

Advances in Digital Imaging and Computer Vision

Image Registration and Transformation

Γεωμετρικοί Μετασχηματισμοί Εικόνας και Ευθυγράμμιση
Image Transformation and Registration

Κώστας Μαριάς
Αναπληρωτής Καθηγητής Επεξεργασίας Εικόνας

Γεωμετρικοί Μετασχηματισμοί εικόνας



Γεωμετρικοί Μετασχηματισμοί Εικόνας

- Οι γεωμετρικοί μετασχηματισμοί τροποποιούν τη χωρική σχέση μεταξύ των εικονοστοιχείων σε μια εικόνα.
- Σε όρο ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας, ένας γεωμετρικός μετασχηματισμός αποτελείται από δύο βασικές λειτουργίες:
- (1) χωρικό μετασχηματισμό των συντεταγμένων και
- (2) εφαρμογή κάποιας συνάρτησης παρεμβολής για να υπολογίσουμε τις τιμές έντασης στα χωρικά μετασχηματισμένα εικονοστοιχεία.

Γεωμετρικοί Μετασχηματισμοί Εικόνας

- Ο μετασχηματισμός των συντεταγμένων μπορεί να εκφραστεί γενικά ως:

$$(x,y)=T\{(v,w)\}$$

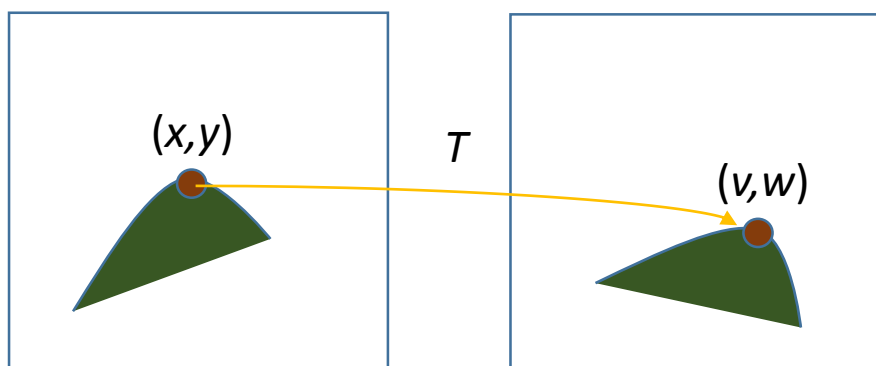
Όπου (x,y) είναι οι αρχικές συντεταγμένες του pixel και (v,w) οι τελικές του συντεταγμένες στην μετασχηματισμένη εικόνα.

Γεωμετρικοί Μετασχηματισμοί Εικόνας

- Ο μετασχηματισμός των συντεταγμένων μπορεί να εκφραστεί γενικά ως:

$$(x, y) = T\{(v, w)\}$$

Όπου (x, y) είναι οι αρχικές συντεταγμένες του pixel και (v, w) οι τελικές του συντεταγμένες στην μετασχηματισμένη εικόνα.



Γεωμετρικοί Μετασχηματισμοί Εικόνας

- Οι γεωμετρικοί μετασχηματισμοί χρησιμοποιούνται ευρέως για την ευθυγράμμιση εικόνων και την διόρθωση γεωμετρικών παραμορφώσεων.
- Κοινές εφαρμογές περιλαμβάνουν την κατασκευή ψηφιακών μωσαϊκών, γεωγραφικών χαρτών, στερεο όρασης και επεξεργασίας βίντεο κλπ.

Γεωμετρικοί Μετασχηματισμοί Εικόνας





- Ένας πολύ γνωστός και γενικός μετασχηματισμός είναι ο μετασχηματισμός συγγένειας που μπορεί να οριστεί γενικά ως:

$$[x \ y \ 1] = [v \ w \ 1] \cdot \mathbf{T} = [v \ w \ 1] \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & 0 \\ t_{21} & t_{22} & 0 \\ t_{31} & t_{32} & 1 \end{bmatrix}$$

Όπου τα t_{ij} (i 1:3, j 1:2) είναι μεταβλητές του πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{T}

Αναλόγως με την επιλογή των t_{ij} ο μετασχηματισμός μπορεί να κλιμακώσει, να περιστρέψει, να μεταφέρει ή να στρεβλώσει (sheer) το σύνολο συντεταγμένων της εικόνας προκαλώντας μετασχηματισμούς.

Γεωμετρικοί Μετασχηματισμοί Εικόνας

| | | | |
|------------|--|--|--|
| Μετατόπιση |  | $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{bmatrix}$ | t_x καθορίζει τη μετατόπιση κατά μήκος του άξονα x t_y καθορίζει την μετατόπιση κατά μήκος του άξονα y |
| Κλιμάκωση |  | $\begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ | s_x καθορίζει τον συντελεστή κλίμακας κατά μήκος του άξονα x s_y καθορίζει το συντελεστή κλίμακας κατά μήκος του άξονα y |
| Στρέβλωση |  | $\begin{bmatrix} 1 & sh_y & 0 \\ sh_x & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ | sh_x καθορίζει τη συντελεστή στρέβλωσης κατά μήκος του άξονα x sh_y καθορίζει το συντελεστή στρέβλωσης κατά μήκος του άξονα y |
| Περιστροφή |  | $\begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ | Το θ καθορίζει τη γωνία περιστροφής |

Παραδείγματα σε matlab: Translation

Αν θέλουμε για παράδειγμα να μετατοπίσουμε την εικόνα οριζόντια κατά 50 pixels θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τον γενικό μετασχηματισμό μετατόπισης :

