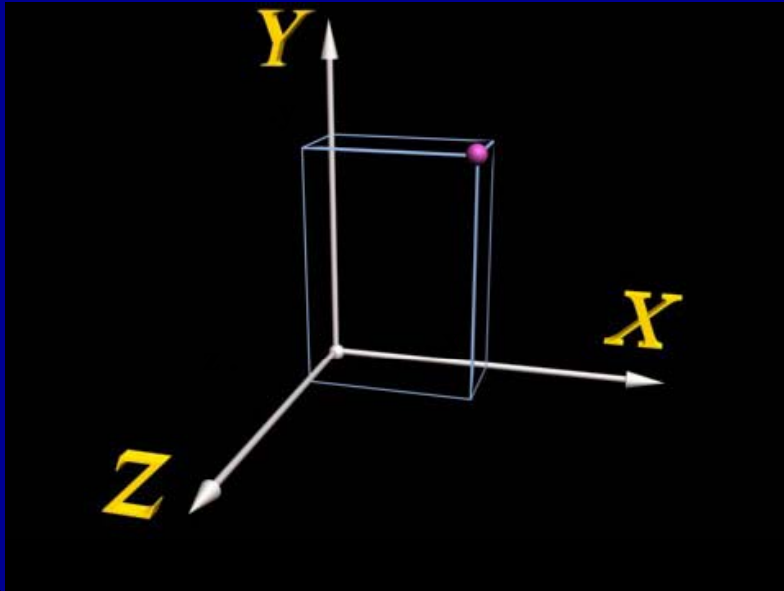


Ο Τριδιάστατος Χώρος

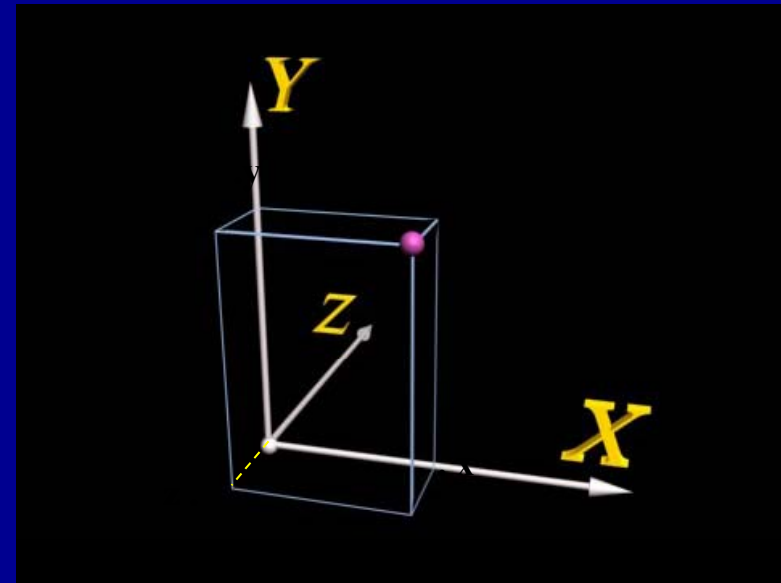
Ο Τριδιάστατος Χώρος

- Στον τριδιάστατο χώρο, τα σημεία παριστάνονται με τρεις συντεταγμένες x, y και z , ή σε ομογενείς συντεταγμένες:
- Ορίζονται δύο συστήματα συντεταγμένων, το δεξιόστροφο και το αριστερόστροφο:

