Πολυκύλινδρος κινητήρας

Έχοντας ένα πολυκύλινδρο κινητήρα με αριθμό κυλίνδρων z και Θεωρώντας ότι όλοι λειτουργούν με όμοιο τρόπο (πράγμα πρακτικά αδύνατο), οι αρμονικές συνιστώσες του διαγράμματος της δύναμης T θα έχουν συχνότητες:

- *nz, 2nz, 3nz, …. για δίχρονο κινητήρα*
- *nz/2, nz, 3nz/2, … για τετράχρονο κινητήρα*

η στρεπτική δύναμη με γωνιακή ταχύτητα ω=2πn είναι:

$$T_z = \sum_{\xi=0}^{z-1} \{\bar{T} + \sum_{\substack{\lambda=0,5 \\ \text{ή } \lambda=1}}^{\infty} \{\left(\Delta T^{\lambda}\right)_A \cos\left[\lambda\omega\left(t + \xi\frac{\tau}{z}\right)\right] + \left(\Delta T^{\lambda}\right)_B \sin\left[\lambda\omega(t + \xi\frac{\tau}{z})\right]\}\}$$

$$= z\bar{T} + \sum_{\substack{\lambda=0,5 \\ \text{ή } \lambda=1}}^{\infty} \{\left(\Delta T^{\lambda}\right)_A \sum_{\xi=0}^{z-1} \cos\left[\lambda\omega\left(t + \xi\frac{\tau}{z}\right)\right] + \left(\Delta T^{\lambda}\right)_B \sum_{\xi=0}^{z-1} \sin\ \left[\lambda\omega(t + \xi\frac{\tau}{z})\right]\}$$

Όπου τ/z είναι η χρονική απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών αναφλέξεων οπότε έχουμε:

Περίοδο τ=1/n για δίχρονους κινητήρες και

τ=2/n για τετράχρονους κινητήρες.

Από την τριγωνομετρία είναι γνωστό ότι (για Κ ακέραιο):

Όταν $\lambda\omega\frac{\tau}{z} \neq 2\pi K$ *προκύπτει ότι:*

$$\sum_{\xi}^{z-1} \cos\left[\lambda\omega\left(t + \xi\frac{\tau}{z}\right)\right] = 0 \ \ \kappa\alpha\iota$$

$$\sum_{\xi}^{z-1} sin\left[\lambda\omega\left(t + \xi\frac{\tau}{z}\right)\right] = 0$$

Επίσης όταν $\lambda\omega\frac{\tau}{z} = 2\pi K$ προκύπτει ότι:

$$\sum_{\xi}^{z-1}\cos\left[\lambda\omega\left(t+\xi\frac{\tau}{z}\right)\right] = zcos(\lambda\omega t)και$$

$$\sum_{\xi}^{z-1}sin\left[\lambda\omega\left(t+\xi\frac{\tau}{z}\right)\right] = zsin(\lambda\omega t)$$

Από τα παραπάνω βγαίνει το συμπέρασμα ότι υπάρχουν μόνο οι τάξεις λ_κ για τις οποίες ισχύει η σχέση $\lambda_\kappa\omega\tau/z=2K\pi$. Δηλαδή:

$$\lambda_K = \frac{z2K\pi}{\omega\tau} = \frac{z2K\pi}{2\pi n\tau} = Kz\frac{1}{n\tau}$$

Δηλαδή:

$$\lambda_K = Kz\ για\ δίχρονο\ κινητήρα$$

$$\lambda_K = \frac{Kz}{2}\ για\ τετράχρονο\ κινητήρα$$

Έτσι λοιπόν η σχέση της στρεπτικής δύναμης για πολυκύλινδρο κινητήρα γίνεται:

$$T_z = z\bar{T} + \sum_{K=0}^{\infty}\left[z\left(\Delta T^{\lambda_K}\right)_A\cos(\lambda_K\omega t) + z\left(\Delta T^{\lambda_K}\right)_B sin(\lambda_K\omega t)\right]$$

Οι τάξεις λ_K που αναγράφονται παραπάνω για δίχρονο και τετράχρονο κινητήρα λέγονται «κύριες Τάξεις» του πολυκύλινδρου κινητήρα. Οι υπόλοιπες λέγονται δευτερεύουσες.

