ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΜΕΣΟΓΕΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΗΧΑΝΩΝ Ι

ΟΔΟΝΤΩΣΕΙΣ (ΜΕΡΟΣ Α)

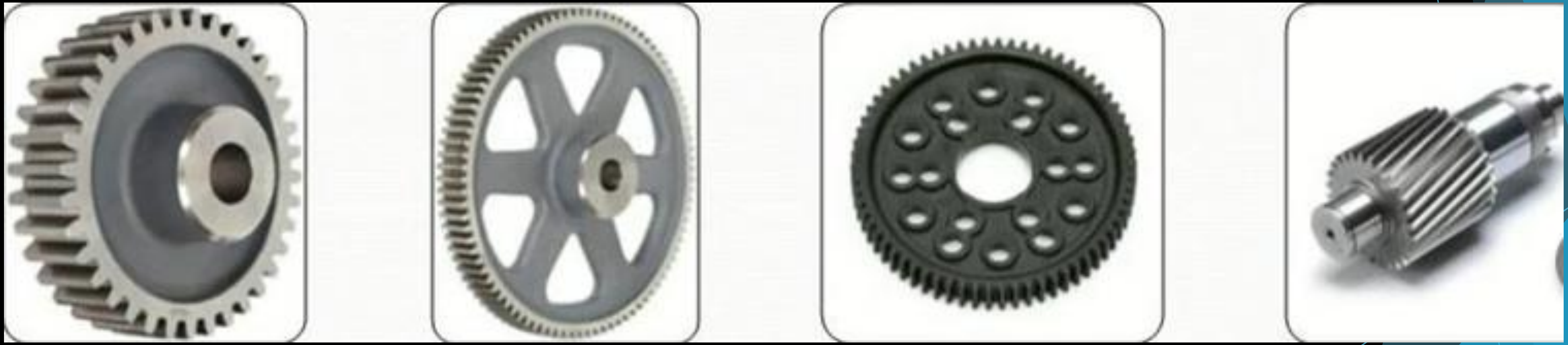
Επιμέλεια : Δρ. Μαργαρίτα Μωυσίδη

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΟΔΟΝΤΩΣΕΙΣ

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ

- ΣΤΟ ΚΕΝΤΡΟ ΤΟΥ ΟΔΟΝΤΩΤΟΥ ΤΡΟΧΟΥ ΥΠΑΡΧΕΙ Ο « ΟΜΦΑΛΟΣ ΣΥΝΔΕΣΗΣ» ΜΕ ΤΗΝ ΑΤΡΑΚΤΟ (ή πλήμνη) που φέρει το κατάλληλο αυλάκι ΕΝΩ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΥΠΑΡΧΕΙ Η ΟΔΟΝΤΩΣΗ



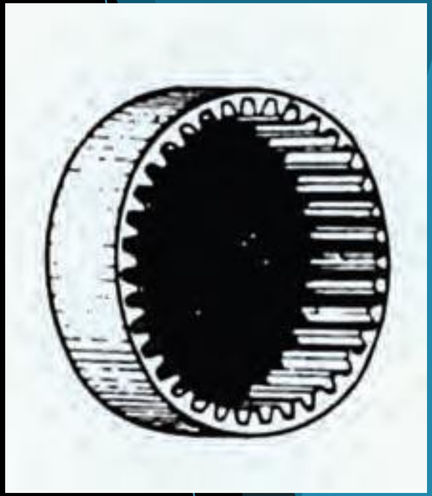
- Ένας από τους πιο διαδεδομένους τρόπους μετάδοσης της περιστροφικής κίνησης είναι με τη χρήση εξαρτημάτων που φέρουν οδόντωση.

- Τα πιο συνηθισμένα από αυτά είναι οι **οδοντωτοί τροχοί** (γρανάζια) διάφορων ειδών και μορφών, οι **οδοντωτοί κανόνες** και οι **ατέρμονες κοχλίες.** Τα εξαρτήματα αυτά συνεργάζονται σε ζεύγη, δηλαδή δύο γρανάζια, γρανάζι και οδοντωτός κανόνας, ατέρμονας κοχλίας και γρανάζι (κορώνα).
- Ο οδοντωτός τροχός είναι συνήθως ένας ολόσωμος κύλινδρος ή δίσκος (για μικρές διαστάσεις) ή τροχός με βραχίονες. Πολλές φορές ο δίσκος έχει τρύπες για μείωση του βάρους του γραναζιού. Στο κέντρο του γραναζιού υπάρχει ο “ομφαλός” σύνδεσης με την άτρακτο, η **“πλήμνη”**, που φέρει το κατάλληλο αυλάκι για τη σφήνα, στη δε περιφέρειά του υπάρχει η **“οδόντωση”**.

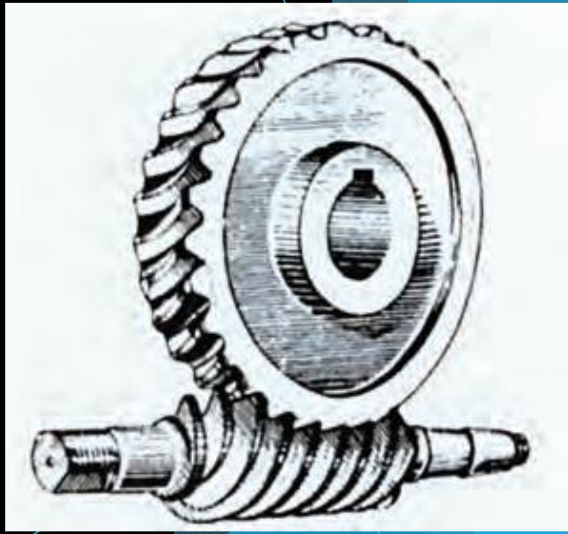
Ο οδοντωτός κανόνας είναι μια ράβδος, συνήθως ορθογωνικής αρχικής διατομής.

Η περιφερειακή επιφάνεια του οδοντωτού τροχού (στην περίπτωση των κωνικών γραναζιών η επιφάνεια αυτή είναι η παράπλευρη επιφάνεια ενός κόλουρου κώνου) και η επιφάνεια εργασίας του κανόνα έχουν διαμορφωθεί, ώστε να φέρουν διαδοχικές εσοχές (αυλάκια) και προεξοχές (δόντια) κατάλληλης μορφής και διαστάσεων (**οδόντωση**)

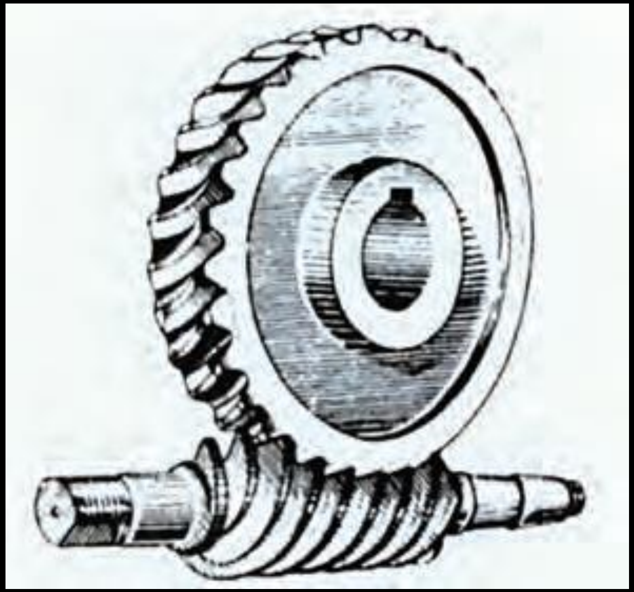
Πολλές φορές η οδόντωση διαμορφώνεται στην εσωτερική επιφάνεια της στεφάνης του οδοντωτού τροχού. ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΟΔΟΝΤΩΣΗ



Ο ατέρμονας κοχλίας είναι ένας κύλινδρος που στην παράπλευρη επιφάνειά του έχει χαραχτεί ελίκωση με μία ή δύο συνήθως αρχές, όπως στους κοχλίες. ΑΤΕΡΜΟΝΑΣ



- Η εμπλοκή των οδοντώσεων των δύο συνεργαζόμενων στοιχείων, δηλαδή η συνεχής και διαδοχική είσοδος των δοντιών του ενός στις εσοχές (αυλάκια) του άλλου, έχει σαν αποτέλεσμα τη μετάδοση της κίνησης από το κινητήριο στοιχείο στο κινούμενο στοιχείο.



Σκοπός

1. Με τη βοήθεια των κατάλληλων **οδοντώσεων** είναι **δυνατή η ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΚΙΝΗΣΗΣ** σε περιπτώσεις ατράκτων με γεωμετρικούς άξονες παράλληλους, τεμνόμενους (υπό οποιαδήποτε γωνία) και ασύμβατους.
2. Εκτός από τη μετάδοση της κίνησης, επιτυγχάνουμε και **ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΒΑΣΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ**, δηλαδή των **στροφών** και της **ροπής του κινούμενου άξονα σε σχέση με αυτές του κινητήριου.**

Χρήσεις

Οι οδοντώσεις χρησιμοποιούνται στα κιβώτια ταχυτήτων των αυτοκινήτων και των εργαλειομηχανών, στο διαφορικό, το τιμόνι, τον εκκεντροφόρο και άλλους βοηθητικούς μηχανισμούς των αυτοκινήτων, στους μειωτήρες (διατάξεις μετατροπής στροφών - ροπής), και σε όλες τις **περιπτώσεις μετάδοσης κίνησης που δεν απέχουν πολύ οι συνεργαζόμενες άτρακτοι.**

Κατηγορίες - τύποι

Υπάρχουν **<u>τρεις βασικές κατηγορίες</u> μεταδόσεων κίνησης με οδοντώσεις** και στην κάθε μία αντιστοιχούν ορισμένοι τύποι γραναζιών.

1. Ατράκτοι παράλληλοι (Στην περίπτωση αυτή οι τροχοί είναι κυλινδρικοί και τα ίχνη των δοντιών τους μπορεί να είναι ευθύγραμμα (ίσια δόντια) ή ελικοειδή (λοξά δόντια).

Χρήσεις

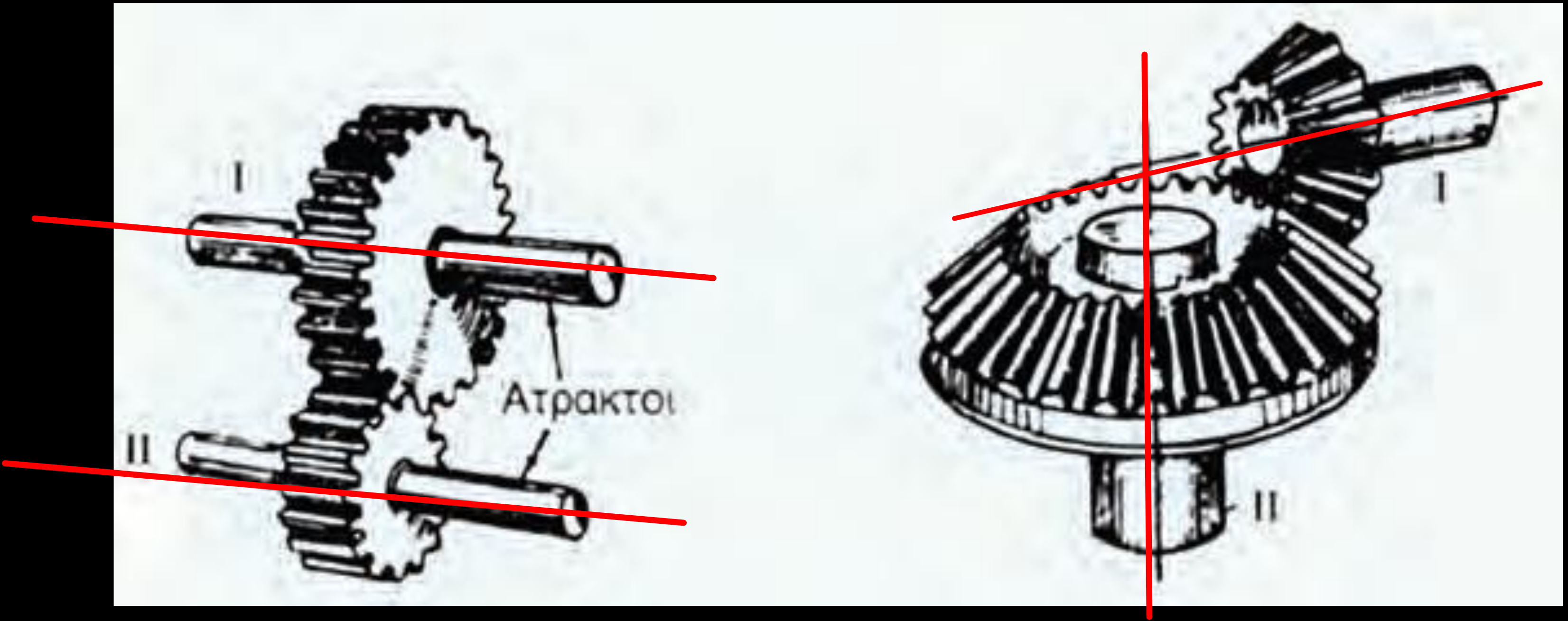
Είναι κατάλληλες για απαιτήσεις μεγάλων ροπών, πολλών στροφών, ακρίβειας στη σχέση μετάδοσης, χαμηλού σχετικά θορύβου (ιδίως όταν είναι καλή η ποιότητα κατασκευής και λιπαίνονται) και μεγάλης διάρκειας ζωής με ελάχιστη συντήρηση.

2. Ατράκτοι τεμνόμενοι (Χρησιμοποιούνται κωνικοί τροχοί που μπορεί να έχουν ίσια δόντια και πλάγια (ή ελικοειδή) δόντια. Η οδόντωση διαμορφώνεται στην περιφερειακή επιφάνεια κόλουρου κώνου).

Οδοντώσεις για παράλληλους και τεμνόμενους ατράκτους

1. ΑΤΡΑΚΤΙΟΙ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΙ **2. ΑΤΡΑΚΤΙΟΙ ΤΕΜΝΟΜΕΝΟΙ**

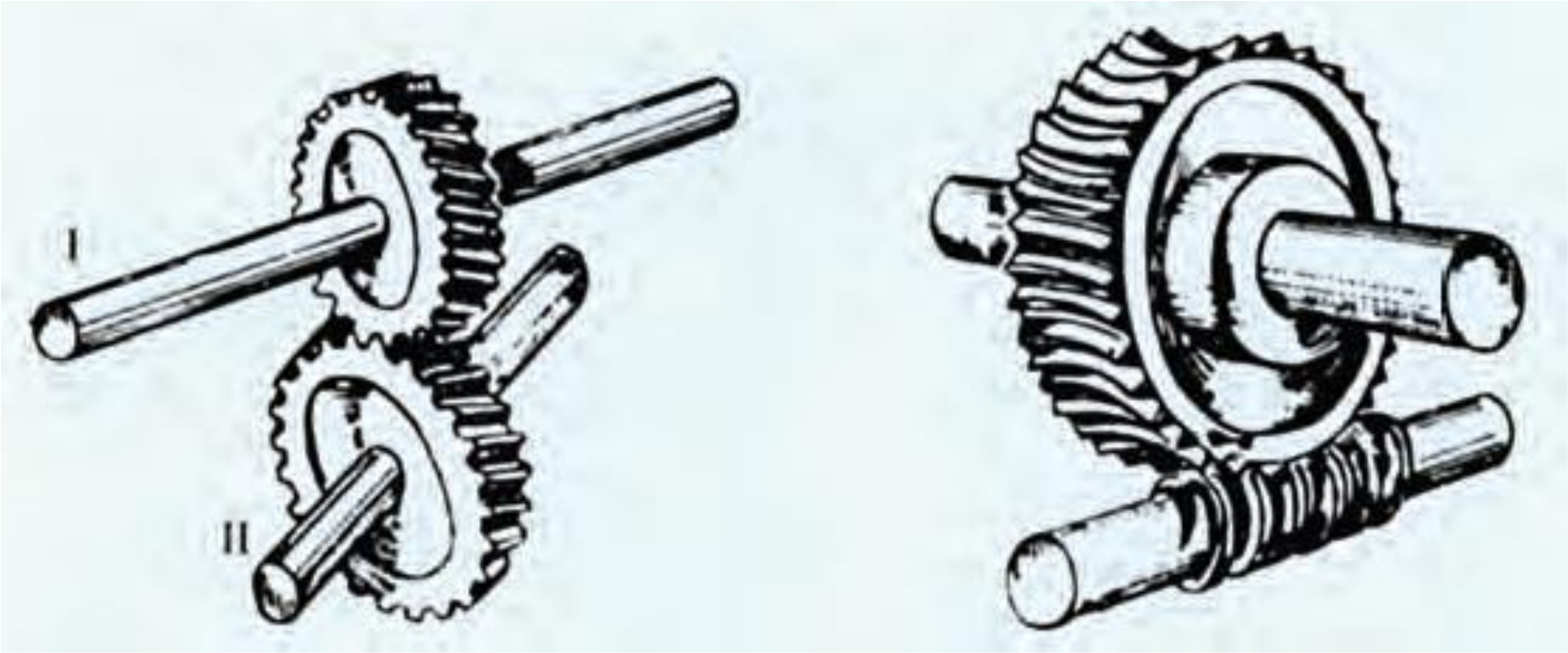
Οδοντώσεις για παράλληλους και τεμνόμενους ατράκτους



1. ΑΤΡΑΚΤΙΟΙ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΙ

2. ΑΤΡΑΚΤΙΟΙ ΤΕΜΝΟΜΕΝΟΙ

3. **Ατράκτοι Ασύμβατοι (**Χρησιμοποιούνται ελικοειδείς οδοντωτοί τροχοί ή ζεύγος ατέρμονα κοχλία-οδοντωτού τροχού (κορώνας).



