

## Σε 2 προβλήματα 2

### Μετασχηματισμός Laplace

1. Λύσε με χρήση μετασχηματισμού Laplace το πρόβλημα αρχικών τιμών  
 $y'(t) + 3y(t) = 0, \quad y(0) = 1$
2. Λύσε με χρήση μετασχηματισμού Laplace το πρόβλημα αρχικών τιμών  
 $y''(t) + \omega^2 y(t) = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$
3. Υπολόγισε τους μετασχηματισμούς  
a)  $\mathcal{L}(t \sin bt)$       b)  $\mathcal{L}(t e^{bt})$   
c)  $\mathcal{L}(t^2 e^{kt})$       d)  $\mathcal{L}(t^2 (e^{st} + 7))$
4. Υπολόγισε τους αντίστροφους μετασχηματισμούς  
a)  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1+s^2}\right)$       b)  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2} \cdot \frac{1}{1+s^2}\right)$   
c)  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2+8s+17}\right)$       d)  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s+6}{s^2+8s+17}\right)$
5. Λύσε με χρήση μετασχηματισμού Laplace το πρόβλημα αρχικών τιμών  
 $y'(t) + 3y(t) = \sin 4t, \quad y(0) = 4$
6. Λύσε με χρήση μετασχηματισμού Laplace το πρόβλημα αρχικών τιμών  
 $y''(t) + 4y'(t) + 4y(t) = e^{-2t}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -3$
7. Βρίξε με χρήση μετασχηματισμού Laplace την γενική λύση της εξίσωσης  
 $y''(t) + 36y(t) = 3e^{-3t}, \quad y(0) = a, \quad y'(0) = b$