



ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ
(Τ.Ε.Ι.) ΚΡΗΤΗΣ

Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής & Πολυμέσων

Ψηφιακή Σχεδίαση

Βιβλιογραφία: “Ψηφιακή Σχεδίαση”,
M.Moris Mano

Περιγραμμα

- Εισαγωγή – Αριθμητικά Συστήματα
- Άλγεβρα Boole και λογικές πύλες
- Απλοποίηση Συναρτήσεων Boole
- Συνδυαστική λογική
- Σύγχρονα ακολουθιακά κυκλώματα
- Καταχωρητές, μετρητές και μονάδες μνήμης
- Μνήμη και προγραμματίσιμη λογική

Χρονοπρογραμματισμός - Χειμερινό εξάμηνο 2011-2012

Βιβλίο: Morris Mano “Ψηφιακή Σχεδίαση”

Κεφ. 1 - 5

Πρόοδος 24 Απρ. 2012

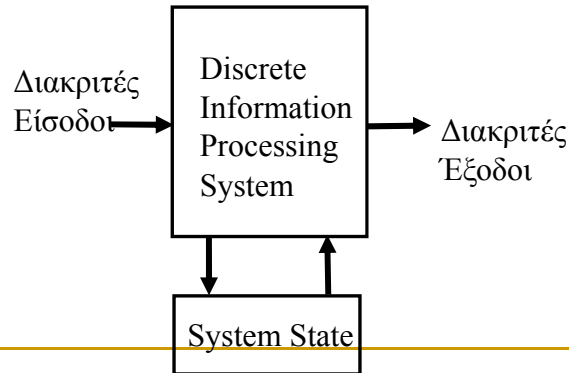
Αξιολόγηση: { T, 0.6*T+0.4*Π }

Εισαγωγή Κεφάλαιο 1

- Ψηφιακά Συστήματα, Υπολογιστές
- Αναπαράσταση Πληροφορίας
- Αριθμητικά Συστήματα [δυναδικό, οκταδικό δεκαεξαδικό]
- Αριθμητικές Πράξεις
- Μετατροπή Βάσης
- Δεκαδικοί Κώδικες [BCD (binary coded decimal)]
- Αλφαριθμητικοί Κώδικες
- Bit Ισοτιμίας (Parity Bit)
- Κώδικες Gray

Ψηφιακά και Συστήματα Υπολογιστών

- Παίρνει ως εισόδους σεντ διακριτής πληροφορίας και με βάση και την εσωτερική διακριτή πληροφορία και γεννά ένα σεντ διακριτής πληροφορίας ως εξόδους.

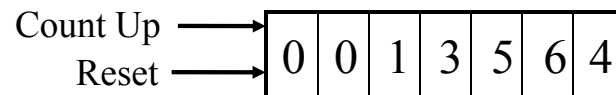


Είδη ψηφιακών συστημάτων

- **Χωρίς κατάσταση**
 - Συνδυαστικό Λογικό Σύστημα
 - Έξοδος = Function(Είσοδος)
- **Με κατάσταση**
 - Η κατάσταση ανανεώνεται σε διακριτές στιγμές στο χρόνο
=> Σύγχρονο Ακολουθιακό Σύστημα
 - Η κατάσταση ανανεώνεται οποιαδήποτε στιγμή στο χρόνο
=> Ασύγχρονο Ακολουθιακό Σύστημα
 - Κατάσταση = Function (Κατάσταση, Είσοδος)
 - Έξοδος = Function (Κατάσταση)
ή Function (Κατάσταση, Είσοδος)

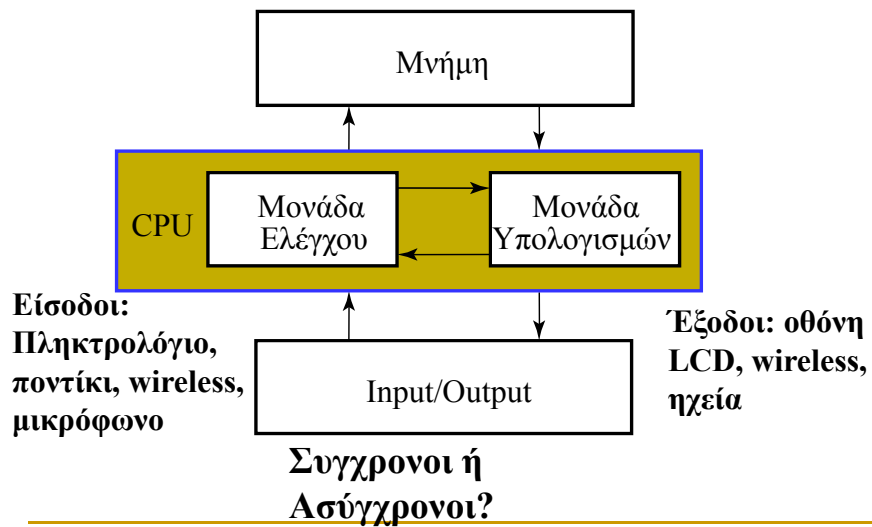
Παράδειγμα Ψηφιακού Συστήματος

- Ένας ψηφιακός μετρητής (Χιλιομετρητής)