Ο ατέρμονας είναι ένας κύλινδρος που στην παράπλευρη επιφάνειά του έχει χαραχτεί ελίκωση.

Κατασκευαστικά στοιχεία - Υλικά κατασκευής

- Τα πιο συνηθισμένα υλικά κατασκευής οδοντώσεων είναι τα κράματα του σιδήρου, δηλαδή χυτοσίδηροι και χάλυβες.

1. Ο χυτοσίδηρος, έχει μεγάλη αντοχή στη διάβρωση και στις φθορές από σκόνες, άμμο κ.λπ. και γι’αυτό τον προτιμάμε για εργασίες σε περιβάλλον με τέτοια στοιχεία ή υγρασία. Δεν είναι όμως κατάλληλος για μεγάλες ταχύτητες και μεγάλες απαιτήσεις κατασκευαστικής ακρίβειας.

2. Ο χάλυβας είναι πιο κατάλληλος για μεγάλες ταχύτητες και ακριβείς διαστάσεις, αλλά σε περιβάλλοντα με ρύπους και υγρασία χρειάζεται προστασία και λίπανση. Σε περιπτώσεις που η λειτουργία εμφανίζει κρουστικά φορτία οι χαλύβδινοι τροχοί υφίστανται επιφανειακή βαφή και σκλήρυνση (ενανθράκωση) μέχρι βάθους περίπου 1 mm. Διατηρούν έτσι εσωτερικά την ελαστικότητα του χάλυβα.

3. Όταν το βάρος της διάταξης επιβάλλεται να είναι όσο το δυνατό μικρότερο, χρησιμοποιούνται **κράματα του αλουμινίου**.
4. Όταν οι τροχοί εργάζονται σε διαβρωτικό και οξειδωτικό περιβάλλον, χρησιμοποιούνται ως υλικά κατασκευής **κεραμικά, συνθετικές ρητίνες** και **πλαστικά**. Τα τελευταία εργάζονται και με σχετικά χαμηλό θόρυβο, δεν έχουν όμως μεγάλη μηχανική αντοχή.

Μέθοδοι κατασκευής οδοντώσεων

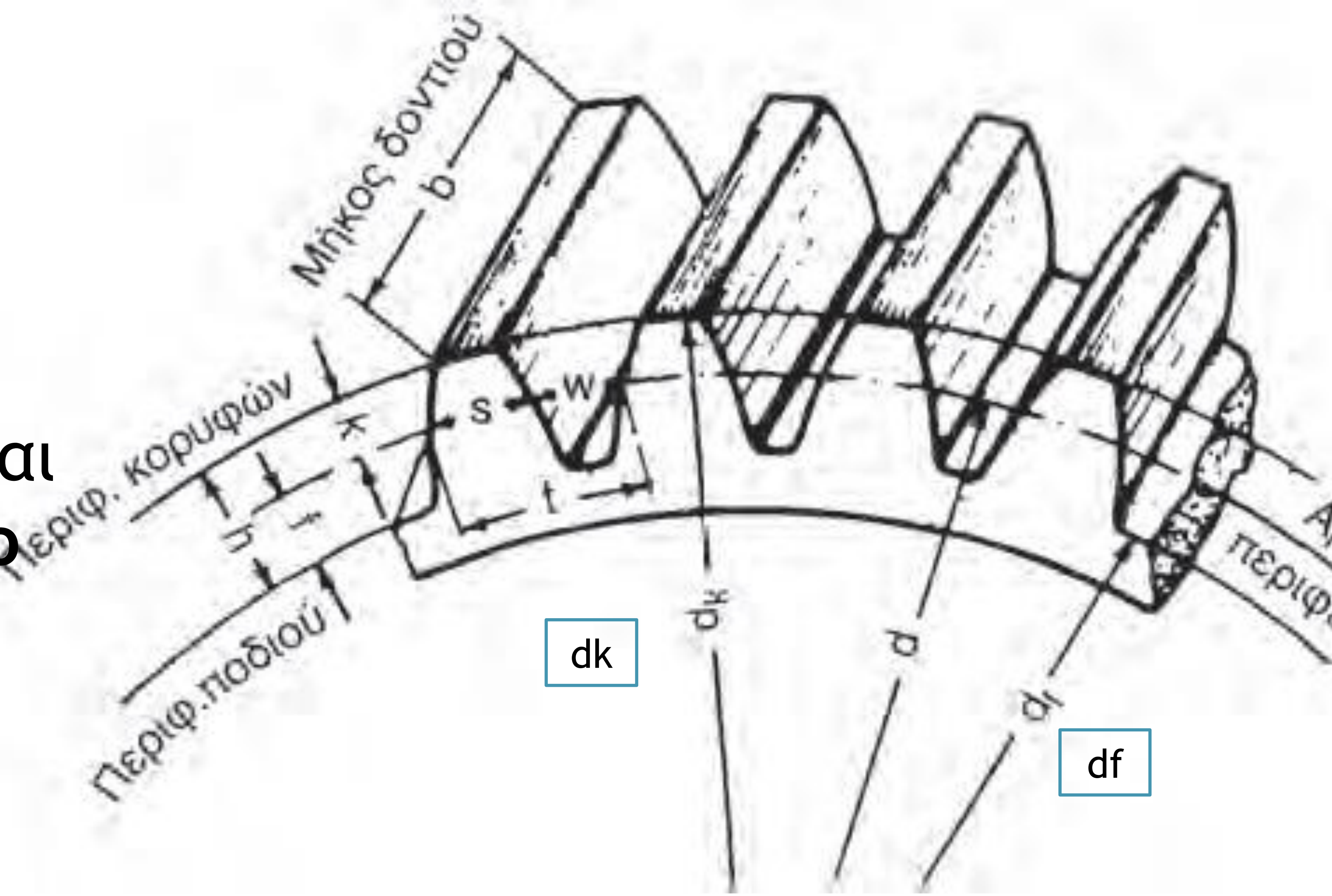
- Για μεγάλα δόντια και μικρές απαιτήσεις κατασκευαστικής ακρίβειας, η οδόντωση μπορεί να κατασκευαστεί με χύτευση, μαζί με τον τροχό.
- Οι οδοντώσεις κατά κύριο λόγο κατασκευάζονται με τη μέθοδο της αφαίρεσης υλικού (κοπή) σε ειδικές εργαλειομηχανές, τους γραναζοκόπτες. Πρόκειται για εξειδικευμένα μηχανήματα που απαιτούν πολλές ρυθμίσεις και έμπειρο και εκπαιδευμένο προσωπικό για το χειρισμό τους.

Βασικές διαστάσεις οδοντώσεων

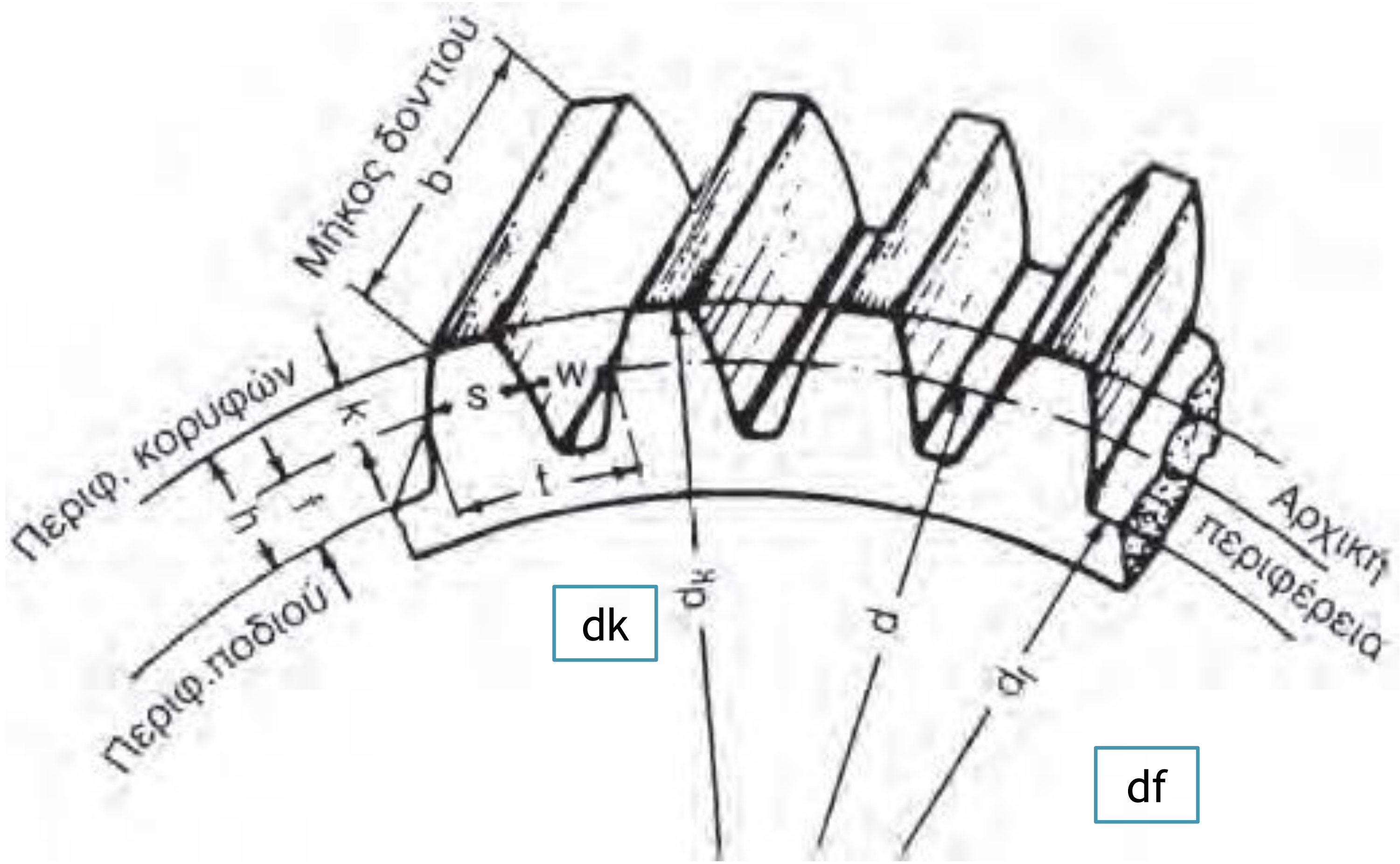
Για να ορίσουμε τις **βασικές διαστάσεις των οδοντώσεων**, αρχικά θα αναφερθούμε στους απλούς παράλληλους τροχούς με ίσια δόντια (που άλλωστε είναι και οι πιο συνηθισμένοι) και στη συνέχεια θα εξειδικεύσουμε τα στοιχεία αυτά για τους άλλους τύπους.

Στους παράλληλους λοιπόν τροχούς διακρίνουμε:

1. Την **περιφέρεια κεφαλών** (ή κορυφών), που περνάει από τις κορυφές των δοντιών και την αντίστοιχη **διάμετρο dk**, που είναι και η μεγαλύτερη διάμετρος του τροχού.

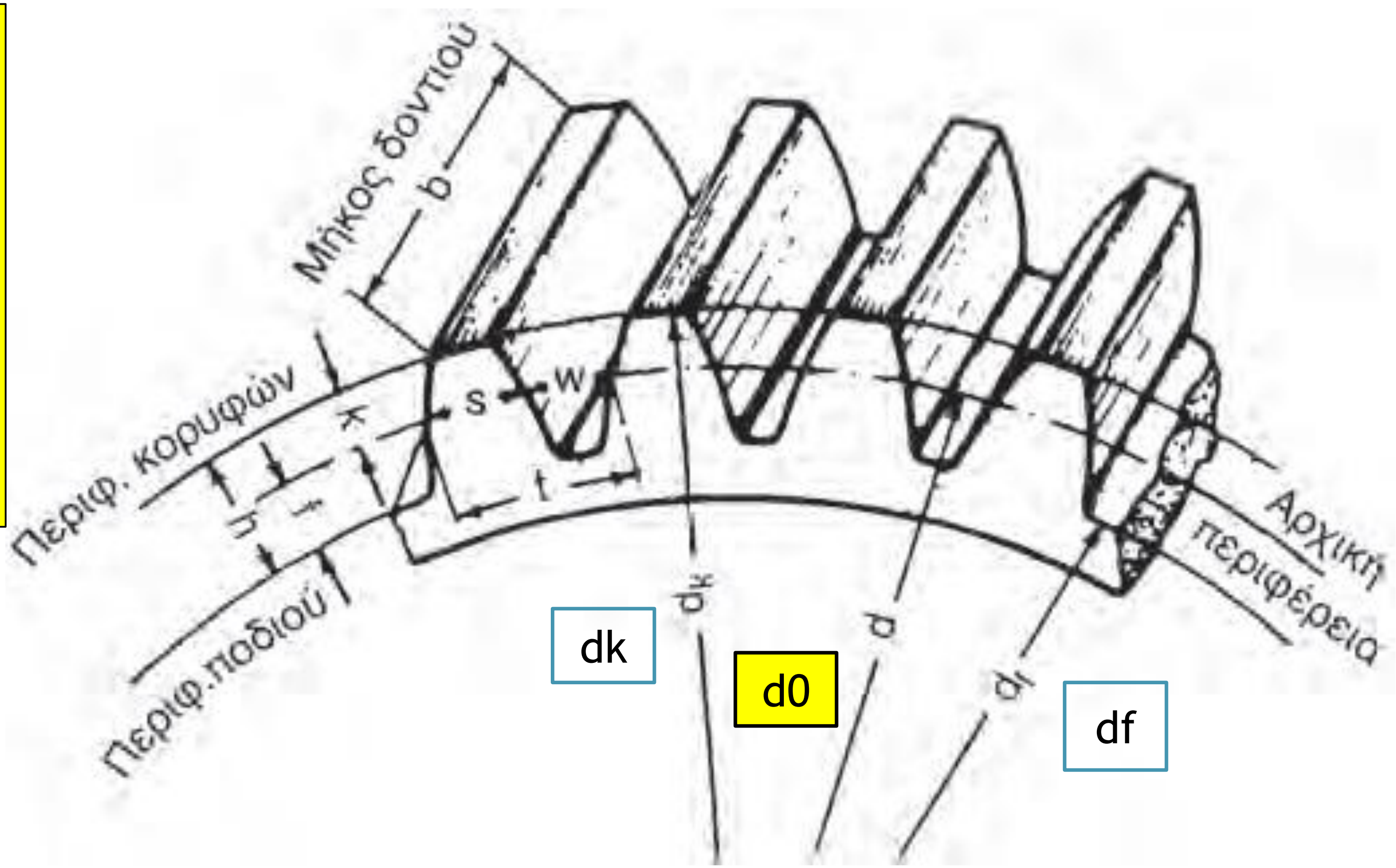


2.Την **περιφέρεια ποδιών**, που περνάει από τη βάση των δοντιών και την αντίστοιχη **διάμετρο df**, που είναι και η μικρότερη διάμετρος της οδόντωσης.

