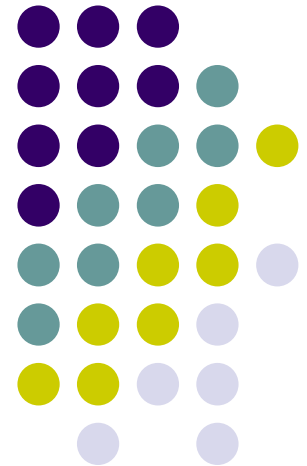


Διαχείριση Έργων Πληροφορικής

Ανάλυση δικτύου, μέθοδος κρίσιμης
διαδρομής (CPM)

Ευαγγελία Μανιαδή

14 Απριλίου 2022



Εργαλεία/Τεχνικές Διαχείρισης Έργων



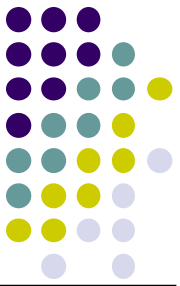
- Μέθοδος κρίσιμου μονοπατιού (Critical Path Method – CPM)
 - Μία μέθοδος που χρησιμοποιείται για να υπολογισθεί ο ελάχιστος χρόνος υλοποίησης του έργου καθώς και η αλληλουχία των δραστηριοτήτων που επηρεάζουν τον χρόνο υλοποίησης ενός έργου (κρίσιμες δραστηριότητες).
- Μεθοδολογία PERT
 - Μία τεχνική που χρησιμοποιεί εκτιμήσεις αναφορικά με τον χρόνο υλοποίησης των δραστηριοτήτων ως βάση για τον υπολογισμό του ελάχιστου χρόνου υλοποίησης του έργου.
- Διαγράμματα Gantt
 - Εργαλείο που χρησιμοποιείται για τον σχεδιασμό και παρακολούθηση των δραστηριοτήτων ενός έργου.

Ανάλυση Δικτύων - Network Analysis

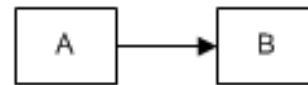


- Η ανάλυση δικτύων είναι μία βασική τεχνική στην Διαχείριση Έργων.
- Μας επιτρέπει να ακολουθήσουμε μία συστηματική, δομημένη και ποσοτικοποιημένη προσέγγιση (*systematic quantitative structured approach*) με σκοπό την επιτυχή διαχείριση ενός έργου.
- Επιπλέον, η γραφική αναπαράσταση του έργου μπορεί να γίνει κατανοητή ακόμα και από μη ειδικούς.
- Δεν υπάρχει μία σαφής ορολογία στη βιβλιογραφία. Σαν αποτέλεσμα θα συναντήσουμε όρους όπως *network analysis*, *PERT*, *CPM*, *PERT/CPM*, *critical path analysis* and *project planning* να χρησιμοποιούνται.

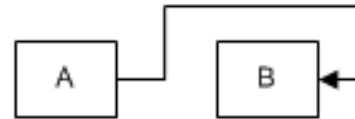
Εξαρτήσεις δραστηριοτήτων



- **Finish-to-start (FS):** The predecessor activity must finish in order for the successor activity to start. **This relationship is the most deployed in project planning.** Assume there are two activities, A and B where A is a predecessor of B, then it means “finish activity A to start activity B”.
- **Finish-to-finish (FF):** The predecessor activity must finish in order for the successor activity to finish. This means “finish activity A to finish activity B”.
- **Start-to-start (SS):** The predecessor activity must start in order for the successor activity to start. This means “start activity A to start activity B”.
- **Start-to-finish (SF):** The predecessor activity must start in order for the successor activity to finish. **This relationship is rarely used.** This means “start activity A to finish activity B”.