Από την ανάλυση που προηγήθηκε βγαίνει το συμπέρασμα ότι η T_z είναι περιοδική συνάρτηση με βασική συχνότητα (K=1) nz για δίχρονο και nz/2 για τετράχρονο κινητήρα. Όταν αναλυθεί κατά Fourier η T_z δίνει:

- *Μέση τιμή $\bar{T}_z = z\bar{T}$ (=z φορές τη μέση τιμή για κάθε «όμοιο» κύλινδρο)*
- *Αρμονικές συνιστώσες Κύριων τάξεων λ_K με εύρος:*

$$(\Delta T_z^{\lambda_K})_A = z(\Delta T^{\lambda_K})_B$$

=z φορές την αντίστοιχη τιμή για κάθε όμοιο κύλινδρο.

Όλα τα παραπάνω ισχύουν για απόλυτη ομοιόμορφη λειτουργία του κινητήρα. Αν υπάρχει οποιαδήποτε ανομοιομορφία στη λειτουργία του, εμφανίζονται εκτός των κύριων τάξεων και οι *υπόλοιπες αρμονικές. Τέλος, αν η ανομοιομορφία δεν είναι μεγάλη θεωρείται ότι οι κύριες τάξεις υπερισχύουν των υπολοίπων.*

<u>Ζυγοστάθμιση μαζικών δυνάμεων και ροπών μονοκύλινδρου κινητήρα.</u>

Έχει ήδη αναφερθεί ότι:

Η καταπόνηση σε πολλά σημεία του κινητήρα μέσω του κινηματικού μηχανισμού λόγω των δυνάμεων από:

- *Αέρια (P_g)*
- *Μαζικών παλινδρομικών (P_l)*
- *Μαζικών περιστρεφόμενων (P_r)*

Στη βάση του κινητήρα έχουμε λόγω της μεταβίβασης των δυνάμεων τη συνολική ανατροπή Μα. Οι δυνάμεις αυτές είναι οι ίδιες με τις προαναφερθείσες.

ΣΚΟΠΟΣ της ζυγοστάθμισης είναι η ***<u>εξουδετέρωση</u>*** *της δράσης των Μαζικών Δυνάμεων που προκαλούν ταλαντώσεις (σε μονοκύλινδρο και Πολυκύλινδρο κινητήρα) λόγω του ότι:*

- *Αφενός προκαλούν έντονη καταπόνηση στα μέλη του κινητήρα και αφετέρου,*
- *Λόγω της μεταβίβασής τους στη θεμελίωση του κινητήρα μπορούν να προκαλέσουν κραδασμούς σε αυτόν και στις βάσεις στήριξης*

Στις περισσότερες περιπτώσεις η εξουδετέρωση των δυνάμεων αυτών είναι δυσκολότερη από όσο μπορεί να φαίνεται αρχικά. Οι πολυκύλινδροι κινητήρες είναι ευκολότεροι στη ζυγοστάθμισή τους αφού η κατασκευή τους γίνεται με τέτοιο τρόπο ούτως ώστε οι δράσεις να αλληλοαναιρούνται.

