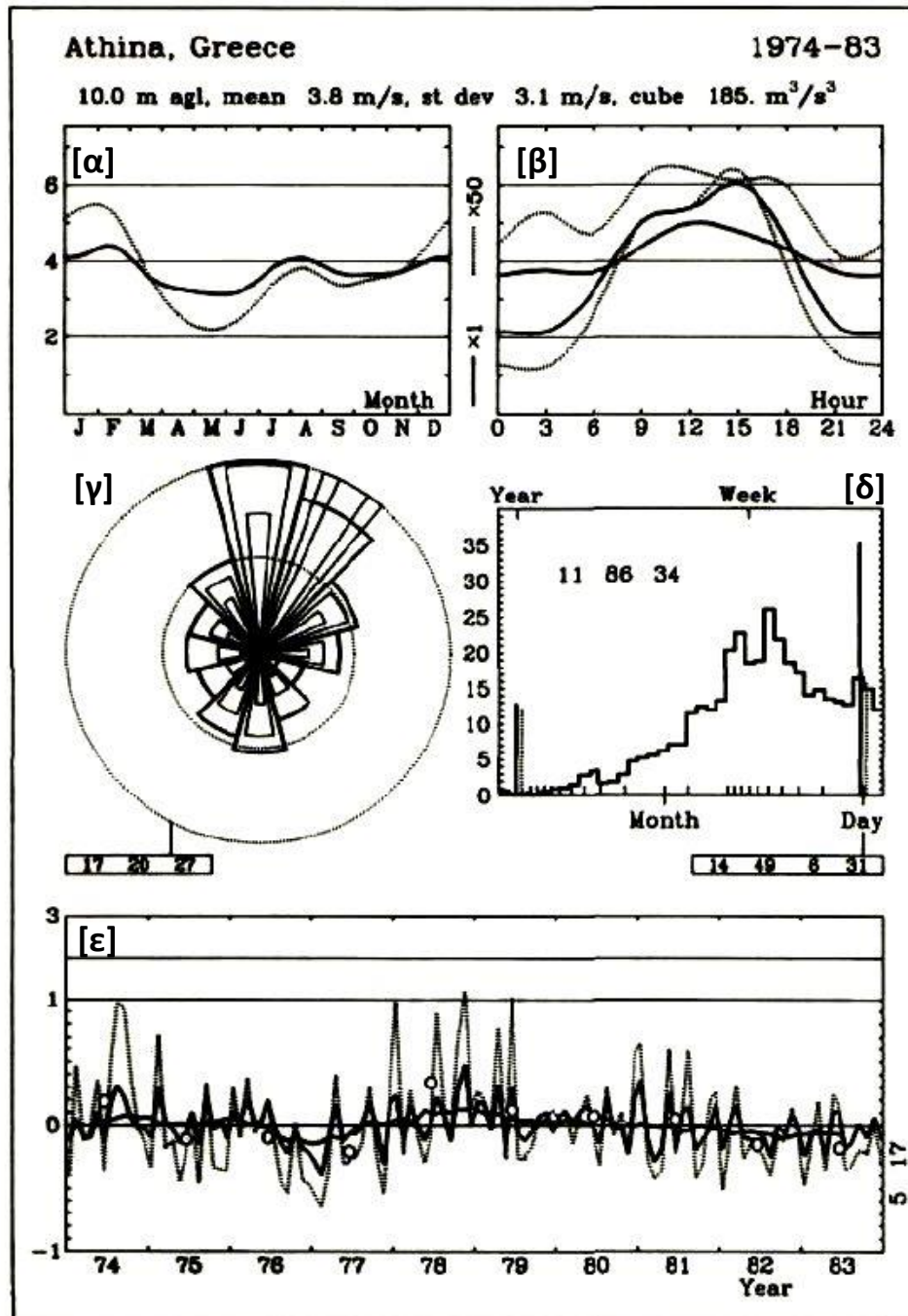
Εκτιμάται ότι η κανονική αβεβαιότητα των παραπάνω συντελεστών απωλειών είναι της τάξεως του 1% και συνεπώς συνεισφέρει στην ολική αβεβαιότητα του υπολογισμού.

7.3. Αποτελέσματα Ανάλυσης

Η μέθοδος αποσκοπεί στην συσχέτιση επίγειων και δορυφορικών τιμών ανεμολογικών δεδομένων για την ασφαλέστερη εκτίμηση του Αιολικού Δυναμικού μιας περιοχής σε περίοδο μεγαλύτερη των 10 ετών. Με χρήση της μεθόδου “Πρόβλεψης – Παρεμβολής” των μετεωρολογικών δορυφορικών δεδομένων μεγάλης κλίμακας και των επίγειων ανεμολογικών μετρήσεων γίνεται εκτίμηση της μέσης ετήσιας ταχύτητας και διεύθυνσης του ανέμου καθώς και της Ετήσιας Παραγωγής Ενέργειας σε βάθος δεκαετίας.



Εικόνα 6.1: Αρχικές και διορθωμένες μέσες μηνιαίες τιμές της ταχύτητας του ανέμου για το ισοδύναμο ύψος του ανεμογράφου για την ευρύτερη περιοχή με κεντρικές συντεταγμένες της περιοχής του Α/Π βάση δορυφορικών δεδομένων για την μακροχρόνια περίοδο.



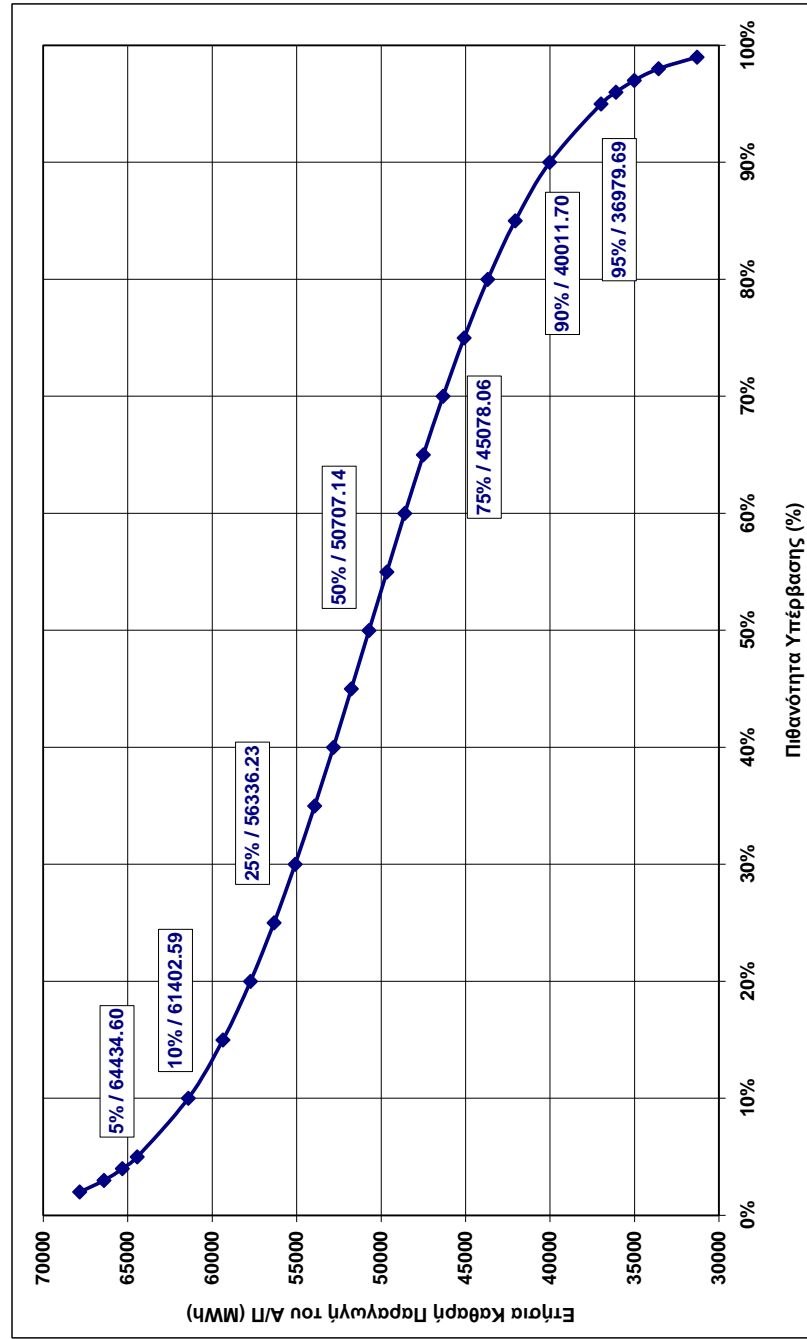
Εικόνα 6.2: [α]: Μέσες μηνιαίες και, [β]: Μέσες ωριαίες τιμές της ταχύτητας, [γ]: ροδόγραμμα και [δ]: φάσμα κατανομής και [ε]: μέσες ετήσιες τιμές της ταχύτητας από ανεμογράφο στην Αθήνα με συντεταγμένες 23° 44' 00" Α και 37° 54' 00" Β (WGS'84), για την δεκαετία από 1974 έως 1983, βλ. [9].

Διαγράμματα [α], [β], [ε]: Συνεχής γραμμή: Κατανομή της ταχύτητας του ανέμου, Διακεκομμένη γραμμή: Κατανομή του κύβου της ταχύτητας του ανέμου για την αντίστοιχη περίοδο του γραφήματος.

Στην **(Εικ. 6.2)** φαίνονται οι μέσες ετήσιες τιμές της ταχύτητας, το ροδόγραμμα και το φάσμα της κατανομής από ανεμογράφο στην Αθήνα με συντεταγμένες $23^{\circ} 44' 00''$ Α και $37^{\circ} 54' 00''$ Β (WGS'84), για την δεκαετία από 1974 έως 1983, βλ. [3].

Η επανάληπτικότητα των δεδομένων για την δεκαετία από 1974 έως 1983 συμφωνεί πολύ καλά με αυτήν της μακροχρόνιας περιόδου και επιβεβαιώνει την εκτίμηση του εύρους της μέσης τιμής της μηνιαίας ταχύτητας του ανέμου όπως αυτή παρουσιάζεται στην **(Εικ. 6.1)**.

Το αποτέλεσμα της ανάλυσης βάση των αναφερόμενων πηγών αβεβαιότητας που παρουσιάστηκαν στις προηγούμενες παραγράφους συνοψίζονται στην ακόλουθη εικόνα **(Εικ. 6.3)**.