Finish-to-Start (FS)



Finish-to-Finish (FF)

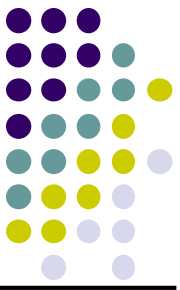


Start-to-Start (SS)

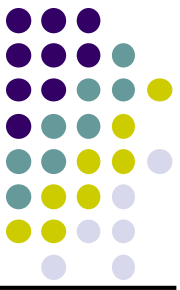


Start-to-Finish (SF)

Παράδειγμα 1



- Θα περιγράψουμε τις έννοιες που εμπλέκονται στην ανάλυση δικτύων (network analysis) με αναφορά στο ακόλουθο παράδειγμα:
 - Ας υποθέσουμε ότι η εταιρεία σας σχεδιάζει ένα μικρό επανασχεδιασμό ενός προϊόντος της και της συσκευασίας του.
 - Σκοπεύει να «δοκιμάσει στην αγορά» τον νέο προϊόν, να λάβει υπόψη της όποιες παρατηρήσεις – ευρήματα, να πραγματοποιήσει τον τελικό σχεδιασμό και να παρουσιάσει το αποτέλεσμα στο ΔΣ της εταιρείας.

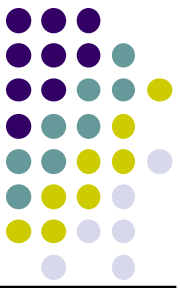


Παράδειγμα 1

- Μετά από πολύ σκέψη, προσδιορίσαμε τις ακόλουθες δραστηριότητες ως αναγκαίες για την υλοποίηση του έργου καθώς και τον αντίστοιχο χρόνο για την υλοποίηση κάθε μίας δραστηριότητας (τον οποίο γνωρίζουμε με βεβαιότητα).
- **Η κρίσιμη ερώτηση είναι:** Πόσο χρόνος θα χρειαστεί η ολοκλήρωση του έργου αυτού;

Activity number		Completion time (in weeks)
1	Redesign product	6
2	Redesign package	2
3	Order and receive components for redesigned product	3
4	Order and receive components for redesigned packaging	2
5	Assemble product	4
6	Make up packaging	1
7	Package redesigned product	1
8	Test market with redesigned product	6
9	Revise redesigned product	3
10	Revise redesigned packaging	1
11	Present results to the Board	1

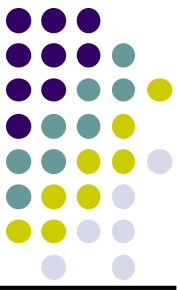
Work Breakdown Structure (WBS) και αλληλοεξαρτήσεις



- Πάλι μετά από πολύ σκέψη και επειδή καταγράψαμε τις δραστηριότητες με λογική και χρονολογική σειρά, υπολογίζουμε τις άμεσες αλληλοεξαρτήσεις μεταξύ τους (immediate precedence relationships).
- Το κλειδί σε αυτή τη φάση είναι το ερώτημα: «Ποιες δραστηριότητες πρέπει να ολοκληρωθούν πριν μπορέσει κάποια άλλη να ξεκινήσει;»

Activity number		Activity number
1	must be finished before	3 can start
2		4
3		5
4		6
5,6		7
7		8
8		9
8		10
9,10		11

Σημειώσεις



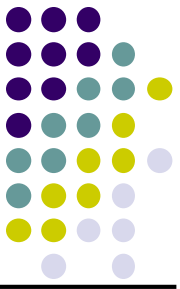
- Μία απάντηση μπορεί να είναι ... «κάνουμε πρώτα την δραστηριότητα 1, μετά την 2, ..., μετά την 10 και την 11».
- Αυτό είναι εφικτό. Με αυτό τον τρόπο το έργο μας θα χρειαστεί συνολικά 30 εβδομάδες, δηλαδή το άθροισμα του χρόνου υλοποίησης των επιμέρους δραστηριοτήτων.
- Όμως, το ερώτημα είναι: «μπορούμε να υλοποιήσουμε το έργο σε λιγότερο χρόνο;»
- Είναι φανερό ότι πρέπει να τροποποιήσουμε το προηγούμενο ερώτημα μας σε:

Ποιος είναι ο ελάχιστος χρόνος που απαιτείται για την υλοποίηση του έργου αυτού;

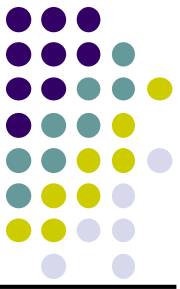
- Θα δούμε πώς κατασκευάζοντας και επιλύοντας το διάγραμμα δικτύου (ανάλυση δικτύου) μπορούμε να απαντήσουμε στο ερώτημα αυτό.

