

Εξ Εξ Προβλημάτων 3

Laplace και Συναρτησιών Green

1. Δείξε ότι $\mathcal{L}(t^n y(t)) = (-1)^n Y^{(n)}(s)$ όπου $Y^{(n)}(s)$ είναι η n -οστή παράγωγος της $Y(s) = \mathcal{L}y(t)$.

2. α) Λύσε την $y''(t) + 7y'(t) + 2y(t) = f(t)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$

χρησιμοποιώντας μετασχηματισμό Laplace, όπου

$$f(t) = \begin{cases} 2 & 0 \leq t \leq 1 \\ 1 & 1 < t \leq 2 \\ 3 & 2 < t \end{cases}$$

β) Βρέξε την συναρτησιών Green της παραπάνω εξίσωσης και δώσε την λύση της σε οματωμενη μορφή χρησιμοποιώντας την συναρτησιών Green.

3. Θεωρήσε την εξίσωση $y''(t) - 25y(t) = f(t)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$

Εδώ $f(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 2 \\ 0 & 2 < t \end{cases}$

α) Βρέξε την συναρτησιών Green της παραπάνω εξίσωσης

β) Βρέξε έναν οματωμενη λύση για την λύση και οματωμενη βρέξε την λύση της εξίσωσης