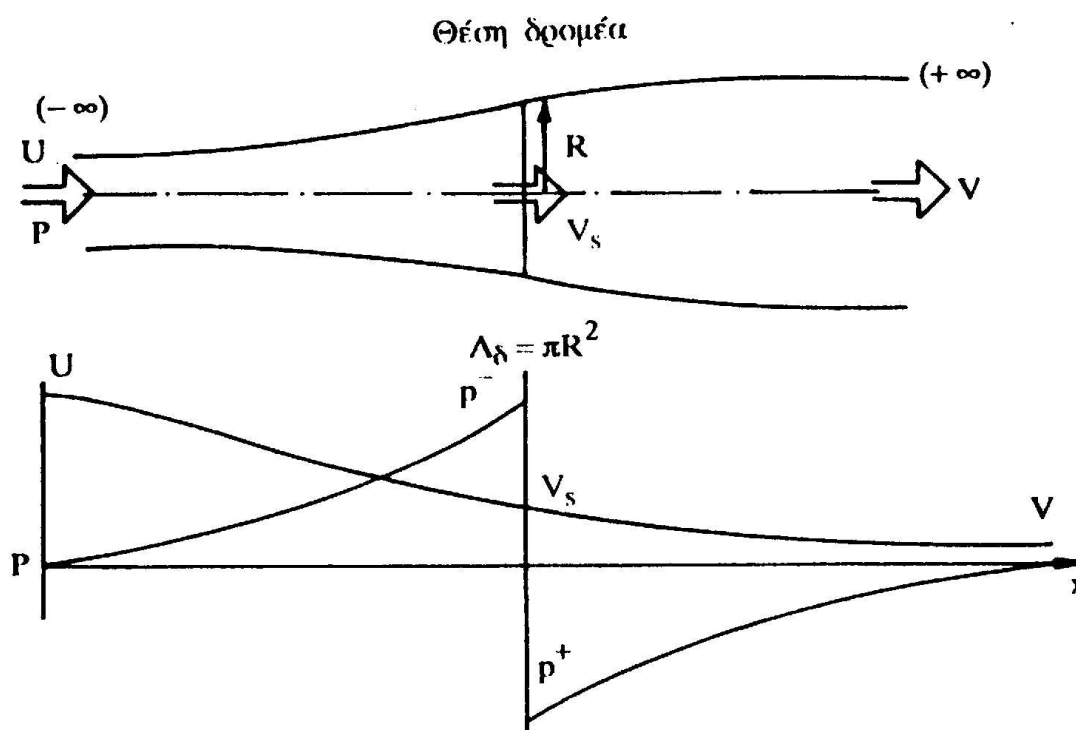
Πιθανότητα Υπέρβασης (%)	Ετήσια Καθαρή Παραγωγή Α/Π (MWh)
1%	70122.14
2%	67847.11
3%	66403.68
4%	65317.84
5%	64434.60
10%	61402.59
15%	59356.90
20%	57731.06
25%	56336.23
30%	55083.63
35%	53922.91
40%	52821.50
45%	51755.88
50%	50707.14
55%	49658.41
60%	48592.79
65%	47491.38
70%	46330.66
75%	45078.06
80%	43683.23
85%	42057.38
90%	40011.70
95%	36979.69
96%	36096.45
97%	35010.61
98%	33567.17
99%	31292.15

Εικόνα 6.3: Πιθανότητα Υπέρβασης της Ετήσιας Καθαρής Παραγωγής του Α/Π βάση των αποτελεσμάτων της Ανάλυσης Αβεβαιότητας για διάρκεια δεκαετίας. Η εκτιμώμενη μέση τιμή δεκαετίας της Ετήσιας Καθαρής Παραγωγής του Α/Π στο ύψος πλήρους των Α/Γ, παρουσιάζεται στον συνημμένο πίνακα με Πιθανότητα Υπέρβασης 50% (P50).

7. Εισαγωγή στη Θεωρία Πτερυγώσεων

7.1. ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ ΔΙΣΚΟΥ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ (RANKINE – FROUDE)

Σύμφωνα με τη θεωρία του δίσκου ενέργειας ο μηχανισμός δέσμωσης της κινητικής ενέργειας του ανέμου από το δρομέα του ανεμοκινητήρα θεωρείται ιδανικός, δηλαδή χωρίς απώλειες, (σύμφωνα με τις παραδοχές που θα αναφερθούν στη συνέχεια). Ο δρομέας εξετάζεται σαν ένα «μαύρο κουτί» δια μέσου του οποίου περνάει ο αέρας που υφίσταται μεταβολή της ενέργειας του, μεταβολή που ουσιαστικά εκφράζεται με την πτώση της στατικής του πίεσης. Επιπλέον ο δρομέας θεωρείται σαν ένας δίσκος που ενεργεί πάνω στο ρευστό, εξ ου και η ονομασία του «δίσκος ενέργειας».



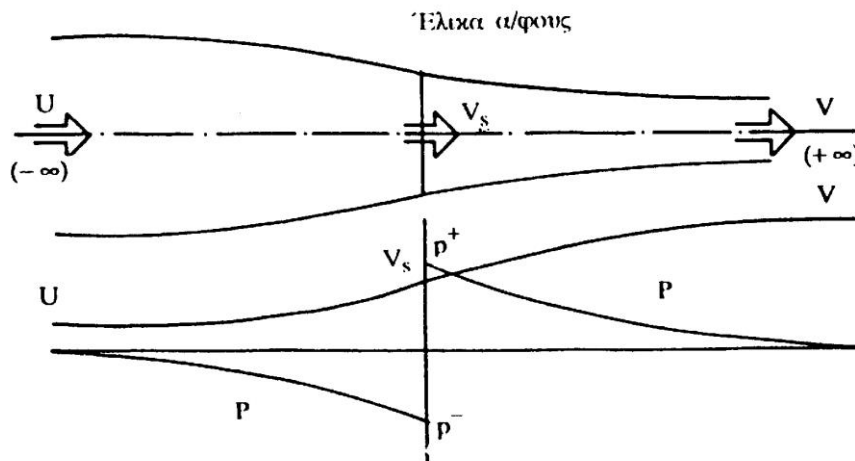
Εικόνα 7.1.α.: Ροϊκό σωλήνας δρομέα ανεμοκινητήρα

Η (Εικ. 7.1.α.) δείχνει το ροϊκό σωλήνα ανεμοκινητήρα που ορίζεται από τη διάμετρο του δρομέα. Ο αέρας πολύ μακριά (στο άπειρο) πριν από το δίσκο (ανάντι) έχει στατική πίεση p και πλησιάζει με ταχύτητα U . Ο δίσκος αφαιρεί ενέργεια από τον αέρα και συνεπώς πολύ μακριά μετά από το δίσκο (κατάντι) όπου η πίεση του αέρα θα έχει αποκατασταθεί στην πίεση του περιβάλλοντος p , η ταχύτητα του ανέμου V θα είναι μικρότερη από την U . Για λόγους διατήρησης της μάζας μέσα στο ροϊκό σωλήνα, θα πρέπει η διατομή άρα και η διάμετρος του ροϊκού σωλήνα να μεγαλώνει πίσω από το δρομέα, δηλαδή να υπάρχει διαστολή του ρεύματος του αέρα (ομόρρου) του ανεμοκινητήρα, όπως ακριβώς διαγραμματικά παριστάνεται στην (Εικ. 7.1α.)

Το ρευστό μετά το δίσκο έχει μικρότερη ενέργεια από αυτήν πριν από το δίσκο και επειδή η αξονική ταχύτητα του ρευστού πάνω στο δίσκο και οριακά λίγο πριν και λίγο μετά από το δίσκο παραμένει η ίδια για λόγους διατήρησης της μάζας (η διαφορά κινητικής ενέργειας του ανέμου πριν και μετά το δίσκο δεσμεύτηκε από τον ιδανικό δρομέα του ανεμοκινητήρα) τότε η στατική πίεση του ρευστού μετά από το δίσκο θα είναι μικρότερη από τη στατική πίεση του ρευστού πριν από το δίσκο. Συνεπώς ο δίσκος αποτελεί μια επιφάνεια ασυνέχειας πίεσης, αλλά συνέχειας όμως της αξονικής ταχύτητας και ασυνέχειας της περιφερειακής

ταχύτητας όπως θα φανεί παρακάτω. Τυπική μεταβολή των μεγεθών της αξονικής ταχύτητας και πίεσης του ανέμου κατά μήκος του άξονα του ροϊκού σωλήνα, παρουσιάζεται στην (Εικ.7.1α.)

Στην (Εικ.7.1β.) παρουσιάζεται η μορφή του ροϊκού σωλήνα καθώς και η αξονική διανομή πίεσης και ταχύτητας για την περίπτωση έλικας αεροσκάφους ή πλοίου. Εδώ παρατηρείται συστολή του ομόρρου και ασυνέχεια της πίεσης του ρευστού καθώς αυτό διέρχεται από το δίσκο, βεβαίως με την αύξηση της πίεσης του.



Εικόνα 7.1.β. : Ροϊκός σωλήνας έλικας αεροσκάφους

Για τη μελέτη του αεροδυναμικού πεδίου γύρω από το δίσκο θα εφαρμοστούν οι γνωστοί νόμοι της Μηχανικής των Ρευστών και πιο συγκεκριμένα:

- Η εξίσωση διατήρησης της μάζας
- Η εξίσωση διατήρησης της ορμής
- Ενεργειακός ισολογισμός
- Η εξίσωση της ροπής της ορμής

Σε πρώτη προσέγγιση επίλυσης του προβλήματος γίνονται οι ακόλουθες παραδοχές:

1. Η εναλλαγή ενέργειας μεταξύ ρευστού και δίσκου γίνεται χωρίς απώλειες.
2. Ομοιόμορφη κατανομή της ταχύτητας στο δίσκο
3. Η φόρτιση (διαφορά πίεσης πριν και μετά) πάνω σε ολόκληρο το δίσκο είναι σταθερή.
4. Ο δίσκος δεν περιστρέφει τη φλέβα της ροής. Η παραδοχή αυτή πρακτικά μπορεί να επιτευχθεί με την ύπαρξη δύο αντίθετα στρεφόμενων δρομέων ενώ οι παραδοχές 2 & 3 απαιτούν άπειρο αριθμό και πτερύγια κατάλληλης σχεδίασης.

Στην συνέχεια ορίζονται τα μεγέθη p και U ως η στατική πίεση και η ταχύτητα του ανέμου στο άπειρο ανάντι του δίσκου, p^- και p^+ , η στατική πίεση του ρευστού πριν και μετά το δίσκο, πάνω στο δίσκο, V_s η ταχύτητα του ρευστού δια μέσου του δίσκου και τέλος p και V η στατική πίεση (πλήρης ανάκτηση πίεσης) και η ταχύτητα του ρευστού στο άπειρο, κατάντι του δίσκου ενέργειας, όπως αυτά φαίνονται στην Εικ.7.1α.

7.2. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΝΟΜΩΝ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ

7.2.1. Διατήρηση μάζας

Η μάζα του ρέει μέσα στο ροϊκό σωλήνα, διατηρείται σταθερή και ίση με:

$$\dot{m} = \rho \cdot A_{\delta} \cdot V_s = \rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot V_s$$

Όπου ρ είναι η πυκνότητα του ρευστού, A_{δ} η διατομή του ροϊκού σωλήνα πάνω στο δίσκο (επιφάνεια δίσκου) ακτίνας R και V_s η ταχύτητα του ρευστού διαμέσου του δίσκου.

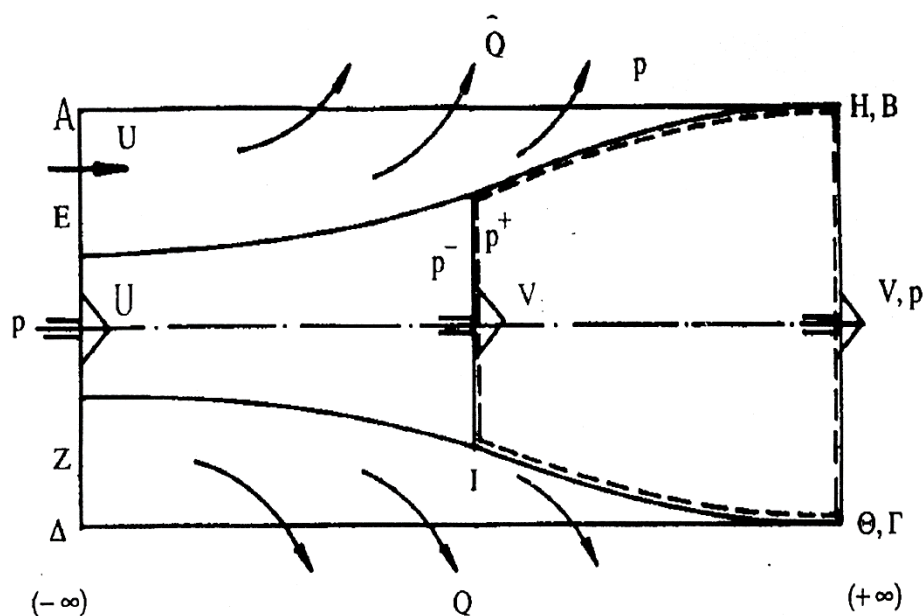
Για τη ροή μέσα στο ρεύμα ισχύει σύμφωνα με την παραπάνω εξίσωση:

$$U \cdot A_{-\infty} = V_s \cdot A_{\delta} = V \cdot A_{+\infty}$$

Όπου $A_{-\infty}$, A_{δ} και $A_{+\infty}$ είναι οι επιφάνειες ανάντι του δίσκου, πάνω στο δίσκο και κατάντι αυτού, αντίστοιχα.