Ανάλυση Δικτύου

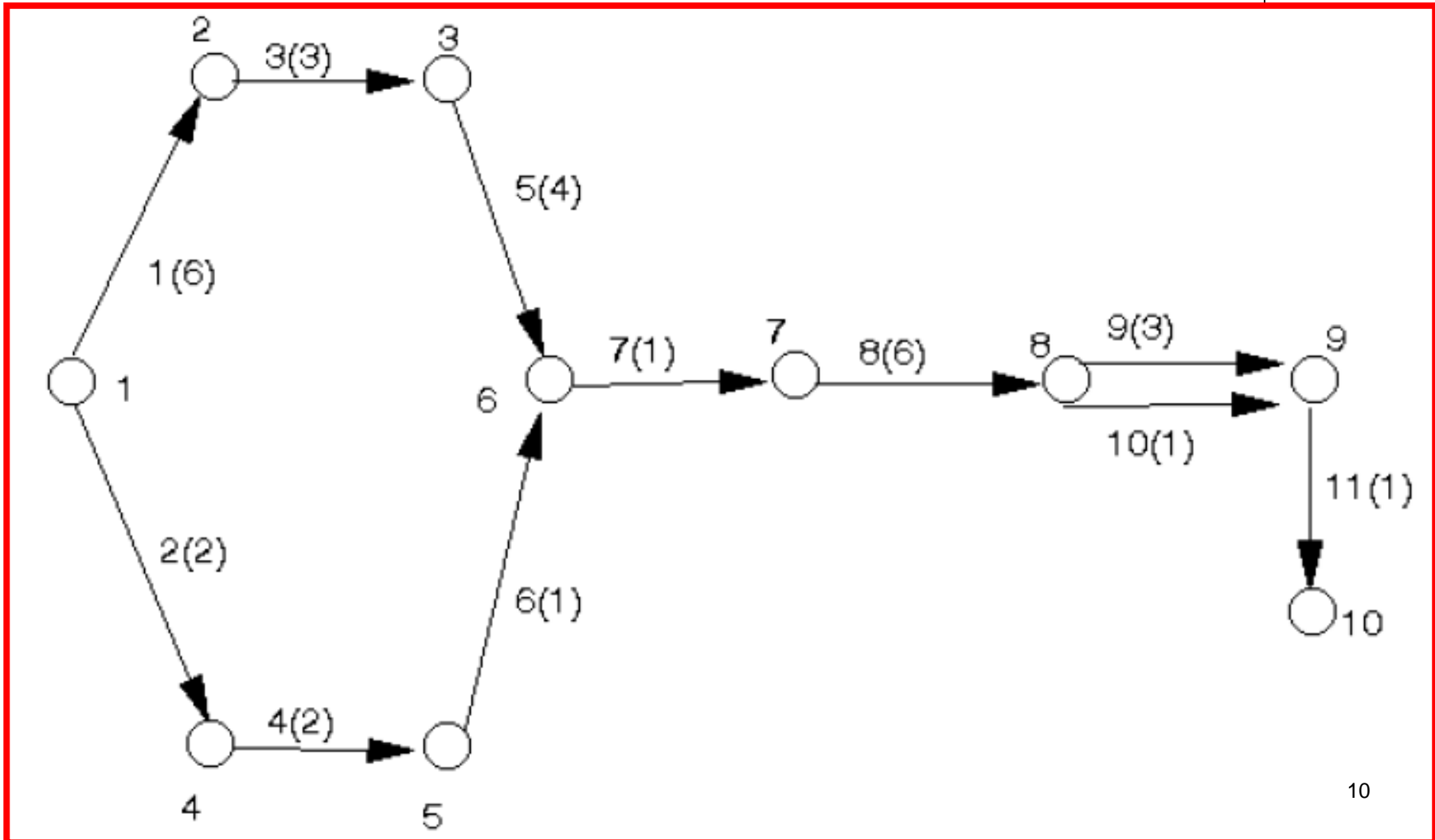
1. Activity on Arc (AoA)