- Είσοδοι: count up, reset
- Έξοδος: LCD
- Κατάσταση: η τιμή των αποθηκευμένων ψηφίων
 - Είναι Σύγχρονο ή Ασύγχρονο ?

Παράδειγμα Ψηφιακού Υπολογιστή



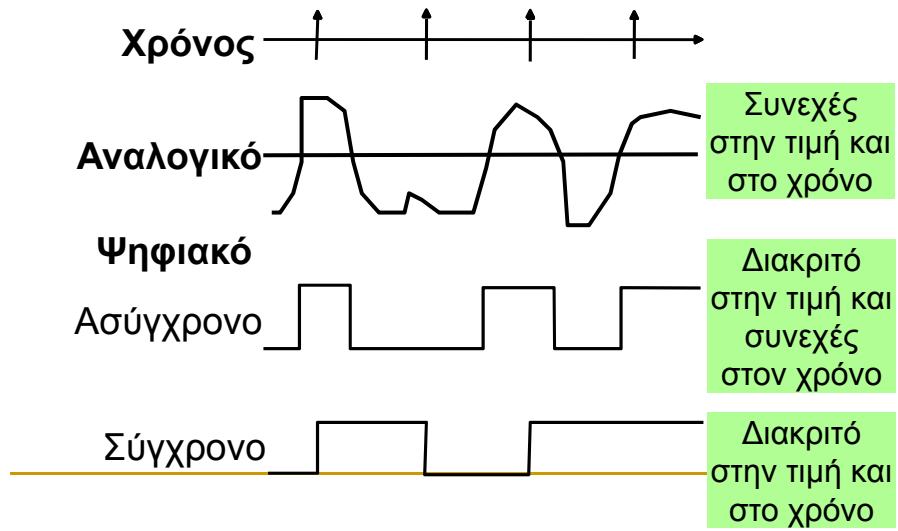
Ενσωματωμένα Ψηφιακά Συστήματα

- Παραδείγματα Ενσωματωμένων Συστημάτων
 - Κυψελοειδής Επικοινωνίες - τηλέφωνα
 - Αυτοκίνητα
 - Video games
 - Φωτοαντιγραφικά
 - Πλυντήρια πιατών
 - TVs
 - Global Positioning Systems

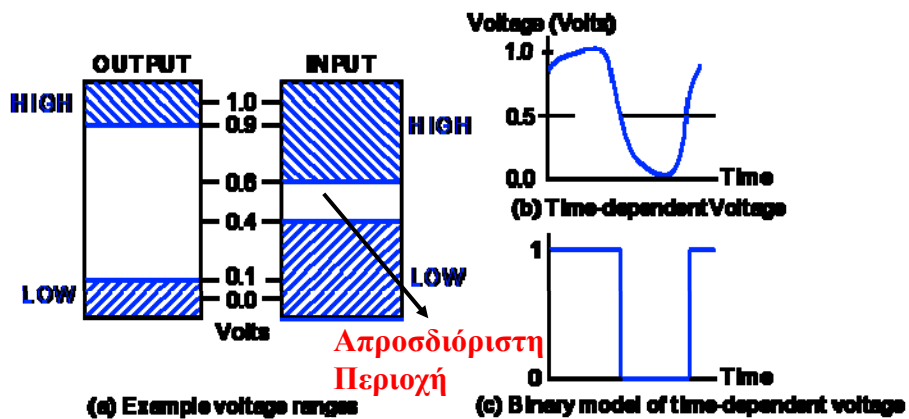
Αναπαράσταση πληροφορίας, Σήματα

- Στα ψηφιακά συστήματα, οι μεταβλητές παίρνουν διακριτές τιμές.
- Οι μεταβλητές δύο επιπέδων ή δυαδικές μεταβλητές είναι οι πιο διαδεδομένες στα ψηφιακά συστήματα.
- Οι δυαδικές τιμές αναπαριστούνται αφηρημένα με:
 - τα ψηφία 0 και 1
 - τις λέξεις(σύμβολα) False (F) και True (T)
 - τις λέξεις(σύμβολα) Low (L) και High (H)
 - και τις λέξεις On και Off.