7.2.2. Διατήρηση της ορμής

Το θεώρημα διατήρησης της ορμής θα εφαρμοστεί στον κυλινδρικό όγκο ΑΒΓΔ. (Εικ.7.2.1), ο οποίος περιβάλλει το ροϊκό σωλήνα ΕΖΗΘ. Η παράπλευρη επιφάνεια του κυλίνδρου (ΑΒ-ΓΔ) τοποθετείται πολύ μακριά από το δίσκο ώστε εκεί η στατική πίεση του ρευστού να είναι ίση με την πίεση του περιβάλλοντος, δηλαδή την ατμοσφαιρική.



Εικόνα 7.2.1. : Επιφάνεια ελέγχου

Η παροχή Q διαμέσου της παράπλευρης επιφάνειας του κυλινδρικού όγκου ισολογισμού είναι:

$$Q = \rho \cdot A_{\infty} \cdot U - \rho \cdot A_{\delta} \cdot V_s$$

Το ρευστό εισέρχεται στον όγκο ισολογισμού με αξονική ταχύτητα ίση με U .

Εφαρμόζοντας το θεώρημα διατήρησης της ορμής, δηλαδή ότι η ώση ισούται με την εν θέσει μεταβολή της ροής της ορμής, προκύπτει ότι:

$$T = \rho \cdot U^2 \cdot A_{\infty} - \rho \cdot A_{\delta} \cdot V_s \cdot V - Q \cdot U$$

ή αλλιώς

$$T = \rho \cdot A_{\delta} \cdot V_s \cdot (U - V)$$

(η θετική τιμή της ωστικής δύναμης T , επειδή ισχύει $U > V$, δηλώνει ότι το ρευστό εξασκεί πάνω στο δρομέα δύναμη προς την κατεύθυνση του ανέμου που συμπίπτει με τη θετική φορά του άξονα των x). Ας σημειωθεί ότι η συμβολή των δυνάμεων πίεσης στην παράπλευρη επιφάνεια του κυλίνδρου είναι μηδενική (παντού επικρατεί πίεση p). Αν είχε εφαρμοστεί ο ισολογισμός της ορμής πάνω στο ροϊκό σωλήνα, τότε προκειμένου να προκύψει το ίδιο αποτέλεσμα, θα έπρεπε η συνεισφορά των δυνάμεων πίεσης κατά τον άξονα των x να είναι μηδέν, γεγονός που βέβαια ισχύει αλλά δεν είναι τόσο προφανές για να αποδειχθεί.

7.2.3. Ενεργειακός ισολογισμός

Το ρεύμα στερείται συστροφής ανάντι από το δρομέα, έγινε δε η υπόθεση ότι στερείται συστροφής και κατάντι. Κατά συνέπεια υπάρχει διατήρηση ενέργειας του ρευστού (εξίσωση Bernoulli) στους δύο ανεξάρτητους υποχώρους πριν και μετά το δίσκο μέσα στο ροϊκό σωλήνα όχι όμως και μεταξύ των δύο υποχώρων, γιατί ο δίσκος αφαιρεί ενέργεια από το ρευστό. Συνεπώς για τον υποχώρο ανάντι από τον δρομέα ισχύει:

$$p + \frac{\rho}{2} \cdot U^2 = p^- + \frac{\rho}{2} \cdot V_s^2$$

ενώ για τον υποχώρο κατάντι από τον δρομέα ισχύει:

$$p + \frac{\rho}{2} \cdot V^2 = p^+ + \frac{\rho}{2} \cdot V_s^2$$

Αφαιρώντας τις δύο αυτές σχέσεις κατά μέλη προκύπτει:

$$p^- - p^+ = \frac{\rho}{2} \cdot (U^2 - V^2)$$

Ο δρομέας ασκεί μια δύναμη, την ώση, στον άνεμο, φρενάροντας τον καθώς η πίεση του πέφτει διαμέσου του δίσκου. Αν υποθεθεί ότι η πίεση δεν είναι συνάρτηση του χρόνου, τότε δεν πρέπει να υπάρχει και περιοδικότητα στην ταχύτητα της ροής στο επίπεδο του δρομέα (οι παραπάνω συνθήκες είναι αληθινές μόνο για άπειρο αριθμό πτερυγίων). Από την εξίσωση (2.2) η ώση είναι ίση με:

$$T = \rho \cdot A_{\delta} \cdot V_s \cdot (U - V)$$

από όπου προκύπτει και η ειδική ώση:

$$\frac{T}{A_\delta} = \rho \cdot V_s \cdot (U - V)$$

η οποία δεν είναι τίποτε άλλο παρά η σταθερή φόρτιση του δίσκου

$$\frac{T}{A_\delta} = \Delta p = p^- - p^+$$

οπότε προκύπτει

$$\rho \cdot V_s \cdot (U - V) = \frac{\rho}{2} \cdot (U^2 - V^2)$$

δηλαδή

$$V_s = \frac{1}{2} \cdot (U + V)$$

Η σχέση αυτή δηλώνει ότι η ταχύτητα του ανέμου πάνω στο δίσκο είναι το ημίθροισμα των ταχυτήτων του ανέμου πολύ πριν και πολύ μετά από το δίσκο (ανάντι και κατάντι).

Έχει επικρατήσει η εισαγωγή του συντελεστή αξονικής επαγωγής ή αλληλεπίδρασης a (axial interference factor), της ταχύτητας του ανέμου, ως εξής:

$$a = \frac{(U - V_s)}{U}$$

Ο συντελεστής αξονικής επαγωγής (θετική ποσότητα) εκφράζει την ποσοστιαία επιβράδυνση του αέρα πάνω στο δίσκο. Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι:

$$V_s = U \cdot (1 - a)$$

$$V = U \cdot (1 - 2a)$$

Η τελευταία σχέση δηλώνει ότι η ποσοστιαία επιβράδυνση μακριά κατάντι του δίσκου είναι διπλάσια της ποσοστιαίας επιβράδυνσης του ρευστού στο επίπεδο του δίσκου.

Ο άνεμος του ροϊκού σωλήνα που πλησιάζει το δίσκο έχει ισχύ:

$$N_- = \left[\frac{p}{\rho} + \frac{U^2}{2} \right] \cdot \dot{m}$$

ενώ κατάντι του δίσκου έχει μικρότερη ισχύ:

$$N_+ = \left[\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} \right] \cdot \dot{m}.$$

Έτσι η απώλεια ισχύος από το ρεύμα του ροϊκού σωλήνα είναι:

$$P = \dot{m} \cdot \left[\frac{U^2 - V^2}{2} \right]$$

και αυτή ισούται με την ισχύ που δέσμευσε ο δίσκος.

Εκτέλεση των πράξεων στην τελευταία σχέση δίνει ότι:

$$P = T \cdot V_s$$

σχέση που δηλώνει ότι η ισχύς που δεσμεύεται από τον ανεμοκινητήρα ισούται με την ώθηση που το ρευστό ασκεί πάνω στο δίσκο, επί την ταχύτητα ολίσθησης του ανέμου πάνω στο δίσκο.

7.2.3.1. ΟΠΙΟ ΤΟΥ BETZ

Οι προηγούμενες σχέσεις για την ισχύ του δρομέα και την ώση μπορούν, μετά την εισαγωγή του συντελεστή αξονικής επαγωγής να γραφούν ως εξής:

$$P = 2 \cdot \rho \cdot A_\delta \cdot U^3 \cdot a \cdot (1 - a)^2$$

$$T = 2 \cdot \rho \cdot A_\delta \cdot U^2 \cdot a \cdot (1 - a)$$

Ορίζονται συντελεστές ισχύος και ώσης του δρομέα:

$$C_p = \frac{P}{\left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^3 \cdot A_\delta \right)}$$

$$C_T = \frac{T}{\left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^3 \cdot A_\delta \right)}$$

Η πρώτη σχέση υποδηλώνει το ποσοστό της ενέργειας που έχει ο άνεμος που πλησιάζει το δίσκο (λίγο πριν από το δίσκο) και που μετατρέπεται σε ισχύ πάνω στο δρομέα ($\frac{1}{2} \cdot (\rho \cdot A \cdot V_0^3)$) είναι η ισχύς που έχει ο άνεμος ταχύτητας V_s που περνάει από επιφάνεια A_δ) ενώ η δεύτερη σχέση εκφράζει το συντελεστή αντίστασης που παρουσιάζει ο δρομέας στη ροή (μέγεθος χρήσιμο για τον υπολογισμό της δύναμης ανατροπής του πύργου στήριξης του ανεμοκινητήρα). Με εκτέλεση πράξεων προκύπτει:

$$C_p = 4a \cdot (1 - a)^2$$

$$C_T = 4a \cdot (1 - a)$$

Η σχέση για το συντελεστή ισχύος δηλώνει ότι αυτή έχει ακρότατο για τιμή συντελεστή αξονικής επαγωγής, (a):

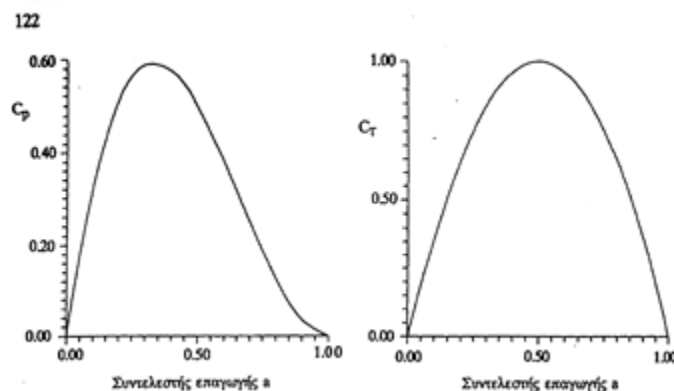
$$\alpha = \frac{1}{3} \quad \left(\frac{dC_p}{d\alpha} = 0 \right)$$

Στην περίπτωση αυτή ο συντελεστής παίρνει μέγιστη τιμή ίση με:

$$C_{p \max} = \frac{16}{27} \cong 59\%$$

Η μέγιστη αυτή τιμή καλείται όριο του Betz. Προκύπτει λοιπόν ότι ο βέλτιστος δρομέας και κάτω από ιδανικές συνθήκες λειτουργίας μπορεί να δεσμεύει μόνο το 59% της ισχύος του ανέμου. Το όριο αυτό είναι κατά κάποιο τρόπο ο μέγιστος βαθμός απόδοσης του συστήματος για ιδανική έλικα, ανάλογος με το βαθμό απόδοσης Carnot των θερμοδυναμικών κύκλων. Στην περίπτωση αυτή της βέλτιστης λειτουργίας, η ταχύτητα U του ανέμου μειώνεται στα $2/3$ πάνω στο δίσκο και στο $1/3$ πολύ μακριά κατάντι του δίσκου. Είναι δηλαδή:

$$V_s = (2/3) \cdot U, \quad V = (1/3) \cdot U$$



Εικόνα 7.2.2. : Καμπύλη C_p Απόδοσης Δρομέα και Συντελεστή Ώσης Ανεμοκινητήρα συναρτήσει του συντελεστή αξονικής επαγωγής (a).

7.2.3.2. Επίδραση της Περιστροφής Του Ομόρρου

Ο όρος «ομόρρους» που αναφέρθηκε και στα προηγούμενα, χρησιμοποιείται για να χαρακτηρίσει το ρεύμα του αέρα που, περνώντας τον ανεμοκινητήρα, διαστέλλεται μέχρι το άπειρο. Η επιστημονική ονομασία του είναι απόρευμα (wake) ή και ουραίο ρεύμα, αλλά η ονομασία «ομόρρους» έχει επικρατήσει ως τεχνικός όρος.

Η προηγούμενη ανάλυση βασίστηκε στην υπόθεση ότι ο ομόρρους του πεδίου ροής (πεδίο ροής πίσω από το δίσκο) στερείται συστροφής, πράγμα που αληθεύει όταν ο ανεμοκινητήρας έχει δυο αντίθετα συστρεφόμενους δρομέες. Στην πράξη όμως ο ανεμοκινητήρας έχει ένα δρομέα και ο και ο ομόρρους ακόμη και στην ιδανικότερη των περιπτώσεων λειτουργίας του ανεμοκινητήρα, έχει συστροφή που δημιουργείται από την αλληλεπίδραση του ρεύματος του αέρα και του δρομέα.

