

Τελικός Μαθηματικά II

Σεπτέμβριος 2020

Στις παρακάτω ασκήσεις μ είναι το τελευταίο ψηφίο του αριθμού μητρώου σας, και ν είναι το πρότελευταίο ψηφίο. Στις λύσεις μην ξεχάσετε να γράψετε τις τιμές των μ,ν.

1)Υπολογίστε τα ολοκληρώματα

$$A) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin(\mu x) \cos(\nu x) dx \quad B) \int \frac{x+\nu}{x^2+\mu^2} dx$$

2)Υπολογίστε τον όγκο του στερεού που προκύπτει αν περιστρέψουμε την περιοχή μεταξύ της καμπύλης $y = \mu x - x^2$ και του άξονα των x , γύρω από τον άξονα των y . Σχεδιάστε προσεκτικά αυτό τον όγκο και εξηγήστε τι κάνετε. Έτοιμοι τύποι δεν θα γίνουν δεκτοί.

3)Βρείτε το μήκος του υποκυκλοειδούς, που δίνεται παραμετρικά από την διανυσματική εξίσωση $\mathbf{r}(t) = \cos^3 t \hat{i} + \sin^3 t \hat{j}$.

4)Λύστε τις διαφορικές εξίσώσεις:

$$A) \sin(x) \frac{dy}{dx} + \mu y \cos(x) = \cos(x),$$

$$B) \frac{d^2 y}{dx^2} - (\mu + 1) \frac{dy}{dx} + \mu y = \sin(x).$$

5)Βρείτε την επιφάνεια του τριγώνου στον τρισδιάστατο χώρο που δίνεται από τις κορυφές $P(1,4,6)$, $Q(-2,5,-1)$, $R(1,-1,\mu)$ με την χρήση εξωτερικού γινομένου.

6)Βρείτε την διανυσματική εξίσωση της ευθείας στον τρισδιάστατο χώρο που περνάει από τα σημεία $P(-3,5,8)$ και $Q(4,2,\mu)$. Γράψτε της παραμετρικές εξισώσεις της ευθείας που δίνει η διανυσματική εξίσωση. Απαλοίφοντας την παράμετρο δώστε την ευθεία σαν τομή δύο επιπέδων.

7)Βρείτε την καμπυλότητα της τρισδιάστατης καμπύλης twisted cubic που αποτελείται από τα σημεία (t, t^2, t^3) , σε κάθε σημείο της. Δίνεται ο τύπος της καμπυλότητας $\kappa(t) = \frac{|\mathbf{r}'(t) \times \mathbf{r}''(t)|}{|\mathbf{r}'(t)|^3}$. Να υπολογιστεί η καμπυλότητα για $t = \nu$.

8)Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα $\iint_B e^{(x^2+y^2)^2} (x^2 + y^2) dx dy$ στο χωρίο $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < x^2 + y^2 < \mu + 1\}$.

Οι λύσεις πρέπει να παραδοθούν στο eclass μέχρι τις 10:30 διαφορετικά δεν θα διορθωθούν. Επίσης δειγματοληπτικά θα επιλεγούν φοιτητες για προφορική εξέταση προς επιβεβαίωση ότι γνωρίζουν αυτά που έγραψαν.