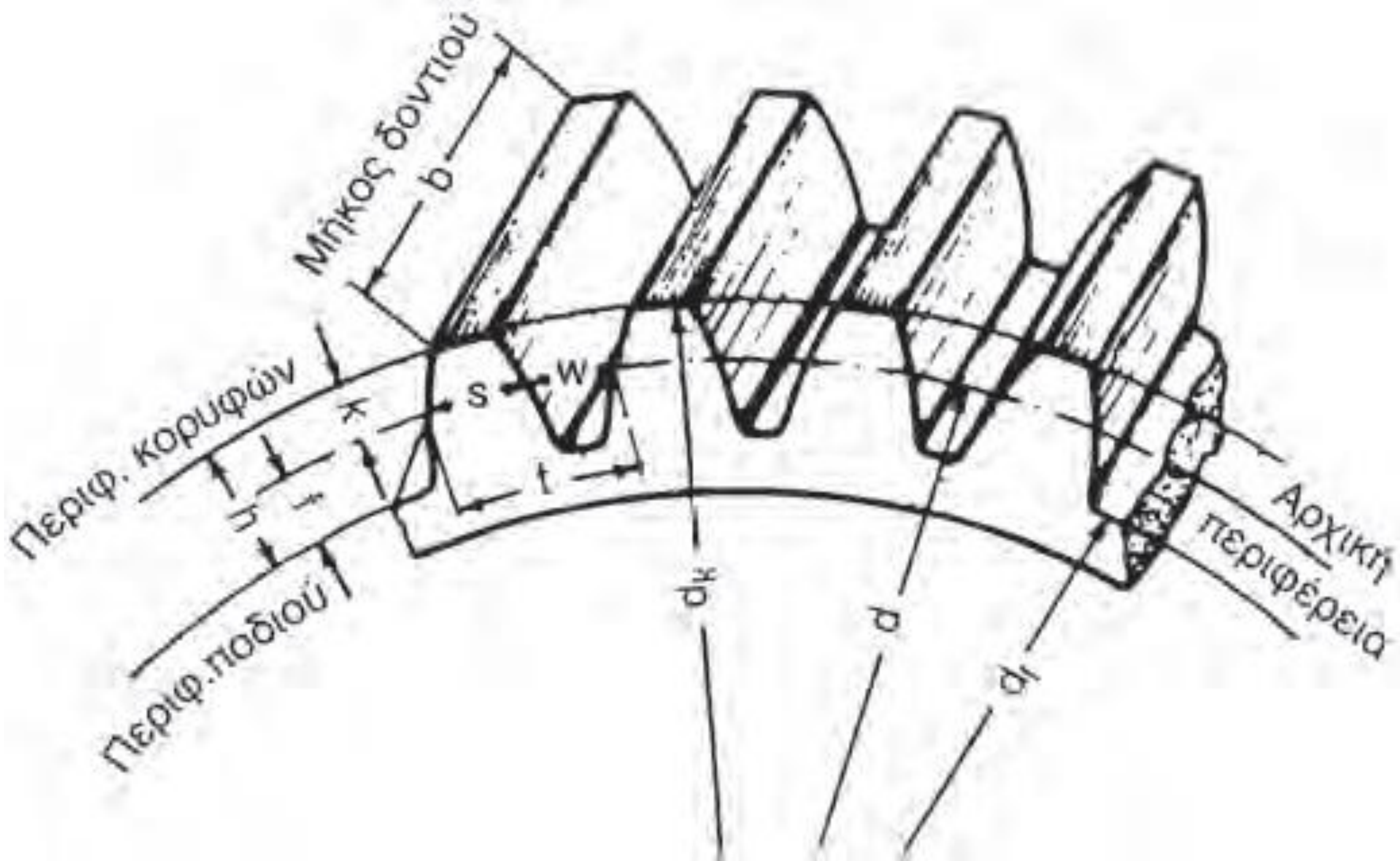


3. Την **αρχική περιφέρεια**, που περνάει λίγο ψηλότερα από το μέσο του ύψους του δοντιού και την αντίστοιχη **διάμετρο do** (ή **d**).

Η **αρχική διάμετρος** είναι μια πολύ σημαντική διάσταση, γιατί η τιμή της **χρησιμοποιείται στους υπολογισμούς της αντοχής του τροχού και των άλλων διαστάσεών του.**

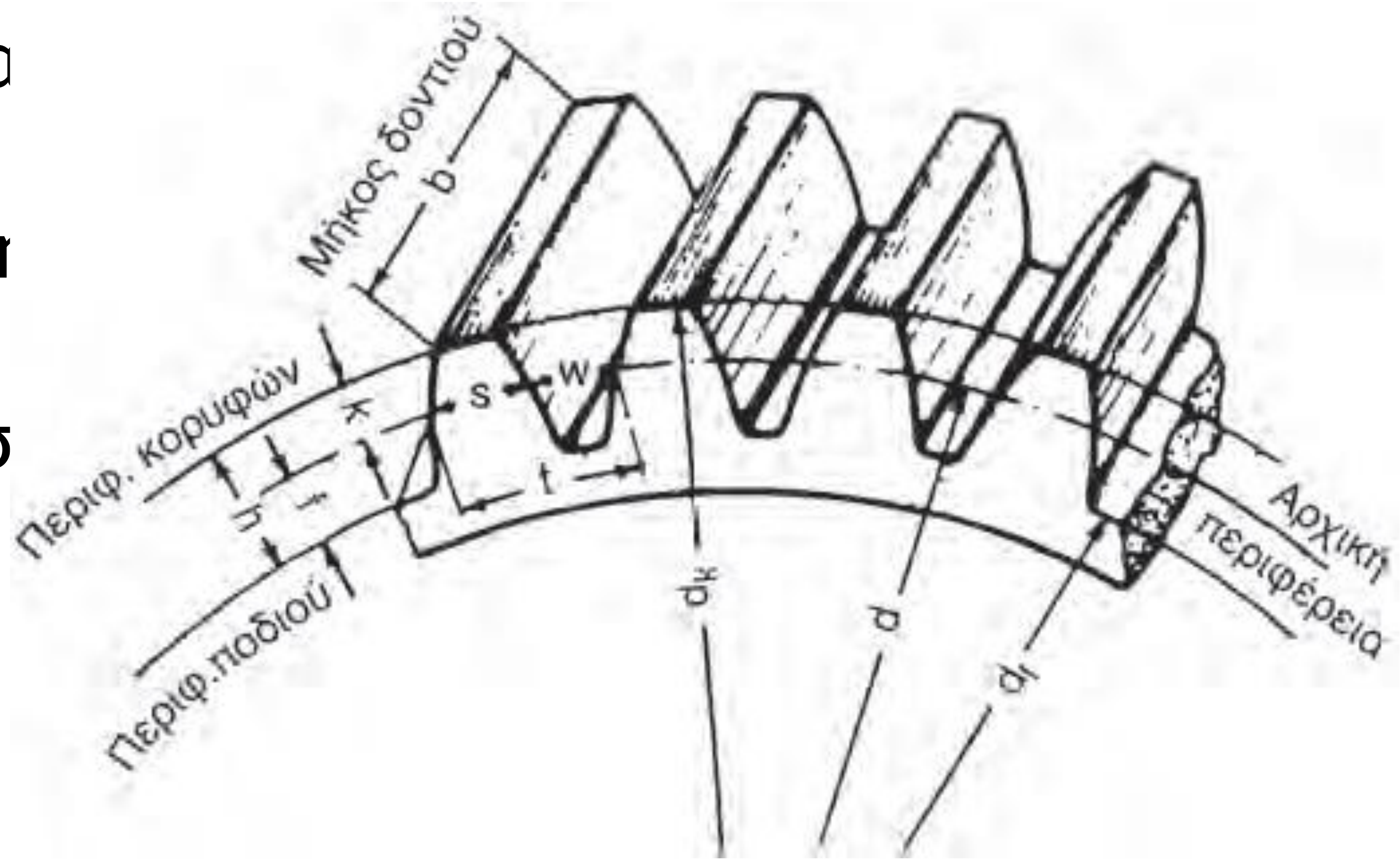


4. Το **βήμα** της οδόντωσης **t**. Είναι η **απόσταση** μεταξύ δύο αντίστοιχων σημείων δύο διαδοχικών δοντιών που μετριέται πάνω στην αρχική περιφέρεια, πρόκειται για μήκος τόξου.

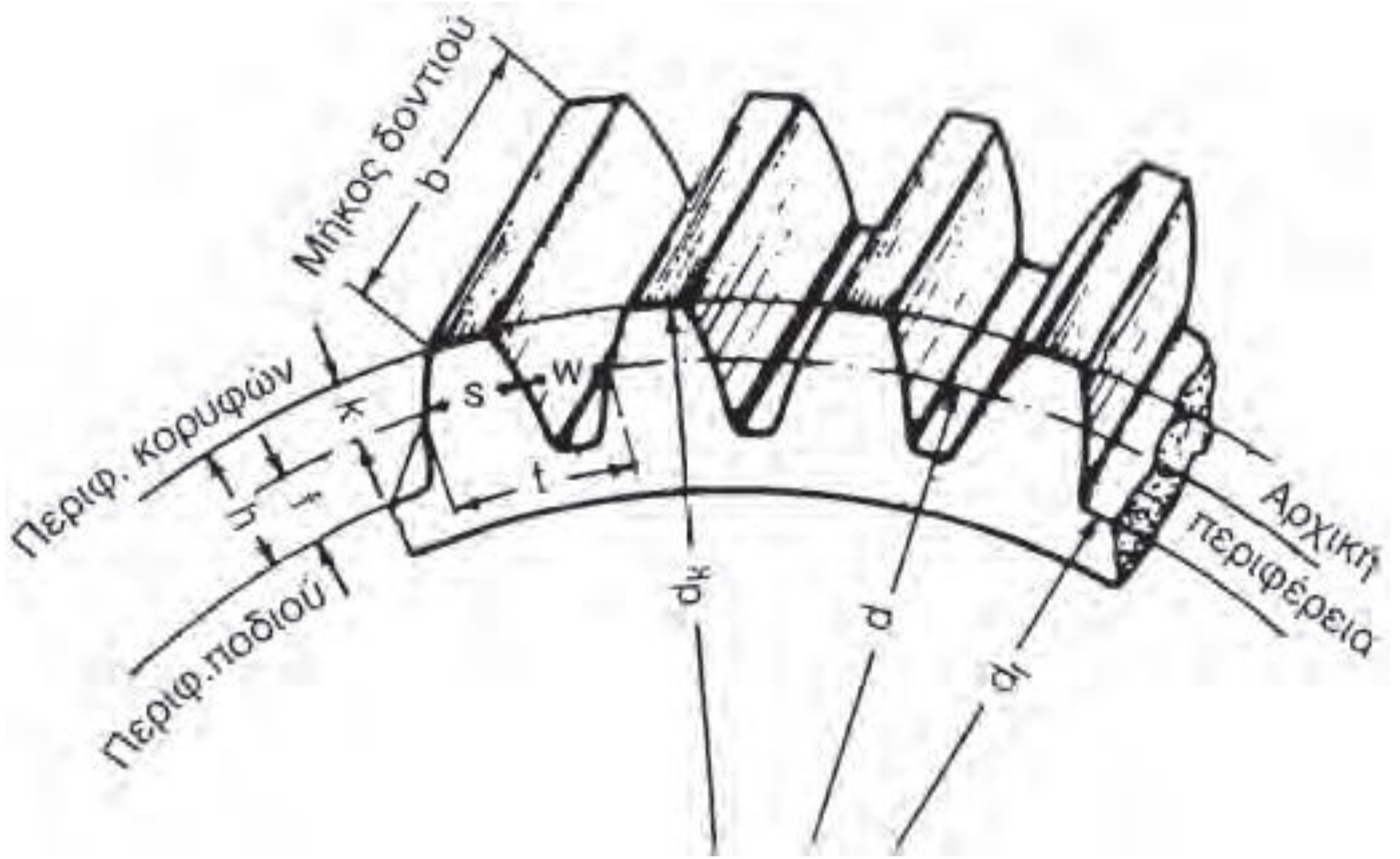


5. Το **ύψος κεφαλής hk** και το **ύψος ποδιού hf**. Είναι οι αποστάσεις των αντίστοιχων περιφερειών από την αρχική (μετρημένες σε ακτίνα). Το άθροισμά τους είναι το **ύψος του δοντιού h**.

Το **πάχος δοντιού s** κα
επίσης ως
τόξα πάνω στην αρχική
το άθροι-
σμά τους προφανώς ισ

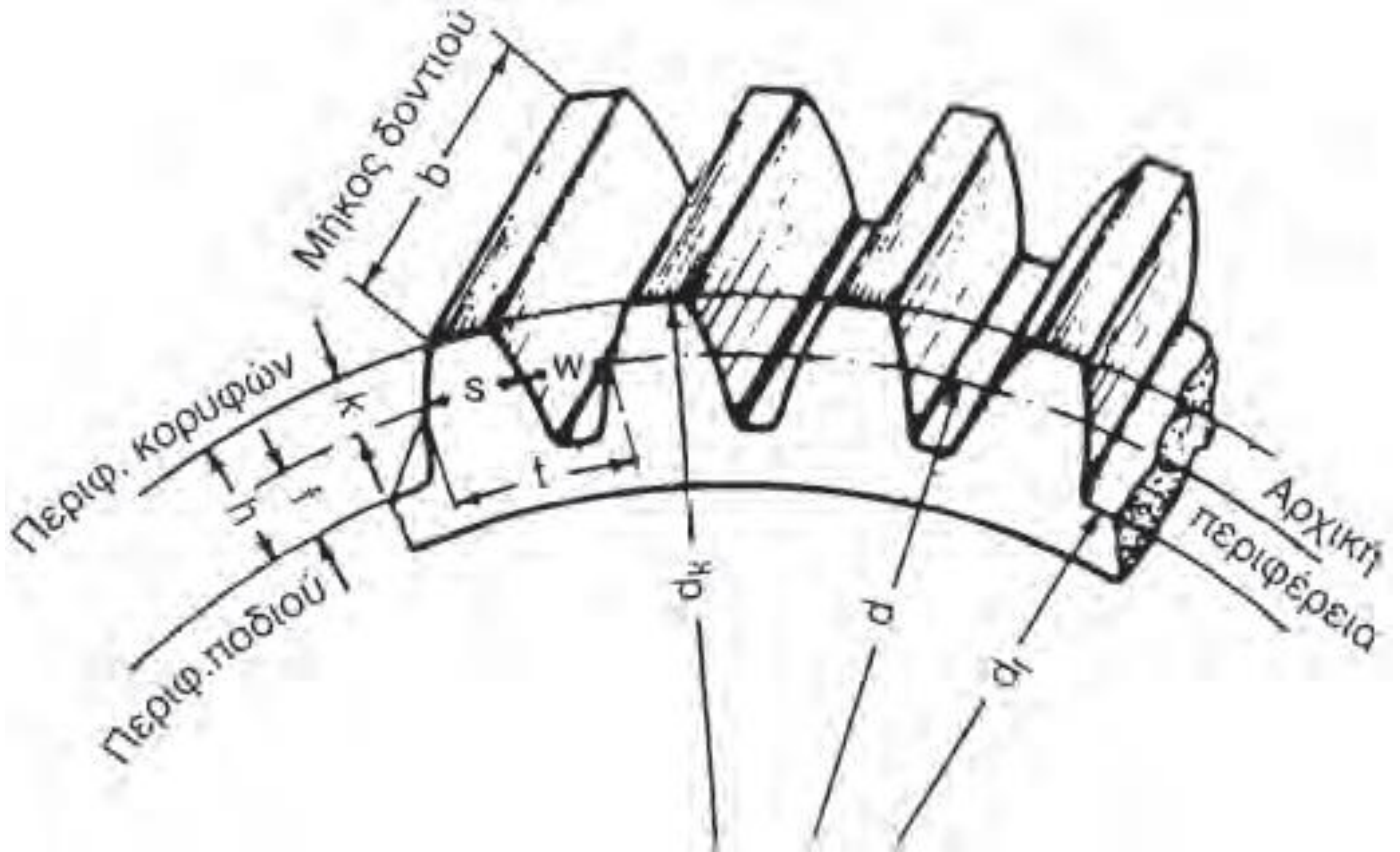


6. Το **πάχος δοντιού s** και το **διάκενο w**, **που μετριούνται επίσης ως τόξα πάνω στην αρχική περιφέρεια**. Είναι περίπου ίσα και το άθροισμά τους προφανώς ισούται με το βήμα.



6. Το **μήκος δοντιού b.**

7. ένας ακόμη χαρακτηριστικός αριθμός ενός οδοντωτού τροχού είναι ο **αριθμός των δοντιών** του **z.**



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

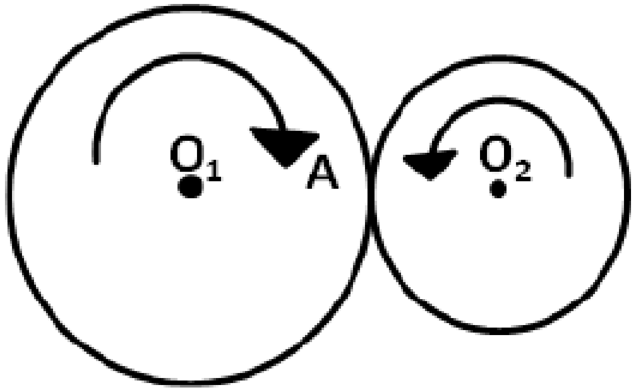
- Το κεφάλαιο των ασκήσεων στις οδοντώσεις ασχολείται με τους οδοντωτούς τροχούς

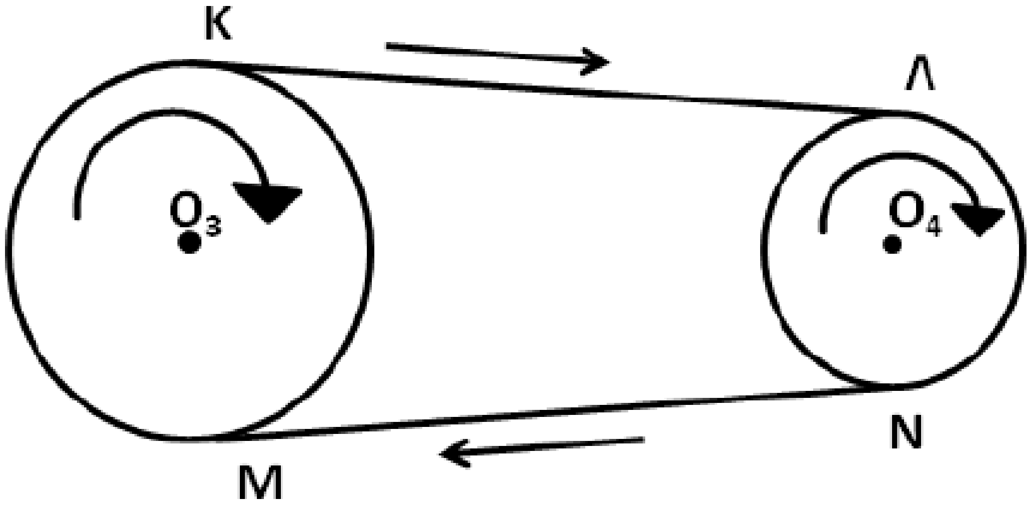
- Οι οδοντωτοί τροχοί είναι γνωστοί ως γρανάζια.