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{bmatrix}$$

$$[x \ y \ 1] = [v \ w \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x = v + t_x \\ y = w + t_y \end{cases}$$

Θα πρέπει απλά να θέσουμε $t_x = 50$ και $t_y = 0$

Παραδείγματα σε matlab

Αν θέλουμε για παράδειγμα να μετατοπίσουμε την εικόνα οριζόντια κατά 50 pixels θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τον γενικό μετασχηματισμό μετατόπισης :

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{bmatrix}$$

$$[x \ y \ 1] = [v \ w \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x = v + t_x \\ y = w + t_y \end{cases}$$

Παραδείγματα σε matlab

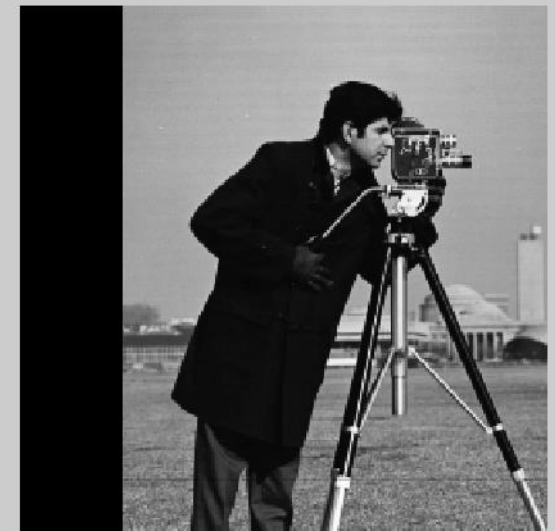
$$\text{Δηλαδή: } T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 50 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Οπότε στη matlab θα γράψαμε:

```
A=imread('cameraman.tif');  
B=zeros(256,50); C=[B,A(:,1:206)];  
subplot(2,1,1), imshow(A)  
subplot(2,1,2), imshow(C)
```



Μετατόπιση εικόνας
οριζόντια κατά 50 pixels



Παραδείγματα σε matlab

$$\text{Δηλαδή: } T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 50 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ή με έτοιμη συνάρτηση:

```
A=double(imread('cameraman.tif'));
```

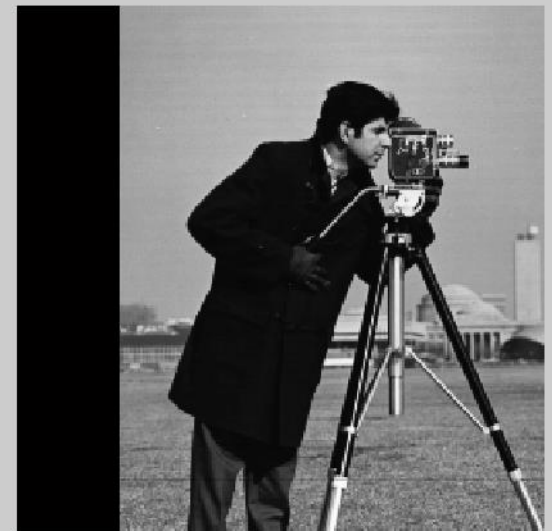
```
J = imtranslate(A,[50, 0]);
```

```
subplot(2,1,1), imshow(A)
```

```
subplot(2,1,2), imshow(J)
```



Μετατόπιση εικόνας
οριζόντια κατά 50 pixels



Παραδείγματα σε matlab- Στρέβλωση

Αν θέλουμε για παράδειγμα να στρεβλώσουμε την εικόνα με $sh_x = 0.5$ θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τον γενικό μετασχηματισμό στρέβλωσης:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & sh_y & 0 \\ sh_x & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[x \ y \ 1] = [v \ w \ 1] \begin{bmatrix} 1 & sh_y & 0 \\ sh_x & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} x = v + w \cdot sh_x \\ y = w + v \cdot sh_y \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} x = v + w \cdot 0.5 \\ y = w \end{matrix}$$

Παραδείγματα σε matlab- Στρέβλωση

Αν θέλουμε για παράδειγμα να στρεβλώσουμε την εικόνα με $sh_x = 0.5$
Στη matlab θα γράψουμε:

```
I = imread('cameraman.tif');  
tform = affine2d([1 0 0; .5 1 0; 0 0 1]);  
J = imwarp(I,tform);  
subplot(2,1,1), imshow(I)  
subplot(2,1,2), imshow(J)
```



Παραδείγματα σε matlab- Περιστροφή

Αν θέλουμε για παράδειγμα να περιστρέψουμε την εικόνα $\theta = 10^\circ$ πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τον γενικό μετασχηματισμό περιστροφής:

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(10) & \sin(10) & 0 \\ -\sin(10) & \cos(10) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[x \ y \ 1] = [v \ w \ 1] \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x = v \cdot \cos(\theta) - w \cdot \sin(\theta) \\ y = v \cdot \sin(\theta) + w \cdot \cos(\theta) \end{cases}$$

Παραδείγματα σε matlab- Περιστροφή

Αν θέλουμε για παράδειγμα να περιστρέψουμε την εικόνα $\theta = 10^\circ$

```
A=imread('cameraman.tif');  
theta = 10;  
tform = affine2d([cosd(theta) sind(theta) 0; -sind(theta) cosd(theta) 0; 0 0 1]);  
outputImage = imwarp(A,tform);  
figure, imshow(outputImage);
```

Το ίδιο θα πάρουμε και με τον κώδικα:

```
I = imread('cameraman.tif');  
J = imrotate(I,-10);
```