$$V = (x, y, z) = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$



Δεξιόστροφο ΣΣ

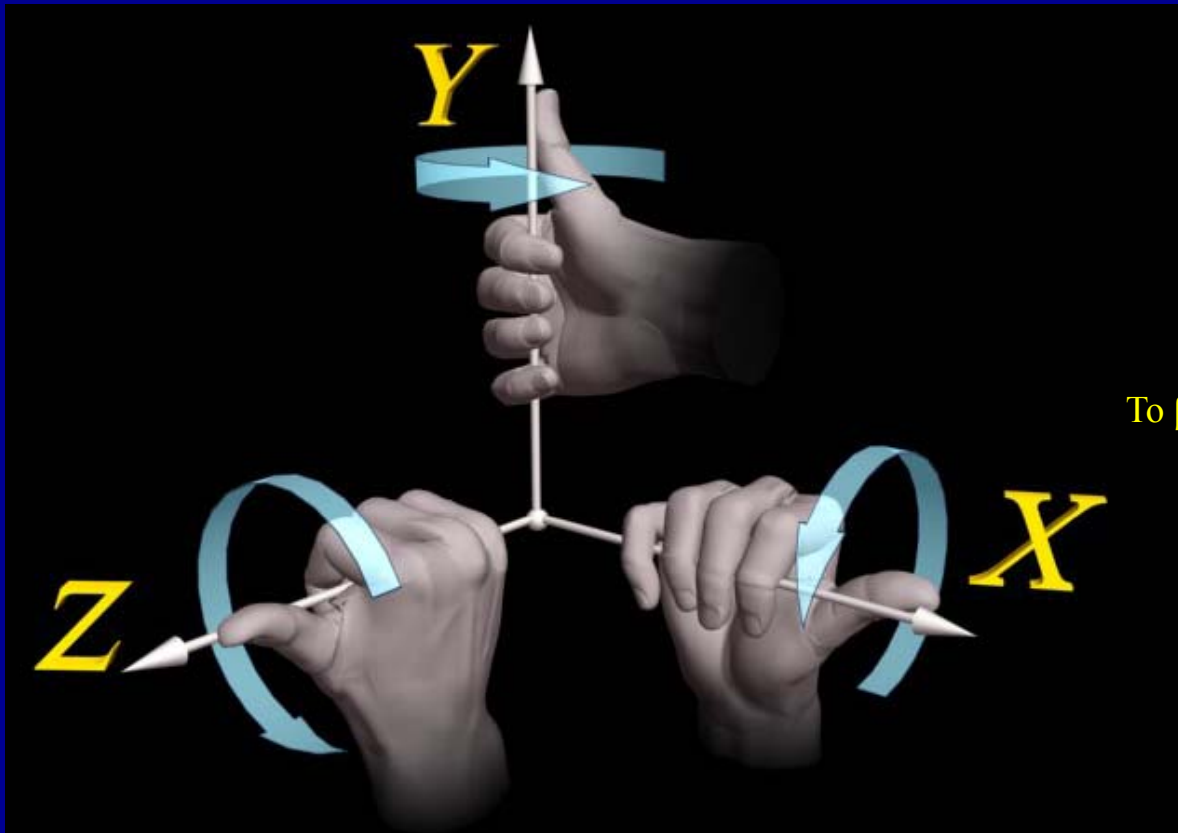


Αριστερόστροφο ΣΣ

Συστήματα Συντεταγμένων και Γωνίες

Ιδιαίτερη προσοχή χρειάζεται στη φορά των γωνιών στον τριδιάστατο χώρο.

Ακολουθείται ο **κανόνας του αντίχειρα**.