- Οι οδοντωτοί τροχοί εκτελούν περιστροφική κίνηση.

ΣΧΕΣΕΙΣ

Εστω ότι εχουμε δυο συνεργαζόμενους τροχούς. Εδώ έχουμε δυο περιπτώσεις: α) οι τροχοί να είναι σε επαφή και β) οι τροχοί να είναι σε απόσταση και να συνδέονται με κάποιο μέσο (ιμάντα ή αλυσίδα). Στο επόμενο σχήμα φαίνονται οι δυο περιπτώσεις.





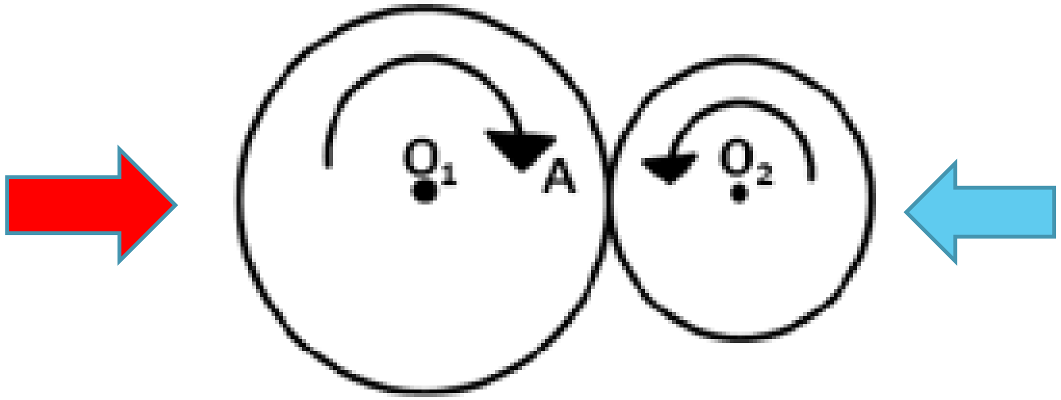
- **Αρχικά** για την **σχέση μετάδοσης**, που συμβολίζεται με το γράμμα i και ορίζεται ως ο λόγος των στροφών του κινούμενου τροχού (n2) προς τις στροφές του κινητήριου (n1)

$$i = \frac{n_2}{n_1}$$

Ανεξάρτητα από το αν οι δυο τροχοί είναι σε επαφή ή σε απόσταση, υπάρχουν ορισμένες σχέσεις κοινές, που ισχύουν μεταξύ των μεγεθών που περιγράφουν τις κινήσεις τους. Για παράδειγμα η σχέση μετάδοσης, η οποία ορίζεται ως το πηλίκο των στροφών του κινούμενου τροχού προς τον αριθμό των στροφών που έχει ο κινητήριος.

Αν συμβολίσουμε με **i την σχέση μετάδοσης,** n1 τον αριθμό των στροφών του κινητήριου τροχού και n2 τις στροφές του κινούμενου τροχού, τότε σύμφωνα με τον ορισμό θα ισχύει:

$$i = \frac{n_2}{n_1}$$



Η σχέση με τάδοσης είναι ο αριθμός (καθαρός αριθμός, χωρίς μονάδες) που μας λέει πόσες φορές περισσότερες ή λιγότερες στροφές έχει ο κινούμενος τροχός από τον κινητήριο.

Αν έχουμε για παράδειγμα i=2, τότε ο κινούμενος τροχός θα έχει διπλάσιες στροφές από τον κινητήριο. Άλλο παράδειγμα: αν i=0,5 τότε θα έχει τις μισές στροφές ο κινούμενος τροχός.

Αν i=1,5 τότε ο κινούμενος τροχός θα έχει μιάμιση φορά περισσότερες στροφές από τον κινητήριο. Πχ. αν το κινητήριο γρανάζι περιστρέφεται με 100 rpm το κινούμενο γρανάζι θα περιστρέφεται με 150 rpm (αφού 1,5·100=150).

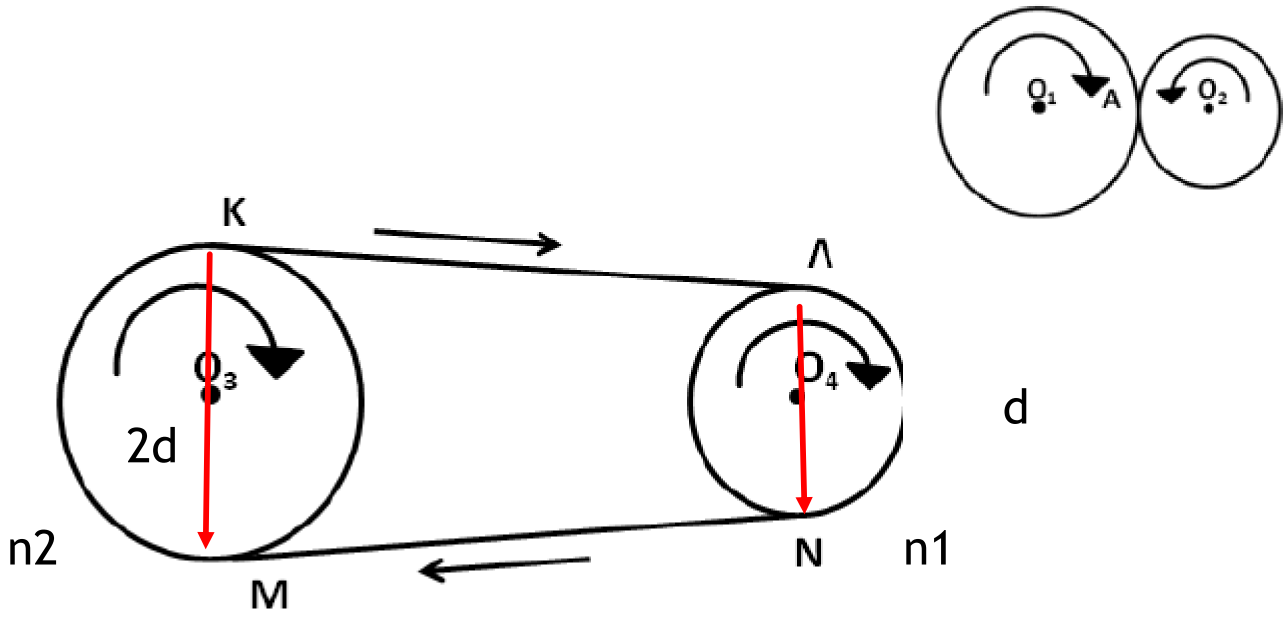
Επομένως, αν **η σχέση μετάδοσης i είναι μεγαλύτερη από τη μονάδα τότε θα έχουμε αύξηση στροφών, ενώ αν είναι μικρότερη από τη μονάδα θα έχουμε μείωση (μειωτήρας στροφών).**

3. Συμπεραίνουμε οτι όταν έχουμε δυο συνεργαζόμενους οδοντωτούς τροχούς ή δυο τροχούς που περιστρέφονται με ιμάντα ή αλυσίδα, όσες φορές μεγαλύτερος είναι ο ένας από τον άλλον τόσες φορές πιο αργά θα περιστρέφεται. Για παράδειγμα, αν ο ένας έχει διπλάσια διάμετρο από τον άλλο, θα περιστρέφεται με τις μισές στροφές από εκείνον

$$\frac{n1}{n2} = \frac{d2}{d1} = \frac{2d1}{d1} = 2$$

$$n1 = 2n_2$$

$$n2 = \frac{n1}{2}$$



2. Οι δυο τροχοί έχουν τις ίδιες περιφερειακές γραμμικές ταχύτητες. **Δηλαδή οι περιφέρειές τους έχουν την ίδια γραμμική ταχύτητα.** Στην περίπτωση των οδοντωτών τροχών οι περιφέρειες είναι σε επαφή και η μια είναι σε κύλιση στην άλλη, άρα οι ταχύτητές τους είναι ίσες. Στην περίπτωση του ιμάντα ή της αλυσίδας οι περιφέρειες των δυο τροχών έχουν την ίδια ταχύτητα γιατί έχουν την ταχύτητα του ιμάντα ή της αλυσίδας.

$$u1 = u2$$

$$\pi \cdot d1 \cdot n1 = \pi \cdot d2 \cdot n2$$

$$d1 \cdot n1 = d2 \cdot n2$$

$$\frac{n1}{n2} = \frac{d2}{d1}$$

2. Ηδη γνωρίζουμε οι στροφές δύο τροχών είναι αντιστρόφως ανάλογες των διαμέτρων των τροχών.

Πρέπει να προσέξουμε ότι στις οδοντώσεις η διάμετρος του τροχού που σχετίζεται με τις στροφές είναι η αρχική διάμετρος d0.

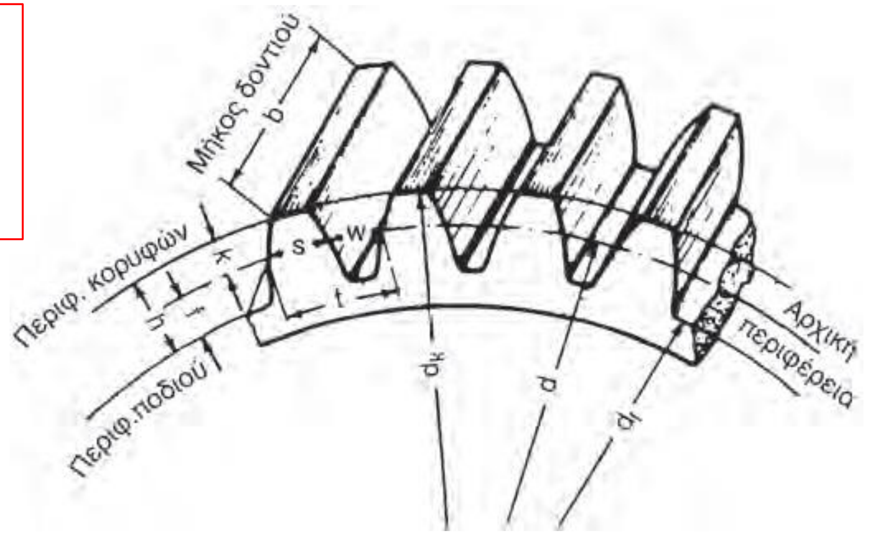
$$u1 = u2$$

$$\pi \cdot d1 \cdot n1 = \pi \cdot d2 \cdot n2$$

$$d1 \cdot n1 = d2 \cdot n2$$

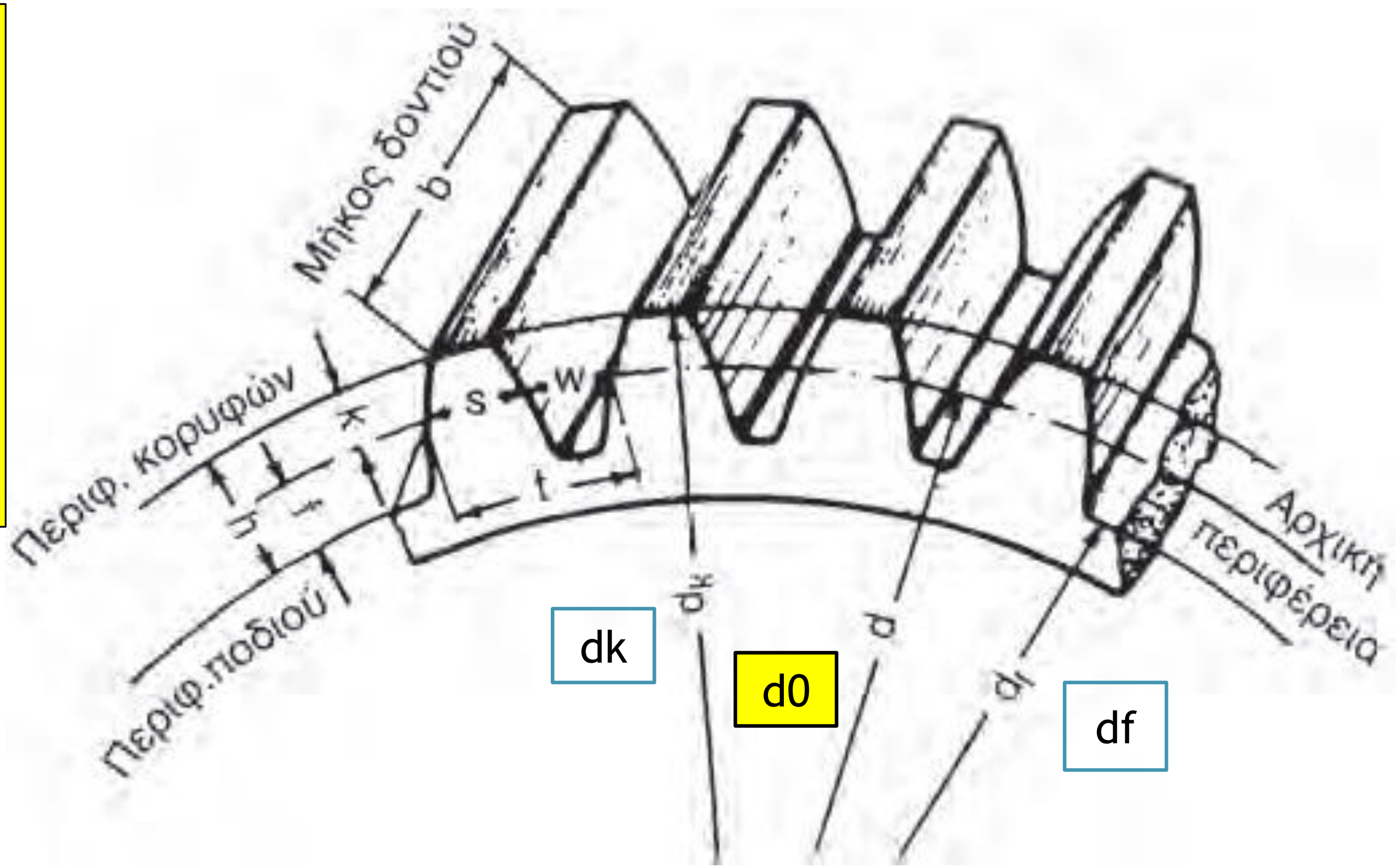
$$\frac{n1}{n2} = \frac{d2}{d1}$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{d_{01}}{d_{02}} \Rightarrow n_1 \cdot d_{01} = n_2 \cdot d_{02}$$



3. Την **αρχική περιφέρεια**, που περνάει λίγο ψηλότερα από το **μέσο του ύψους του δοντιού** (αντίστοιχη **διάμετρο do** ή **d**).

Η **αρχική διάμετρος** είναι μια πολύ σημαντική διάσταση, γιατί η τιμή της **χρησιμοποιείται στους υπολογισμούς της αντοχής του τροχού και των άλλων διαστάσεών του.**



- Η περιφέρεια (δηλαδή το μήκος) ενός κύκλου είναι γνωστό ότι είναι ανάλογο της διαμέτρου του κύκλου, αφού η περιφέρεια του κύκλου δίνεται από τον τύπο:

$$\Pi = \pi \cdot d = 3{,}14 \cdot d$$

- Αν το γρανάζι έχει βήμα **t** και **z** δόντια, είναι **π do = z t** , αφού κάθε μέλος της σχέσης ισούται με το μήκος της αρχικής περιφέρειας. Επομένως είναι **do = z (t / π)**

- Αν το γρανάζι έχει βήμα **t** και **z** δόντια, είναι **π do = z t** , αφού κάθε μέλος της σχέσης ισούται με το μήκος της αρχικής περιφέρειας. Επομένως είναι **do = z (t / π)**

Παρατηρηση : ο **z** είναι ένας φυσικός αριθμός και ο **π** είναι άρρητος, με απεριόριστο αριθμό δεκαδικών ψηφίων. Αυτό θα οδηγούσε σε άρρητη τιμή και τη διάμετρο, με αποτέλεσμα και δύσκολους στη συνέχεια υπολογισμούς και δυσχέρεια στην τυποποίηση, ιδιαίτερα αν διάφοροι κατασκευαστές διάλεγαν διαφορετική ακρίβεια προσέγγισης (1ο, 2ο, 3ο κ.λπ. δεκαδικό).

Παρατηρηση : Για να ξεπεραστούν τα προβλήματα αυτά, συμφωνήθηκε διεθνώς ο λόγος **t / π** να πάρει ορισμένες ρητές τιμές (σε mm) και να ονομαστεί **διαμετρικό βήμα ή modul (m)**. Έτσι είναι **m = t / π**, **do = z m** και **m = do / z** .
Η τελευταία σχέση εξηγεί και τον όρο “διαμετρικό βήμα”, αφού δείχνει το μήκος της διαμέτρου που αντιστοιχεί σε κάθε δόντι.

Οι τιμές του modul (σε mm) περιλαμβάνονται στους πίνακες των διεθνών οργανισμών τυποποίησης DIN και ISO.

