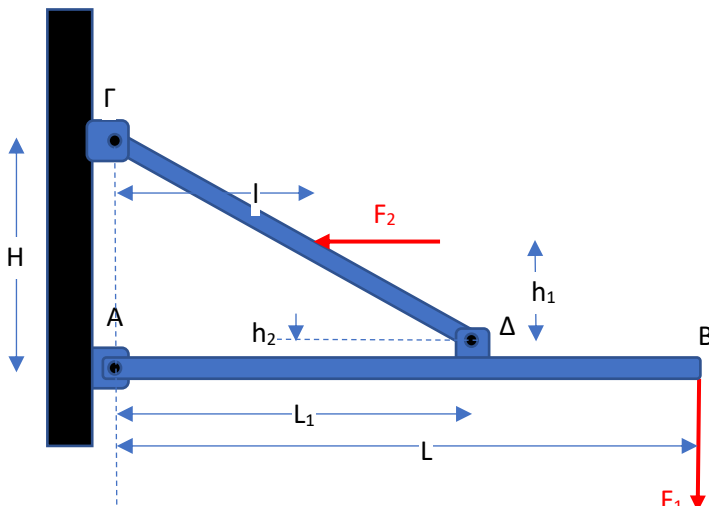


Άσκηση

Σχεδιάσετε και υπολογίσετε τις δυνάμεις που δέχονται τα μέλη AB και ΓΔ της κατασκευής του σχήματος.

Όλα τα γεωμετρικά στοιχεία της κατασκευής καθώς και οι δυνάμεις F_1 και F_2 θεωρούνται γνωστά.



ΛΥΣΗ

Παρατηρούμε τα εξής :

Η κατασκευή αποτελείται από δύο μέλη αρθρωμένα στην θέση Δ. Πριν την στήριξή της στον κατακόρυφο τοίχο, διαθέτει ένα βαθμό ελευθερίας. Μετά την στήριξή της με δύο αρθρώσεις, η όλη (στηριγμένη) κατασκευή είναι πλέον στερεή και ισοστατική.

Σχεδιάζουμε το διάγραμμα ελευθέρου σώματος για κάθε μέλος της κατασκευής (Σχήμα). Στην άρθρωση Δ, οι δυνάμεις που εξασκεί το ένα μέλος στο άλλο, είναι ίσου μέτρου, ίδιας διεύθυνσης αλλά αντίθετης φοράς (δράση – αντίδραση).

Γράφουμε τις εξισώσεις ισορροπίας για τα δύο μέλη της κατασκευής :

Μέλος AB

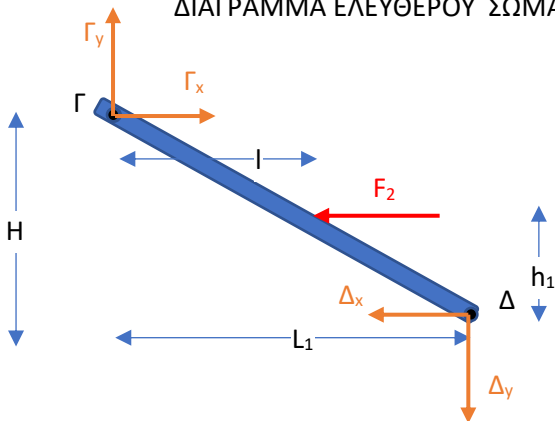
$$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum M_A = 0 \Rightarrow$$

$$A_x + \Delta_x = 0$$

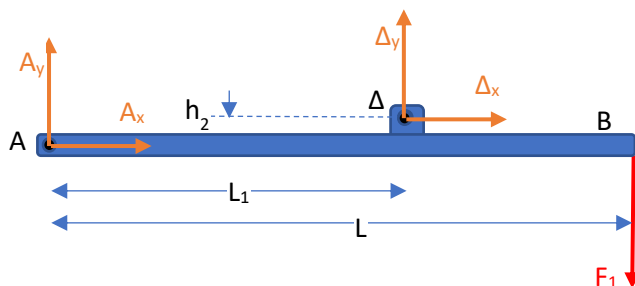
$$A_y + \Delta_y - F_1 = 0$$

$$\Delta_y L_1 - \Delta_x h_2 - F_1 L = 0$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΕΛΕΥΘΕΡΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ ΓΔ



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΕΛΕΥΘΕΡΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ AB



Παρατηρούμε ότι το σύστημα των τριών εξισώσεων ισορροπίας, έχει τέσσερις αγνώστους, συνεπώς δεν μπορεί να επιλυθεί.

Γράφουμε τις εξισώσεις ισορροπίας και για το άλλο μέλος της κατασκευής :

Μέλος ΓΔ

$$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum M_\Gamma = 0 \Rightarrow$$

$$\Gamma_x - F_2 - \Delta_x = 0$$

$$\Gamma_y - \Delta_y = 0$$

$$-\Delta_y L_1 - \Delta_x (H - h_2) - F_2 (H - h_1 - h_2) = 0$$

Παρατηρούμε και πάλι, ότι το σύστημα των τριών εξισώσεων ισορροπίας, έχει τέσσερις αγνώστους, συνεπώς δεν μπορεί να επιλυθεί.

Ένας τρόπος, είναι να επιλύσουμε το σύστημα των έξι εξισώσεων με τους συνολικά έξι αγνώστους.

Ας το δούμε για τα εξής δεδομένα :

$$H = 1\text{ m}, L = 5\text{ m}, L_1 = 3\text{ m}, h_1 = 0.45\text{ m}, h_2 = 0.05\text{ m}, l = 1\text{ m}, F_1 = 3\text{ tn}, F_2 = 0.5\text{ tn}$$

$$A_x + \Delta_x = 0$$

$$A_y + \Delta_y = 3\text{ tn}$$

$$3\Delta_y - 0.05\Delta_x = 15\text{ tnm}$$

$$\Gamma_x - \Delta_x = 0.5\text{ tn}$$

$$\Gamma_y - \Delta_y = 0$$

$$-3\Delta_y - 0.95\Delta_x = 0.25\text{ tnm}$$

Η λύση του παραπάνω συστήματος (με κάποιο «επιλυτή γραμμικών εξισώσεων, π.χ τον διαδικυακό : <https://quickmath.com/webMathematica3/quickmath/equations/solve/advanced.jsp>)

Δίδει :

$$\mathbf{Ax = 15,25\text{ tn} , Ay = -1.75\text{ tn}}$$

$$\mathbf{\Delta x = -15,25\text{ tn} , \Delta y = 4.75\text{ tn}}$$

$$\mathbf{\Gamma x = -14.75\text{ tn} , \Gamma y = 4.75\text{ tn}}$$