Παραδείγματα σε matlab- Κλιμάκωση

Αν θέλουμε για παράδειγμα να μειώσουμε κατά 50% το μέγεθος της εικόνας

```
I = imread('cameraman.tif');
```

```
J = imresize(I, 0.5);
```

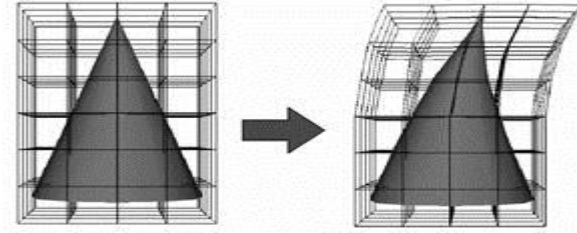
```
subplot(2,1,1), imshow(I)
```

```
subplot(2,1,2), imshow(J)
```

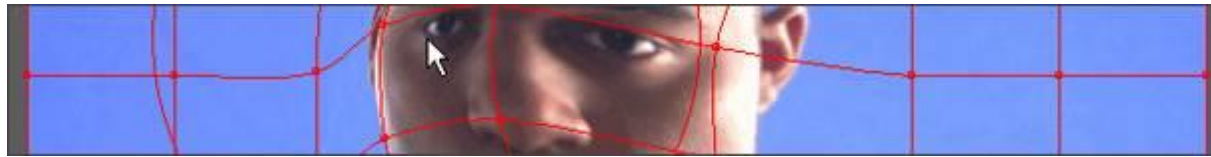


In the physical world, one cannot increase the size or quantity of anything without changing its quality. Similar figures exist only in pure geometry.

- Paul Valéry

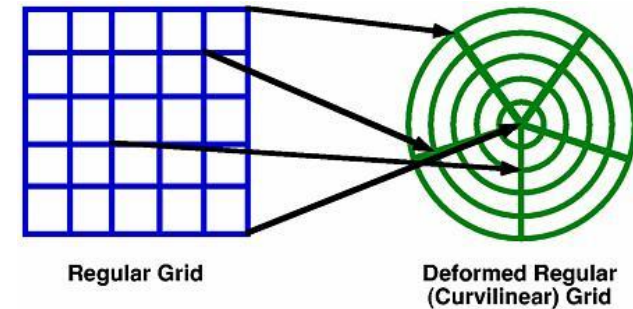


Registration of Images



<https://www.mathworks.com/help/images/ref/impylramid.html>

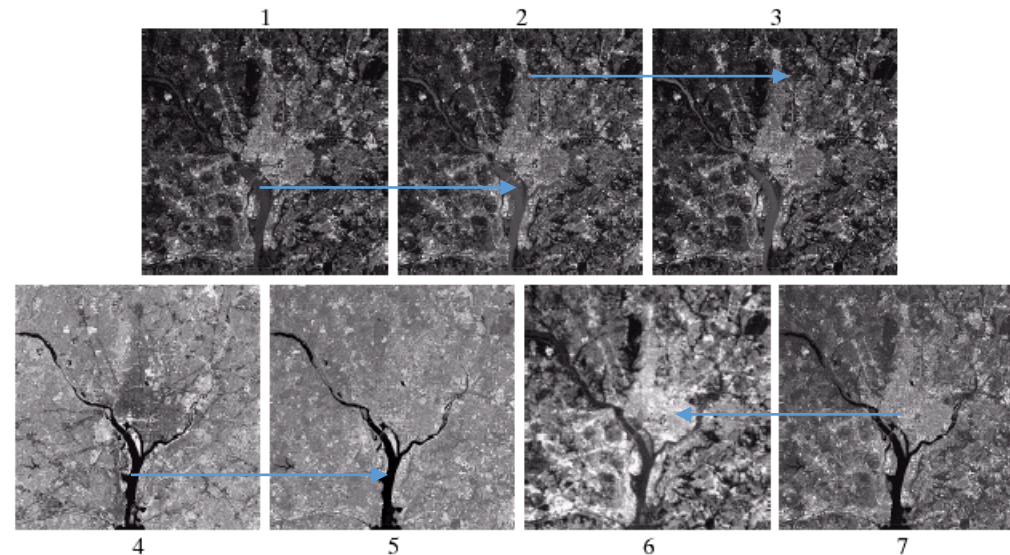
<https://www.mathworks.com/help/images/understanding-what-happens-in-geometric-transformation.html>





Ευθυγράμμιση Εικόνας - Image Registration

- Image Registration είναι η διαδικασία ευθυγράμμισης εικόνων προερχόμενων από διάφορα μέσα λήψης, υπό διάφορες συνθήκες φωτισμού (και με πιθανότητα να υπάρχει χρονική διαφορά λήψης μεταξύ αυτών), σε κοινό σύστημα συντεταγμένων.
- Εφαρμόζεται σε διάφορους τομείς, όπως υπολογιστική όραση, ιατρική απεικόνιση, δορυφορικές χαρτογραφήσεις, κ.α.

