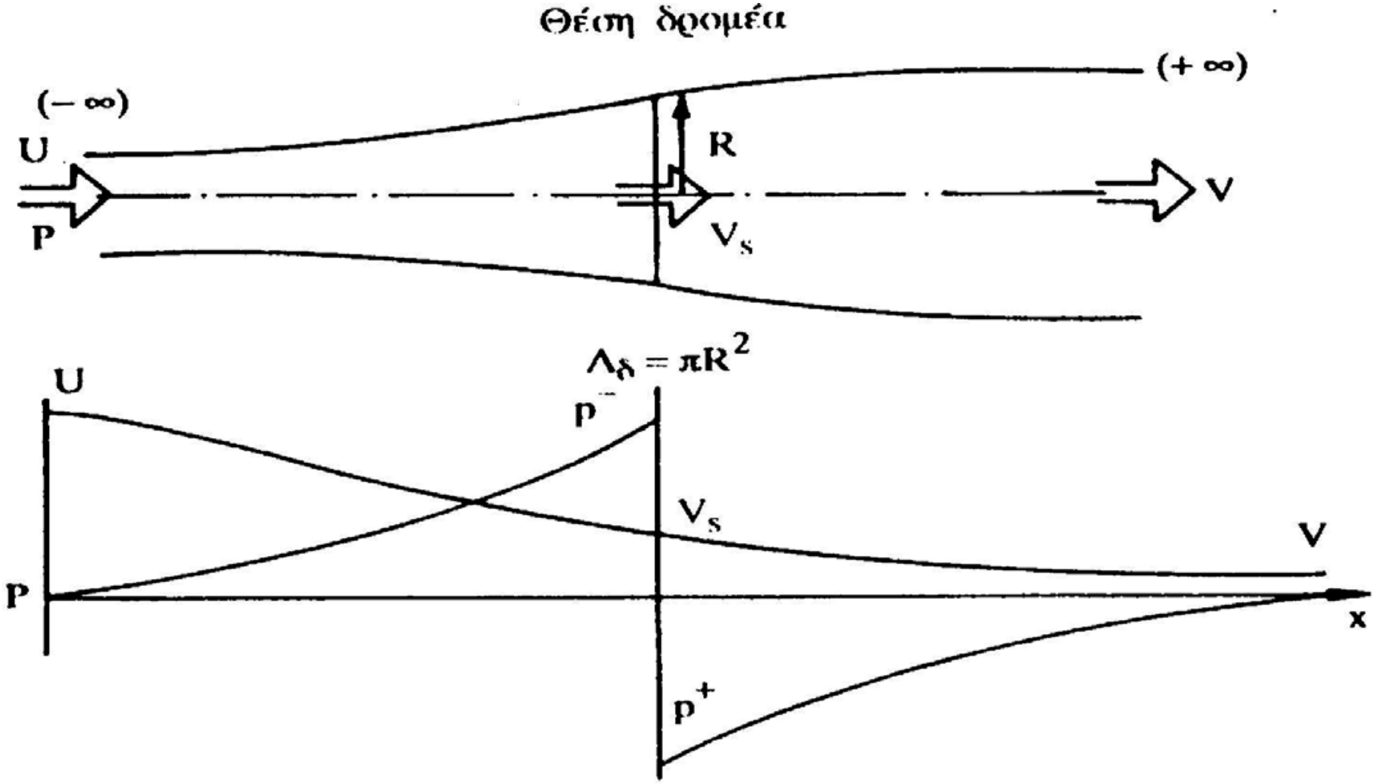
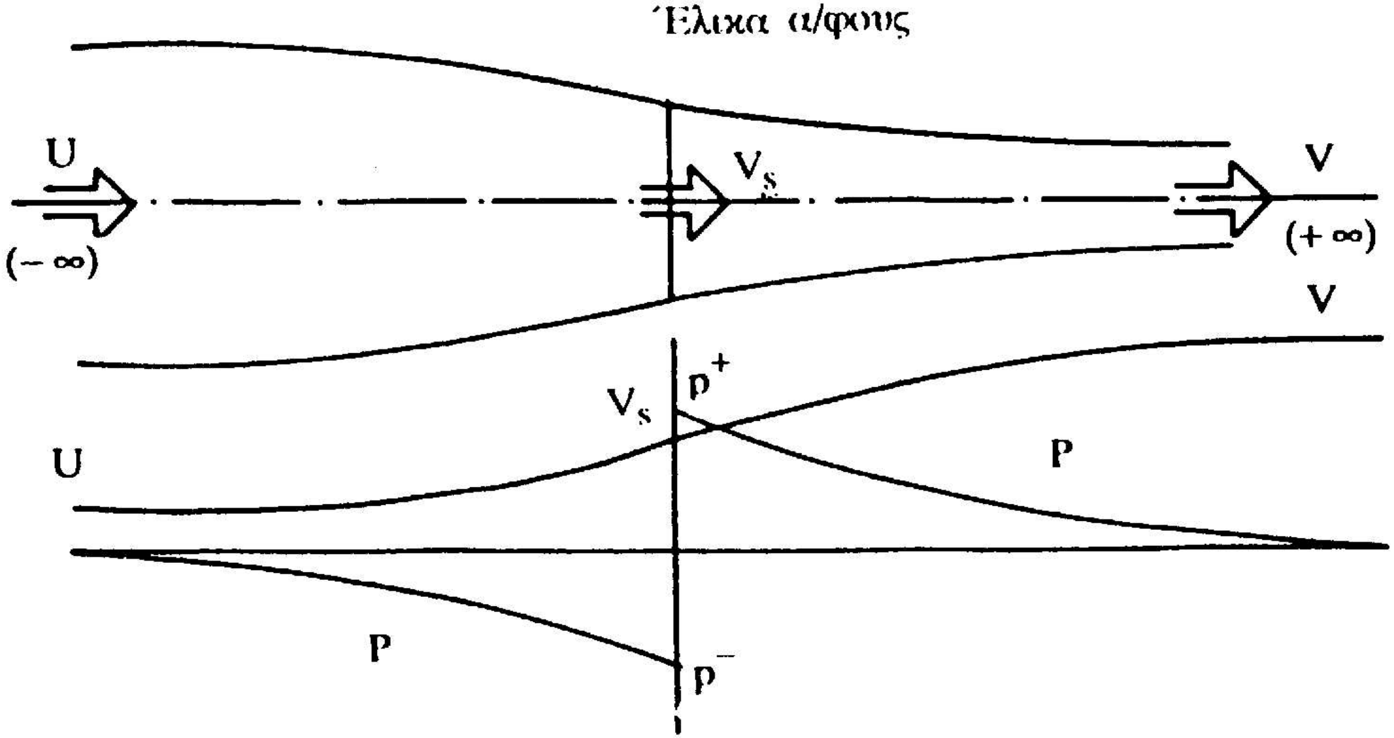
I. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΠΤΕΡΥΓΩΣΕΩΝ