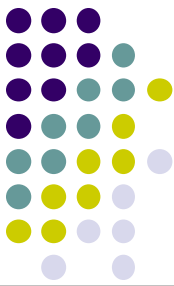
- Στο δίκτυο που βλέπουμε στην επόμενη διαφάνεια που αναπαριστά αυτό το μικρό έργο, κάθε τόξο (*arc*) αναπαριστά μία δραστηριότητα.
- Κάθε τόξο αριθμείται με τον αντίστοιχο αριθμό της δραστηριότητας και τον αναμενόμενο χρόνο για την ολοκλήρωση της (σε παρένθεση).
- Αυτό το δίκτυο χρησιμοποιεί την μεθοδολογία *activity on arc (AOA)*.
- Οι κόμβοι (*nodes*) του δικτύου αναπαριστούν την αρχή και το τέλος κάθε δραστηριότητας και θεωρούνται γεγονότα (*events*).



Παράδειγμα 1 - Δίκτυο

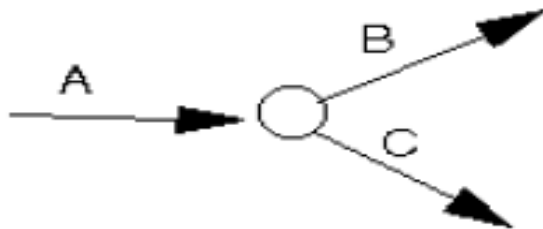
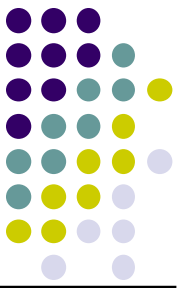


Ανάλυση Δικτύου ΑοΑ

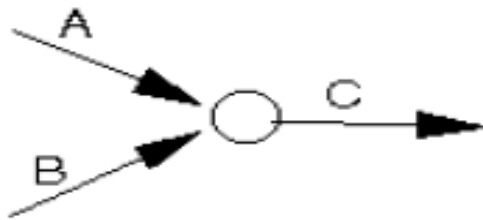


- Για την κατασκευή του δικτύου χρησιμοποιούμε τις σχέσεις αλληλεξάρτησης (precedence relationships) και κινούμαστε από αριστερά προς τα δεξιά.
- Το κλειδί για να κατασκευάσουμε το δίκτυο είναι το ερώτημα «Ποιες δραστηριότητες μπορούν τώρα να αρχίσουν;»
 - Αρχικά είναι φανερό ότι οι δραστηριότητες 1 και 2 μπορούν να αρχίσουν ταυτόχρονα.
 - Όταν ολοκληρωθεί η δραστηριότητα 1 μπορεί να ξεκινήσει η δραστηριότητα 3.
 - Όταν ολοκληρωθεί η δραστηριότητα 2 μπορεί να ξεκινήσει η δραστηριότητα 4.
 - Οι κόμβοι αριθμούνται ως 1,2,3,...,κτλ.
- Σημείωση
 - Όλα τα τόξα έχουν βέλη, που δείχνουν την κατεύθυνση εξέλιξης του έργου.
 - Προσέξτε πως αναπαρίσταται η σχέση «οι δραστηριότητες 5 και 6 πρέπει να ολοκληρωθούν πριν η δραστηριότητα 7 ξεκινήσει».