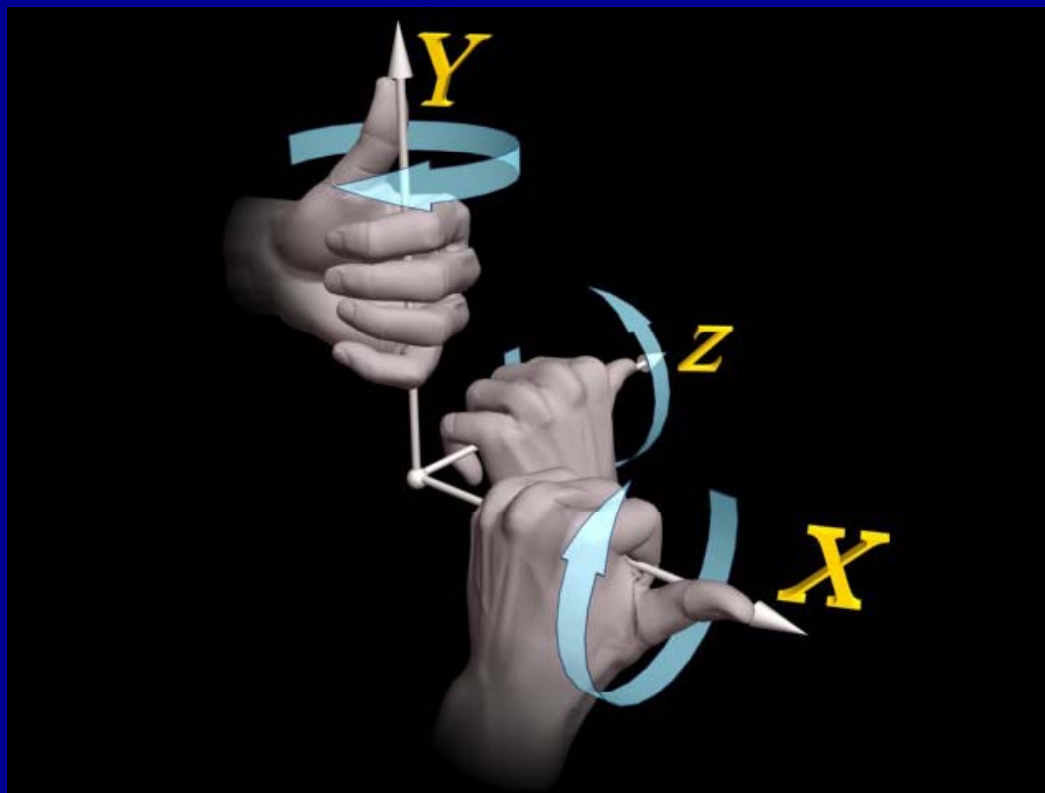


ΔΕΞΙΟΣΤΡΟΦΟΣ

Με το δεξί χέρι

Το βέλος δείχνει τη θετική γωνία

Συστήματα Συντεταγμένων και Γωνίες (Συνέχεια)



ΑΡΙΣΤΕΡΟΣΤΡΟΦΟ ΣΣ

Με το αριστερό χέρι
Το βέλος δείχνει τη θετική γωνία

Μετασχηματισμοί σε Τρεις Διαστάσεις

- Οι μετασχηματισμοί που ορίσαμε στις 2 διαστάσεις, επεκτείνονται άμεσα στις 3 και ισχύουν οι ίδιες ιδιότητες
- Οι νέοι πίνακες προσαυξάνονται κατά την Z συνιστώσα και γίνονται 4X4
- Η σύνθεση μετασχηματισμών ακολουθεί την ίδια λογική:
- Αν χρησιμοποιούμε διανύσματα στήλες, ο δεξιότερος πίνακας (πιο κοντά στο διάνυσμα) εφαρμόζεται πρώτος:

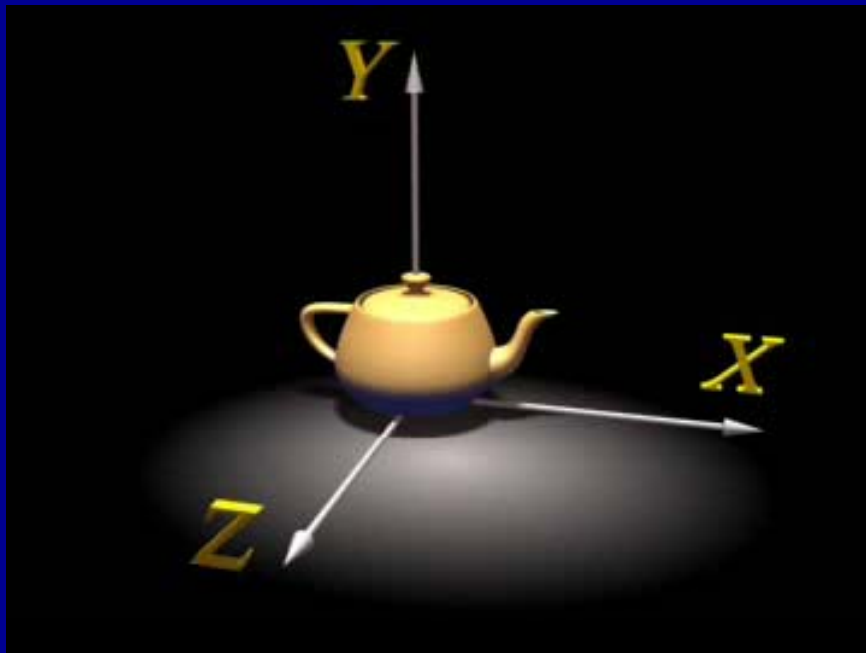
$$A * B * C * V = A(B(C(V)))$$

Πίνακες

Μετασχηματισμοί

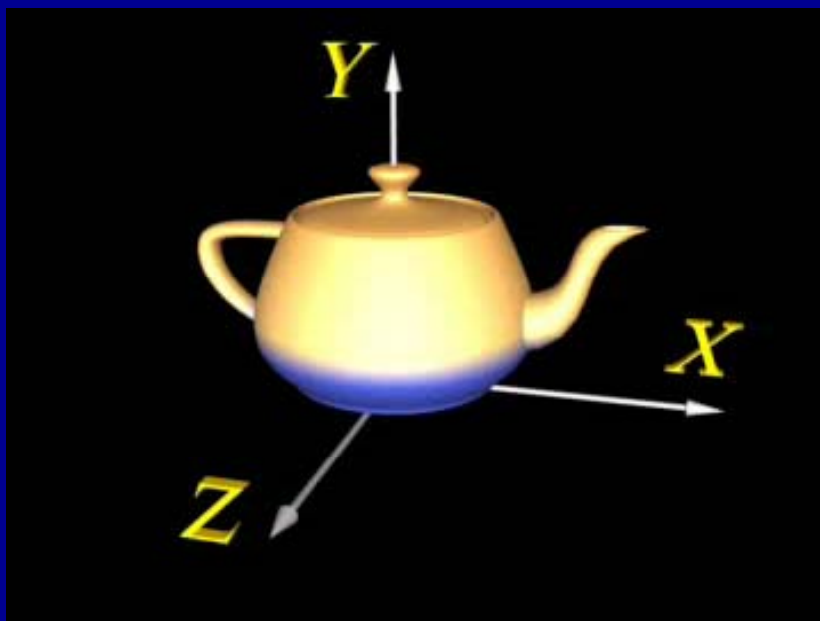
Μετασχηματισμοί: Μετακίνηση

$$\mathbf{T}_{(\vec{v})} = \mathbf{T}_{(v_x, v_y, v_z)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & v_x \\ 0 & 1 & 0 & v_y \\ 0 & 0 & 1 & v_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

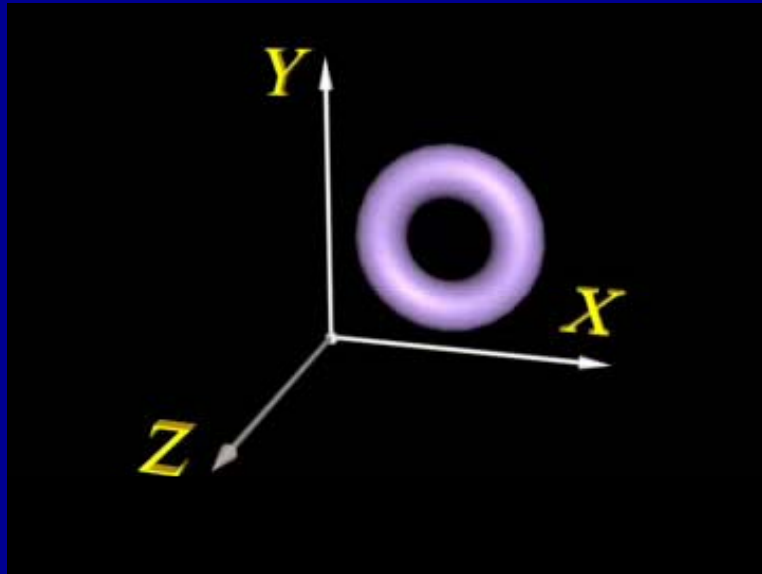


Μετασχηματισμοί: Αλλαγή Κλίμακας

$$\mathbf{S}_{(sx, sy, sz)} = \begin{bmatrix} sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & sz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Μετασχηματισμοί: Περιστροφή γύρω από τον Άξονα X, Y και Z