Παραδείγματα σημάτων στον χρόνο



Παράδειγμα Σήματος- Φυσική ποσότητα: Τάση



Ψηφιακά Συστήματα - Σήματα

- επεξεργασία διακριτών στοιχείων (σύμβολα) πληροφορίας
- αναπαράσταση των διακριτών στοιχείων με φυσικές ποσότητες, τα *σήματα*
- τα σήματα στα σημερινά ψηφιακά συστήματα έχουν συνήθως δύο τιμές, *δυσιαδικά* (binary)
- η αναπαράσταση των φυσικών σημάτων πραγματικού χρόνου γίνεται με *κβαντισμό* (μετατροπείς αναλογικού-σε-ψηφιακό).

13

Αριθμητικά Συστήματα

- **Δεκαδικοί (Decimal)**
 - Βάση : **10**, δέκα διαφορετικά ψηφία : (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9), LSD και MSD
- **Δυσιαδικοί (Binary)**
 - Βάση : **2**, δύο διαφορετικά ψηφία (0, 1), binary digit: 'bit'
LSB MSB
- **Οκταδικοί (Octal)**
 - Βάση : **8**, οκτώ διαφορετικά ψηφία (0,1,2,3,4,5,6,7)
- **Δεκαεξαδικοί (Hexadecimal)**
 - Βάση : **16**, δεκαέξι διαφορετικά ψηφία : (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F)

14

Αριθμητικά Συστήματα - Παραδείγματα

	Γενικά	Δεκαδικό	Δυαδικό
Βάση	r	10	2
Ψηφία	$0 \Rightarrow r - 1$	$0 \Rightarrow 9$	$0 \Rightarrow 1$
0	r^0	1	1
1	r^1	10	2
2	r^2	100	4
3	r^3	1000	8
4	r^4	10,000	16
5	r^5	100,000	32
-1	r^{-1}	0.1	0.5
-2	r^{-2}	0.01	0.25
-3	r^{-3}	0.001	0.125
-4	r^{-4}	0.0001	0.0625
-5	r^{-5}	0.00001	0.03125

Ειδικές δυνάμεις του 2

- 2^{10} (1024) - Kilo, συμβολίζεται K
- 2^{20} (1,048,576) - Mega, συμβολίζεται M
- 2^{30} (1,073, 741,824) - Giga, συμβολίζεται G
- 2^{40} (1,099,511,627,776) - Tera, συμβολίζεται T

Αριθμητικά Συστήματα

- Αριθμητικές πράξεις :
 - πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση
- Μετατροπή βάσης αριθμού
 - μετατροπή από - σε δεκαδικό σύστημα
 - μετατροπή δυαδικό - οκταδικό - δεκαεξαδικό
- Γενικά ένας αριθμός με βάση το r είναι :
 - $a_n \cdot r^n + a_{n-1} \cdot r^{n-1} + \dots + a_1 \cdot r + a_0 + a_{-1} \cdot r^{-1} + a_{-2} \cdot r^{-2}$
- Παραδείγματα

17

Δυαδική Πρόσθεση ενός bit με κρατούμενο

- Έστω δύο δυαδικά ψηφία (X,Y), ένα κρατούμενο Z, παίρνουμε τα ακόλουθα, άθροισμα (S) και κρατούμενο (C)

Z	0	0	0	0
X	0	0	1	1
+Y	+0	+1	+0	+1
C S	00	01	01	10
Z	1	1	1	1
X	0	0	1	1
+Y	+0	+1	+0	+1
C S	01	10	10	11

Δυαδική Πρόσθεση πολλών bit

- Επέκταση σε δύο αριθμούς με πολλά Bit
παραδείγματα:

Κρατούμενα	<u>0</u>	<u>0</u>
	01100	10110
Προσθετέοι	<u>+10001</u>	<u>+10111</u>
Άθροισμα		

- Σημείωση: Το 0 είναι το εξ'ορισμού Κρατούμενο Εισόδου στο λιγότερο σημαντικό bit.