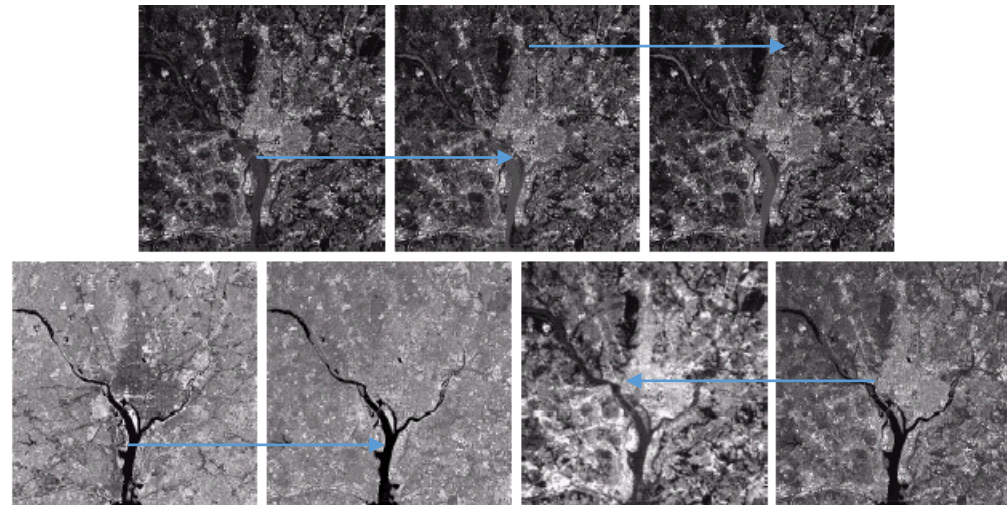


“Digital Image Processing”, Rafael C. Gonzalez & Richard E. Woods, Addison-Wesley, 2002



Ευθυγράμμιση Εικόνας - Image Registration

- Θα μιλήσουμε για την Αμοιβαία Πληροφορία εικόνας.
- Είναι ένα μέγεθος που υπολογίζεται στην ίδια εικόνα ή ανάμεσα σε 2 εικόνες και ουσιαστικά μας δείχνει πόσο οι εικόνες ταιριάζουν, πόσο η μία 'εξηγεί' την άλλη.
- Για να ευθυγραμμίσουμε εικόνες πρέπει να βρούμε τον μετασχηματισμό που μας οδηγεί στην μέγιστη αμοιβαία πληροφορία!



"Digital Image Processing", Rafael C. Gonzalez & Richard E. Woods, Addison-Wesley, 2002

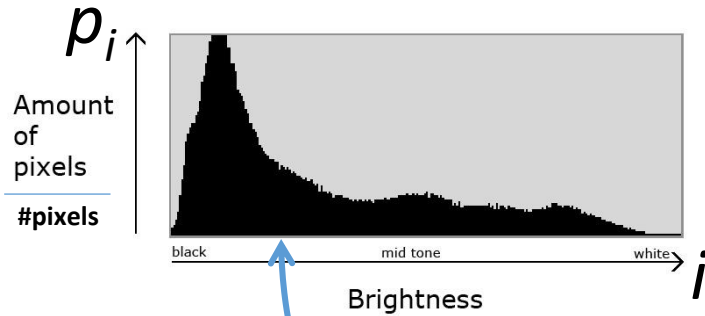


Ευθυγράμμιση Εικόνας - Image Registration

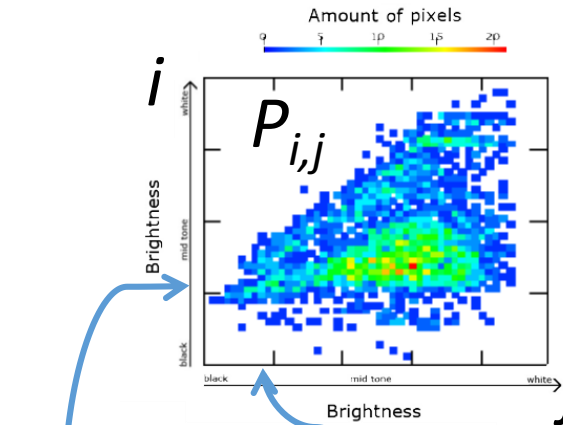
- Για να ευθυγραμμίσουμε εικόνες πρέπει να βρούμε τον μετασχηματισμό που μας οδηγεί στην μέγιστη αμοιβαία πληροφορία!
- Γενικός αλγόριθμος
 1. Επιλέγουμε την εικόνα αναφοράς (reference) και την εικόνα που θα μετασχηματίζουμε διαρκώς μέχρι να ευθυγραμμιστεί με την εικόνα αναφοράς (floating image).
 2. Επιλέγουμε αρχικές παραμέτρους μετασχηματισμού για την floating εικόνα.
 3. Υπολογίζουμε την αμοιβαία πληροφορία μέσα από ένα πλαίσιο βελτιστοποίησης που κατά προτίμηση πρέπει να αποφεύγει τοπικά μέγιστα ή ελάχιστα.
 4. Εξετάσουμε αν έχουμε βρει τον βέλτιστο γεωμετρικό μετασχηματισμό που να μεγιστοποιεί την Αμοιβαία Πληροφορία. Αν ναι σταματάει ο αλγόριθμος αλλιώς επιστρέφουμε στο βήμα 3 μέχρι να υπάρχει σύγκλιση.