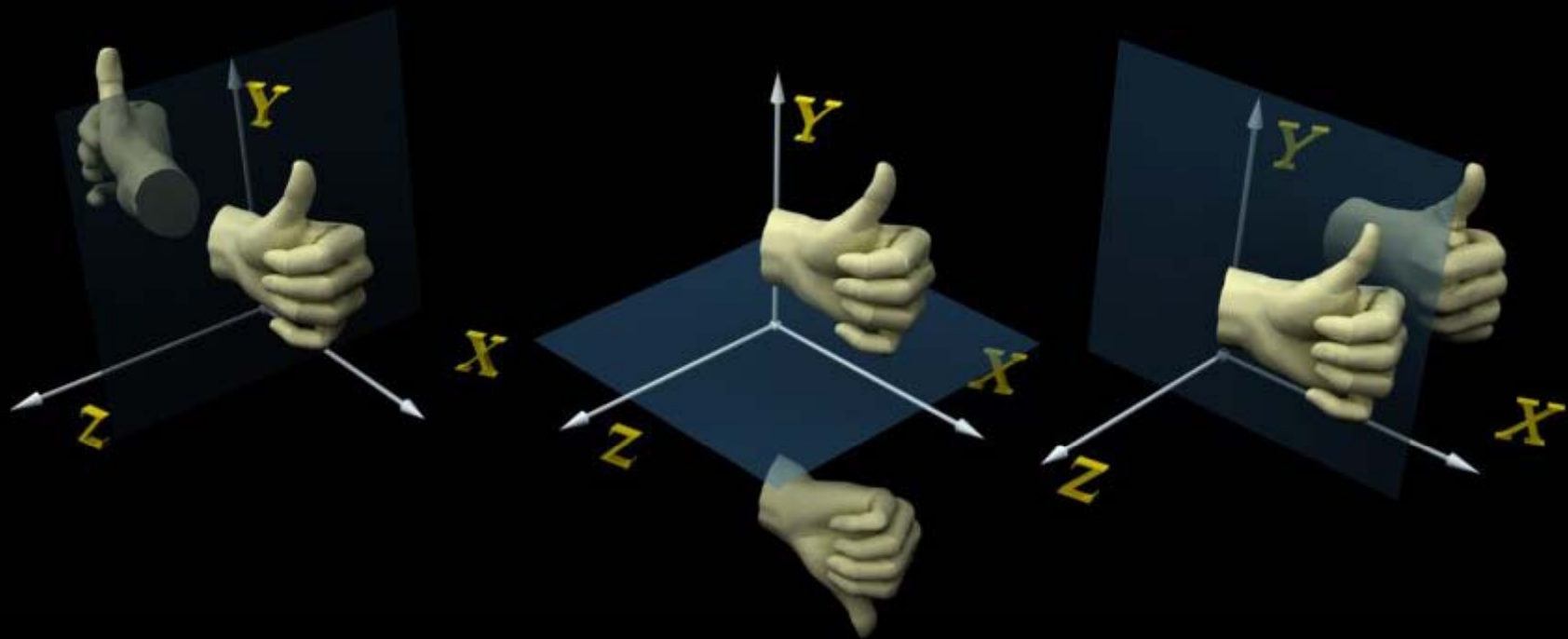
$$\mathbf{R}_{x,\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{y,\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{z,\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Μετασχηματισμοί: Αντικατοπτρισμός