Παρατηρηση : Για να ξεπεραστούν τα προβλήματα αυτά, συμφωνήθηκε διεθνώς ο λόγος **t / π** να πάρει ορισμένες ρητές τιμές (σε mm) και να ονομαστεί **διαμετρικό βήμα ή modul (m)**. Έτσι είναι **m = t / π**, **do = z m** και **m = do / z** .
Η τελευταία σχέση εξηγεί και τον όρο “διαμετρικό βήμα”, αφού δείχνει το μήκος της διαμέτρου που αντιστοιχεί σε κάθε δόντι.

Οι τιμές του modul (σε mm) περιλαμβάνονται στους πίνακες των διεθνών οργανισμών τυποποίησης DIN και ISO.

Πρέπει να προσέξουμε ότι στις οδοντώσεις η διάμετρος του τροχού που σχετίζεται με τις στροφές είναι η αρχική διάμετρος d0.

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{d_{01}}{d_{02}}$$

- Αν το γρανάζι έχει βήμα **t** και **z** δόντια, είναι **π do = z t** , αφού κάθε μέλος της σχέσης ισούται με το μήκος της αρχικής περιφέρειας. Επομένως είναι **do = z (t / π)**

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{d_{01}}{d_{02}} :$$

Επομένως και ο αριθμός των δοντιών που είναι ανάλογος της περιφέρειας, θα είναι και ανάλογος της διαμέτρου.

Άρα σε δύο συνεργαζόμενα γρανάζια που έχουν αρχικές διαμέτρους d01 και d02 και αριθμούς δοντιών z1 και z2 θα ισχύει η αναλογία:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{d_{01}}{d_{02}} \Rightarrow z_2 \cdot d_{01} = z_1 \cdot d_{02}$$

Οι παραπάνω σχέσεις συνδυαζόμενες δίνουν τη σχέση:

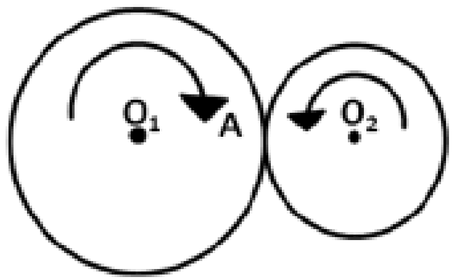
$$i = \frac{n_2}{n_1}$$

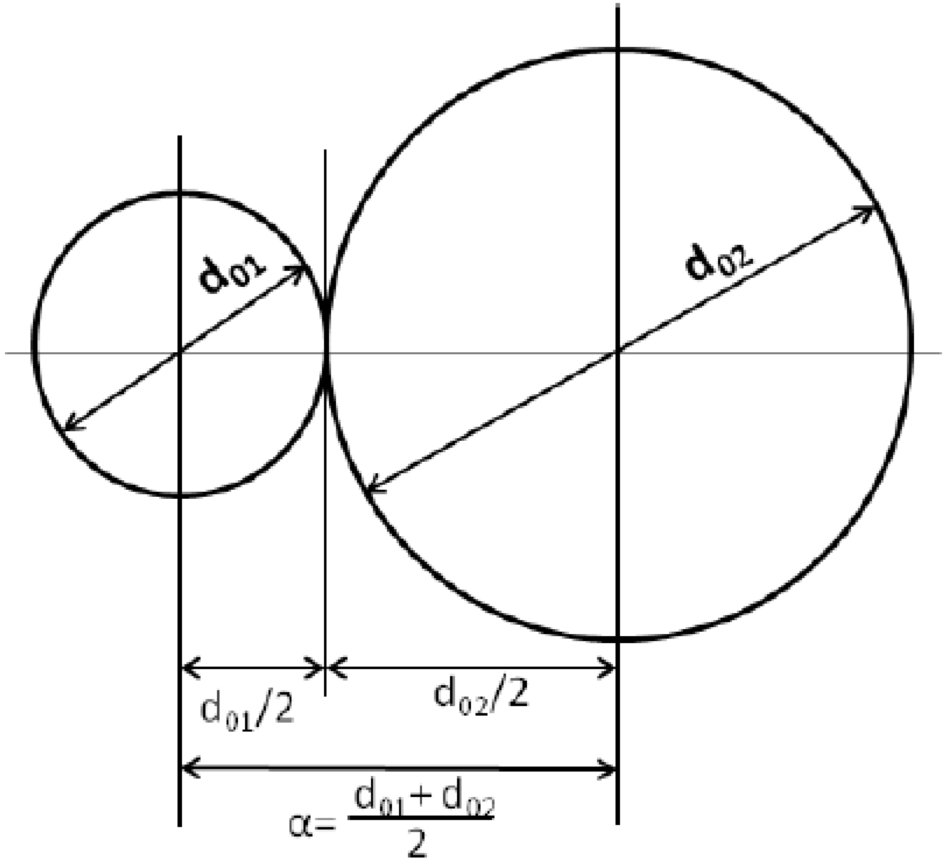
$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{d_{01}}{d_{02}}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{d_{01}}{d_{02}}$$

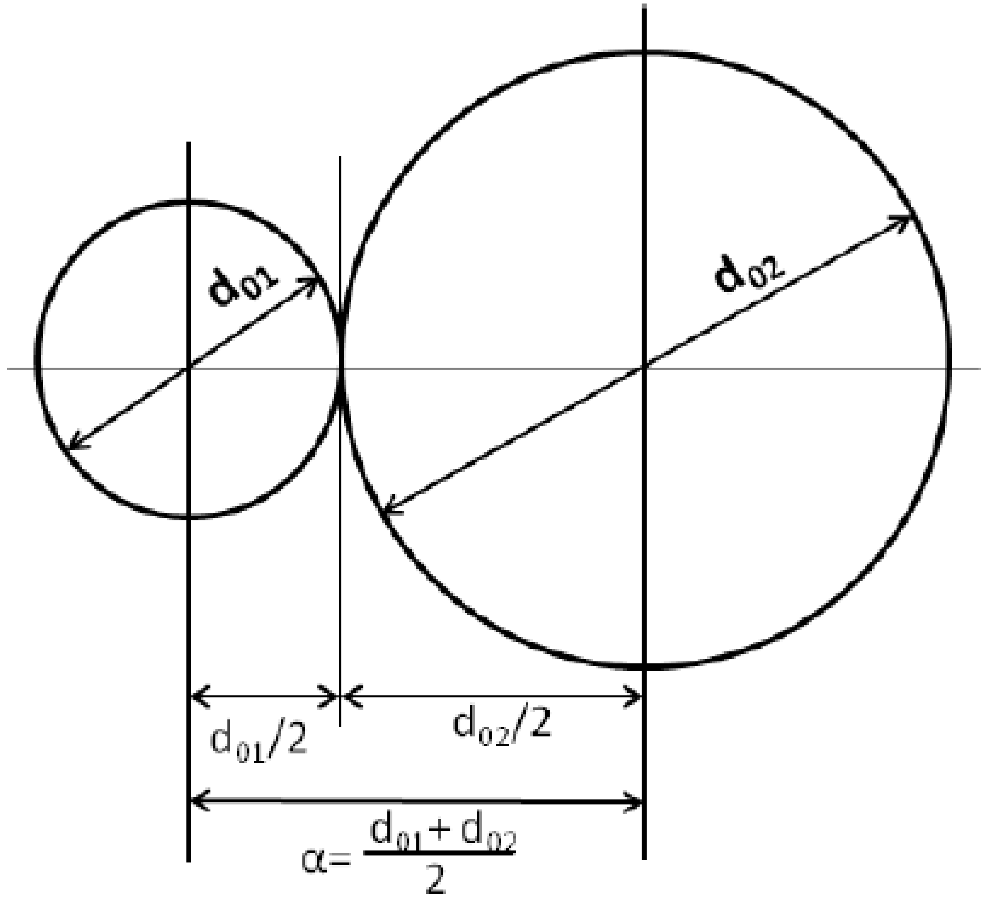
$$\boxed{\frac{d_{01}}{d_{02}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{z_1}{z_2} = i}$$

Η απόσταση των κέντρων των δύο γραναζιών (ή των αξόνων τους), **που συμβολίζεται με α**, θα είναι ίση με το άθροισμα των ακτινών τους.





Αλλά επειδή η ακτίνα είναι ίση με τη μισή διάμετρο, τότε η απόσταση α θα ισούται με το ημι-άθροισμα των αρχικών διαμέτρων τους. Άρα θα ισχύει η σχέση:



Ισχύς στον περιστρεφόμενο τροχό

Υπολογίζεται η ισχύς που αποδίδεται σε αυτόν.

$$M = 716{,}2 \cdot \frac{P}{n}$$

Σε ένα περιστρεφόμενο σώμα η **ροπή M** που το περιστρέφει, **η ισχύς P** που μεταδίδεται ή που δέχεται το σώμα και ο αριθμός των **στροφών n,** συνδέονται με την σχέση αυτη.

- Όταν χρησιμοποιούμε τον τύπο αυτό πρέπει να θυμόμαστε τις μονάδες των μεγεθών, οι οποίες είναι οι εξής: ροπή: **daN·m**, ισχύς σε HP και οι στροφές σε στροφές ανά λεπτό δηλαδή RPM (rpm).

- Αν η ροπή δίνεται ή βρίσκεται σε daN·cm (και όχι σε daN·m) τότε ο προηγούμενος τύπος παίρνει τη μορφή:

$$M = 71620 \cdot \frac{P}{n}$$

Και είναι λογικό να αυξάνεται κατά τον παράγοντα 100 ο συντελεστής , αφού η ροπή βρίσκεται σε daN·cm που είναι κατά 100 φορές μικρότερη μονάδα από την daN·m.

1. Βασικές Γνώσεις (Μεγέθη – Μονάδες – Μετατροπή)

- Δύναμη

1 kp (kiliopond) = 9,81 N , καποιες φορές λαμβανεται ισο με 10 N

1 kp (kiliopond) = 10N

1 daN = 1Kp= 10N

1 N = 0,1 kp

- Τάση

1 N/m^2 = 0,0001 N/cm^2

- Ροπή

1 N·m = 100 N·cm

- Στροφές

1 στρ/min = 1RPM = 60 στρ/s

Ισχύς στον περιστρεφόμενο τροχό

Υπολογίζεται η ισχύς που αποδίδεται σε αυτόν.

$$M = 716{,}2 \cdot \frac{P}{n} \qquad M = 71620 \cdot \frac{P}{n}$$

Ο πρώτος από τους δύο δίνει τη ροπή στρέψης M σε μονάδες kp·m και ο δεύτερος σε kp·cm. Η ισχύς P δίνεται σε HP και οι στροφές σε rpm.

1HP=745,699watt

Υπολογίζεται η ισχύς που αποδίδεται σε αυτόν.

$$M = 716{,}2 \cdot \frac{P}{n}$$

Ο τύπος δείχνει ότι η ροπή είναι αντιστρόφως ανάλογη των στροφών του άξονα με τον οποίο μεταφέρεται. Επομένως όταν δύο άξονες συνεργάζονται μέσω δύο γραναζιών, τότε οι στροφές των αξόνων n1 και n2 συνδέονται με τις ροπές στρέψης των αξόνων M1 και M2 με την ακόλουθη σχέση

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{n_2}{n_1} = i$$

Η ισχύς της σχέσης προϋποθέτει ότι δεν έχουμε απώλεια ισχύος στο σύστημα των τροχών (λόγω τριβών) και η ισχύς του κινητήριου άξονα ισούται με την ισχύ του κινούμενου. (ΙΔΙΟ P)

Υπολογίζεται η ισχύς που αποδίδεται σε αυτόν.

Αν έχουμε απώλειες (δηλαδή ο βαθμός απόδοσης δεν είναι η μονάδα) τότε την ροπή ενός άξονα την υπολογίζουμε μόνο μέσω της σχέσης

$$M = 716{,}2 \cdot \frac{P}{n}$$

$$M = 71620 \cdot \frac{P}{n}$$

daN·m

daN·cm

Αν έχουμε απώλειες (δηλαδή ο βαθμός απόδοσης δεν είναι η μονάδα) τότε την ροπή ενός άξονα την υπολογίζουμε μόνο μέσω της σχέσης