I.1. ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ ΔΙΣΚΟΥ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ (RANKINE – FROUDE)



Σχήμα I.1.α. : *Ροϊκός σωλήνας δρομέα ανεμοκινητήρα*



Σχήμα Ι.1.β. : *Ροϊκός σωλήνας έλικας αεροσκάφους*

Για τη μελέτη του αεροδυναμικού πεδίου γύρω από το δίσκο θα εφαρμοστούν οι γνωστοί νόμοι της Μηχανικής των Ρευστών και πιο συγκεκριμένα:

- Η εξίσωση διατήρησης της μάζας
- Η εξίσωση διατήρησης της ορμής
- Ενεργειακός ισολογισμός

Σε πρώτη προσέγγιση επίλυσης του προβλήματος γίνονται οι ακόλουθες παραδοχές:

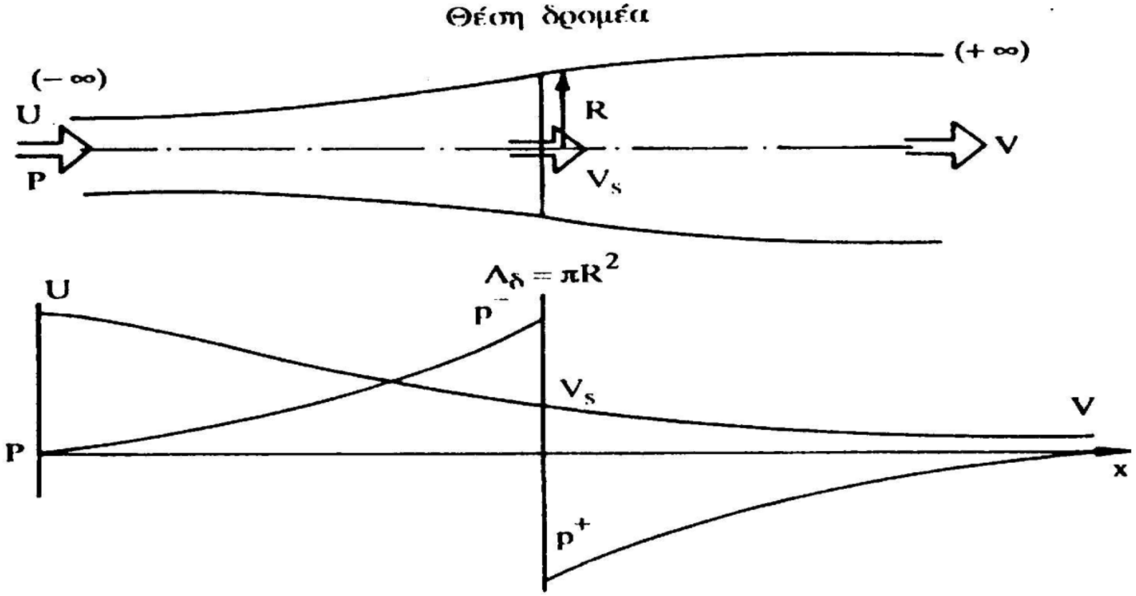
1. Η εναλλαγή ενέργειας μεταξύ ρευστού και δίσκου γίνεται χωρίς απώλειες.
2. Ομοιόμορφη κατανομή της ταχύτητας στο δίσκο
3. Η φόρτιση (διαφορά πίεσης πριν και μετά) πάνω σε ολόκληρο το δίσκο είναι σταθερή.
4. Ο δίσκος δεν περιστρέφει τη φλέβα της ροής. Η παραδοχή αυτή πρακτικά μπορεί να επιτευχθεί με την ύπαρξη δύο αντίθετα στρεφόμενων δρομέων ενώ οι παραδοχές 2 & 3 απαιτούν άπειρο αριθμό και πτερύγια κατάλληλης σχεδίασης.

<u>(α) ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΜΑΖΑΣ</u>

Η μάζα του ρέει μέσα στο ροϊκό σωλήνα, διατηρείται σταθερή και ίση με:

$$\dot{m} = \rho \cdot \mathrm{A}_\delta \cdot V_s = \rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot V_s$$