Τα μειονεκτήματα της χρήσης πολύπλοκων διατάξεων είναι:

- *Η αύξηση του βάρους του κινητήρα,*
- *Η αύξηση του όγκου του και*
- *Η αύξηση του κόστους κατασκευής.*

Παλινδρομική Μαζική Δύναμη

Η συγκεκριμένη δύναμη, όπως έχει ήδη αναφερθεί είναι η:

$$P_l = -m_l b$$

Με θετική φορά από το ΑΝΣ προς το ΚΝΣ, η οποία μεταφέρει επάνω στο κέλυφος και τη θεμελίωση του κινητήρα:

- *Μία ελεύθερη ή μη ισορροπημένη περιοδική μαζική δύναμη μέσα στον κινητήρα P_l, η οποία αν αναλυθεί κατά Fourier δίνει συνιστώσες συνιμιτονικές 1ης, 2ης, 4ης κλπ. τάξεις, δηλ.:* $P_l = -m_l b = -, m_l r\omega^2(cos\varphi + \beta_2 cos2\varphi + \beta_4 cos4\varphi + \beta_6\, cos6\varphi + \cdots)$
- Ένα ζευγάρι επίσης ελεύθερο, $M_{\alpha l}$=-$M_{\sigma l}$=-$T_l r$, το οποίο με ημιτονικές συνιστώσες κατά Fourier 1ης, 2ης, 3ης, κλπ. τάξης:

  $$T_l = \sum_{n=1}^{\infty} \Delta T_l^n\, sin\nu\varphi = \Delta T_l^1 sin\varphi + \Delta T_l^2 sin2\varphi + \Delta T_l^3 sin3\varphi + \cdots$$

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, στην πράξη και για τις περισσότερες εφαρμογές, μόνο οι δύο πρώτες τάξεις από τις συνιμιτονικές συνιστώσες, έχουν νόημα υπολογισμού οπότε έχουμε:

$$P_l = -m_l r\omega^2(cos\varphi + \lambda cos2\varphi)$$

Με θετική φορά από το ΑΝΣ προς το ΚΝΣ.

Για τις ανάγκες της μελέτης της παλινδρομικής δύναμης ζυγοστάθμισης θεωρείται θετική φορά από το ΚΝΣ προς το ΑΝΣ οπότε και το πρόσημο στη προηγούμενη σχέση, φεύγει.

Έχουμε λοιπόν:

$$P_l = m_l r\omega^2(cos\varphi + \lambda cos2\varphi)$$

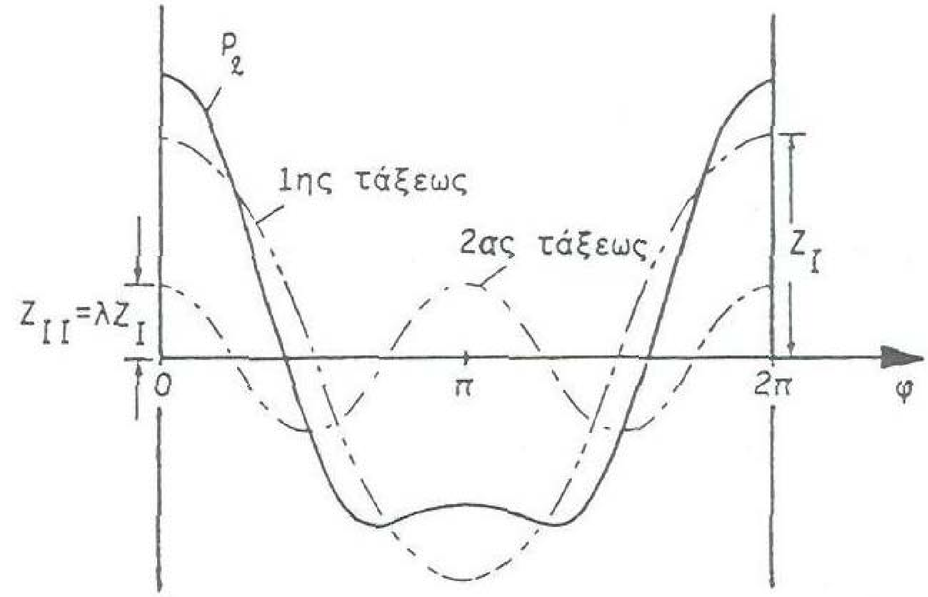
Η οποία μπορεί να γραφτεί ως:

$$P_l = Z_I cos\varphi + Z_{II} cos2\varphi$$

Όπου:

$$Z_I = m_l r\omega^2 \; και \; Z_{II} = \lambda m_l r\omega^2$$

Επομένως $Z_I cos\varphi$ και $Z_{II} cos2\varphi$ είναι η παλινδρομικές 1ης και 2ης τάξης αντίστοιχα. Από τα παραπάνω, επίσης προκύπτει ότι $Z_{II} = \lambda Z_I$.

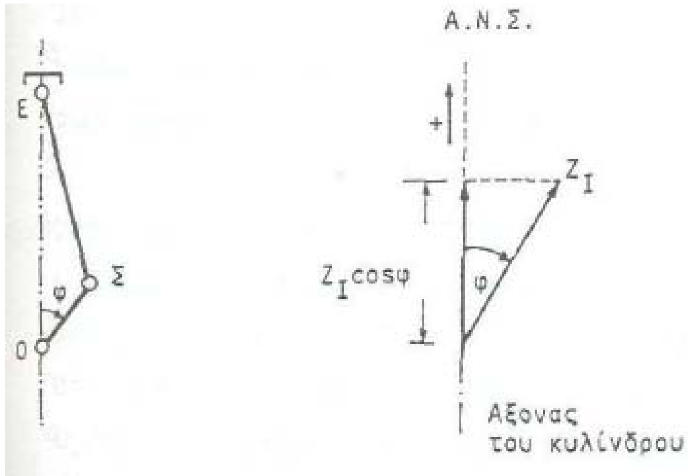


P₂
1ης τάξεως
2ας τάξεως
Z_I
Z_II=λZ_I
0
π
2π
φ

Παλινδρομική δύναμη 1ης τάξης

Αποτελεί τον πρώτο όρο της παλινδρομικής μαζικής δύναμης δηλαδή:

$$Z_I cos\varphi = m_l r\omega^2 cos\varphi$$



Η παραπάνω δύναμη θεωρείται ότι σε κάθε χρονική στιγμή δίνεται από την προβολή επάνω στον άξονα του κυλίνδρου ενός διανύσματος με μέτρο $m_I r\omega^2$, σχηματίζοντας γωνία φ.

Η αρχή του διανύσματος δηλαδή βρίσκεται επάνω στο στρόφαλο και κινείται με γωνιακή ταχύτητα ω.

Είναι το «βοηθητικό διάνυσμα 1ης τάξεως» και παρόλο που δεν υφίσταται στη πραγματικότητα, βοηθά στη μελέτη της μεταβολής της παλινδρομικής δύναμης πρώτης τάξης.

Πρώτη προσπάθεια αναίρεσης

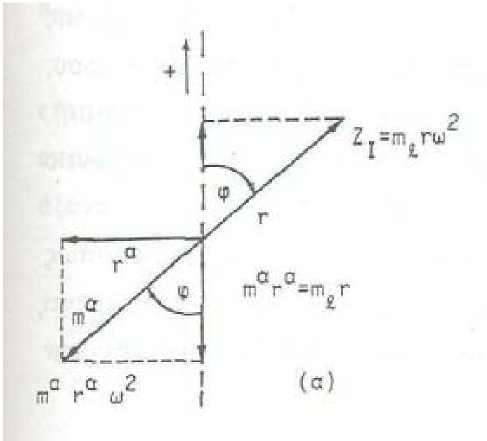
Η αναίρεση της δράσης της παραπάνω δύναμης, μπορεί εύκολα να γίνει με την τοποθέτηση μάζας με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά στη σωστή θέση δηλαδή επάνω στο στρόφαλο κατά τα πρότυπα ζυγοστάθμισης περιστρεφόμενων μαζών.