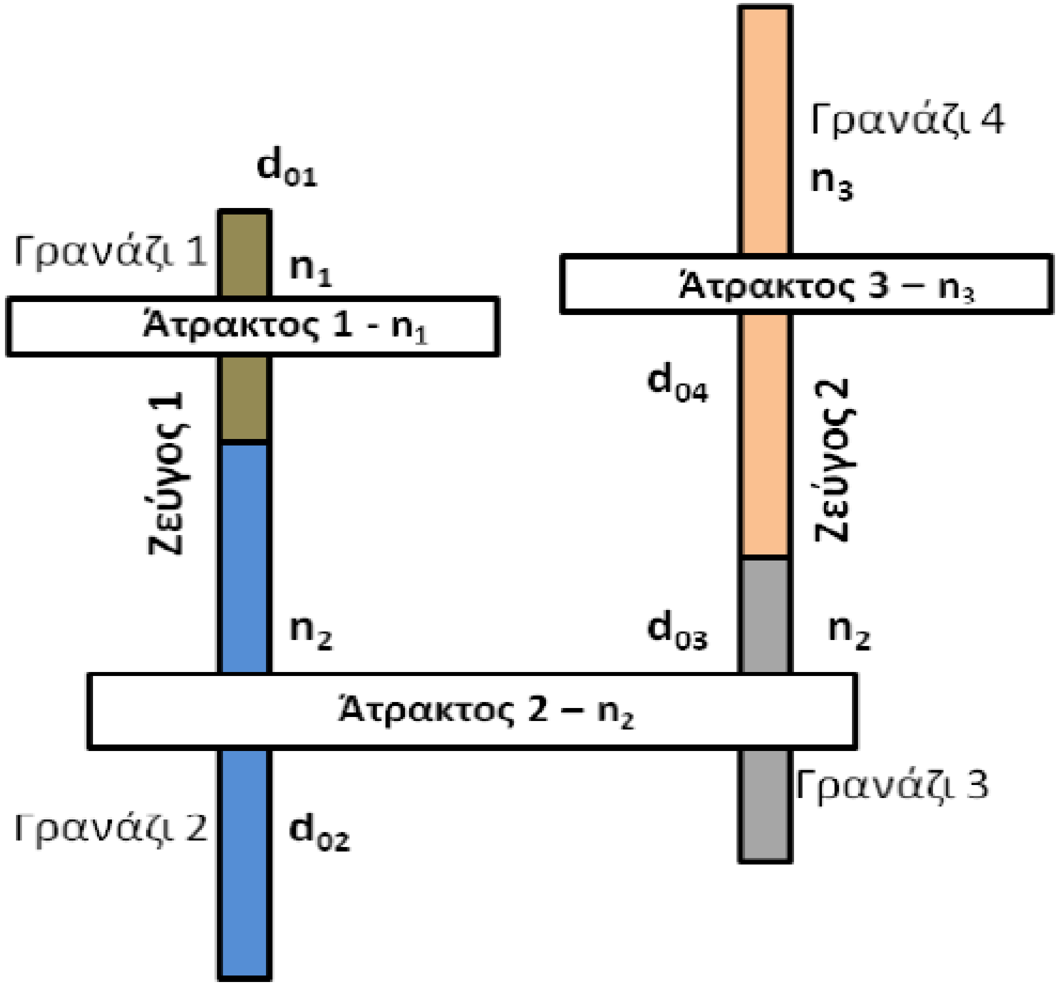
$$M = 716{,}2 \cdot \frac{P}{n}$$

daN·m

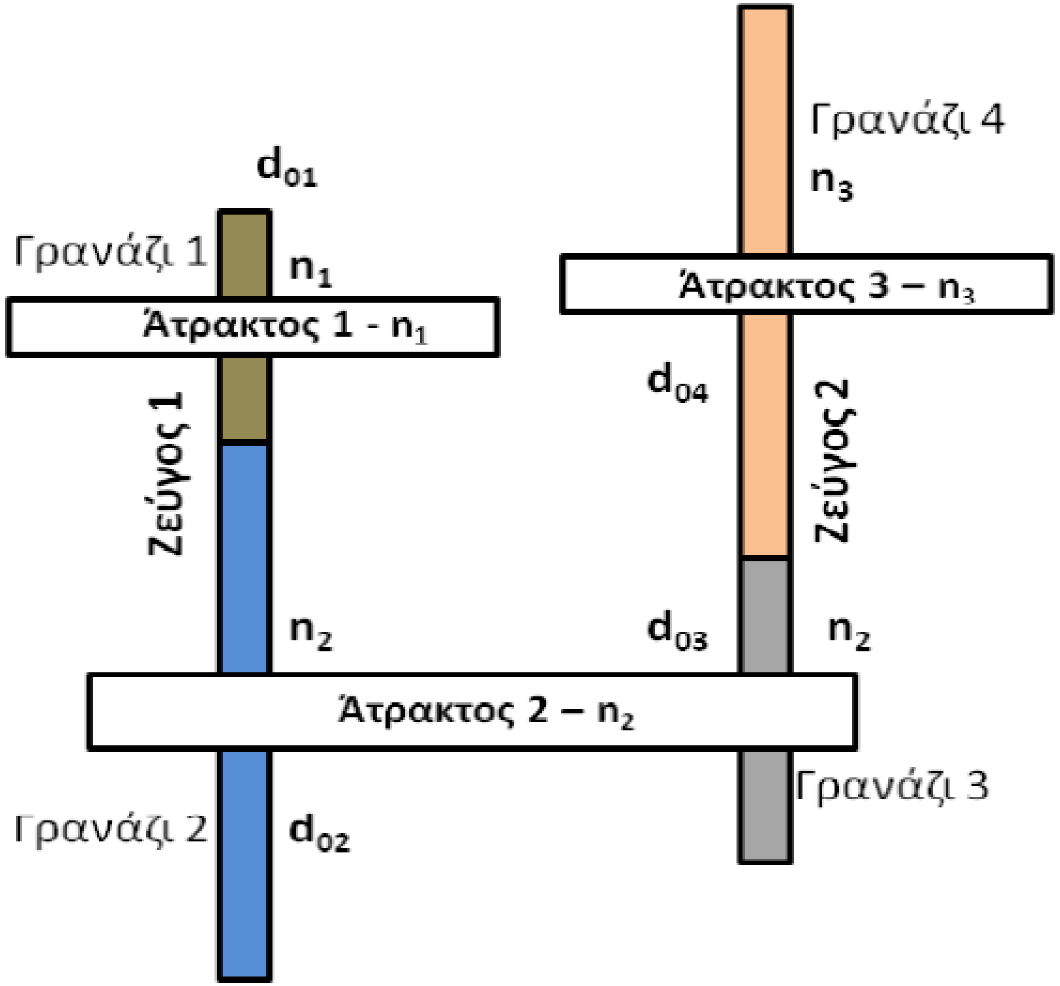
$$M = 71620 \cdot \frac{P}{n}$$

daN·cm

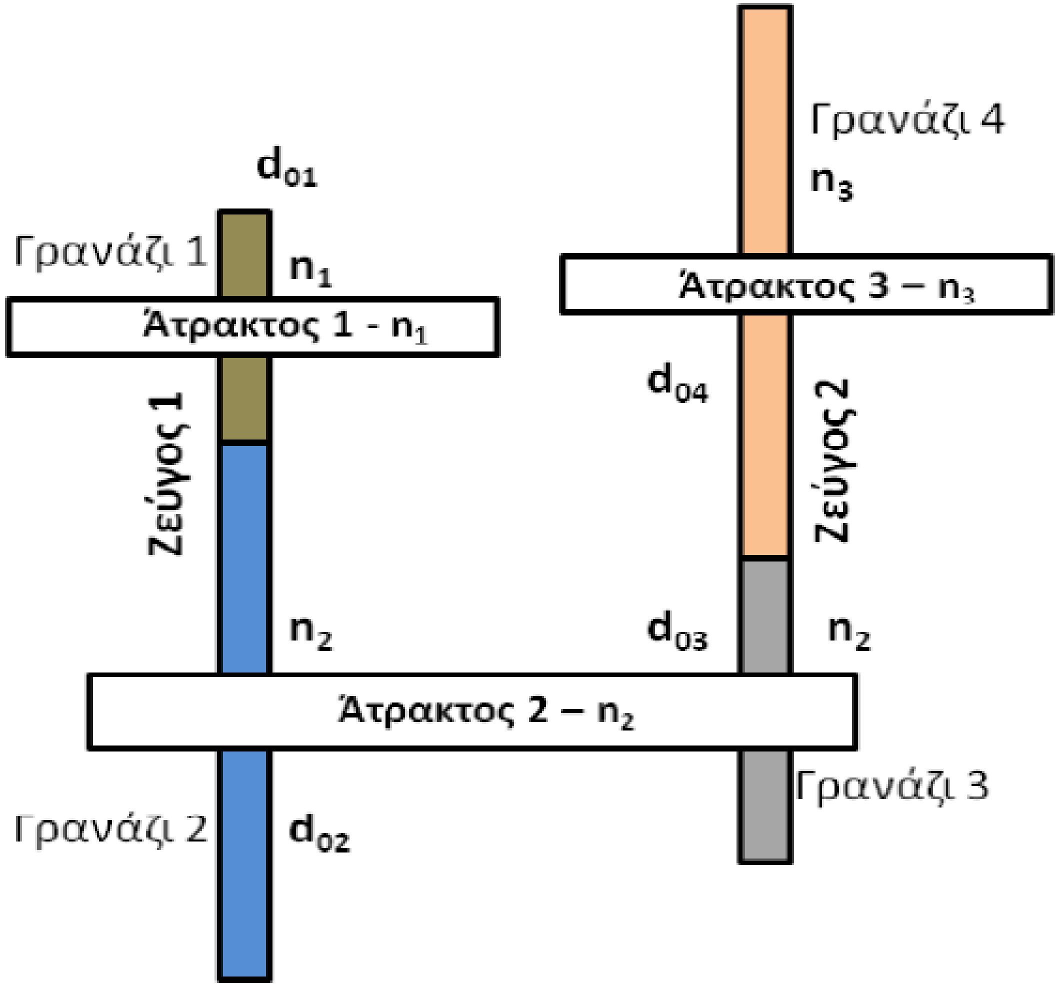
- Πολλές φορές έχουμε διαδοχικά πολλά ζεύγη οδοντωτών τροχών να συνεργάζονται. Στο σχήμα φαίνονται τα δύο ζεύγη γραναζιών με τους τέσσερις τροχούς, οι διάμετροί τους, οι στροφές τους και οι άτρακτοι στις οποίες είναι συνδε



- Σε αυτή την περίπτωση το πρώτο ζεύγος γραναζιών περιλαμβάνει το πρώτο και το δεύτερο γρανάζι που συμβολίζουμε τις διαμέτρους τους με d01 και d02, όπου d01 είναι το κινητήριο γρανάζι και d02 το κινούμενο. Το δεύτερο ζεύγος γραναζιών περιλαμβάνει τα γρανάζια d03 και d04.

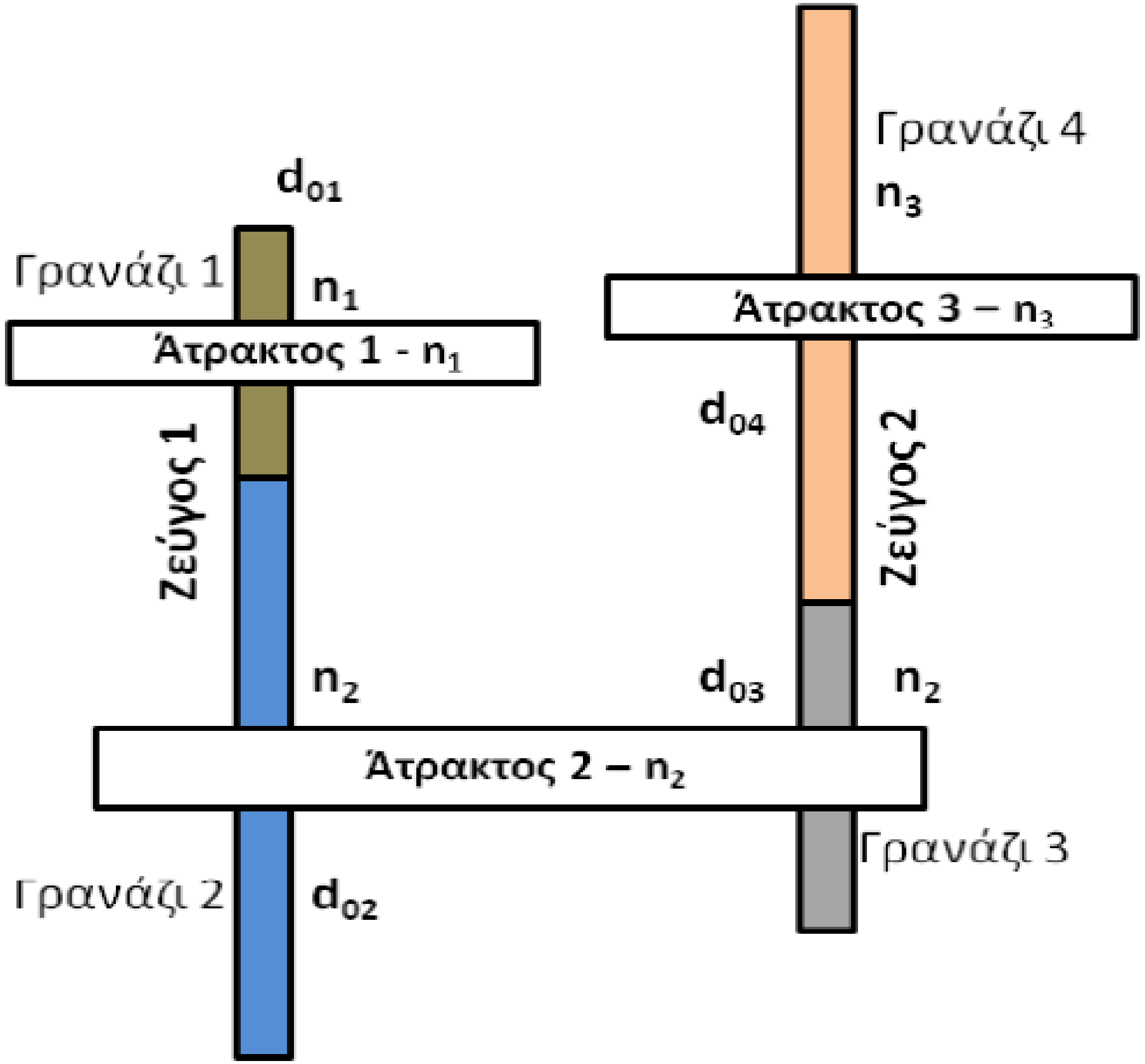


- Στα συνεργαζόμενα ζεύγη τα γρανάζια με διαμέτρους d02 και d03 κινούνται στην ίδια άτρακτο (την 2), άρα έχουν τις ίδιες στροφές n2.



Όταν έχουμε **να συνεργάζονται περισσότερα από ένα ζεύγη οδοντωτών τροχών**, τότε έχουμε την σχέση μετάδοσης του συστήματος των γραναζιών (συμβολίζεται με ioλ) και θα είναι **ο λόγος των στροφών του** **τελευταίου τροχού** **προς τις** **στροφές του πρώτου**. Επομένως στο παράδειγμα του σχήματος θα ισχύει:

$$i_{o\lambda} = \frac{n_3}{n_1}$$



Η σχέση μετάδοσης του πρώτου ζεύγους θα είναι η i1 και του δεύτερου η i2. Από τον ορισμό της σχέσης μετάδοσης θα ισχύει:

$$i_1 = \frac{n_2}{n_1} \quad \kappa\alpha\iota \quad i_2 = \frac{n_3}{n_2}$$

Αν πολλαπλασιάσουμε τις δύο σχέσεις μετάδοσης i1 και i2 μεταξύ τους θα έχουμε:

$$i_1 \cdot \ i_2 = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{n_3}{n_2} = \frac{\cancel{n_2}}{n_1} \cdot \frac{n_3}{\cancel{n_2}} = \frac{n_3}{n_1} = i_{o\lambda}$$

Παρατηρούμε ότι το γινόμενο των επί μέρους σχέσεων μετάδοσης, ισούται με τη συνολική σχέση μετάδοσης του συστήματος των οδοντωτών τροχών. Αυτό ισχύει όχι μόνο όταν έχουμε δύο ζεύγη γραναζιών αλλά και περισσότερα:

$$i_{o\lambda} = i_1 \cdot i_2 \cdot i_3$$

Είχαμε δώσει τον ορισμό του βαθμού απόδοσης μιας μηχανής, ως το

πηλίκο της ωφέλιμης ισχύος προς την καταναλισκόμενη.

Ο βαθμός απόδοσης

Ο βαθμός απόδοσης η είναι ένα μέγεθος που μας δείχνει αν μια μηχανή εκμεταλλεύεται αρκετά την ενέργεια (συνήθως ηλεκτρική ή καύσιμο) που χρησιμοποιεί για να μας αποδώσει κάποιο έργο.

Ο λόγος της ισχύος που ωφελούμαστε από ένα μηχάνημα ή μια συσκευή, προς την ολική καταναλισκόμενη ισχύ του μηχανήματος ονομάζεται βαθμός απόδοσης αυτού.

$$\eta = \frac{P_{ωφέλιμη}}{P_{καταναλισκόμενη}}$$

Είχαμε δώσει τον ορισμό του βαθμού απόδοσης μιας μηχανής, ως το πηλίκο της ωφέλιμης ισχύος προς την καταναλισκόμενη. Σε ένα ζεύγος συνεργαζόμενων οδοντωτών τροχών ισχύει κάτι ανάλογο: **βαθμός απόδοσης ενός ζεύγους γραναζιών είναι ο λόγος της ισχύος του κινούμενου γραναζιού (ωφέλιμη ισχύς, P2) προς την ισχύ του κινητήριου γραναζιού (καταναλισκόμενη ισχύς, P1).**

Είναι δηλαδή ένας αριθμός μικρότερος από τη μονάδα (χωρίς μονάδες-καθαρός αριθμός) που δείχνει πόση ισχύς μεταφέρεται με την οδόντωση στον κινούμενο άξονα από τον κινητήριο (άρα πόση χάνεται με τις τριβές των τροχών και των αξόνων). Ξαναγράφουμε τον τύπο ορισμού του βαθμού απόδοσης για τους οδοντωτούς τροχούς:

Ξαναγράφουμε τον τύπο ορισμού του βαθμού απόδοσης για τους οδοντωτούς τροχούς:

$$\eta = \frac{P_{\omega\varphi\acute{\varepsilon}\lambda\iota\mu\eta}}{P_{\kappa\alpha\tau\alpha\nu\alpha\lambda\iota\sigma\kappa\acute{o}\mu\varepsilon\nu\eta}} = \frac{P_2}{P_1}$$

Αν έχουμε ένα σύστημα πολλών ζευγών οδοντωτών τροχών με βαθμούς απόδοσης n1, n2, n3 κλπ, τότε ισχύει η σχέση:

$$\eta_{o\lambda} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3$$

ΜΟΝΑΔΕΣ:

Καλύτερα να βαζουμε τις εξής μονάδες σε κάθε μέγεθος: στροφές (rpm), Διάμετρος (mm), απόσταση αξόνων-mm, ισχύς-PS, ροπή-daN·m, σχέση μετάδοσης και βαθμός απόδοσης καθαροί αριθμοί, χωρίς μονάδες. Για παράδειγμα στον τύπο 7.1 μπορεί οι στροφές να έχουν μονάδες στροφές το δευτερόλεπτο, αλλά θα πρέπει να τις έχουν και οι στροφές n1 και οι n2. Όμως στον τύπο 7.6 δεν μπορεί οι στροφές να έχουν μονάδες διαφορετικές από τις rpm. Τελικά το καλύτερο είναι αν η άσκηση δίνει τα μεγέθη αυτά σε άλλες μονάδες να τις μετατρέπετε στις αναφερθείσες πιο πάνω.

<u>Άσκηση 7.1</u>

Ο κινητήριος οδοντωτός τροχός σε ένα σύστημα δύο γραναζιών περιστρέφεται με 600 rpm και ο κινούμενος περιστρέφεται με 1500 rpm. Να βρείτε τη σχέση μετάδοσης του συστήματος.

Απάντηση:

Σύμφωνα με τον ορισμό και τον τύπο η σχέση μετάδοσης i είναι ο λόγος των στροφών του κινούμενου τροχού n2 (1500 rpm) προς τις στροφές του κινητήριου n1 (600 rpm). Επομένως

$$i = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow i = \frac{1500rpm}{600rpm} \Rightarrow i = 2{,}5$$

Άρα η ζητούμενη σχέση μετάδοσης είναι 2,5, **που σημαίνει ότι οι στροφές του κινητήριου άξονα αυξάνονται κατά δυόμισι φορές με τη χρήση αυτών των γραναζιών (οδοντωτών τροχών).**

Άσκηση 7.2

Η σχέση μετάδοσης σε ένα σύστημα δύο γραναζιών είναι 2,4 και ο κινητήριος τροχός περιστρέφεται με 250 rpm. Να βρείτε με πόσες στροφές n1 περιστρέφεται ο κινούμενος τροχός.

Απάντηση:

Θα εφαρμόσουμε τον τύπο 7.1 τον οποίο θα λύσουμε ως προς n2 που είναι ο άγνωστος.

$$i = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_2 = i \cdot n_1 \Rightarrow n_2 = 2{,}4 \cdot 250\, rpm \Rightarrow n_2 = 600 rpm$$

Άσκηση 7.2

Η σχέση μετάδοσης σε ένα σύστημα δύο γραναζιών είναι 2,4 και ο κινητήριος τροχός περιστρέφεται με 250 rpm. Να βρείτε με πόσες στροφές n1 περιστρέφεται ο κινούμενος τροχός.

Απάντηση:

Θα εφαρμόσουμε τον τύπο 7.1 τον οποίο θα λύσουμε ως προς n2 που είναι ο άγνωστος.

$$i = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_2 = i \cdot n_1 \Rightarrow n_2 = 2{,}4 \cdot 250\, rpm \Rightarrow n_2 = 600 rpm$$

Επομένως ο κινητήριος τροχός περιστρέφεται με 600 rpm.