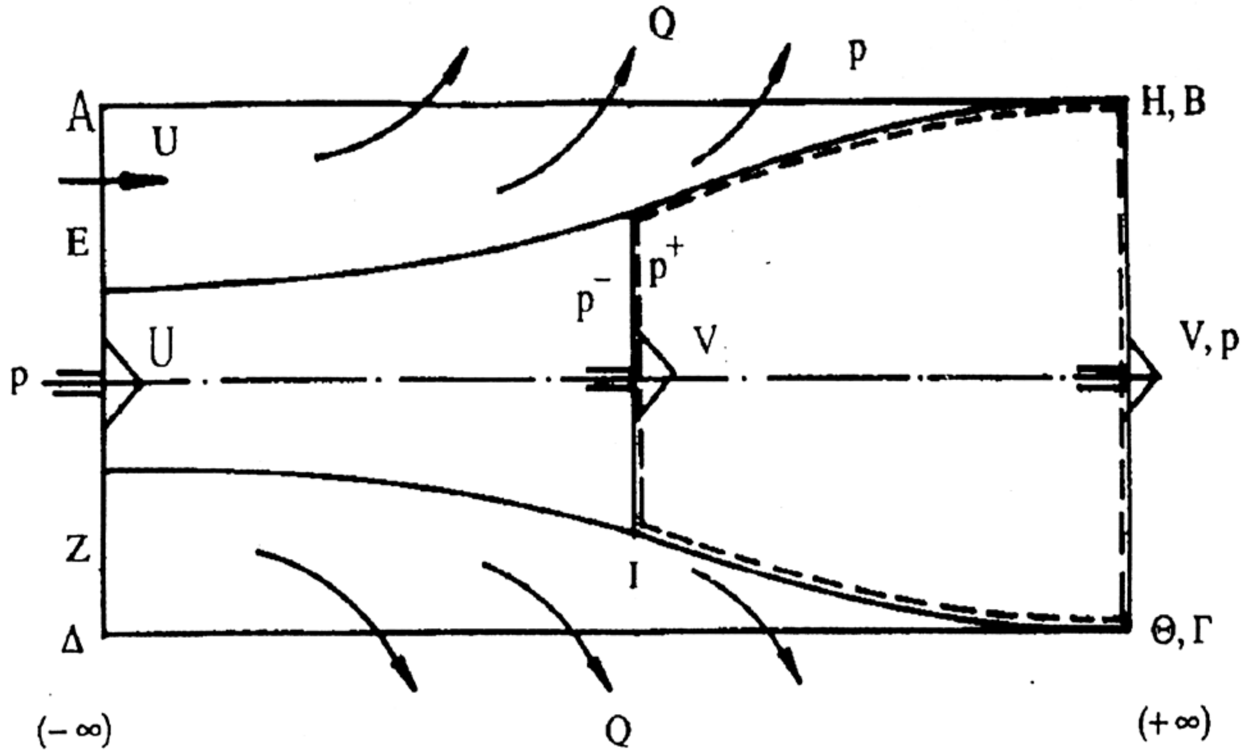
$$U \cdot A_{-\infty} = V_s \cdot \mathrm{A}_\delta = V \cdot A_{+\infty}$$



Σχήμα 4.1α: Ροϊκός σωλήνας δρομέα Α/Κ.

(β) ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Το θεώρημα διατήρησης της ορμής θα εφαρμοστεί στον κυλινδρικό όγκο ΑΒΓΔ. (Σχήμα Ι.2.1), ο οποίος περιβάλλει το ροϊκό σωλήνα ΕΖΗΘ. Η παράπλευρη επιφάνεια του κυλίνδρου (ΑΒ-ΓΔ) τοποθετείται πολύ μακριά από το δίσκο ώστε εκεί η στατική πίεση του ρευστού να είναι ίση με την πίεση του περιβάλλοντος, δηλαδή την ατμοσφαιρική.



Σχήμα Ι.2.1. : *Επιφάνεια ελέγχου*

Η παροχή Q διαμέσου της παράπλευρης επιφάνειας του κυλινδρικού όγκου ισολογισμού είναι:

$$Q = \rho \cdot A_{\infty} \cdot U - \rho \cdot \mathrm{A}_{\delta} \cdot V_s$$

Το ρευστό εισέρχεται στον όγκο ισολογισμού με αξονική ταχύτητα ίση με U.