Υπολογισμός αμοιβαίας πληροφορίας



Gray Level Histogram 1Δ



Gray Level Coocurrence Matrix (GLCM) 2Δ

$$MI(I_1, I_2) = \sum_{i \in I_1} \sum_{j \in I_2} p_{I_1 I_2}^{i,j} \log \frac{p_{I_1 I_2}^{i,j}}{p_{I_1}^i p_{I_2}^j}$$



Υπολογισμός αμοιβαίας πληροφορίας- 1dhist

I_1

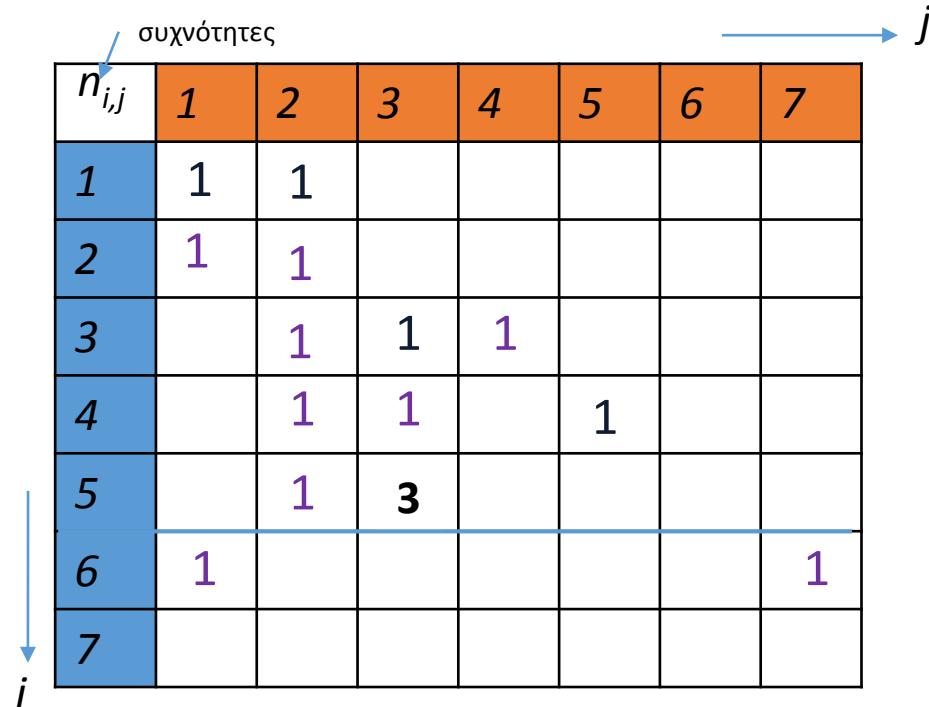
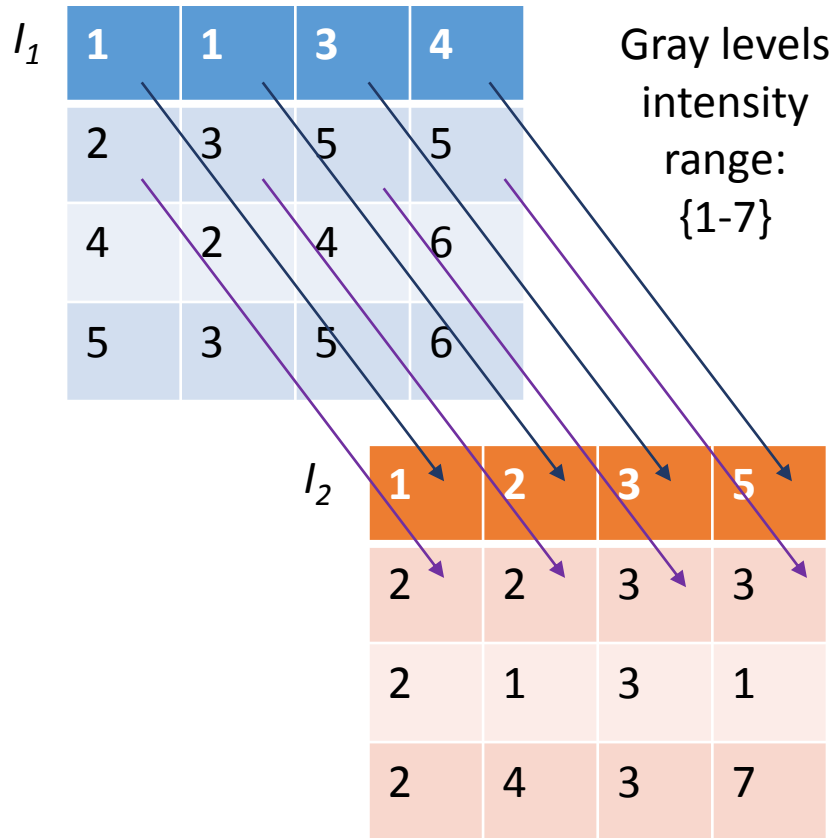
| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 3 | 4 |
| 2 | 3 | 5 | 5 |
| 4 | 2 | 4 | 6 |
| 5 | 3 | 5 | 6 |

| | | | | | | |
|-------|------|------|------|------|------|------|
| p_i | 2/16 | 2/16 | 3/16 | 3/16 | 4/16 | 2/16 |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

- Τα p_i προκύπτουν από τη διαίρεση των συχνοτήτων με 16 (σύνολο συμβάντων-pixels) για να εκφράζουν πιθανότητες.
- Π.χ. η πιθανότητα να έχει ένα pixel την ένταση 5 είναι $p_5=4/16=0.25$



Υπολογισμός αμοιβαίας πληροφορίας- 2dhist



Ο πίνακας μας έχει max-min τα max-min που προκύπτουν και από τις εικόνες!