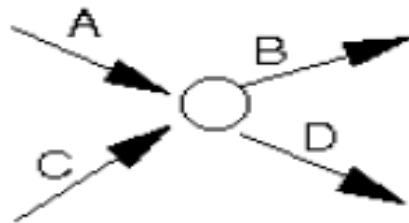
Περιπτώσεις που αναπαρίστανται σε ένα διάγραμμα δικτύου AoA



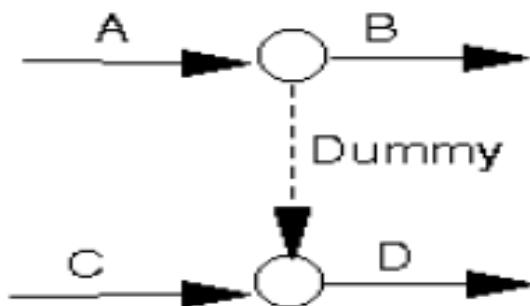
Η Δραστηριότητα A πρέπει να ολοκληρωθεί πριν οι δραστηριότητες B και C ξεκινήσουν



Και οι δύο δραστηριότητες A και B πρέπει να ολοκληρωθούν πριν ξεκινήσει η δραστηριότητα C



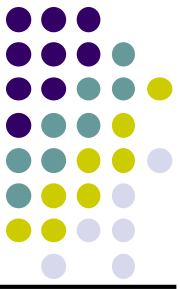
Και οι δύο δραστηριότητες A και C πρέπει να ολοκληρωθούν πριν ξεκινήσουν οι δραστηριότητες B και D



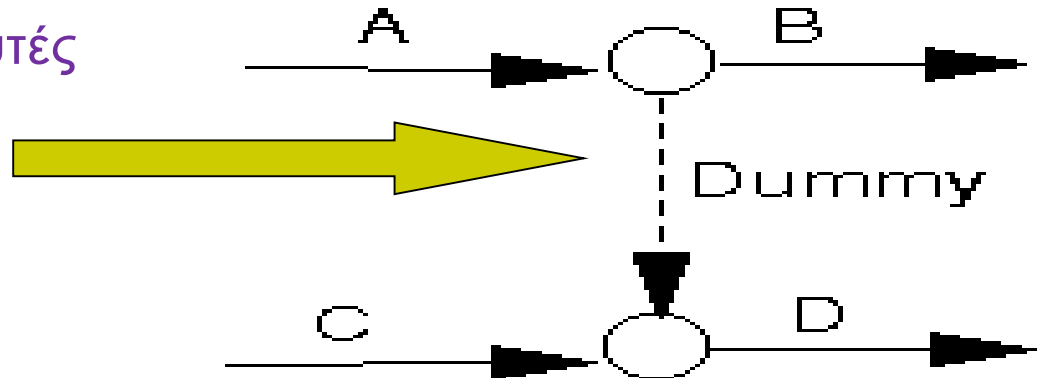
Η δραστηριότητα A πρέπει να ολοκληρωθεί πριν ξεκινήσει η δραστηριότητα B. Και οι δύο δραστηριότητες A και C πρέπει να ολοκληρωθούν πριν ξεκινήσει η δραστηριότητα D. (ψευδοδραστηριότητα)

Ψευδοδραστηριότητες

Dummy activities

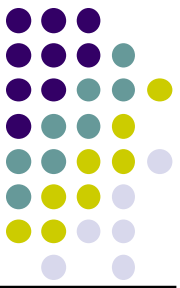


- Στην τελευταία περίπτωση έχουμε μία διακεκομμένη γραμμή.
- Με αυτό τον τρόπο αναπαριστάνουμε ψευδοδραστηριότητες (*dummy activity*).
- Οι ψευδοδραστηριότητες έχουν μηδενικό χρόνο υλοποίησης.
- Χρησιμοποιούνται για να αναπαραστήσουμε σχέσεις αλληλεξάρτησης που είναι δύσκολο να αναπαρασταθούν μόνο με τη χρήση των πραγματικών δραστηριοτήτων ενός έργου.
- Η παραδοχή είναι ότι αυτές αναπαρίστανται με διακεκομμένη γραμμή.