<u>Άσκηση 7.3</u>

Η σχέση μετάδοσης σε ένα σύστημα δύο γραναζιών είναι 1,5 και ο κινούμενος τροχός περιστρέφεται με 750 rpm. Να βρείτε με πόσες στροφές περιστρέφεται ο κινητήριος τροχός.

Απάντηση:

Σύμφωνα με την εκφώνηση έχουμε i=1,5 και n2=750 rpm. Θα εφαρμόσουμε τον τύπο μετάδοσης κίνησης τον οποίο θα λύσουμε ως προς n1 που είναι ο άγνωστος.

$$i = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_1 = \frac{n_2}{i} \Rightarrow n_1 = \frac{750rpm}{1{,}5} \Rightarrow n_1 = 500rpm$$

Επομένως ο κινητήριος τροχός περιστρέφεται με 500 rpm.

Άσκηση 7.4

Η σχέση μετάδοσης σε ένα σύστημα δύο γραναζιών είναι 3 και ο κινούμενος τροχός έχει αρχική διάμετρο 60 mm. Να βρείτε τη διάμετρο που έχει ο κινητήριος τροχός.

Απάντηση:

Βάζουμε τα κατάλληλα σύμβολα στους γνωστούς και στον άγνωστο: i=3, d02=60 mm, d01: άγνωστος. Από τη σχέση μετάδοσης λύνουμε ως προς τον άγνωστο:

$$i = \frac{d_{01}}{d_{02}} \Rightarrow d_{01} = i \cdot d_{02} \Rightarrow d_{01} = 3 \cdot 60mm \Rightarrow d_{01} = 180mm$$

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Η ΕΛΗΝΙΚΗ ΚΑΙ ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΠΑΡΟΥΣΙΑΖΕΤΑΙ ΣΤΟ ΤΕΛΟΣ ΤΩΝ ΔΙΑΛΕΞΕΩΝ. ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΑ ΑΝΑΦΕΡΕΤΑΙ :

1.Στοιχεία Μηχανών, Βασικές Αρχές Σχεδιασμού, Robert C. Juvinall, Kurt M. Marshek, 2000, Εκδόσεις :Τζιόλα

2. Στοιχεία Μηχανών Ι , Στεργίου Ιωάννης, Στεργίου Κωνσταντίνου, 2003, Εκδόσεις : Σύγχρονη Εκδοτική

3. Στοιχεία Μηχανών, Νικόλαος Χονδράκης, Διπλωματούχος Μηχανολόγος Μηχανικός

4. Στοιχεία Μηχανών, Δρ. Στέργιος Μαρόπουλος

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΜΕΣΟΓΕΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΗΧΑΝΩΝ Ι

ΟΔΟΝΤΩΣΕΙΣ (ΜΕΡΟΣ Α)

Επιμέλεια : Δρ. Μαργαρίτα Μωυσίδη

<u>Άσκηση 7.5</u>

Ο κινητήριος οδοντωτός τροχός σε ένα σύστημα δύο γραναζιών περιστρέφεται με 1200 rpm και έχει αρχική διάμετρο 40 mm ενώ ο κινούμενος περιστρέφεται με 960 rpm. Α) Να βρείτε τη σχέση μετάδοσης του συστήματος. Β) Να υπολογίσετε την αρχική διάμετρο του άλλου τροχού Γ) Να βρείτε πόσα δόντια έχει ο κινούμενος αν ο κινητήριος έχει 45.

<u>Άσκηση 7.5</u>

Α) Να βρείτε τη σχέση μετάδοσης του συστήματος

Α) Η σχέση με τάδοσης i θα βρεθεί με εφαρμογή της σχέσης μεταδοσης και εχουμε

$$i = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow i = \frac{960rpm}{1200rpm} \Rightarrow i = 0{,}8$$

Άρα η σχέση μετάδοσης είναι i=0,8

Άσκηση 7.5

Β) Να υπολογίσετε την αρχική διάμετρο του άλλου τροχού

Η αρχική διάμετρος του κινούμενου τροχού d02 θα βρεθεί από τη σχέση μεταδοσης

$$i = \frac{d_{01}}{d_{02}} \Rightarrow d_{02} = \frac{d_{01}}{i} \Rightarrow d_{02} = \frac{40mm}{0{,}8} \Rightarrow d_{02} = 50mm$$

Η τιμή αυτή είναι λογική,
αφού η σχέση μετάδοσης είναι μικρότερη από τη μονάδα, που σημαίνει ότι έχουμε μείωση στροφών, η οποία επιτυγχάνεται με μεγαλύτερο (από το κινητήριο) κινούμενο γρανάζι.

Άσκηση 7.5

Γ) Να βρείτε πόσα δόντια έχει ο κινητήριος αν ο κινούμενος έχει 45.

Εδώ ζητούνται τα δόντια z που θα έχει ο κινητήριος τροχός. και χρησιμοποιήσουμε την σχέση μετάδοσης.

$$i = \frac{z_1}{z_2} \Rightarrow z_1 = i \cdot z_2 \Rightarrow z_1 = 0{,}8 \cdot 45 \Rightarrow z_1 = 36\,\delta\acute{o}\nu\tau\iota\alpha$$

Άσκηση 7.6

Δύο συνεργαζόμενα γρανάζια έχουν αρχικές διαμέτρους d01=60 mm και d02=100 mm. Να βρείτε την απόσταση των αξόνων που είναι τοποθετημένοι.

Απάντηση:

Προφανώς θα χρησιμοποιηθεί ο τύπος που δίνει τη ζητούμενη απόσταση α των αξόνων. Αντικαθιστώντας τις διαμέτρους θα έχουμε:

$$\alpha = \frac{d_{01} + d_{02}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{60mm + 100mm}{2} \Rightarrow \alpha = 80mm$$

Άσκηση 7.6

Δύο συνεργαζόμενα γρανάζια έχουν αρχικές διαμέτρους d01=60 mm και d02=100 mm. Να βρείτε την απόσταση των αξόνων που είναι τοποθετημένοι.

Απάντηση:

Προφανώς θα χρησιμοποιηθεί ο τύπος που δίνει τη ζητούμενη απόσταση α των αξόνων. Αντικαθιστώντας τις διαμέτρους θα έχουμε:

$$\alpha = \frac{d_{01} + d_{02}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{60mm + 100mm}{2} \Rightarrow \alpha = 80mm$$

Άσκηση 7.7

Ένας κινητήρας έχει ισχύ ίση με 8 PS και ο άξονάς του περιστρέφεται με 1500 rpm. Στο άκρο του έχει γρανάζι αρχικής διαμέτρου 100 mm, το οποίο συνεργάζεται με γρανάζι άλλου άξονα στον οποίο θέλουμε να μεταφέρονται 600 rpm. Αν δεν έχουμε απώλεια ισχύος στο σύστημα των γραναζιών, να υπολογίσετε τα εξής: **Α) Την ροπή του άξονα του κινητήρα.** Β) τη ροπή του συνεργαζόμενου άξονα Γ) Πόση θα είναι η αρχική διάμετρος του γραναζιού του δεύτερου άξονα; Δ) Ποια είναι η σχέση μετάδοσης; Ε) Ποια η απόσταση των δύο αξόνων?

Λύση:Ορίζουμε ότι ο άξονας του κινητήρα και τα μεγέθη που σχετίζονται με αυτόν θα έχουν τον δείκτη 1, ενώ του συνεργαζόμενου άξονα τον δείκτη 2. Άρα η ροπή του άξονα του κινητήρα θα είναι M1 και του συνεργαζόμενου M2. **Αυτές οι δύο ροπές ζητούνται.** Θα είναι n1=1500 rpm, n2=600 rpm και d01=100 mm. Η διάμετρος d02 ζητείται καθώς και η σχέση μετάδοσης i. Για την ισχύ των αξόνων θα έχουμε τους συμβολισμούς P1 και P2 και προφανώς ισχύει ότι P1=P2=8 PS (μετρικός Ιππος =735 Watt). Η απόσταση των αξόνων συμβολίζεται κατά τα γνωστά με α.

Λύση: **Α) Η ροπή Μ1 του πρώτου άξονα θα υπολογιστεί από τη σχέση**

$$M = 716{,}2 \cdot \frac{P}{n} \Rightarrow M_1 = 716{,}2 \cdot \frac{P_1}{n_1} \Rightarrow M_1 = 716{,}2 \cdot \frac{8PS}{1500rpm} \Rightarrow M_1 = 3{,}82 daN \cdot m$$

Επομένως, η ροπή του κινητήριου άξονα είναι 3,82 daN·m.

Β) Η ροπή Μ2 του κινούμενου άξονα θα υπολογιστεί και αυτή από τη σχέση :

$$M = 716{,}2 \cdot \frac{P}{n} \Rightarrow M_2 = 716{,}2 \cdot \frac{P_2}{n_2} \Rightarrow M_2 = 716{,}2 \cdot \frac{8PS}{600rpm} \Rightarrow M_2 = 9{,}55 daN \cdot m$$

Λύση: **Α) Η ροπή Μ1 του πρώτου άξονα θα υπολογιστεί από τη σχέση**

$$M = 716{,}2 \cdot \frac{P}{n} \Rightarrow M_1 = 716{,}2 \cdot \frac{P_1}{n_1} \Rightarrow M_1 = 716{,}2 \cdot \frac{8PS}{1500rpm} \Rightarrow M_1 = 3{,}82 daN \cdot m$$

Επομένως, η ροπή του κινητήριου άξονα είναι 3,82 daN·m.

Β) Η ροπή Μ2 του κινούμενου άξονα θα υπολογιστεί και αυτή από τη σχέση :

$$M = 716{,}2 \cdot \frac{P}{n} \Rightarrow M_2 = 716{,}2 \cdot \frac{P_2}{n_2} \Rightarrow M_2 = 716{,}2 \cdot \frac{8PS}{600rpm} \Rightarrow M_2 = 9{,}55 daN \cdot m$$

Επομένως η ροπή του κινούμενου άξονα είναι 9,55 daN·m.

Λύση: Γ) Για τον υπολογισμό της αρχικής διαμέτρου d02 του τροχού του κινούμενου άξονα θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο λύνοντάς τον ως προς d02:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{d_{01}}{d_{02}} \Rightarrow n_2 \cdot d_{02} = n_1 \cdot d_{01} \Rightarrow d_{02} = \frac{n_1 \cdot d_{01}}{n_2} \Rightarrow d_{02} = \frac{1500rpm \cdot 100mm}{600rpm} \Rightarrow d_{02} = 250mm$$

Άρα ο κινούμενος τροχός θα έχει αρχική διάμετρο d02=250 mm.

Λύση: Δ) Η σχέση μετάδοσης θα υπολογιστεί από τον τύπο ορισμού της 7.1 και θα προκύψει:

$$i = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow i = \frac{600rpm}{1500rpm} \Rightarrow i = 0{,}4$$

Άρα η ζητούμενη σχέση μετάδοσης είναι 0,4.

Ε) Η απόσταση α των αξόνων υπολογίζεται από τη σχέση

$$\alpha = \frac{d_{01} + d_{02}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{100mm + 250mm}{2} \Rightarrow a = 175mm$$

Άρα η απόσταση των αξόνων είναι 175 mm.

Άσκηση 7.9 Δύο οδοντωτοί τροχοί, με σχέση μετάδοσης ίση με **1,5** συνεργάζονται για να μεταδώσουν κίνηση σε ένα άξονα που περιστρέφεται με **800 rpm** και έχει ένα γρανάζι που έχει **αρχική διάμετρο 180 mm** και **24 δόντια**. Η μεταδιδόμενη ισχύς (δεν έχουμε απώλειες) είναι 16 PS. Ζητούνται: Α) Οι ροπές των δύο αξόνων. Β) Τα **στοιχεία του πρώτου γραναζιού**, δηλαδή: η αρχική διάμετρος, οι στροφές και ο αριθμός των δοντιών του. Γ) Η απόσταση των αξόνων

Απάντηση:
Βάζουμε τα σύμβολα που θα χρησιμοποιηθούν στην άσκηση. Ορίζουμε ότι ο πρώτος άξονας και τα μεγέθη που σχετίζονται με αυτόν θα έχουν τον δείκτη 1, ενώ του συνεργαζόμενου άξονα τον δείκτη 2. Άρα η ροπή του πρώτου άξονα είναι M1 και του συνεργαζόμενου M2. Θα είναι σύμφωνα με την εκφώνηση: n2=800 rpm, d02=180 mm, i=1,5 και z2=24. Η διάμετρος d01, οι στροφές n1 και τα δόντια z1 του πρώτου τροχού ζητούνται καθώς και η σχέση μετάδοσης i. Η απόσταση των αξόνων συμβολίζεται με α. Για την ισχύ των αξόνων θα έχουμε P1 και P2 και ισχύει ότι P1=P2=16 PS.

Απάντηση:

Α) Την ροπή Μ2 στον δεύτερο άξονα την υπολογίζουμε από τη σχέση 7.6 και έχουμε:

$$M_2 = 716{,}2 \cdot \frac{P}{n} \Rightarrow M_2 = 716{,}2 \cdot \frac{P_2}{n_2} \Rightarrow M_2 = 716{,}2 \cdot \frac{16PS}{800rpm} \Rightarrow M_2 = 14{,}324 daN \cdot m$$

Επομένως υπολογίσαμε την ροπή στον δεύτερο άξονα Μ2=14,324 daN·m.

Για τον υπολογισμό **της ροπής στον πρώτο άξονα** θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο με την σχέση μετάδοσης και θα έχουμε:

Απάντηση:

Για τον υπολογισμό **της ροπής στον πρώτο άξονα** θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο με την σχέση μετάδοσης και θα έχουμε:

$$\frac{M_1}{M_2} = i \Rightarrow M_1 = i \cdot M_2 \Rightarrow M_1 = 1{,}5 \cdot 14{,}324 daN \cdot m \Rightarrow M_1 = 21{,}486 daN \cdot m$$

Άρα η ροπή στον πρώτο και κινητήριο άξονα είναι Μ1=21,486 daN·m.

Απάντηση:

Β) Τα στοιχεία που ζητούνται θα υπολογιστούν από τη σχέση 7.4, παίρνοντας τη σχέση μετάδοσης χωριστά με κάθε κλάσμα, που περιέχει έναν άγνωστο

$$i = \frac{d_{01}}{d_{02}} \Rightarrow d_{01} = i \cdot d_{02} \Rightarrow d_{01} = 1{,}5 \cdot 180mm \Rightarrow d_{01} = 270mm$$

$$i = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_1 \cdot i = n_2 \Rightarrow n_1 = \frac{n_2}{i} \Rightarrow n_1 = \frac{800rpm}{1{,}5} \Rightarrow n_1 = 533{,}333rpm$$

$$i = \frac{z_1}{z_2} \Rightarrow z_1 = i \cdot z_2 \Rightarrow n_1 = 1{,}5 \cdot 24 \Rightarrow z_1 = 36\, \delta \acute{o} \nu \tau \iota \alpha$$

Απάντηση:

Υπολογίσαμε ότι η αρχική διάμετρος του γραναζιού στον πρώτο άξονα είναι d01=270 mm, έχει 36 δόντια και περιστρέφεται με n1=533,333 rpm

Γ) Η απόσταση των αξόνων «α» θα βρεθεί με χρήση του τύπου:

$$\alpha = \frac{d_{01} + d_{02}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{270mm + 180mm}{2} \Rightarrow a = 225mm$$

Άσκηση 7.10: Η ισχύς στον άξονα ενός κινητήρα είναι 20 PS και περιστρέφεται με 1000 rpm. Η ισχύς μεταφέρεται σε άλλο άξονα μέσω δύο γραναζιών με βαθμό απόδοσης 0,9. Αν τα γρανάζια έχουν σχέση μετάδοσης ίση με 0,5 να υπολογίσετε: Α) Την ισχύ που μεταφέρεται στον δεύτερο άξονα. Β) Τις στροφές του δεύτερου άξονα. Γ) Την ροπή στο πρώτο και στο δεύτερο άξονα.

Λύση:
Τοποθετούμε τα κατάλληλα σύμβολα για τη λύση της άσκησης. Ορίζουμε ότι ο πρώτος άξονας έχει τον δείκτη «1» και ο δεύτερος τον δείκτη «2». Τα γνωστά είναι : ισχύς $P1=20$ PS, στροφές $n1=1000$ rpm, σχέση μετάδοσης $i=0,5$, βαθμός απόδοσης $\eta=0,9$. Εκείνα που ζητούνται θα έχουν τα σύμβολα: P2, n2, M1, M2. Προχωράμε στη λύση της άσκησης: Α) Από τον ορισμό του βαθμού απόδοσης, θα βρούμε την ισχύ του κινούμενου άξονα:

Λύση:
Α) Από τον ορισμό του βαθμού απόδοσης, θα βρούμε την ισχύ του κινούμενου άξονα:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow P_2 = \eta \cdot P_1 \Rightarrow P_2 = 0{,}9 \cdot 20PS \Rightarrow P_2 = 18PS$$

Άρα ο δεύτερος άξονας (κινούμενος) έχει ισχύ 18 PS.