Υπολογισμός αμοιβαίας πληροφορίας- 2dhist

- Τα $n_{i,j}$ πρέπει να διαιρεθούν με 16 (σύνολο συμβάντων-pixels) για να εκφράζουν πραγματικές πιθανότητες.
- Π.χ. η πιθανότητα να έχει ένα pixel στην εικόνα I_1 έντασης 5 και στην εικόνα I_2 έντασης 3, είναι $p_{5,3}=3/16=0.1875$
- Με δεδομένα τα $p_i, p_j, p_{i,j}$ υπολογίζουμε την αμοιβαία πληροφορία.

| $n_{i,j}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | | | | | |
| 2 | 1 | 1 | | | | | |
| 3 | | 1 | 1 | 1 | | | |
| 4 | | 1 | 1 | | 1 | | |
| 5 | | 1 | 3 | | | | |
| 6 | 1 | | | | | | 1 |
| 7 | | | | | | | |

$$MI(I_1, I_2) = \sum_{i \in I_1} \sum_{j \in I_2} p_{I_1 I_2}^{i,j} \log \frac{p_{I_1 I_2}^{i,j}}{p_{I_1}^i p_{I_2}^j}$$



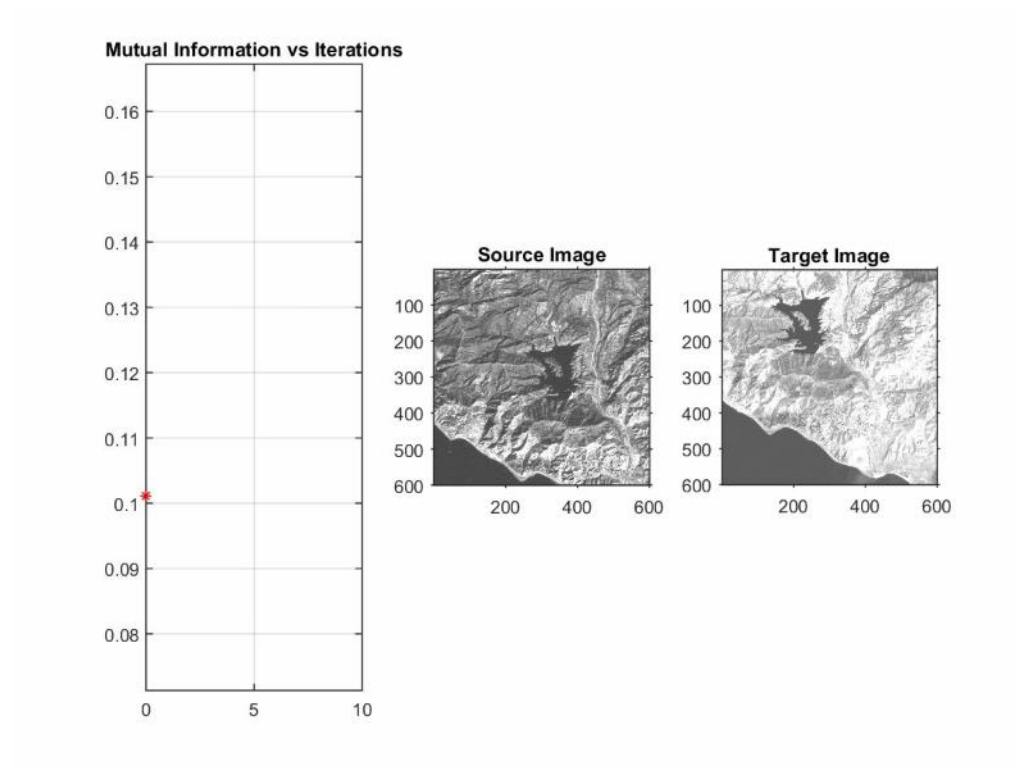
Μέθοδοι Ταύτισης με μεγιστοποίηση Αμοιβαίας Πληροφορίας

- Στα πλαίσια της ταύτισης εικόνων, αναπτύσσονται μέθοδοι οι οποίες προσπαθούν να ευθυγραμμίσουν τις εικόνες προσπαθώντας να βρεθεί ο **μετασχηματισμός εικόνας** που οδηγεί στην **μέγιστη αμοιβαία πληροφορία**.
- Στις επόμενες διαφάνειες θα παρουσιαστούν μερικά παραδείγματα, όπου προσπαθούμε να μετασχηματίσουμε την **εικόνα-πηγή (Source Image)** έτσι ώστε να ταυτιστεί με την **εικόνα-στόχο (Target Image)**.
- Τα παραδείγματα (α), (β) δείχνουν κάποιες αποτυχημένες απόπειρες από το ΙΤΚ λογισμικό ταύτισης εικόνων, ενώ το παράδειγμα (γ) δείχνει την εφαρμογή της μεθόδου μας, η οποία αποδεικνύεται επιτυχής.



Research

Παράδειγμα 2α: Regular Step Gradient Descent



http://www.itk.org/Doxygen/html/classitk_1_1RegularStepGradientDescentOptimizer.html