Για τις έλικες των αεροσκαφών, ο ομόρρους στρέφεται κατά τη φορά περιστροφής της έλικας, ενώ για ανεμοκινητήρα, ο ομόρρους έχει αντίθετη από το δρομέα φορά περιστροφής (φυσικά για ακίνητο παρατηρητή).

Στην περίπτωση του ανεμοκινητήρα (σε αντίθεση με την έλικα του αεροσκάφους), ο δρομέας έχει μικρή φόρτιση και αυτό έχει ως αποτέλεσμα, ο ομόρρους να έχει πολύ μικρή συστροφή. Η κινητική ενέργεια που έχει το ρευστό μετά το δρομέα, αποτελείται από την κινητική ενέργεια που οφείλεται στην αξονική (μεταφορική) ταχύτητα του ανέμου και από την περιφερειακή κινητική ενέργεια. (που οφείλεται στην συστροφή του ρευστού). Η περιφερειακή κινητική ενέργεια γενικά δεν μπορεί να ανακτηθεί στο άπειρο μακριά από το δρομέα και να γίνει στατική (ωφέλιμη) πίεση και ως εκ τούτου αποτελεί ενεργειακή απώλεια του συστήματος. Η ενεργειακή αυτή απώλεια μειώνει το συνολικό βαθμό απόδοσης του ανεμοκινητήρα. Να σημειωθεί ότι το ρευστό ανάντι του δίσκου στερείται συστροφής (αστρόβιλο), οπότε η κινητική του ενέργεια οφείλεται στην αξονική μεταφορική κίνησή του.

Το θεώρημα διατήρησης της ροπής της ορμής, εφαρμοζόμενο σε όγκο ισολογισμού που δεν περιβάλλει το δίσκο ενέργειας (διακοπτόμενη γραμμή στην Εικ.7.2.1), οδηγεί στο συμπέρασμα διατήρησης της συστροφής.

$$V_g \cdot r = \text{σταθερό}$$

(για το πεδίο ροής κατάντι του δίσκου)

Συνεπώς η περιφερειακή ταχύτητα του ρευστού στην ανάντι επιφάνεια του δίσκου είναι μηδέν, είναι δε V_g πάνω στην κατάντι επιφάνεια του και παραμένει η ίδια V_g μακριά κατάντι στο άπειρο και φυσικά στην ίδια ακτινική απόσταση από τον άξονα. Άρα η περιφερειακή ταχύτητα του ρευστού πάνω στο δίσκο ισούται με το μισό του αθροίσματος της περιφερειακής ταχύτητας του στις δυο πλευρές του δίσκου (στην ανάντι και στην κατάντι επιφάνεια του), δηλαδή το μισό της περιφερειακής ταχύτητας του ρευστού κατάντι στο άπειρο (στην ίδια ακτινική απόσταση).

$$V_{\theta_s} = \frac{1}{2} \cdot V_{\theta_\infty}$$

Ορίζεται συντελεστής περιφερειακής επαγωγής ή αλληλεπίδρασης, η ποσότητα a' και ισχύει:

$$a' = \frac{V_{\theta_s}}{\Omega \cdot r}$$

όπου Ω η γωνιακή ταχύτητα του δρομέα.

Με βάση τον παραπάνω ορισμό προκύπτουν οι σχέσεις:

$$V_{\theta_s} = a' \cdot \Omega \cdot r$$

$$V_{\theta_\infty} = 2a' \cdot \Omega \cdot r$$

7.2.4. Θεώρημα Της Ροπής Της Ορμής (Momentum Vortex Theory)

Το θεώρημα της ορμής της ροπής της ορμής, εκφράζει ότι η μεταβολή της εν θέσει ροπής της ορμής του ρευστού που διέρχεται δια μέσου του όγκου ισολογισμού, ισούται με την ροπή των εξωτερικών δυνάμεων:

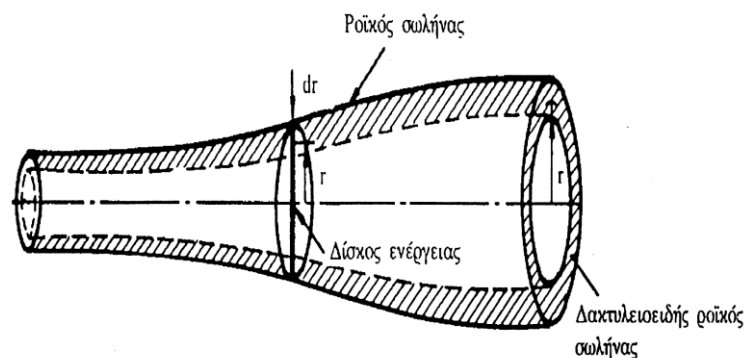
$$dM = \rho \cdot 2\pi r \cdot dr \cdot V_s \cdot [(V_\theta \cdot r)_\infty - (V_\theta \cdot r)_{-\infty}]$$

Όπου dM , η ροπή που εξασκείται από το ρευστό πάνω στο δακτυλιοειδή επιφάνεια του δίσκου ενέργειας. Επειδή $(V_\theta \cdot r)$ ανάντι του δίσκου είναι μηδέν, προκύπτει μετά από ολοκλήρωση πάνω στη διατομή του δίσκου ότι ισχύει:

$$M = \dot{m} \cdot V_s \cdot 2a' \cdot \Omega \cdot R^2$$

Οι σχέσεις (2.12) & (2.24) εκφράζουν τη δύναμη και ροπή που το ρευστό εξασκεί πάνω στο δίσκο ενέργειας.

Η προηγούμενη μονοδιάστατη ανάλυση των ισολογισμών μάζας, ορμής, ενέργειας και ροπής στο ροϊκό σωλήνα, εφαρμόζεται και σε δακτυλιοειδείς ροϊκούς σωλήνες πάχους Δr , όπως τέτοιος φαίνεται στην Εικ.7.2.3.



Εικόνα 7.2.3.: Δακτυλιοειδής ροϊκός σωλήνας πάχους dr και ακτίνας r .

Η εφαρμογή των νόμων διατήρησης οδηγεί σε συμπεράσματα ίδια με αυτά που προέκυψαν, με τη διαφορά ότι αυτά ισχύουν πλέον σε συγκεκριμένη ακτινική θέση. Επιτρέπεται έτσι η μεταβολή των λειτουργικών παραμέτρων πάνω στο δίσκο ενέργειας.

Συγκεκριμένα η στοιχειώδης παροχή μάζας δια του δακτυλιοειδούς ροϊκού σωλήνα είναι:

$$d\dot{m} = \rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot U(1 - a)$$

η στοιχειώδης αξονική δύναμη που ενεργεί στο δίσκο είναι:

$$dT = \rho \cdot 4 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot (1-a) \cdot a \cdot U^2 = \rho \cdot C_T \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot U^2$$

και η στοιχειώδης ροπή που αναπτύσσεται πάνω στο δίσκο είναι:

$$dM = \rho \cdot 4 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot a'(1-a) \cdot \Omega \cdot r^2 \cdot U$$

ο τοπικός συντελεστής ισχύος είναι:

$$C_p = 4a \cdot (1-a)^2$$

ο τοπικός συντελεστής ώσης C_T είναι:

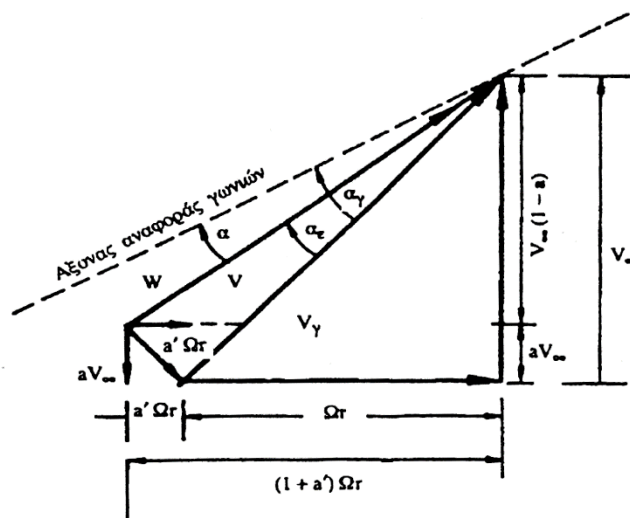
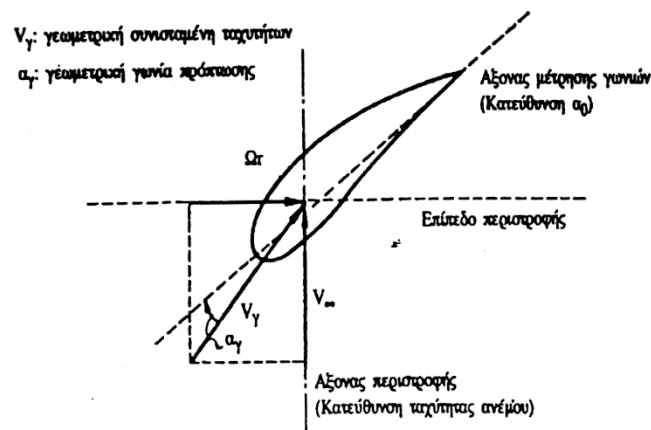
$$C_T = 4a \cdot (1-a)$$

και τέλος, ο τοπικός συντελεστής ροπής C_M είναι:

$$C_M = 4 \cdot a' \cdot (1-a) \cdot \frac{\Omega \cdot r}{U}$$

7.3. Θεωρία Στοιχείων Πτερύγωσης

Η θεωρία των στοιχείων πτερύγωσης χωρίζει το πτερύγιο του δρομέα σε στοιχειώδεις λωρίδες πλάτους Δr και συνδέει τις δυνάμεις και ροπές που το ρευστό εξασκεί κατά την διέλευσή του διαμέσου του δακτυλιοειδούς τμήματος του δίσκου πάχους Δr πάνω στο δίσκο (μεγέθη που υπολογίστηκαν προηγούμενα) με τις αεροδυνάμεις που αναπτύσσονται πάνω στις λωρίδες πτερυγίου του δρομέα. Κάθε δακτυλιοειδής ροϊκός σωλήνας τέμνει τα πτερύγια του δρομέα, με B το πλήθος αυτών, και τα οποία πάνω στην κυλινδρική επιφάνεια του ροϊκού σωλήνα αφήνουν ίχνος που έχει την μορφή της αεροτομής. Στην Εικ.7.3.1α αποτελεί (σε κάτοψη) το ανάπτυγμα της κυλινδρικής επιφάνειας του ροϊκού σωλήνα με το ίχνος της τομής της με ένα πτερύγιο του δρομέα.

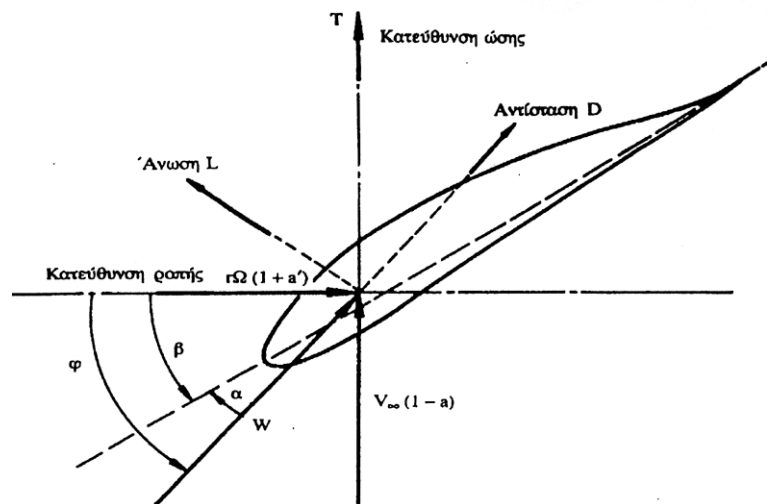


Εικόνα 7.3.1.: α. Γεωμετρικό Τρίγωνο Ταχυτήτων - β. Πραγματικό Τρίγωνο Ταχυτήτων

Για παρατηρητή που κινείται με το πτερύγιο η αεροτομή βρίσκεται σε ένα πεδίο ταχυτήτων που έχει οξονική συνιστώσα $U \cdot (1 - a)$ και περιφερειακή συνιστώσα $\Omega \cdot r \cdot (1 + a')$ (το θετικό πρόσημο δηλώνει ότι η συνιστώσα αυτή έχει φορά αντίθετη προς την κατεύθυνση περιστροφής του δρομέα). Η συνισταμένη δύναμη W είναι τότε:

$$W = \sqrt{U^2 \cdot (1 - a)^2 + \Omega^2 \cdot r^2 \cdot (1 + a')^2}$$

η δε αεροτομή βρίσκεται σε γωνία πρόσπτωσης a , ο ως προς την ταχύτητα W , στην Εικ.7.3.1.β. Η αλληλεπίδραση της ροής και της στοιχειώδους λωρίδας πτέρυγας (πτέρυγα με πλάτος dr) οδηγεί στην εμφάνιση των δυνάμεων άνωσης και αντίστασης όπως φαίνονται στην Εικ.7.3.1.γ.