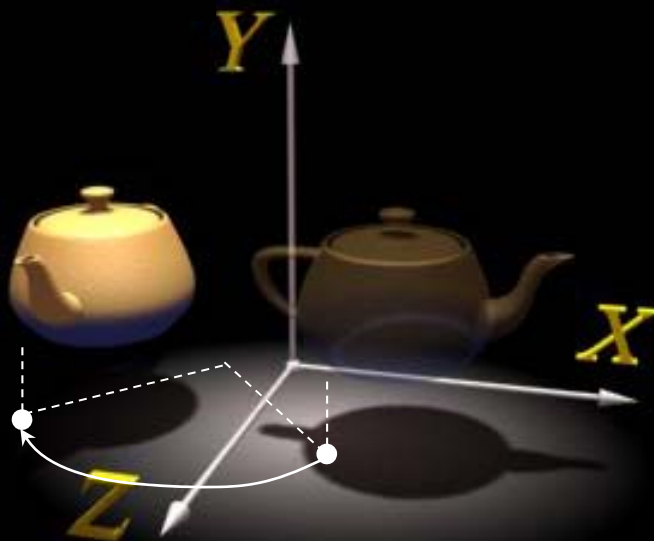
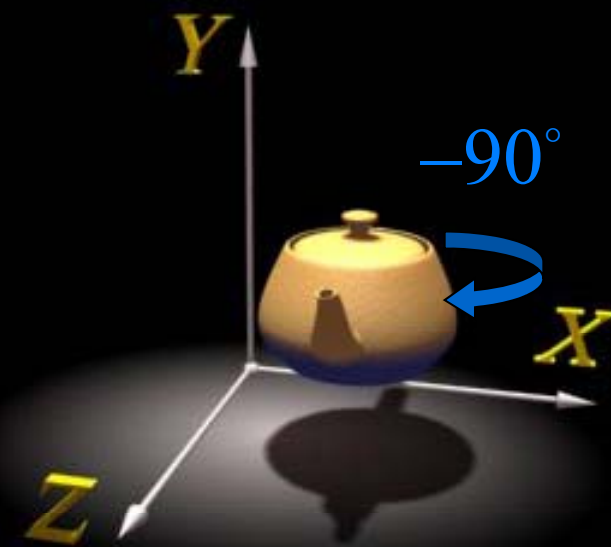
$$\mathbf{M}_x = \mathbf{S}_{(-1,1,1)} \quad \mathbf{M}_y = \mathbf{S}_{(1,-1,1)} \quad \mathbf{M}_z = \mathbf{S}_{(1,1,-1)}$$