Β) Οι στροφές του δεύτερου άξονα θα υπολογιστούν από τη σχέση μετάδοσης, τύπος 7.1:

$$i = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_2 = i \cdot n_1 \Rightarrow n_2 = 0{,}5 \cdot 1000\, rpm \Rightarrow n_2 = 500rpm$$

Λύση: Γ) Για τις ροπές εφαρμόζουμε τον τύπο 7.6 μία φορά για κάθε άξονα με την ισχύ και τις στροφές του καθενός όπως αυτά δίνονται ή υπολογίστηκαν.

$$M = 716{,}2 \cdot \frac{P}{n} \Rightarrow M_1 = 716{,}2 \cdot \frac{P_1}{n_1} \Rightarrow M_1 = 716{,}2 \cdot \frac{20PS}{1000rpm} \Rightarrow M_1 = 14{,}324daN \cdot m$$

$$M = 716{,}2 \cdot \frac{P}{n} \Rightarrow M_2 = 716{,}2 \cdot \frac{P_2}{n_2} \Rightarrow M_2 = 716{,}2 \cdot \frac{18PS}{500rpm} \Rightarrow M_2 = 25{,}783daN \cdot m$$

Επομένως υπολογίσαμε ότι η ροπή του κινητήριου άξονα είναι 14,324 daN·m, ενώ του κινούμενου είναι 25,783 daN·m.

Σημείωση: Παρατηρούμε ότι αν διαιρέσουμε τις δύο ροπές αυτές δεν θα βρούμε την σχέση μετάδοσης του συστήματος των οδοντωτών τροχών σύμφωνα με τον τύπο 7.7:

Σημείωση: Παρατηρούμε ότι αν διαιρέσουμε τις δύο ροπές αυτές δεν θα βρούμε την σχέση μετάδοσης του συστήματος των οδοντωτών τροχών σύμφωνα με τον τύπο 7.7:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{14{,}324 daN \cdot m}{25{,}783 daN \cdot m} = 0{,}555 \neq i = 0{,}5$$

Επίσης ισχύει η σχέση με τις ροπές και τις στροφές:

$$\frac{M_1}{M_2} = 0{,}555 \neq \frac{n_2}{n_1} = 0{,}5$$

Σημείωση: Αυτές οι «παρατυπίες» οφείλονται στο ότι υπάρχει απώλεια ισχύος, και όπως είπαμε όταν γράψαμε πρώτη φορά τη σχέση 7.7, για τον υπολογισμό της ροπής, όταν ο βαθμός απόδοσης δεν είναι μονάδα, εφαρμόζουμε τον τύπο 7.6. **Αν δεν είχαμε απώλεια ισχύος η ροπή του κινούμενου άξονα θα ήταν διπλάσια από τη ροπή του**

$$\frac{M_1}{M_2} = 0{,}5 \Rightarrow M_2 = \frac{M_1}{0{,}5} \Rightarrow M_2 = \frac{14{,}324 daN \cdot m}{0{,}5} \Rightarrow M_2 = 28{,}648 daN \cdot m$$

Άσκηση 7.11 : Θέλουμε να κατασκευάσουμε ένα μειωτήρα στροφών, ώστε οι στροφές του κινητήρα που είναι 1500 rpm να μειωθούν στις 250 rpm. Αν χρησιμοποιήσουμε δύο ζεύξη γραναζιών, να δώσετε δύο παραδείγματα σχέσεων μετάδοσης και τις αντίστοιχες στροφές, που θα ταίριαζαν για να κάνουμε την επιθυμητή μείωση στροφών.

Απάντηση:

Θέτουμε τα κατάλληλα σύμβολα στις στροφές που δίνονται στην εκφώνηση: n1=1500 rpm και n2=250 rpm. Η σχέση μετάδοσης που θέλουμε να πραγμα τοποιήσουμε είναι σύμφωνα με τον τύπο 7.1:

$$i = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow i = \frac{250rpm}{1500rpm} \Rightarrow i = \frac{1}{6}$$

Τα δύο ζεύγη γραναζιών θα έχουν σχέσεις μετάδοσης i1 και i2 και σύμφωνα με τον τύπο θα πρέπει να ισχύει: $i = i1 \cdot i2$. Πρέπει δηλαδή να βρούμε δύο αριθμούς i1 και i2 των οποίων το γινόμενο να δίνει αποτέλεσμα 1/6.Θέλουμε να κατασκευάσουμε ένα μειωτήρα στροφών, ώστε οι στροφές του κινητήρα που είναι 1500 rpm να μειωθούν στις 250 rpm. Αν χρησιμοποιήσουμε δύο ζεύξη γραναζιών, να δώσετε δύο παραδείγματα σχέσεων μετάδοσης και τις αντίστοιχες στροφές, που θα ταίριαζαν για να κάνουμε την επιθυμητή μείωση στροφών.

Για να λύσουμε πιο απλά την άσκηση θα βρούμε δύο αριθμούς που το γινόμενό τους να δίνει 6 και μετά θα τους αντιστρέψουμε για να βρούμε τις σωστές σχέσεις μετάδοσης. Δύο τέτοιοι αριθμοί είναι το 2 και το 3 αφού: 2·3=6. Επομένως οι σχέσεις μετάδοσης που θα έχουμε τότε είναι οι

$$i_1 = {}^1/_2 \text{ και } i_2 = {}^1/_3 \text{ αφού } i = i_1 \cdot i_2 = {}^1/_2 \cdot {}^1/_3 = {}^1/_6$$

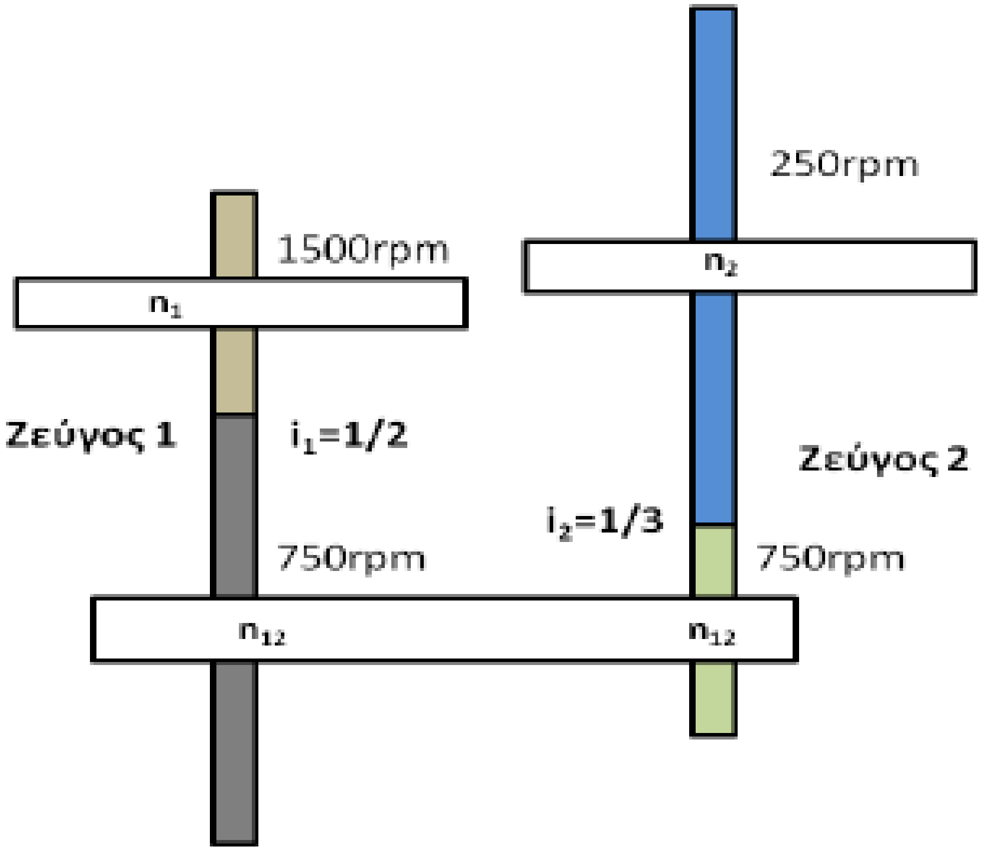
Για να βρούμε τις στροφές του δεύτερου γραναζιού του πρώτου ζεύγους (τις οποίες στροφές θα συμβολίσουμε με n12) με σχέση μετάδοσης i1, εφαρμόζουμε τον τύπο 7.1 και λύνουμε ως προς το n12. Προσέξτε ότι το κινητήριο γρανάζι είναι το γρανάζι με τις στροφές n1 και θα μπουν οι στροφές αυτές στον παρονομαστή του κλάσματος.

$$i_1 = \frac{n_{12}}{n_1} \Rightarrow n_{12} = i_1 \cdot n_1 \Rightarrow n_{12} = \frac{1}{2} \cdot 1500\ rpm \Rightarrow n_{12} = 750 rpm$$

Άρα το δεύτερο γρανάζι στο πρώτο ζεύγος θα έχει 750 rpm και θα είναι τώρα αυτές οι στροφές που θα δίνουν κίνηση στο δεύτερο ζεύγος τροχών. Επομένως οι στροφές n12 θα είναι οι στροφές του πρώτου γραναζιού στο δεύτερο ζεύγος. Ας εφαρμόσουμε τον τύπο για τη σχέση μετάδοσης να επαληθεύσουμε ότι το δεύτερο ζεύγος έχει σχέση μετάδοσης 1/3. Οι στροφές n12 θα μπουν στον παρονομαστή του κλάσματος αφού είναι του κινητήριου γραναζιού.

$$i_2 = \frac{n_2}{n_{12}} \Rightarrow i_2 = \frac{250rpm}{750rpm} \Rightarrow i_2 = \frac{1}{3}$$

Το επόμενο σχήμα δείχνει το σύστημα των γραναζιών με τα αποτελέσματα. Το μέγεθος των γραναζιών στο σχήμα είναι το ανάλογο και κατάλληλο για τις στροφές που αντιστοιχούν σε αυτές.



Αν θέλουμε να βρούμε τις στροφές για ένα άλλο ζεύγος γραναζιών με συνολική σχέση μετάδοσης 1/6, θα βρούμε δυο αριθμούς πάλι που το γινόμενό τους να δίνει 6. Αυτοί μπορεί να είναι το 4 και το 1,5. Πράγματι: 4·1,5=6. Αν η πρώτη σχέση μετάδοσης είναι 1/4 οι στροφές του δεύτερου γραναζιού θα είναι 4 φορές πιο λίγες άρα θα είναι1500:4=375 rpm. Και μετά αν διαιρεθεί το 375 με το 1,5 πρέπει να βρούμε τις στροφές του τελευταίου γραναζιού. Πράγματι: 375:1,5=250 rpm. Άρα ο ενδιάμεσος άξονας που έχει τα δύο γρανάζια θα περιστρέφεται με 375

Αν στο τελευταίο παράδειγμα το πρώτο ζεύγος τροχών είχε τη σχέση μετάδοσης 1/1,5, (αυτή η σχέση είναι ισοδύναμη με την 2/3) τότε για να βρούμε τις στροφές του ενδιάμεσου άξονα πρέπει να διαιρέσουμε τις αρχικές στροφές με το 1,5 και θα έχουμε: 1500:1,5=1000 rpm. Δηλαδή με αυτό το συνδυασμό οι στροφές του ενδιάμεσου άξονα είναι 1000 rpm. Και αν διαιρεθούν οι 1000 rpm με το 4 θα βρούμε τις στροφές του τελευταίου γραναζιού. Πράγματι: 1000:4=250 rpm . Η διαφορά από την προηγούμενη περίπτωση, εκτός από τη διαφορά των στροφών στο ενδιάμεσο γρανάζι, είναι φυσικά και η διαφορά στα μεγέθη των δύο γραναζιών του ενδιάμεσου άξονα.

Τα επόμενα σχήματα δείχνουν τα αποτελέσμα τα σε αυτές τις δύο περιπτώσεις. Τα μεγέθη των διαμέτρων των τροχών στα σχήμα τα είναι εκείνα που αντιστοιχούν στις στροφές που πήραμε στις δύο περιπτώσεις.

5. Στο ακριβώς πιο πάνω σχήμα βλέπουμε πάλι τους δύο τροχούς όπου ο Ο1 κινεί τον Ο2 με τη φορά περιστροφής όπως φαίνεται στο σχήμα. Φαίνεται και η δύναμη F που ασκεί ο τροχός Ο1 ώστε να περιστρέψει τον Ο2. Αυτή η δύναμη μεταφέρεται από την οδόντωση του πρώτου τροχού στην οδόντωση του δεύτερου και ασκείται στο σημείο επαφής Α των δύο τροχών. Η F μεταφέρεται στον δεύτερο τροχό για να τον περιστρέψει, δηλαδή υπάρχει και στους δύο τροχούς. Θα μπορούσαμε να είχαμε σχεδιάσει δύο δυνάμεις: F1 και F2 αντί για την F και ίσες με την F. Αυτές οι δυνάμεις προκαλούν μία ροπή στον κάθε τροχό, την Μ1 στον πρώτο και την Μ2 στο δεύτερο.

- Ενώ οι δυνάμεις F1 και F2 είναι ίσες, **οι δύο ροπές δεν είναι ίσες** , αφού η κάθε μία προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό της F με την απόστασή της από το κέντρο περιστροφής του κάθε τροχού. Άρα η δύναμη F1 που πάει να περιστρέψει τον πρώτο τροχό (ουσιαστικά προέρχεται από την περιστροφή του, αφού αυτός είναι ο κινητήριος) θα έχει ροπή Μ1 που θα είναι ίση με το γινόμενο της F1 επί την απόσταση Ο1Α, που είναι η ακτίνα του τροχού,

άρα είναι ίση με το μισό της διαμέτρου d1/2. Αντιστοίχως θα ισχύει και για τη ροπή Μ2 του δεύτερου τροχού. Επομένως θα ισχύουν οι σχέσεις

5. Επομένως θα ισχύουν οι σχέσεις

$$M_1 = F_1 \cdot \frac{d_1}{2} \Rightarrow M_1 = F \cdot \frac{d_1}{2}$$

$$M_2 = F_2 \cdot \frac{d_2}{2} \Rightarrow M_2 = F \cdot \frac{d_2}{2}$$

Με συνδυασμό αυτών των σχέσεων και της προηγούμενης που ειδαμε $\frac{n1}{n2} = \frac{d2}{d1}$ προκύπτει:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{d_1}{d_2} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{M_1}{M_2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{n_2}{n_1} = i$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{d_1}{d_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{M_1}{M_2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{n_2}{n_1} = i$$

Το **συμπέρασμα είναι ότι η ροπή Μ για κάθε τροχό είναι ανάλογη της διαμέτρου του τροχού**, ενώ οι στροφές **n του αντιστρόφως ανάλογες της διαμέτρου.**

Αυτός ο τύπος έχει το εξής νόημα: όταν ένα σώμα περιστρέφεται, η ισχύς που υπάρχει ή μεταδίδεται μέσω αυτού, εξαρτάται από τις στροφές και την ροπή σε αυτό. Όσο μεγαλύτερη η ροπή και περισσότερες οι στροφές τόσο περισσότερη η μεταδιδόμενη ισχύς.

Αντιστοίχως μπορούμε να πούμε ότι όσο μεγαλύτερη η ισχύς που μεταδίδεται τόσο μεγαλύτερη η ροπή που θα ασκείται, ενώ όσο περισσότερες οι στροφές τόσο μικρότερη η ροπή (για την ίδια μεταφερόμενη ισχύ).

Υπάρχει μια μικρή διαφοροποίηση σε συνεργαζόμενους άξονες, όταν μεταδίδεται κίνηση από τον ένα στον άλλο. Μπορεί λόγω τριβών και άλλων ατελειών του συστήμα τος μετάδοσης να μην μεταβιβάζεται όλη η ισχύς στον κινούμενο άξονα, αλλά να μετατρέπεται ένα μικρό ή μεγάλο ποσοστό σε θερμότητα (πάντα θα γίνεται αυτό). Αυτό μειώνει το **βαθμό απόδοσης, ο οποίος στην περίπτωση των αξόνων, ορίζεται ως ο λόγος της ισχύος του κινητήριου άξονα προς την ισχύ του κινούμενου.**

Αυτό που πρέπει να κρατήσουμε από αυτό το σημείο του μαθήματος είναι ότι όταν γνωρίζουμε το βαθμό απόδοσης, μπορούμε να υπολογίσουμε την μεταφερόμενη ισχύ στον κινούμενο άξονα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Η ΕΛΗΝΙΚΗ ΚΑΙ ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΠΑΡΟΥΣΙΑΖΕΤΑΙ ΣΤΟ ΤΕΛΟΣ ΤΩΝ ΔΙΑΛΕΞΕΩΝ. ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΑ ΑΝΑΦΕΡΕΤΑΙ :

1.Στοιχεία Μηχανών, Βασικές Αρχές Σχεδιασμού, Robert C. Juvinall, Kurt M. Marshek, 2000, Εκδόσεις :Τζιόλα

2. Στοιχεία Μηχανών Ι , Στεργίου Ιωάννης, Στεργίου Κωνσταντίνου, 2003, Εκδόσεις : Σύγχρονη Εκδοτική

3. Στοιχεία Μηχανών, Νικόλαος Χονδράκης, Διπλωματούχος Μηχανολόγος Μηχανικός

4. Στοιχεία Μηχανών, Δρ. Στέργιος Μαρόπουλος