Τα χαρακτηριστικά της μάζας αυτής θα είναι:

- *Μαζα m^α*
- *Το ΚΒ θα βρίσκεται σε απόσταση r^α από τον άξονα περιστροφής*
- *Η δύναμη που θα προκύπτει θα είναι φυγόκεντρη προς την άτρακτο και θα έχει μέτρο $m^\alpha r^\alpha\omega^2$.*

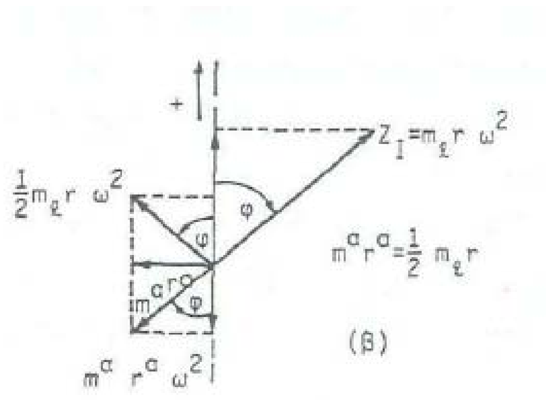
Εάν η επιλογή της μάζας γίνει για να ισχύει $m^{\alpha} r^{\alpha}\omega^2=m_l r\omega^2$ τότε έχουμε ζυγοστάθμιση της δύναμης πρώτης τάξεως για κάθε γωνία φ. Η δύναμη λοιπόν που αναιρεί την δύναμη 1ης τάξης είναι η $m^{\alpha} r^{\alpha}\omega^2 cos\varphi$.

Υπάρχει όμως και η άλλη συνιστώσα της $m^{\alpha} r^{\alpha}\omega^2$ με στιγμιαία τιμή $m^{\alpha} r^{\alpha}\omega^2 sin\varphi$.



Δεύτερη προσπάθεια αναίρεσης

Εάν η επιλογή γίνει με γνώμονα την ισότητα $m^{\alpha} r^{\alpha}\omega^2=m_l r\omega^2/2$



Έχουμε δύο δυνάμεις:

- *Μία κατά τον άξονα του κυλίνδρου με μέτρο $m^{\alpha} r^{\alpha}\omega^2 cos\varphi = (m_l r\omega^2 sin\varphi)/2$ δηλαδή αντισταθμίζεται η μισή δύναμη 1ης τάξης σε κάθε γωνία φ του στροφάλου κατά τη διεύθυνση αυτή.*
- *Μία κάθετη στον άξονα του κυλίνδρου με μέτρο $m^{\alpha} r^{\alpha}\omega^2 sin\varphi= (m_l r\omega^2 sin\varphi)/2$*

Στην περίπτωση αυτή λοιπόν στα έδρανα μεταβιβάζεται δύναμη $m_l r\omega^2/2$ *που περιστρέφεται όμως κατά την αντίθετη φορά από αυτή του στροφάλου.*

Το κέρδος σε αυτή την περίπτωση είναι η ελάττωση της μέγιστης δύναμης στο μισό και ότι η δύναμη είναι σταθερή σε όλο το κύκλο λειτουργίας της μηχανής.