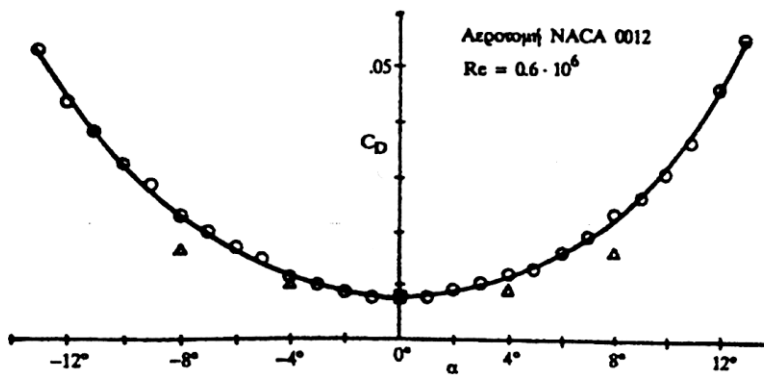
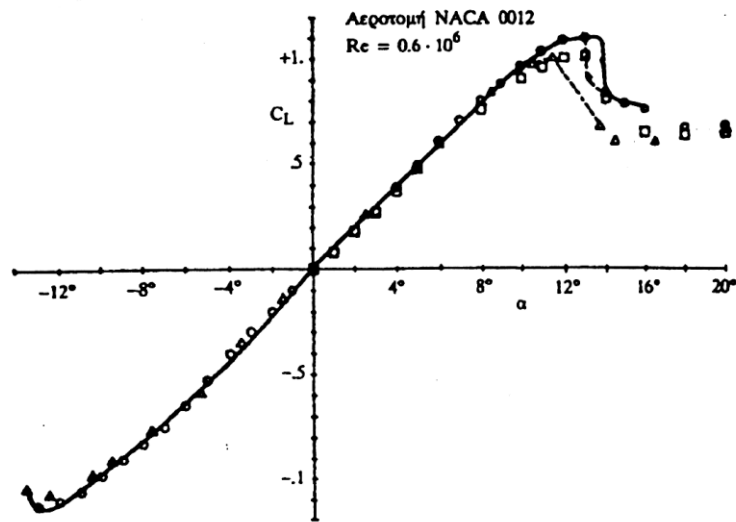
Εικόνα 7.3.1.: γ. Δυνάμεις που αναπτύσσονται στην αεροτομή του Ανεμοκινητήρα.

Οι εκφράσεις των δυνάμεων αυτών, σύμφωνα με τους αντίστοιχους συντελεστές αυτών είναι :

$$\Delta L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_l \cdot W^2 \cdot C \cdot \Delta r$$

$$\Delta D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_d \cdot W^2 \cdot C \cdot \Delta r$$

όπου C_l και C_d οι συντελεστές άνωσης και αντίστασης της αεροτομής και C η χορδή της αεροτομής. Τυπικές μεταβολές των συντελεστών άνωσης και αντίστασης αεροτομής φαίνονται στις Εικ.7.4.α και 7.4.β για την αεροτομή NACA 4412 όπου διαπιστώνεται η γραμμικότητα της σχέσης συντελεστή άνωσης - γωνίας πρόσπτωσης και οι χαμηλές τιμές συντελεστή αντίστασης γύρω από μια ευρεία περιοχή τιμών γωνιών πρόσπτωσης γύρω από την γωνία πρόσπτωσης χωρίς κρούση.



Εικόνα 7.4.: α. Τυπική Μεταβολή C_l με τη γωνία πρόσπτωσης - β. Τυπική Μεταβολή C_d με την γωνία πρόσπτωσης

Οι δύο στοιχειώδεις δυνάμεις άνωσης και αντίστασης αναλύονται κατά την αξονική και την περιφερειακή κατεύθυνση (x και t) και δίνουν τις εκφράσεις:

$$\Delta F_x = \Delta L \cdot \cos \varphi + \Delta D \cdot \sin \varphi$$

$$\Delta F_t = \Delta L \cdot \sin \varphi - \Delta D \cdot \cos \varphi$$

όπου $\varphi = \alpha + \beta$ και β η γωνία θέσης του πτερυγίου ως προς το επίπεδο περιστροφής του δρομέα.

Ορίζονται συντελεστές αξονικής και περιφερειακής δύναμης οι :

$$C_x = C_l \cdot \cos \varphi + C_d \cdot \sin \varphi$$

$$C_t = C_l \cdot \sin \varphi + C_d \cdot \cos \varphi$$

οπότε οι σχέσεις για την αξονική και την περιφερειακή ταχύτητα γράφονται :

$$\Delta F_x = \frac{1}{2} \cdot C_x \cdot \rho \cdot W^2 \cdot C \cdot \Delta r$$

$$\Delta F_t = \frac{1}{2} \cdot C_t \cdot \rho \cdot W^2 \cdot C \cdot \Delta r$$

Από το τρίγωνο ταχυτήτων του σχήματος προκύπτει ότι:

$$W = U \cdot (1 - a) \cdot \sin \varphi$$

$$\Delta F_x = \frac{1}{2} \cdot C_x \cdot \rho \cdot U^2 \cdot (1 - a)^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot C \cdot \Delta r$$

$$\Delta F_t = \frac{1}{2} \cdot C_t \cdot \rho \cdot U^2 \cdot (1 - a)^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot C \cdot \Delta r$$

Αν B είναι το πλήθος των πτερυγίων του δρομέα, τότε στον στοιχειώδη ροϊκό σωλήνα ακτίνας r και πάχους Δr λόγω αλληλεπίδρασης με το δρομέα αναπτύσσονται η αξονική δύναμη $B \Delta F_x$ και η περιφερειακή δύναμη $B \Delta F_t$.

Η περιφερειακή δύναμη $B \Delta F_t$ παράγει το έργο του ανεμοκινητήρα δημιουργώντας τη στοιχειώδη ροπή :

$$dM = B \cdot \Delta F_t \cdot r$$

και την στοιχειώδη ισχύ :

$$N = B \cdot \Delta F_t \cdot \Omega \cdot r$$

Η αξονική δύναμη καθώς και η ροπή συσχετίζονται μέσω των νόμων διατήρησης της ορμής και της ροπής της ορμής με τις αλλαγές των κινηματικών μεγεθών του ρευστού μέσα στον στοιχειώδη ροϊκό σωλήνα.

Η εξίσωση των εκφράσεων για τη στοιχειώδη δύναμη (2.26) και 2.37) και την ροπή (2.27) και (2.41) οδηγεί αντίστοιχα στις σχέσεις για τους συντελεστές αξονικής και περιφερειακής επαγωγής :

$$\frac{a}{1-a} = \frac{B \cdot C \cdot C_l}{8 \cdot \pi \cdot r \cdot \tan \varphi \cdot \sin \varphi} (1 + \varepsilon \cdot \tan \varphi)$$

$$\frac{a'}{1-a'} = \frac{B \cdot C \cdot C_l}{8 \cdot \pi \cdot r \cdot \cos \varphi} (1 - \varepsilon \cdot \cot \varphi)$$

$$\varepsilon = \frac{C_d}{C_l}$$

Στις σχέσεις αυτές χρησιμοποιήθηκε και η σχέση :

$$\tan \varphi = \frac{U \cdot (1-a)}{\Omega \cdot r \cdot (1+a')}$$

η οποία προκύπτει από το τρίγωνο των ταχυτήτων.

Οι προηγούμενες τρεις σχέσεις μπορούν να αδιαστατοποιηθούν με την εισαγωγή της στερεότητας σ του δρομέα, που ορίζεται ως $\sigma = \frac{B \cdot \bar{C}}{R}$, (\bar{C} είναι η μέση χορδή του πτερυγίου) της αδιάστατης ακτινικής θέσης

x , που ορίζεται ως: $x = \frac{r}{R}$ και της αδιάστατης ταχύτητας ακροπτερυγίου, λ , (Tip Speed Ratio, TSR), που ορίζεται ως :

$$\lambda = \frac{\Omega \cdot R}{U}$$

οπότε παίρνουν την μορφή :

$$\frac{a}{1-a} = \frac{\sigma \cdot \frac{C}{\bar{C}} \cdot C_l}{8 \cdot x \cdot \tan \varphi \cdot \sin \varphi} (1 + \varepsilon \cdot \tan \varphi)$$

$$\frac{a'}{1-a'} = \frac{\sigma \cdot \frac{C}{\bar{C}} \cdot C_l}{8 \cdot x \cdot \cos \varphi} (1 - \varepsilon \cdot \cot \varphi)$$

$$\tan \varphi = \frac{\lambda \cdot (1 - a)}{x \cdot (1 + a')}$$

Οι σχέσεις αυτές επαρκούν για να υπολογιστεί η αεροδυναμική απόδοση-συμπεριφορά δρομέα (γνωστών γεωμετρικών στοιχείων) σε διάφορες καταστάσεις λειτουργίας λ . Πράγματι οι τρεις εξισώσεις έχουν σε κάθε ακτινική θέση x άγνωστους τους συντελεστές αξονικής επαγωγής a , περιφερειακής επαγωγής a' , και τον συντελεστή άνωσης C_l (ή γωνία πρόσπτωσης α). Συνεπώς με μια αριθμητική διαδικασία αριθμητικών δοκιμών είναι δυνατόν σε κάθε ακτινική θέση να επιλυθεί το σύστημα των εξισώσεων και να προκύψει η αεροδυναμική κατάσταση του δρομέα. Μια τέτοια επαναληπτική διαδικασία υπολογισμού των λειτουργικών παραμέτρων του δρομέα σε κάθε αδιάστατη ακτινική θέση θα μπορούσε να ακολουθήσει τα εξής στάδια:

- Υποθέτουμε τιμές των a και a' (π.χ. $a=0, a'=0$)
- Υπολογίζουμε το φ από την εξίσωση (2.48)
- Υπολογίζουμε τη γωνία πρόσπτωσης α από την εξίσωση $\alpha = \varphi - \beta$ και κατόπιν τους συντελεστές C_l και C_d .
- Ενημερώνουμε τις τιμές των συντελεστών a και a' από τις εξισώσεις (2.46) και (2.47) και επαναλαμβάνεται η επαναληπτική-διαδικασία μέχρι σύγκλισης.
- Μετά τη σύγκλιση υπολογίζονται στη συγκεκριμένη ακτινική θέση οι στοιχειώδεις δυνάμεις και ο τοπικός συντελεστής ισχύος και
- Τα προηγούμενα βήματα επαναλαμβάνονται για όλες τις ακτινικές θέσεις από $x=0$ έως $x=1$.