Εφαρμόζοντας το θεώρημα διατήρησης της ορμής, δηλαδή ότι η ώση ισούται με την εν θέσει μεταβολή της ροής της ορμής, προκύπτει ότι:

$$T = \rho \cdot U^2 \cdot A_{\infty} - \rho \cdot \mathrm{A}_{\delta} \cdot V_s \cdot V - Q \cdot U$$

ή αλλιώς

$$T = \rho \cdot \mathrm{A}_{\delta} \cdot V_s \cdot (U - V)$$

(γ) ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΟΣ ΙΣΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

$$p + \frac{\rho}{2}.U^2 = p^- + \frac{\rho}{2}.V_s^2$$

$$p + \frac{\rho}{2}.V^2 = p^+ + \frac{\rho}{2}.V_s^2$$

Αφαιρώντας τις δύο αυτές σχέσεις κατά μέλη προκύπτει:

$$p^- - p^+ = \frac{\rho}{2}.\left(U^2 - V^2\right)$$

$$T = \rho \cdot A_\delta \cdot V_s \cdot \left(U - V\right)$$

$$\frac{T}{A_\delta} = \rho \cdot V_s \cdot (U - V)$$

$$\frac{T}{A_\delta} = \Delta p = p^- - p^+$$

οπότε προκύπτει

$$\rho.V_s.(U-V)=\frac{\rho}{2}.(U^2-V^2)$$

δηλαδή

$$V_s=\frac{1}{2}.(U+V)$$

Έχει επικρατήσει η εισαγωγή του συντελεστή αξονικής επαγωγής ή αλληλεπίδρασης a (axial interference factor), της ταχύτητας του ανέμου, ως εξής:

$$a=\frac{(U-V_s)}{U}$$

Ο συντελεστής αξονικής επαγωγής (θετική ποσότητα) εκφράζει την ποσοστιαία επιβράδυνση του αέρα πάνω στο δίσκο. Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι:

$$V_s=U\cdot(1-a)$$

$$V=U\cdot(1-2\alpha)$$

$$P = T \cdot V_s$$

<u>ΟΡΙΟ ΤΟΥ BETZ</u>

Οι προηγούμενες σχέσεις για την ισχύ του δρομέα και την ώση μπορούν, μετά την εισαγωγή του συντελεστή αξονικής επαγωγής να γραφούν ως εξής:

$$P = 2.\rho.A_\delta.U^3.a \cdot (1-a)^2$$

$$T = 2.\rho.A_\delta.U^2.a \cdot (1-a)$$

Ορίζονται συντελεστές ισχύος και ώσης του δρομέα:

$$C_p = \frac{P}{\left(\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot U^3 . A_\delta\right)}$$

$$C_T = \frac{T}{\left(\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot U^3 . A_\delta\right)}$$

Η πρώτη σχέση υποδηλώνει το ποσοστό της ενέργειας που έχει ο άνεμος που πλησιάζει το δίσκο (λίγο πριν από το δίσκο) και που μετατρέπεται σε ισχύ πάνω στο δρομέα ($1/2\cdot\left(\cdot\,\rho\cdot A\cdot V_0^3\right)$ είναι η ισχύς που έχει ο άνεμος ταχύτητας V_s που περνάει από επιφάνεια A_δ) ενώ η δεύτερη σχέση εκφράζει το συντελεστή αντίστασης που παρουσιάζει ο δρομέας στη ροή (μέγεθος χρήσιμο για τον υπολογισμό της δύναμης ανατροπής του πύργου στήριξης του ανεμοκινητήρα). Με εκτέλεση πράξεων προκύπτει:

$$C_p = 4a\cdot\left(1-a\right)^2$$

$$C_T = 4a\cdot\left(1-a\right)$$

$$\alpha = \frac{1}{3} \qquad \left(\frac{dC_p}{d\alpha} = 0 \right)$$

$$C_{p\max} = \frac{16}{27} \cong 59\%$$

$$V_s = (2/3) \cdot U$$

$$V = (1/3) \cdot U$$