

Τελικός Μαθηματικά II

Σμυρνάκης Ιωάννης

1) Λύστε την διαφορική εξίσωση $y(1+x)\frac{dy}{dx} + 4 = y^2$ αν όταν $x = 0, y = 1$.

2) Λύστε την διαφορική εξίσωση $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 5y = 2x$ για να βρείτε την γενική λύση.

3) Έστω $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ η συνάρτηση με τύπο $f(x, y) = x^3y^2 + 4x^2y + 4$.

A) Αν $\mathbf{v} = \frac{1}{2}\mathbf{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{j}$, βρείτε την κατευθυνόμενη παράγωγο στην διεύθυνση του \mathbf{v} , στο σημείο $(1,1)$.

B) Βρείτε τις δεύτερες παραγώγους της συνάρτησης και επαληθεύστε την ισότητα των μικτών παραγώγων.

4) Βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνάει από τα σημεία P, Q καθώς και της ευθείας που περνάει από τα Q, R. Δώστε ένα διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο που ορίζουν οι δύο ευθείες και γράψτε την εξίσωση του επιπέδου. Δίνεται ότι $P(1,1,2)$, $Q(3,-2,1)$, $R(1,2,1)$.

5) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα $\iint_B e^{-(x-1)^2} dx dy$ στο τρίγωνο $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < x < y, 0 < y < 1\}$.