Σύνθεση Μετασχηματισμών – Ελεγχόμενο Κέντρο



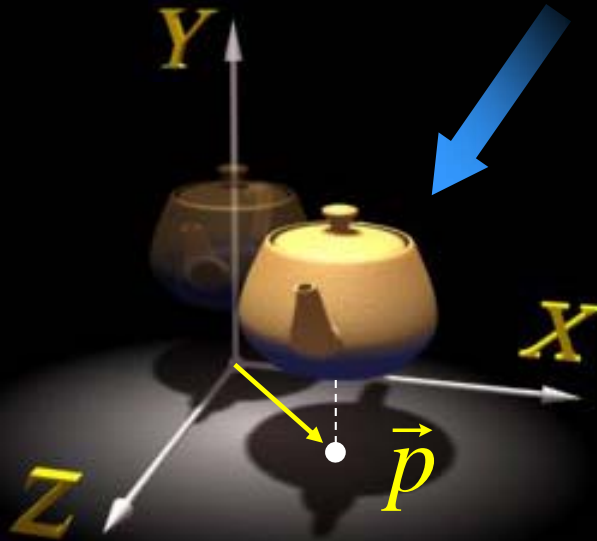
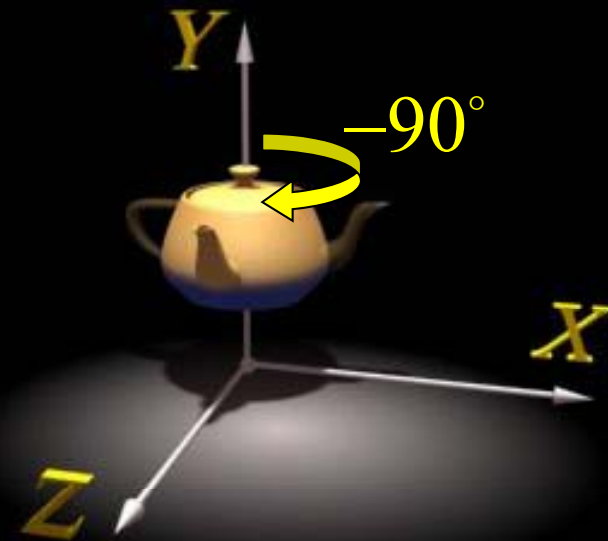
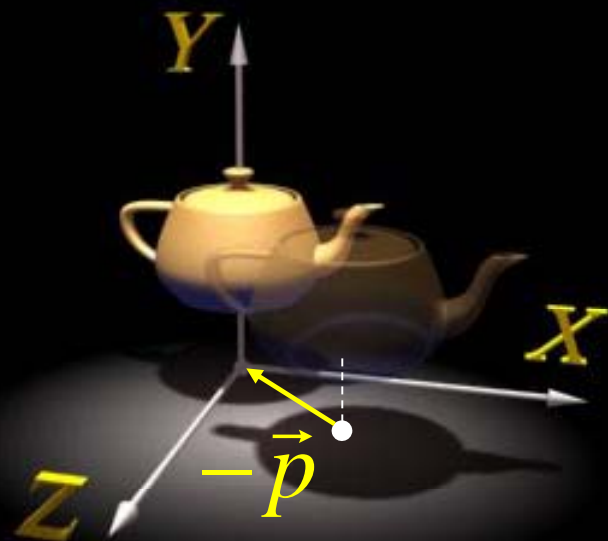
?