Δυαδική Αφαίρεση ενός bit με δανεικό

- Έστω δύο δυαδικά ψηφία (X,Y), ένα δανεικό Z, παίρνουμε τα ακόλουθα, αποτέλεσμα (S) και δανεικό εξόδου(B)

Z	0	0	0	0
X	0	0	1	1
<u>-Y</u>	<u>-0</u>	<u>-1</u>	<u>-0</u>	<u>-1</u>
BS	00	11	01	00
Z	1	1	1	1
X	0	0	1	1
<u>-Y</u>	<u>-0</u>	<u>-1</u>	<u>-0</u>	<u>-1</u>
BS	11	10	00	11

Δυαδική Αφαίρεση πολλών bit

- Επέκταση σε δύο αριθμούς με πολλά Bit
- παραδείγματα:

$$\begin{array}{r} \text{Δανεικά} \qquad \qquad \underline{0} \qquad \underline{0} \\ \qquad \qquad \qquad 10110 \quad 10110 \\ \text{Αφαιρετέοι} \quad - \underline{10010} \quad - \underline{10011} \end{array}$$

Διαφορά

- Σημείωση: Το 0 είναι το εξ'ορισμού Δανεικό Εισόδου στο λιγότερο σημαντικό bit
- Αν ο αφαιρετέος είναι μεγαλύτερος του μειωτέου τα αντιστρέφουμε και βάζουμε – στο αποτέλεσμα

Δυαδικός Πολλαπλασιασμός

- Ο δυαδικός πολλαπλασιασμός είναι απλός:
- $0*0=0$, $0*1=0$, $1*0=0$, $1*1=1$
- Επέκταση πολλαπλασιασμού σε πολλά bit:

$$\begin{array}{r} \qquad \qquad \qquad 1011 \\ \qquad \qquad \qquad \times 101 \\ \qquad \qquad \qquad \hline \qquad \qquad \qquad 1011 \\ \qquad \qquad \qquad 0000- \\ \qquad \qquad \qquad 1011-- \\ \qquad \qquad \qquad \hline \text{Γινόμενο:} \qquad \qquad 110111 \end{array}$$

Μετατροπή βάσης

- Θετικές δυνάμεις του 2

Exponent	Value
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	256
9	512
10	1024

Exponent	Value
11	2,048
12	4,096
13	8,192
14	16,384
15	32,768
16	65,536
17	131,072
18	262,144
19	524,288
20	1,048,576
21	2,097,152

Μετατροπή Δυαδικό σε Δεκαδικό

- Για την μετατροπή στο δεκαδικό χρησιμοποιούμε δεκαδική αριθμητική υπολογίζοντας το άθροισμα:
 - Σ (ψηφίο X αντίστοιχη δύναμη του 2)
- Παράδειγμα: μετατροπή του 11010_2 σε βάση 10

Μετατροπή Δεκαδικό σε Δυαδικό

■ $26_{10} \rightarrow ???_2$

■ $26_{10} / 2$

□ $13 \quad 0$

□ $6 \quad 1$

□ $3 \quad 0$

□ $1 \quad 1$

□ $0 \quad 1$



□ 11010_2

Μετατροπή Δεκαδικό σε Δυαδικό

■ $0.6875_{10} \rightarrow ???_2$

■ $0.6875 \times 2 \rightarrow 1 + 0.3750$

■ $0.3750 \times 2 \rightarrow 0 + 0.750$

■ $0.7500 \times 2 \rightarrow 1 + 0.5$

■ $0.5000 \times 2 \rightarrow 1 + 0.0$



■ Άρα $0.6875_{10} \rightarrow 0.1011_2$

Συνήθη Αριθμητικά Συστήματα Διαφόρων Βάσεων

Όνομα	Βάση	Ψηφία
Δυαδικό	2	0,1
Οκταδικό	8	0,1,2,3,4,5,6,7
Δεκαδικό	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
Δεκαεξαδικό	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

Αριθμοί σε διαφορετικές βάσεις

Decimal (Base 10)	Binary (Base 2)	Octal (Base 8)	Hexadecimal (Base 16)
00	0000	00	00
01	0001	01	01
02	0010	02	02
03	0011	03	03
04	0100	04	04
05	0101	05	05
06	0110	06	06
07	0111	07	07
08	1000	10	08
09	1001	11	09
10	1010	12	0A
11	1011	13	0B
12	1100	14	0C
13	1101	15	0D
14	1110	16	0E
15	1111	17	0F
16	10000	20	10

Μετατροπή αριθμών μεταξύ συστημάτων με διαφορετική βάση

- Μετατροπή του ακέραιου μέρους
- Μετατροπή του δεκαδικού μέρους
- Συνένωση των δύο αποτελεσμάτων με την υποδιαστολή

Παράδειγμα: μετατροπή του 46.6875_{10} σε Base 2

- Μετατροπή του 46 σε Βάση-2
- Μετατροπή του 0.6875 σε Βάση-2
- Συνένωση των αποτελεσμάτων.