Τρίτη προσπάθεια αναίρεσης

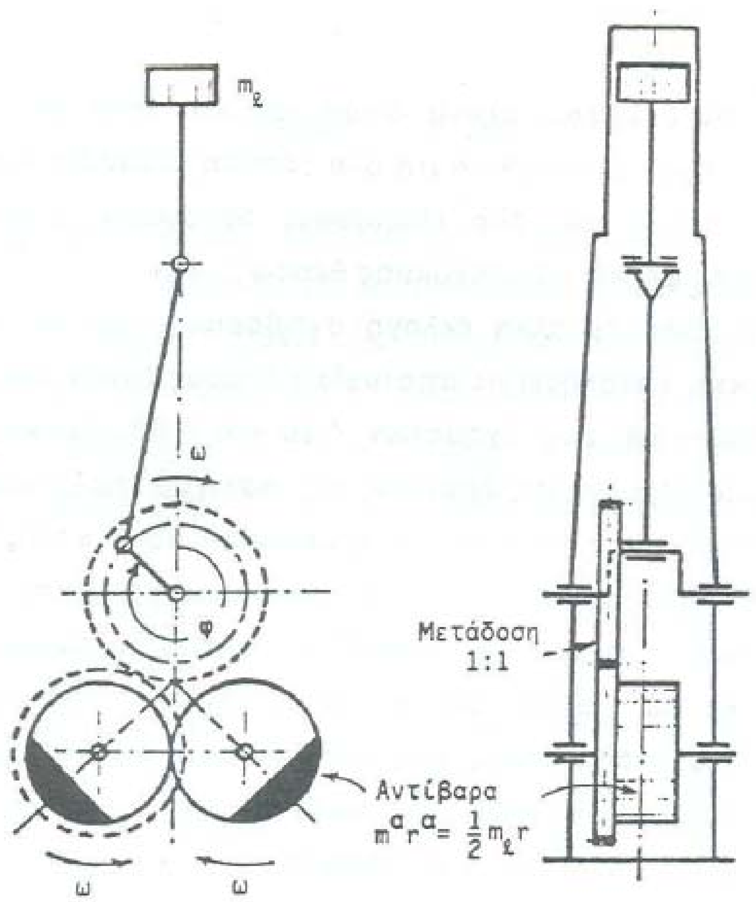
Από την δεύτερη προσπάθεια αντιστάθμισης των δυνάμεων έχουμε εναπομένουσα δύναμη

$m^\alpha\, r^\alpha \omega^2 = m_l r\omega^2/2$.

Για την πλήρη εξουδετέρωση της δράσης της παλινδρομικής δύναμης $1^{ης}$ *τάξης αρκεί να τοποθετηθούν δύο αντίβαρα μάζας* m^α *:*

- *Σε απόσταση* r^α *από τον άξονα περιστροφής τους*
- *Με στοιχεία* $m^\alpha\, r^\alpha = m_l r/2$
- *Έχουν γωνιακή ταχύτητα ω αλλά με αντίθετες φορές περιστροφής*
- *Και διατεταγμένα συμμετρικά προς το μέσο διαμήκες κατακόρυφο επίπεδο του κινητήρα.*

Τα αντίβαρα πρέπει να είναι στερεωμένα σε διαφορετικές ατράκτους που εδράζουν στο κέλυφος του κινητήρα.



Κάθε αντίβαρο δημιουργεί αντιδράσεις στα έδρανα της αντίστοιχης βοηθητικής ατράκτου λόγω της φυγόκεντρης $m^\alpha r^\alpha \omega^2 = m_l r\omega^2/2$, με αποτέλεσμα να μεταφέρονται στο κέλυφος του κινητήρα.

Το επίπεδο των αντίβαρων πρέπει να είναι κάθετο προς τον άξονα της στροφαλοφόρου ατράκτου, που περιλαμβάνει τον άξονα του κυλίνδρου ούτως ώστε να αποφεύγεται η δημιουργία ροπής.

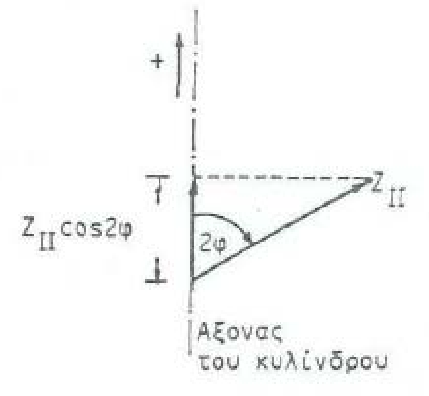
Οι δύο φυγόκεντρες δυνάμεις βρίσκονται επί του ίδιου επιπέδου, και το σημείο τομής τους βρίσκεται πάντα στον άξονα του κυλίνδρου.