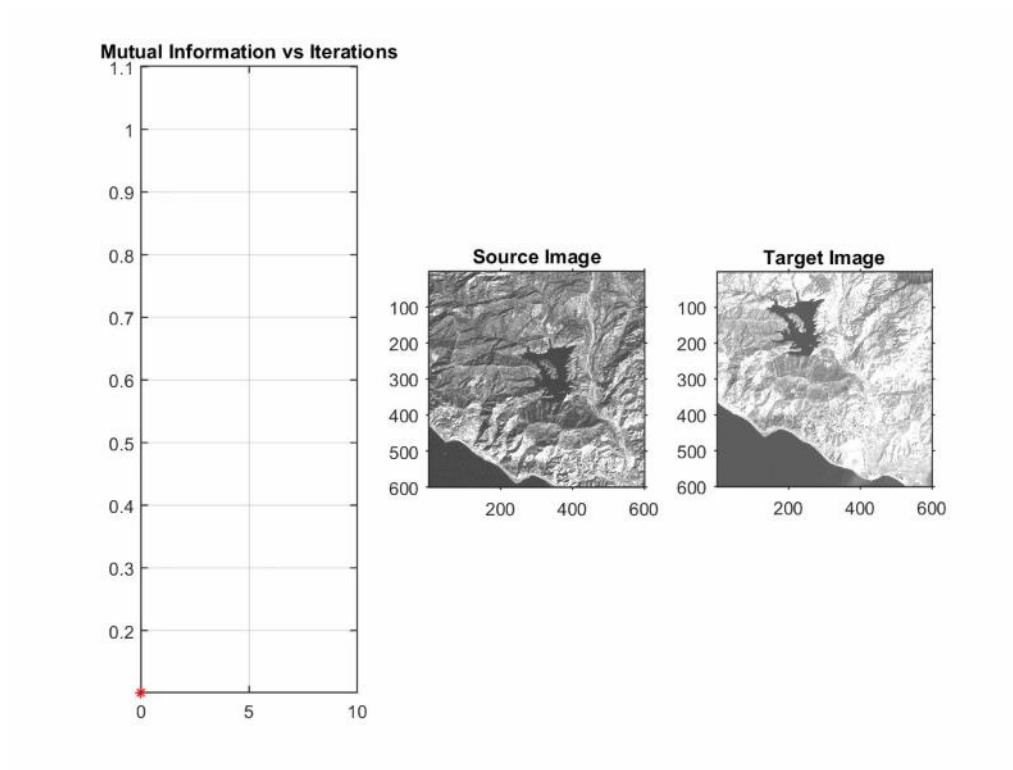


<http://www.mathworks.com/help/images/ref/registration.optimizer.regularstepgradientdescent-class.html>



Research

Παράδειγμα 2β: One-Plus-One Evolutionary Strategy



http://www.itk.org/Doxygen/html/classitk_1_1OnePlusOneEvolutionaryOptimizer.html

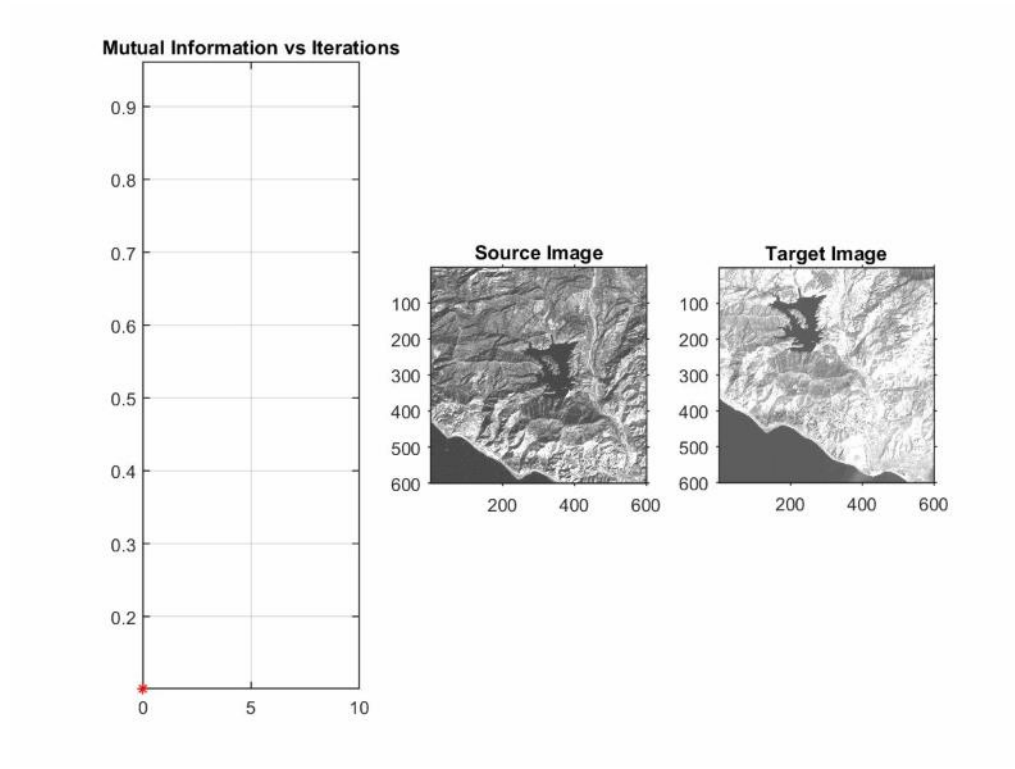


<http://www.mathworks.com/help/images/ref/registration.optimizer.oneplusoneevolutionary-class.html>