Η δύναμη, η ροπή, ο βαθμός απόδοσης (συντελεστής ισχύος) και άλλα μεγέθη προκύπτουν τότε από την εφαρμογή των αντίστοιχων σχέσεων (2.26) μέχρι (2.28). Η συνολική δύναμη που ενεργεί στο δρομέα θα είναι:

$$T = \int_{r=0}^R \rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot U^2 \cdot (1 - a) \cdot 2 \cdot a \cdot dr \quad (2.49)$$

Η συνολική ροπή που ενεργεί στο δρομέα θα είναι :

$$M = \int_{r=0}^R \rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot U \cdot (1 - \alpha) \cdot 2 \cdot a' \cdot \Omega \cdot r \cdot dr$$

Η συνολική ισχύς του δρομέα είναι :

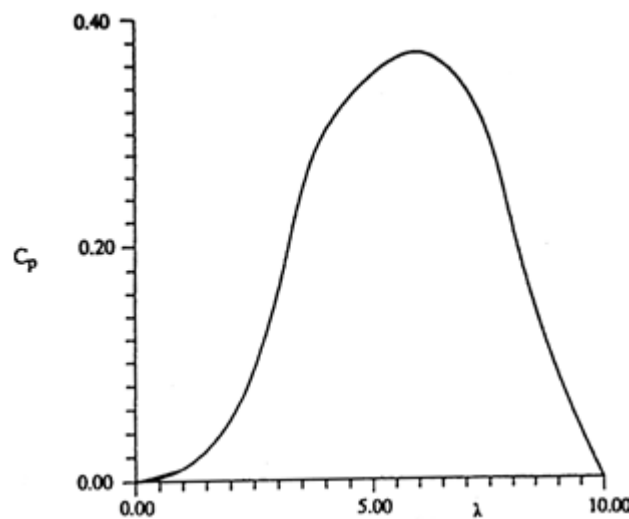
$$P = \int \rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{U^3}{2} \cdot C_p \cdot dr$$

ενώ ο συντελεστής ισχύος του δρομέα προκύπτει από τη σχέση :

$$\bar{C}_p = \frac{P}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot U^3}$$

Τα προηγούμενα ολοκληρώματα υπολογίζονται αριθμητικά χωρίζοντας την ακτίνα του δρομέα σε ένα πλήθος λωρίδων πλάτους Δr (π.χ. $\Delta r = R/10$),

Είναι φανερό ότι τα αποτελέσματα της ολοκλήρωσης εξαρτώνται μόνο από μια παράμετρο, την ταχύτητα ακροπτερυγίου λ , οπότε η επανάληψη της προηγούμενης διαδικασίας για άλλες τιμές ταχύτητας ακροπτερυγίου θα οδηγήσει στις καμπύλες λειτουργίας του δρομέα αντιπρόσωπος των οποίων είναι η σχέση συντελεστή ισχύος και ταχύτητας λ , με τυπική μορφή αυτή στην Εικ.7.5.



Εικόνα 7.5.: Τυπικό διάγραμμα $C_p - \lambda$.

8. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Bowen, A.J. and Mortensen N.G., "Exploring the limits of WAsP: the Wind Atlas Analysis and Application Program", Proceedings of the 1996 European Union Wind Energy Conference, Göteborg, Sweden, (1996) May 20-24, 584-587.
2. Bowen, A.J., Mortensen, N.G., "WAsP prediction errors due to site orography". Risoe-R-995(EN) (2004) 65p.
3. Burton, Tony; Sharpe, David; Jenkins, Nick, "Wind Energy Handbook", John Wiley & Sons LTD, ISBN: 0471489972.
4. European co-operation for Accreditation, "Expressions of the Uncertainty of Measurements in Calibration (including supplement 1 to EA-4/02), (previously EAL- R2)", EA-4/02 (rev.00), Cat.2, Dec 1999, 79p.
5. Jensen, N.O., "A Note on Wind Generator Interaction", Risø-M-2411, Risø National Laboratory, Roskilde, (1984), 16p.
6. Kalnay et al., "The NCEP/NCAR 40-year reanalysis project", Bull. Amer. Meteor. Soc., 77, 437-470, 1996.
7. Katic, I., J. Højstrup, and N.O. Jensen, "A Simple Model for Cluster Efficiency", Proceedings of EWEC'86 European Wind Energy Association, Conference and Exhibition, Rome, 7-9 October 1986. Eds. W. Palz and E. Sesto. Published by A. Raguzzi, Rome, Vol. I, 407-410.
8. National Center for Environmental Prediction (NCEP) Reanalysis data provided by the NOAA/OAR/ESRL PSD, Boulder, Colorado, USA, from their Web site at <http://www.cdc.noaa.gov/>
9. Troen, I., and E.L. Petersen, "European Wind Atlas", ISBN 87-550-1482-8, Risø National Laboratory, Roskilde, 1989, 656 pp.
10. IEC-61400-12 International Electrotechnical Commission, "Wind Turbine Generator Systems, Part 12: Wind turbine Power Performance Testing", 1997.
11. IEC-61400-1 International Electrotechnical Commission, "Wind Turbines - Part 1: Design requirements", 2006.
12. Tijms, Henk, "Understanding Probability: Chance Rules in Everyday life", Cambridge University Press, (2004), ISBN 0-521-83329-9.
13. Weisstein E.W., et al. "Normal Distribution", Electronic document, MathWorld, retrieved March 20, 2005.
14. "Siting Workshop on Uncertainties", Den 14., Januar 2009, hosted by Suzlon Energy A/S, Contact: Vindmølleindustrien, Rosenørns Allé 9, 5. sal DK-1970, Frederiksberg C, Denmark
15. Zelen M. and Severo N.C., Chp. 26: Probability Functions, "Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables", (1964), e.d., by Milton Abramowitz and Irene A. Stegun, National Bureau of Standards.
16. Οικονόμου Γ. – Αγιακλόγλου Χ., "Τεχνική ανάλυσης διοικητικών και οικονομικών αποφάσεων", Εκδόσεις Ε. Μπένου, 1997.

17. Φουσέκης Γ., *“Εγχειρίδιο χρήσης προγράμματος ανάλυσης ανεμολογικών δεδομένων WindRose”*, Έκδοση εγχειριδίου: 6, ΚΑΠΕ, 2006.

9. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ “ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ – ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ / ΠΑΡΕΚΤΑΣΗΣ”

Στα διάφορα προβλήματα της στατιστικής εξετάζουμε συνήθως μια μεμονωμένη μεταβλητή και αρκούμαστε στην μελέτη της κατανομής συχνοτήτων, στον υπολογισμό διαφόρων μέτρων όπως η μέση τιμή, η διακύμανση κλπ. Σε αρκετές όμως περιπτώσεις είναι ενδιαφέρον να μελετήσουμε ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες μεταβλητές και να προσδιορίσουμε με ποιο τρόπο οι μεταβλητές αυτές σχετίζονται μεταξύ τους.

Οι επιδράσεις που ασκούν κάποιες μεταβλητές σε κάποιες άλλες και η ύπαρξη μιας συναρτησιακής σχέσης (εξίσωσης) μεταξύ μεταβλητών μπορεί να είναι εξαιρετικά πολύτιμη για την πρόβλεψη των τιμών μιας μεταβλητής από τις γνώσεις που διαθέτουμε για άλλες μεταβλητές όταν ισχύουν κάποιες συγκεκριμένες συνθήκες.

Ο κλάδος της στατιστικής που εξετάζει τη σχέση μεταξύ δύο ή περισσότερων μεταβλητών με απώτερο σκοπό την πρόβλεψη μιας απ’ αυτές μέσω των άλλων ονομάζεται **ανάλυση παλινδρόμησης (regression analysis)**.

Η παλινδρόμηση και η συσχέτιση είναι δύο διαδικασίες αξιολόγησης διμεταβλητών πληθυσμών. Η Παλινδρόμηση προσδιορίζει τη σχέση εξάρτησης μεταξύ δύο μεταβλητών, ενώ ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης (R) δίνει ένα μέτρο του μεγέθους της γραμμικής συσχέτισης μεταξύ δύο μεταβλητών ή το πόσο έντονη είναι η σχέση εξάρτησης μεταξύ τους. Επομένως οι δύο διαδικασίες είναι σχετικές μεταξύ τους.

Ανάλυση παλινδρόμησης:

Η ανάλυση παλινδρόμησης (regression analysis) είναι μια μέθοδος ποσοτικής εκτίμησης της σχέσης που μπορεί να υπάρχει μεταξύ μιας εξαρτημένης μεταβλητής (Y) και μιας ή περισσότερων ανεξάρτητων μεταβλητών (X). Η μεθοδολογία αυτή βασίζεται σε μαθηματικές και σε στατιστικές μεθόδους που χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό και την εκτίμηση των σχέσεων μεταξύ των μεταβλητών.

Είδη και πηγές δεδομένων:

Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση διακρίνονται **σε διαστρωματικά** (cross section) και σε **χρονοσειρές** (time series). Τα διαστρωματικά δεδομένα είναι εκείνα που αφορούν την συμπεριφορά μιας συγκεκριμένης μεταβλητής σε δεδομένη χρονική περίοδο π.χ. έτος, εβδομάδα ή μέρα. Παραδείγματα διαστρωματικών δεδομένων είναι: Η ταχύτητα του ανέμου σε ένα ή περισσότερους σταθμούς σε διάφορες γεωγραφικές περιοχές κατά την διάρκεια ενός μήνα του χρόνου.

Σε αντίθεση με τα διαστρωματικά δεδομένα, υπάρχουν δεδομένα τα οποία συλλέγονται διαχρονικά και εκφράζουν την εξέλιξη των τιμών μιας μεταβλητής κατά τη διάρκεια ίσων διαδοχικών χρονικών περιόδων (χρονοσειρά).

Η διαφορά μεταξύ των χρονοσειρών και των διαστρωματικών δεδομένων είναι το χρονικό σημείο αναφοράς τους. Με άλλα λόγια, ενώ η χρονοσειρά παρέχει πληροφόρηση για τη διαχρονική εξέλιξη των τιμών μιας μεταβλητής, τα διαστρωματικά δεδομένα δίνουν πληροφόρηση για τις μέσες τιμές μιας μεταβλητής.

Γραμμική συσχέτιση:

Με τον όρο συσχέτιση (correlation) μεταξύ δύο μεταβλητών X και Y εννοούμε την πιθανή εξάρτηση που υπάρχει μεταξύ αυτών των μεταβλητών. Για την μέτρηση της χρησιμοποιείται ο συντελεστής συσχέτισης (**correlation coefficient**) ο οποίος ονομάζεται και συντελεστής απλής γραμμικής συσχέτισης (R). Ο συντελεστής συσχέτισης δύο τυχαίων μεταβλητών μετρά το βαθμό κατά τον οποίο οι δύο μεταβλητές συμμεταβάλλονται θετικά ή αρνητικά ή μετρά **την ένταση εξάρτησης μεταξύ των δύο μεταβλητών**. Σημειώνουμε ότι ο συντελεστής αυτός δεν δίνει καμία πληροφορία για τις αιτίες που δημιουργούν τη σχέση εξάρτησης αλλά είναι ενδειξη ότι μεταξύ των μεταβλητών υπάρχει σχέση εξάρτησης.