Έτσι δίνουν συνισταμένη επάνω στον άξονα και έχουμε πλήρη αντιστάθμιση της παλινδρομικής δύναμης $1^{ης}$ τάξης. Έχουμε δηλαδή $- 2m^\alpha r^\alpha \omega^2 cos\varphi = - m_l r\omega^2 cos\varphi = -Z_l\, cos\varphi$(=$1^{ης}$ ταξης παλινδρομική).

Παλινδρομική δύναμη 1ης τάξης

Αποτελεί τον πρώτο όρο της παλινδρομικής μαζικής δύναμης δηλαδή:

$$Z_{II} cos2\varphi = \lambda m_l r \omega^2 cos2\varphi$$



Με θετική φορά από το στρόφαλο προς το ΑΝΣ.

Όπως και στην περίπτωση της παλινδρομικής δύναμης 1ης τάξης, μπορούμε να θεωρήσουμε το περιστρεφόμενο διάνυσμα, μέτρου

$$Z_{II} = \lambda m_l r \omega^2$$

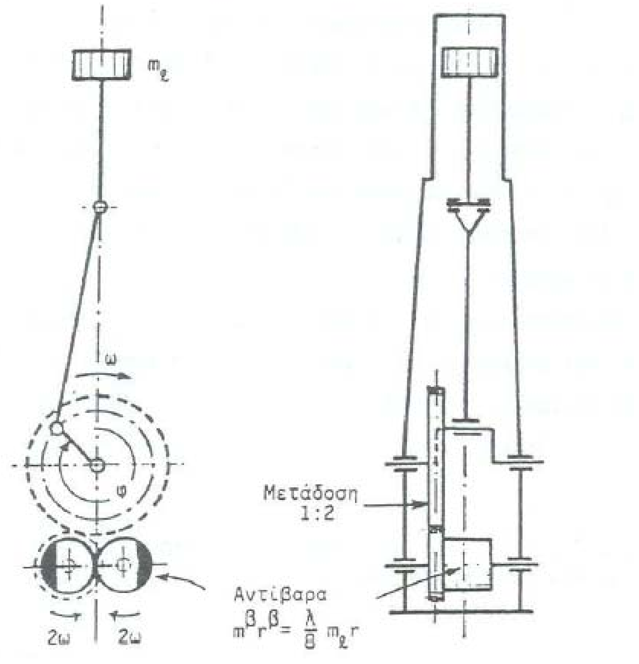
Να σχηματίζει στιγμιαία γωνία 2φ και να στρέφεται με διπλάσια γωνιακή ταχύτητα 2ω από αυτή του στροφάλου, και να βρούμε την προβολή του πάνω στον άξονα του κυλίνδρου – να δίνει το μέτρο της παλινδρομικής δύναμης 2ης τάξης.

Για την αντιστάθμιση της καμία επέμβαση δεν είναι δυνατή με τοποθέτηση αντίβαρων απευθείας στην στροφαλοφόρο άτρακτο.

Είναι όμως να εφαρμόσουμε όπως και προηγουμένως μάζα αντίβαρου τοποθετημένο σε ακτίνα βοηθητικής ατράκτου που στρέφει με διπλάσια γωνιακή ταχύτητα 2ω, για την εξουδετέρωση όλης ή και μέρους της $Z_{II} cos2\varphi$.