Επαλήθευση της μετατροπής

- Για την μετατροπή πίσω στον αρχικό αριθμό, ακολουθούμε την αντίστροφη διαδικασία.

- Προηγούμενο παράδειγμα: 46.6875_{10}

$$\begin{aligned}101110_2 &= 1 \cdot 32 + 0 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 \\ &= 32 + 8 + 4 + 2 \\ &= 46\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}0.1011_2 &= 1/2 + 1/8 + 1/16 \\ &= 0.5000 + 0.1250 + 0.0625 \\ &= 0.6875\end{aligned}$$

Οκταδικό σε Δυαδικό – και αντίθετα

- 345_8 → ???

- | | | |
|-----|-----|-----|
| 011 | 100 | 101 |
|-----|-----|-----|

 → 011100101_2

- 1101010111_2 → ???₈

Binary Coded Decimal

- Ο κώδικας BCD έχει βάρη 8,4,2,1.
- Ο πιο απλός κώδικας για δεκαδικά ψηφία, και χρησιμοποιεί τις ίδιες δυνάμεις του 2 όπως ένας δυαδικός αριθμός, αλλά κωδικοποιεί μόνο τις δέκα πρώτες τιμές από το 0 ως το 9.
- Παράδειγμα: $1001 (9) = 1000 (8) + 0001 (1)$
- Πόσες “άκυρες” κωδικές λέξεις υπάρχουν?
- Τι είναι οι “άκυρες” κωδικές λέξεις ?

Αριθμητική με Αριθμούς BCD

- Για οποιονδήποτε αριθμό BCD χρησιμοποιούμε δυαδική αριθμητική για πρόσθεση:

8	1000	Οκτώ
<u>+5</u>	<u>+0101</u>	Συν Πέντε
13	1101	Είναι 13 (> 9)

- Το αποτέλεσμα είναι μεγαλύτερο του 9, άρα πρέπει να αναπαριστάνεται με δύο ψηφία.

8	1000	Οκτώ
<u>+5</u>	<u>+0101</u>	Συν Πέντε
13	1101	Είναι 13 (> 9)
	<u>+0110</u>	Άρα προσθέτουμε 6
carry = 1 0011		
0001 0011		Τελικό αποτέλεσμα (με δύο ψηφία BCD)

BCD πρόσθεση

- πρόσθεση 2905 BCD με 1897 BCD , με κρατούμενα και διορθώσεις.

$$\begin{array}{rcccc} & & & & 0 \\ & & & & \\ & 0001 & 1000 & 1001 & 0111 \\ + & \underline{0010} & \underline{1001} & \underline{0000} & \underline{0101} \\ & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{array}$$

Μετατροπή ή Κωδικοποίηση

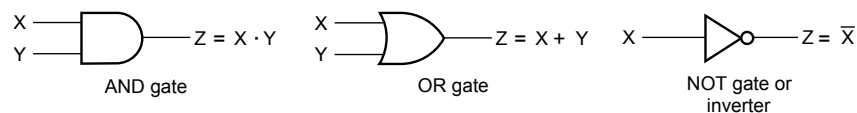
- Προσοχή ΜΗΝ συγχέετε την μετατροπή ενός δεκαδικού αριθμού σε έναν δυαδικό με την κωδικοποίηση ενός δεκαδικού αριθμού χρησιμοποιώντας έναν ΔΥΑΔΙΚΟ ΚΩΔΙΚΑ.
- $13_{10} = 1101_2$ (Αυτό είναι μετατροπή)
- $13 \Leftrightarrow 0001|0011$ (Αυτό είναι κωδικοποίηση)

Δυαδικοί Αριθμοί και Δυαδική Κωδικοποίηση

- Αναπαράσταση
 - Οτιδήποτε δεδομένο μπορεί να αντιστοιχιστεί σε οποιοδήποτε δυαδικό συνδυασμό (κωδική λέξη) αρκεί να είναι μοναδικά κωδικοποιημένο
- Τύποι πληροφορίας
 - Αριθμητικοί
 - Μη-αριθμητικοί

Σύμβολα Λογικών Πυλών - Συμπεριφορά

- Ειδικά σύμβολα για αναπαράσταση λογικών πυλών:



(a) Graphic symbols

- Συμπεριφορά αναπαράσταση στο χρόνο, κυματομορφές - waveform :