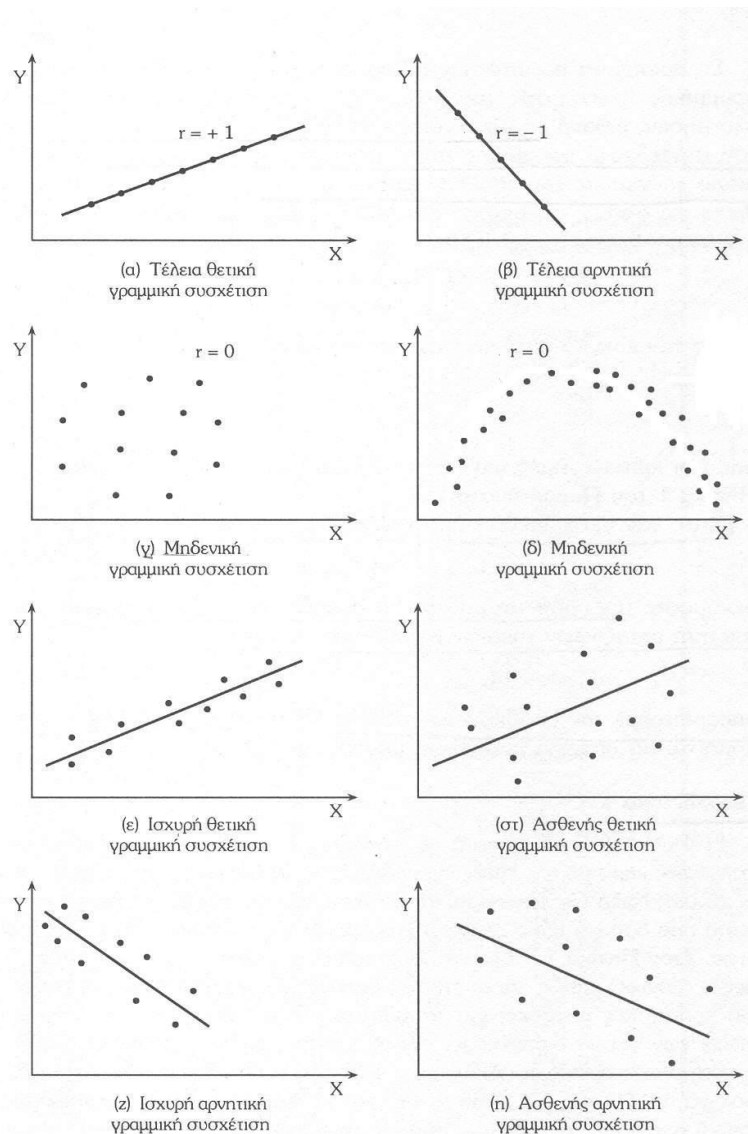
Ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης (R) του δείγματος δύο τυχαίων μεταβλητών X και Y ορίζεται ως :

$$r = \frac{n \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n \sum X^2 - (\sum X)^2} \sqrt{n \sum Y^2 - (\sum Y)^2}}, \text{ όπου } n: \text{ ο αριθμός των μετρήσεων.}$$

Για $r=+1$ υπάρχει **τέλεια θετική γραμμική συσχέτιση** μεταξύ των δύο μεταβλητών και για $r=-1$ υπάρχει **τέλεια αρνητική γραμμική συσχέτιση**.

Σημειώνουμε, ότι η μηδενική γραμμική συσχέτιση δεν αποκλείει το ενδεχόμενο οι δύο μεταβλητές να έχουν άλλης μορφής συσχέτιση (π.χ. μη γραμμική).

Για $0 < r < +1$, υπάρχει θετική γραμμική συσχέτιση η οποία είναι ισχυρή όταν το r πλησιάζει το $+1$ και ασθενής τον το r πλησιάζει το μηδέν. Για $-1 < r < 0$ υπάρχει αρνητική γραμμική συσχέτιση, η οποία είναι ισχυρή όταν ο συντελεστής συσχέτισης πλησιάζει το -1 και ασθενής όταν πλησιάζει το 0 .



Εικόνα 9.1: Είδη διασποράς δεδομένων και ευθείας γραμμικής συσχέτισης

Γραμμική συσχέτιση με ολίσθηση:

Η γραμμική συσχέτιση προϋποθέτει ότι οι μεταβλητές X και Y δεν έχουν κάποια διαφορά φάσης (χρονική ή άλλη). Οι διακυμάνσεις της ταχύτητας και της διεύθυνσης του ανέμου που καταγράφονται από δύο γειτονικούς σταθμούς δεν μπορεί να είναι απολύτως ταυτόχρονες λόγω της μεταξύ των σταθμών απόστασης. Μετατοπίζοντας χρονικά την μία χρονοσειρά ως προς την άλλη κατά μια αρχική τιμή (~2 ώρες) υπολογίζεται ο συντελεστής ολίσθησης για την νέα υπο-χρονοσειρά. Επαναλαμβάνοντας την διαδικασία και μειώνοντας κάθε φορά την χρονική αυτή καθυστέρηση κατά 10 λεπτά προκύπτει ο τελικός συντελεστής ολίσθησης.

Απλή Γραμμική Παλινδρόμηση:

Η Απλή Γραμμική Συσχέτιση μεταξύ δύο τυχαίων μεταβλητών X και Y προσδιορίζει τη γραμμική εξάρτησή τους χωρίς να καθορίζει τη σχέση αιτιότητάς τους. Η **Απλή Γραμμική Παλινδρόμηση (Simple Linear Regression)** που προσδιορίζει ποσοτικά τη συγκεκριμένη γραμμική σχέση μεταξύ της **εξαρτημένης μεταβλητής Y** και της **ανεξάρτητης μεταβλητής X** .

Η μαθηματική έκφραση της Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης είναι:

$$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$$

,όπου α είναι ο **σταθερός όρος**,

β η **κλίση της ευθείας** (συντελεστής διεύθυνσης ευθείας)

και ε είναι το **τυχαίο σφάλμα** της παλινδρόμησης.

Σύμφωνα με την παραπάνω εξίσωση οι τιμές της μεταβλητής Y προσδιορίζονται από ένα συστηματικό μέρος το " $\alpha + \beta X$ " και από ένα τυχαίο το " ε ", το οποίο περιλαμβάνει όλους τους άλλους παράγοντες που δεν λαμβάνονται υπόψη στην παραπάνω εξίσωση όπως υπολογιστικά σφάλματα κ.α.

Η εξίσωση της Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης εκφράζει την ευθεία γραμμή για την οποία ελαχιστοποιείται το άθροισμα των τετραγώνων των καταλοίπων για όλα τα ζεύγη παρατηρήσεων των μεταβλητών X και Y . Τα κατάλοιπα ορίζονται ως η διαφορά μεταξύ των πραγματικών και των εκτιμημένων τιμών της εξαρτημένης μεταβλητής Y . Η μέθοδος που χρησιμοποιείται για τη εκτίμηση των συντελεστών α και β είναι η **μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων (Ordinary Least Squares method)**.

Οι τιμές των παραμέτρων α και β , που πρέπει να ελαχιστοποιούν το άθροισμα των τετραγώνων των κατακόρυφων αποστάσεων των σημείων x_i, y_i από την ευθεία $y = \alpha + \beta x$ και να ελαχιστοποιούν το σφάλμα ε . Συνεπώς:
$$MIN \left(\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum (y_i - \alpha - \beta x_i)^2 \right).$$

Οι τιμές αυτές που ελαχιστοποιούν την παραπάνω εξίσωση, καλούνται εκτιμήτριες ελαχίστων τετραγώνων, συμβολίζονται με \bar{a} και \bar{b} και δίνονται από τις σχέσεις:

$$\left(\begin{array}{l} \vec{\beta} = \frac{n \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n \sum X^2 - (\sum X)^2} \\ \vec{\alpha} = \bar{Y} - \vec{\beta} \bar{X} \end{array} \right)$$

,όπου n ο αριθμός των μετρήσεων,

$\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$: οι εκτιμημένες τιμές των α και β αντίστοιχα,

\bar{X} και \bar{Y} : οι μέσοι όροι των μεταβλητών X και Y αντίστοιχα,

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}, \quad \bar{Y} = \frac{\sum Y}{n},$$

$\vec{Y} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}X$: **ευθεία ελαχίστων τετραγώνων** ή ευθεία παλινδρόμησης.

$\vec{\varepsilon} = Y - \vec{Y}$: Κατάλοιπα της παλινδρόμησης.

\vec{Y} : Η εκτιμώμενη τιμή της μεταβλητής Y βάση της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων.

Y : Η πραγματική τιμή της μεταβλητής

Όταν $R \rightarrow +1$ τα σημεία του διαγράμματος διασποράς τείνουν σε ευθεία με συντελεστή διεύθυνσης $\vec{\beta} > 0$.

Όταν $R \rightarrow -1$ του διαγράμματος διασποράς τείνουν σε ευθεία με συντελεστή διεύθυνσης $\vec{\beta} < 0$.

Όταν $r \approx 0$, τότε $\beta \approx 0$.

Συντελεστής προσδιορισμού R^2 :

Το κριτήριο για την αξιολόγηση της ερμηνευτικής ικανότητας του εκτιμημένου γραμμικού υποδείγματος είναι ο **συντελεστής προσδιορισμού R^2** (coefficient of determination). Ο συντελεστής R^2 δείχνει το βαθμό με τον οποίο η εκτιμημένη γραμμή παλινδρόμησης, με βάση τις τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής X , ερμηνεύει ικανοποιητικά τις τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής Y για το συγκεκριμένο δείγμα.

Το R^2 προκύπτει από την ανάλυση παλινδρόμησης με την ακόλουθη διαδικασία:

$$Y = \bar{Y} + \bar{\varepsilon}$$

$$(Y - \bar{Y}) = (\bar{Y} - \bar{Y}) + \bar{\varepsilon}$$

Η διάφορα των τιμών της εξαρτημένης μεταβλητής από το μέσο της $(Y - \bar{Y})$, είναι ίση με τη διαφορά των εκτιμημένων τιμών της Y από το μέσο της $\bar{Y} - \bar{Y}$ συν τα κατάλοιπα ε , ο μέσος των οποίων είναι ίσος με μηδέν. Από την παραπάνω εξίσωση προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση των αθροισμάτων των τετραγώνων:

$$\sum (Y - \bar{Y})^2 = \sum (\bar{Y} - \bar{Y})^2 + \sum \bar{\varepsilon}^2$$

ή,

$$SST = SSR + SSE$$

Το συνολικό άθροισμα των τετραγώνων **SST** (Sum of Squares Total) εκφράζει τη συνολική διακύμανση της εξαρτημένης μεταβλητής Y από το μέσο της. Το άθροισμα των τετραγώνων της παλινδρόμησης **SSR** (Sum of Squares from Regression) μετράει τη διακύμανση της εξαρτημένης μεταβλητής Y από το μέσο της, όπως αυτή ερμηνεύεται μέσα από τη γραμμή παλινδρόμησης. Τέλος, το άθροισμα **SSE** των τετραγώνων των καταλοίπων **SSE** (Sum of Squares of Errors) εκφράζει τη διακύμανση της εξαρτημένης μεταβλητής Y , η οποία δεν ερμηνεύεται μέσα από τη γραμμή της παλινδρόμησης.

Ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 σε όρους διακύμανσης της εξαρτημένης μεταβλητής ορίζεται ως:

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST}$$

και φανερώνει την αναλογία της διακύμανσης της εξαρτημένης μεταβλητής που ερμηνεύεται από την εκτιμηθείσα γραμμή παλινδρόμησης. Το R^2 λαμβάνει τιμές μεταξύ 0 και 1 ($0 \leq R^2 \leq 1$).

Για $R^2 = 1$, υπάρχει πλήρης γραμμική σχέση ανάμεσα στις τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής. Αυτό σημαίνει, ότι όλα τα ζεύγη τιμών των μεταβλητών X και Y βρίσκονται επάνω στην εκτιμηθείσα γραμμή παλινδρόμησης.

Αντίθετα, όταν $R^2 = 0$ δεν υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ των μεταβλητών X και Y . Επομένως, όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του R^2 , τόσο καλύτερα ερμηνεύεται η μεταβλητότητα της εξαρτημένης μεταβλητής Y από τις τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής X για την εκτιμηθείσα γραμμή παλινδρόμησης. Το $1-R^2$ εκφράζει τη μεταβλητότητα της εξαρτημένης μεταβλητή που δεν ερμηνεύεται από την γραμμή παλινδρόμησης και που μπορεί να οφείλεται σε άλλους παράγοντες, που δε λαμβάνονται υπόψη στο χρησιμοποιούμενο γραμμικό υπόδειγμα. Ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 μετράει την ερμηνευτική ικανότητα του υποδείγματος και θεωρείται το πιο αντικειμενικό κριτήριο αξιολόγησης της ερμηνευτικής ικανότητας της γραμμής παλινδρόμησης.

Για την περίπτωση της απλής γραμμικής παλινδρόμησης, η τετραγωνική ρίζα του συντελεστή προσδιορισμού της παλινδρόμησης R^2 είναι ίση με το γραμμικό συντελεστή συσχέτισης R των δύο μεταβλητών X και Y .

10. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: ΘΕΩΡΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

Η **θεωρία πιθανοτήτων και αβεβαιότητας** είναι ο κλάδος των μαθηματικών ο οποίος ασχολείται με την ανάλυση τυχαίων φαινομένων. Κεντρικό ρόλο στη θεωρία πιθανοτήτων παίζει η έννοια της **πιθανότητας**, ενώ σημαντικές είναι οι τυχαίες μεταβλητές, οι συναρτήσεις κατανομής $F_X(x) = P(X \leq x)$, οι στοχαστικές διαδικασίες και τα γεγονότα: μαθηματικές αφαιρέσεις μη ντετερμινιστικών συμβάντων τα οποία είτε συμβαίνουν μία φορά είτε εξελίσσονται με το πέρασμα του χρόνου. Αν και τα γεγονότα που μελετώνται από τη θεωρία πιθανοτήτων, όπως π.χ. η ρίψη ενός ζαριού ή το στρίψιμο ενός κέρματος, είναι τυχαία, όταν επαναλαμβάνονται πολλές φορές η αλληλουχία των τυχαίων γεγονότων παρουσιάζει ορισμένα στατιστικά μοτίβα τα οποία μπορούν να μελετηθούν και να προβλεφθούν.

Ως μαθηματικό θεμέλιο της στατιστικής, η θεωρία πιθανοτήτων είναι απαραίτητη σε πολλές δραστηριότητες που περιλαμβάνουν ανάλυση μεγάλων συνόλων δεδομένων.

Κλασική πιθανότητα: Η έννοια της πιθανότητας ορίστηκε αρχικά, για να περιγράψει το αποτέλεσμα ενός πειράματος τύχης, όπως π.χ. η ρίψη ενός ζαριού ή νομίσματος. Οι πιθανότητες είναι αριθμοί οι οποίοι ανατίθενται σε γεγονότα που μπορεί να συμβούν ή όχι με κάποιον τυχαίο τρόπο. Με τον συνήθη συμβολισμό, οι πιθανότητες $P(E)$ ανατίθενται στα γεγονότα E . Οι πιθανότητες είναι κανονικοποιημένες και παίρνουν πραγματικές τιμές στο διάστημα από 0 μέχρι 1.

Ισχύουν οι κάτωθι ορισμοί:

- **Απλό ενδεχόμενο** ονομάζεται ένα δυνατό αποτέλεσμα ενός πειράματος τύχης και συνήθως συμβολίζεται με " ω ".
- **Δειγματοχώρος** Ω είναι το **σύνολο** όλων των απλών ενδεχομένων. Για ένα απλό ενδεχόμενο ω ισχύει $\omega \in \Omega$.
- **Γεγονός** A είναι ένα σύνολο δυνατών αποτελεσμάτων. Ένα γεγονός έχει ως στοιχεία απλά ενδεχόμενα και είναι **υποσύνολο** του Ω , $A \subset \Omega$. Το Ω είναι το ίδιο ένα γεγονός και ονομάζεται **βέβαιο γεγονός**.

Μέτρο πιθανότητας: Η αξιωματική θεμελίωση των πιθανοτήτων προήλθε από τον Ρώσο μαθηματικό Αντρέι Κολμογκόροβ (Andrey Kolmogorov).

Έστω ένα σύνολο Ω και μία σ -άλγεβρα του \mathcal{F} . Πιθανότητα P ονομάζεται η συνάρτηση $P : \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}$ που ικανοποιεί:

$$P(A) \geq 0, \forall A \in \mathcal{F}$$

$$P(\Omega) = 1$$

$$P(\cup_{i \in I} A_i) = \sum_{i \in I} P(A_i) \quad \forall \{A_i\}_{i \in I} \subset \mathcal{F}, I \subset \mathbb{N} : A_i \cap A_j = \emptyset \quad \forall i \neq j$$

Η πιθανότητα είναι ένα μέτρο στον (Ω, \mathcal{F}) με την ιδιότητα $P(\Omega) = 1$.

Αν στην πιθανότητα P αντιστοιχεί μία συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας f , τότε η πιθανότητα του A υπολογίζεται ως:

$$P(A) = \int_A f(x) dx$$

Ισχύουν οι κάτωθι ιδιότητες:

$$P(\Omega \setminus A) = 1 - P(A)$$

$$P(\emptyset) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Δεσμευμένη πιθανότητα: Η πιθανότητα ότι ένα γεγονός E συμβαίνει με δεδομένο ότι έχει συμβεί ένα γεγονός F είναι η δεσμευμένη πιθανότητα του E με δεδομένο το F η οποία ορίζεται, μόνο αν το F δεν είναι αδύνατο γεγονός ($P(F) > 0$), ως:

$$P(E|F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)} .$$

Αν η δεσμευμένη πιθανότητα του E με δεδομένο το F είναι ίδια με τη ("αδέσμευτη") πιθανότητα του E , τότε τα E και F είναι ανεξάρτητα γεγονότα και ισχύει:

$$P(E \cap F) = P(E) \cdot P(F).$$

Η δεσμευμένη πιθανότητα $P(\cdot|F) =: Q(\cdot)$ ορίζει ένα μέτρο πιθανότητας στον (F, \mathcal{F}_F) , όπου $\mathcal{F}_F = \cup_{A \in \mathcal{F}} (A \cap F)$, αφού ικανοποιεί τα αξιώματα του ορισμού.

Με τον όρο **Αβεβαιότητα (Uncertainty)** καθορίζεται το εύρος τιμών γύρω από την υπολογισμένη τιμή με μια συγκεκριμένη πιθανότητα (επίπεδο εμπιστοσύνης).

Για τον υπολογισμό της αβεβαιότητας λαμβάνονται υπόψη όλες οι επί μέρους αβεβαιότητες των προτύπων και των μεθόδων που χρησιμοποιούνται, οι οποίες και αθροίζονται σε μία ενιαία τιμή που ονομάζεται συνολική αβεβαιότητα της μέτρησης ή του υπολογισμού.

Μέση τιμή μίας τυχαίας μεταβλητής X συμβολίζεται συνήθως με $E(X)$, μ_X ή μ , ορίζεται ως το ολοκλήρωμα Lebesgue ως προς το μέτρο πιθανότητας. Έστω ο χώρος πιθανότητας (Ω, \mathcal{F}, P) και ο μετρήσιμος χώρος $(\bar{\mathbb{R}}, \mathcal{B})$, όπου $\bar{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$ και \mathcal{B} η Borel σ -άλγεβρα. Αν η X είναι P -ολοκληρώσιμη, τότε η μέση τιμή ορίζεται ως

$$E(X) = \int_{\Omega} X dP = \int_{\Omega} X(\omega) P(d\omega).$$

Απαριθμητές τυχαίες μεταβλητές: Έστω X μία απαριθμήτη ολοκληρώσιμη τυχαία μεταβλητή που παίρνει τις τιμές $x_i, i \in N, N \subset \mathbb{N}$ με αντίστοιχες πιθανότητες $p_i = P(X = x_i)$. Η μέση της τιμή είναι:

$$E(X) = \sum_{i \in N} x_i p_i.$$

Η ολοκληρωσιμότητα σε αυτήν την περίπτωση ελέγχεται ως εξής:

$$\sum_{i \in N} |x_i| p_i < \infty.$$

Συνεχείς τυχαίες μεταβλητές: Έστω X μία τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x)$ η μέση της τιμή είναι:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$$

Η διακύμανση ή διασπορά μίας τυχαίας μεταβλητής X συμβολίζεται συνήθως με $Var[X]$ και δηλώνει πόσο συγκεντρωμένες γύρω από τη μέση τιμή είναι οι τιμές της τυχαίας μεταβλητής.

Ορισμός: Έστω μία τυχαία μεταβλητή X με μέση τιμή $\mu = E[X]$ και συνάρτηση κατανομής F . Η διακύμανση ορίζεται ως:

$$Var[X] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 dF(x) = E[(X - \mu)^2],$$

όταν το ολοκλήρωμα συγκλίνει.

Η θετική τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης ονομάζεται **τυπική απόκλιση**, συμβολίζεται με “ σ ” και χαρακτηρίζει την αβεβαιότητα του μεγέθους.

Απαριθμητές τυχαίες μεταβλητές: Έστω X μία απαριθμήτη τυχαία μεταβλητή που παίρνει τις τιμές $x_i, i \in N, N \subset \mathbb{N}$ με αντίστοιχες πιθανότητες $p_i = P(X = x_i)$. Η διακύμανσή της είναι:

$$Var(X) = \sum_{i \in N} (x_i - \mu)^2 p_i.$$

Συνεχείς τυχαίες μεταβλητές: Έστω X μία συνεχής τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x)$ η διακύμανσή της είναι:

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x)dx$$

Ιδιότητες:

- $Var[X] = E[X^2] - (E[X])^2$
- $Var[aX + b] = a^2 Var[X]$
- $Var[aX + bY] = a^2 Var[X] + b^2 Var[Y] + ab Cov[X, Y]$

όπου X, Y τυχαίες μεταβλητές, $a, b \in \mathbb{R}$ και Cov η συνδιασπορά.

Εκτίμηση διακύμανσης: Έστω ένα τυχαίο δείγμα $x = (x_1, \dots, x_n)$. Όταν η μέση τιμή “ μ ” του πληθυσμού είναι γνωστή, τότε η εκτιμήτρια

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

είναι αμερόληπτη εκτιμήτρια της διακύμανσης.

Όταν η μέση τιμή είναι άγνωστη, τότε η αμερόληπτη εκτιμήτρια της διακύμανσης είναι

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Η συνολική αβεβαιότητα σ_T αναφέρεται και αυτή στο ίδιο διάστημα εμπιστοσύνης όπως και οι επί μέρους και για ανεξάρτητες μεταβλητές προσδιορίζεται από την εξίσωση:

$$\sigma_T^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2.$$

Συνήθεις κατανομές: Οι συνήθεις κατανομές πυκνότητας – πιθανότητας διαχωρίζονται σε **Διακριτές** και **Συνεχείς κατανομές**:

Διακριτές κατανομές:

Κατανομή	Συνάρτηση Πιθανότητας	Παράμετροι	Μέση Τιμή	Διακύμανση
Bernoulli:	$p(1-p)$	$p \in (0, 1)$	p	$p(1-p)$
Διωνυμική:	$\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$	$p \in (0, 1), n \in \mathbb{N}$	np	$np(1-p)$
Γεωμετρική:	$p(1-p)^{n-1}$	$p \in (0, 1)$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$
Υπεργεωμετρική:	$\frac{\binom{K}{k} \binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$	$n, N, K \in \mathbb{N}, n, K \leq N$	$\frac{nK}{N}$	$\frac{nK(N-K)(N-n)}{N^2(N-1)}$

Πίνακας 10.1: Συνήθεις Διακριτές Κατανομές.

Συνεχείς κατανομές:

Κατανομή	Συνάρτηση Πιθανότητας	Παράμετροι	Μέση Τιμή	Διακύμανση
Ομοιόμορφη:	$\frac{1}{b-a} I_{[a,b]}(x)$	$a, b \in \mathbb{R}, a < b$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
Κανονική:	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$\mu \in \mathbb{R}, \sigma \in \mathbb{R}_+^*$	μ	σ^2
Εκθετική:	$\lambda e^{-\lambda x}$	$\lambda > 0$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
Γάμμα:	$\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}$	$\alpha, \beta > 0$	$\frac{\alpha}{\beta}$	$\frac{\alpha}{\beta^2}$
Βήτα:	$\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} I_{(0,1)}(x)$	$\alpha, \beta > 0$	$\frac{\alpha}{\alpha+\beta}$	$\frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}$
Cauchy:	$\left(\pi\beta \left(1 + \left(\frac{x-a}{\beta} \right)^2 \right) \right)^{-1}$	$\alpha \in \mathbb{R}, \beta > 0$	(δεν υπάρχει)	(δεν υπάρχει)
Weibull:	$\frac{c}{\alpha} x^{c-1} e^{-\frac{x^c}{\alpha}}$	$\alpha, c > 0$	$\alpha^{\frac{1}{c}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)$	$\alpha^{\frac{2}{c}} \left(\Gamma\left(1 + \frac{2}{c}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)^2 \right)$

Πίνακας 10.2: Συνήθεις Συνεχείς Κατανομές.