$$\mathbf{M} = \mathbf{R}_{y,-90}$$

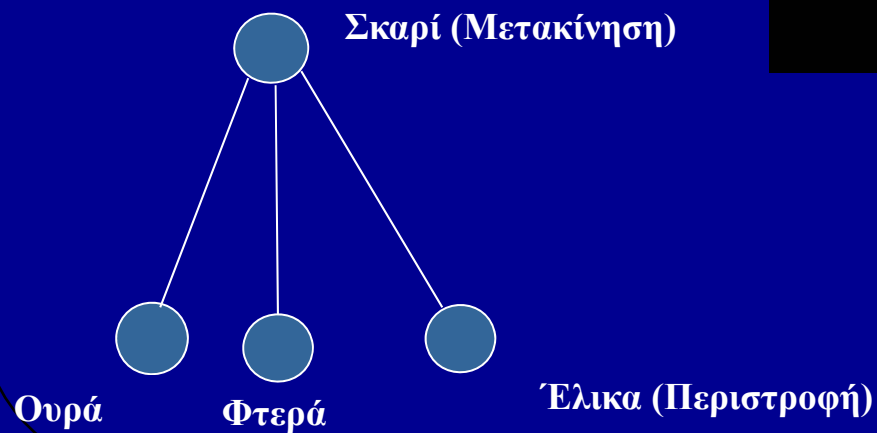
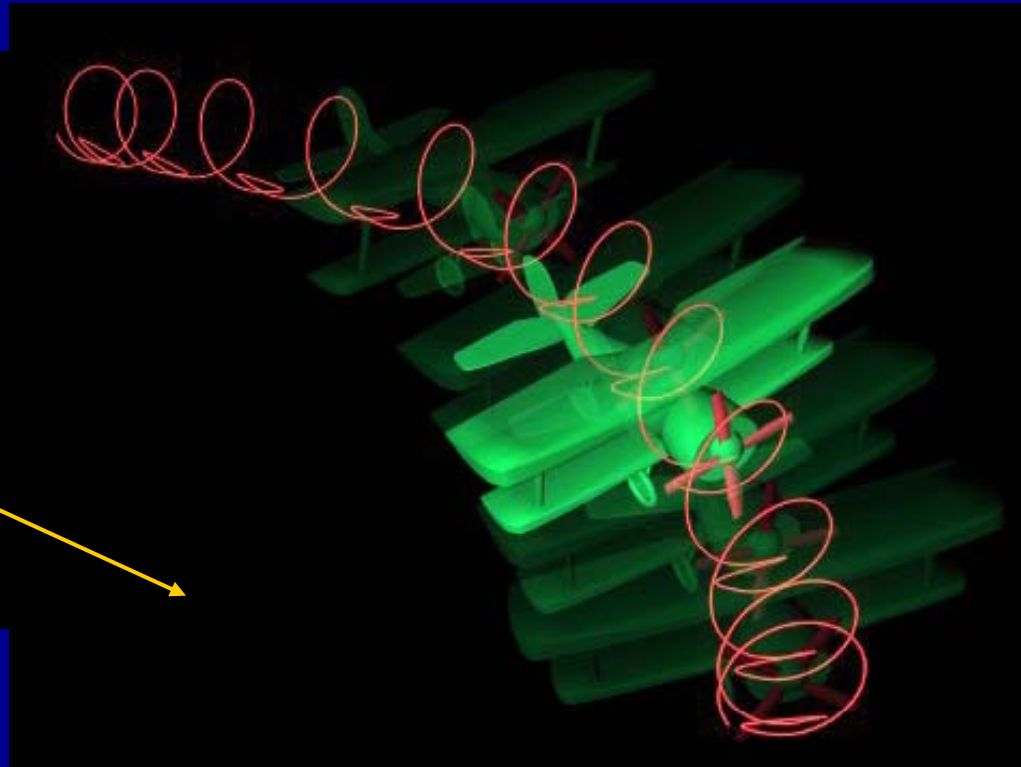
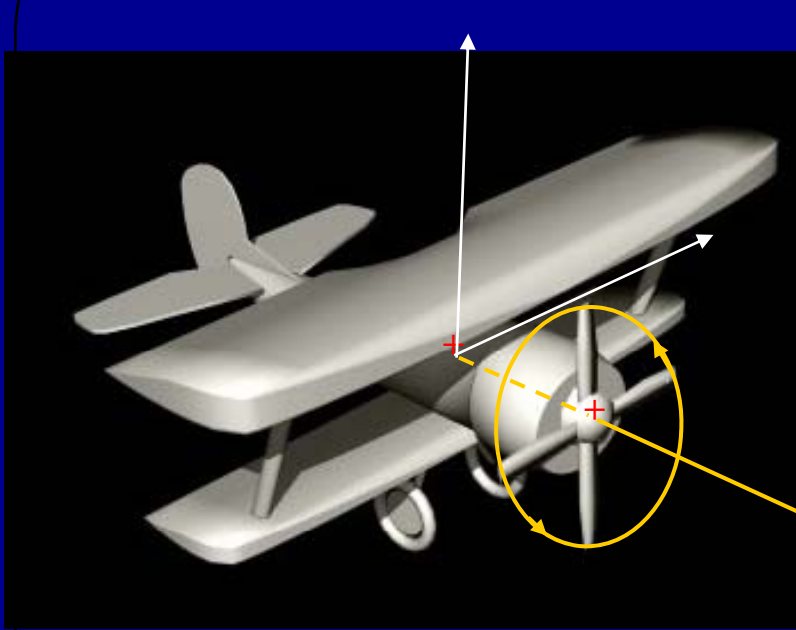
ΛΑΘΟΣ

Σύνθεση Μετασχηματισμών – Ελεγχόμενο Κέντρο



$$\mathbf{M} = \mathbf{T}_{\vec{p}} \mathbf{R}_{y,-90} \mathbf{T}_{-\vec{p}}$$

Ιεραρχίες Μετασχηματισμών



Οι μετασχηματισμοί εφαρμόζονται ιεραρχικά σε όλα τα μέλη του δένδρου, από κάτω προς τα πάνω