Αν χρησιμοποιήσουμε λοιπόν αντίβαρο με χαρακτηριστικά $m^{\beta} r^{\beta}$ όπου δίνουν

$m^{\beta} r^{\beta} (2\omega)^2 = \lambda m_l r \omega^2 \rightarrow m^{\beta} r^{\beta} = \frac{\lambda m_l r}{4}$, *εξουδετερώνουμε την παλινδρομική δύναμη 2ης τάξης, εισάγουμε όμως αντίστοιχη δύναμη στο κάθετο προς τον άξονα του κυλίνδρου επίπεδο, όπως και στην περίπτωση της δύναμης 1ης τάξης.Μπορούμε όμως όπως και προηγουμένως να ζυγοσταθμίσουμε πλήρως τη 2ης τάξης παλινδρομική δύναμη με τη βοήθεια δύο αντίβαρων κατάλληλα τοποθετημένων επί βοηθητικών ατράκτων που εδράζονται στο ίδιο το σώμα της μηχανής, όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.*



Το κάθε αντίβαρο θα έχει στοιχεία που πληρούν τη σχέση:

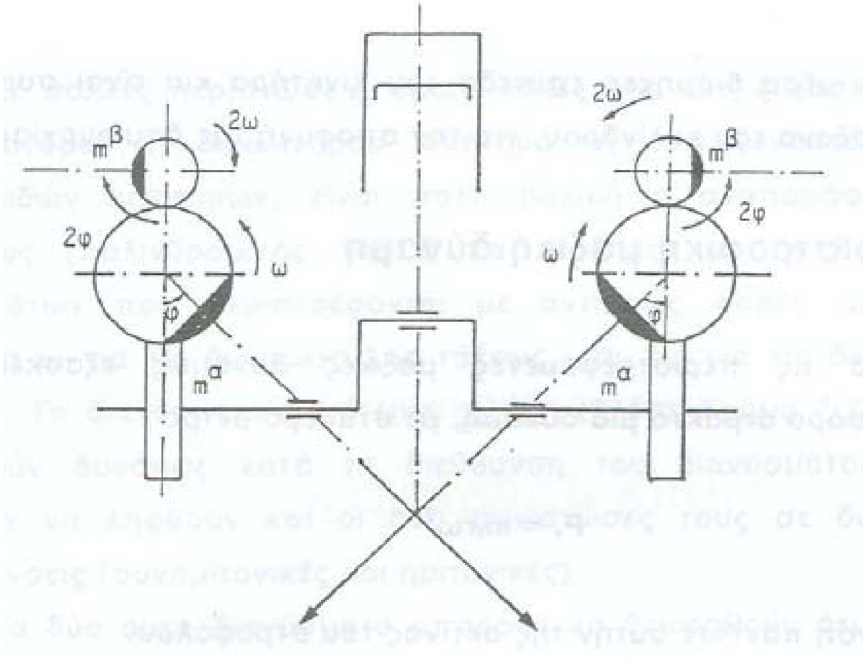
$$2m^2r^2(2\omega)^2 = \lambda m_l r\omega^2$$

Οι δύο δημιουργούμενες φυγόκεντρες δυνάμεις δίνουν συνισταμένη επάνω στον άξονα με τιμή:

$$-2m^\beta r^\beta(2\omega)^2 cos2\varphi = -2\frac{\lambda m_l r}{8}(2\omega)^2 cos2\varphi = -\lambda m_l r\omega^2 cos2\varphi$$

Δηλαδή έχουμε πλήρης αντιστάθμιση της παλινδρομικής δύναμης 2ης τάξης.

Μια άλλη ισοδύναμη και πιο σύγχρονη λύση παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα που αντισταθμίζει δυνάμεις 1ης και 2ης τάξης για να επιτευχθεί πλήρης ζυγοστάθμιση.



Στην περίπτωση αυτή οι δύο φυγόκεντρες δυνάμεις δρουν στο μέσο διαμήκες επίπεδο του κινητήρα, και είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα του κυλίνδρου, αποφεύγοντας έτσι πάλι την ανάπτυξη ροπής.

Οι ως άνω διατάξεις πλήρους αντιστάθμισης παλινδρομικής δύναμης είναι περίπλοκες και σπάνια χρησιμοποιούνται στους κινητήρες της καθημερινής χρήσης.