Research

Παράδειγμα 2γ: Γενετικοί αλγόριθμοι

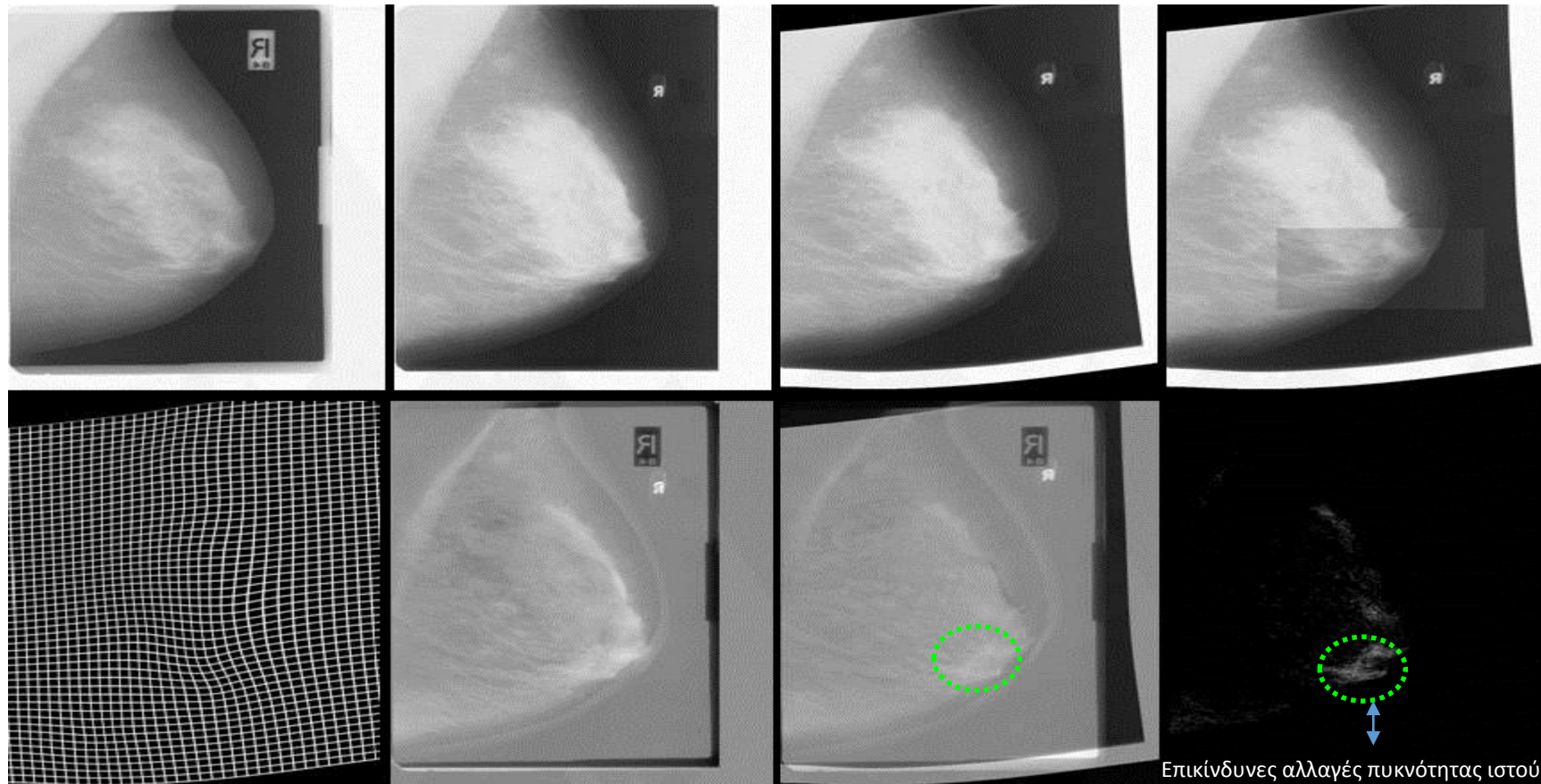


Spanakis, K. Marias, E.N. Mathioudakis, N. A. Kampanis, “An extended method for robust image registration”, *Proceedings of the 6th International Conference on Numerical Analysis*, pp 250-255, 2014



Research

Η σημασία της ευθυγράμμισης στην Ιατρική



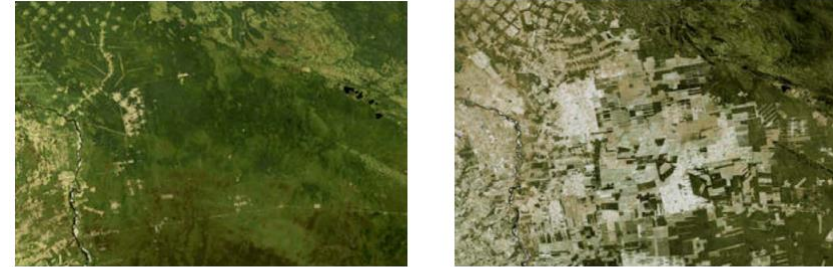
Kostas Marias, Christian Behrenbruch, Santilal Parbhoo, Alexander Seifalian and Sir Michael Brady, "A Registration Framework for the Comparison of Mammogram Sequences", *IEEE Transactions on Medical Imaging* (June, 2005).



Research

Η σημασία της ευθυγράμμισης στην Τηλεπισκόπηση

- ✓ Είναι η επιστήμη και την τεχνολογία παρατήρησης και μελέτης των χαρακτηριστικών της γήινης επιφάνειας από απόσταση
- ✓ Σαρωτές που είναι εγκατεστημένοι σε τεχνητούς δορυφόρους ανιχνεύουν την ανάκλαση της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας της γήινης επιφάνειας και την αποδίδουν ως ψηφιακή εικόνα.



Human-induced land cover changes observed by Landsat-5 in Bolivia in 1984 and 1998 (Courtesy: Compton J. Tucker and the Landsat Project, NASA Goddard Space Flight Center)

1 pixel misregistration error => 50% error in Vegetation Index (NDVI) computation (using 250m MODIS data)

<http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20120008278.pdf>

Η ευθυγράμμιση εικόνας είναι κρίσιμη για εφαρμογές τηλεπισκόπησης όπως στη μετεωρολογία, κτηματολόγιο και παγκόσμια κλιματική αλλαγή.

End of today's lecture

Thank you for your attention!