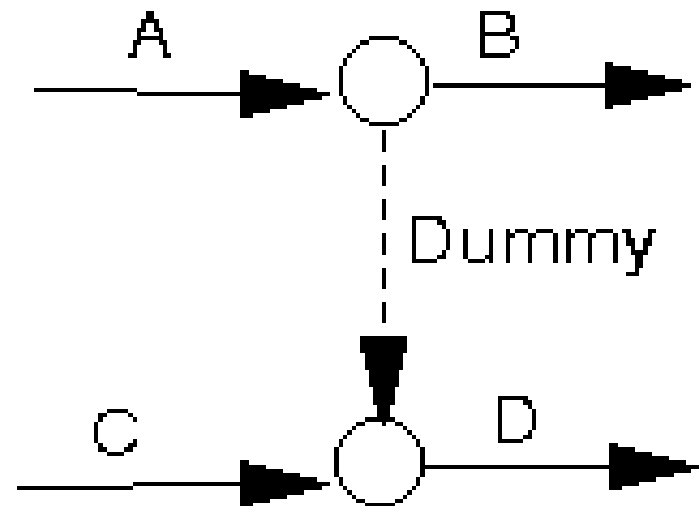
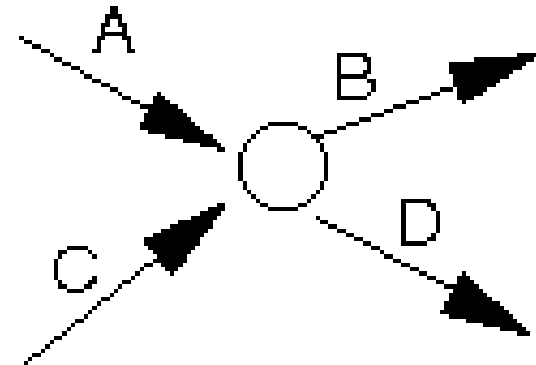


Ψευδοδραστηριότητες

Dummy activities



- Παρατηρήστε τη διαφορά των περιπτώσεων δεξιά.
- Η διαφορά μεταξύ τους είναι ότι:
 - Στην πρώτη η δραστηριότητα C πρέπει να ολοκληρωθεί πριν ξεκινήσει η B, και
 - Στην δεύτερη δεν υπάρχει σχέση εξάρτησης μεταξύ της ολοκλήρωσης της C και της έναρξης της B.

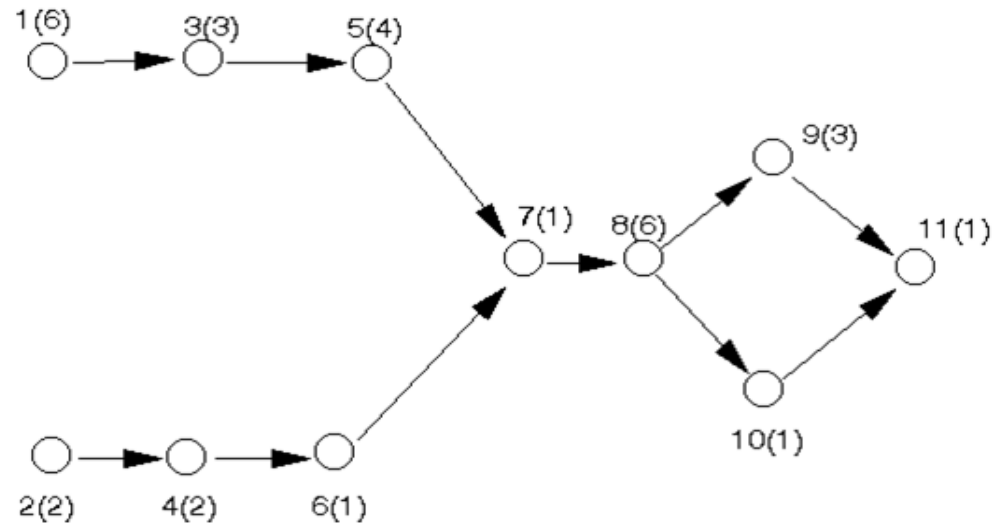


Ανάλυση Δικτύου

2. Activity on Node (AoN)



- Για το παράδειγμα 1 που συζητάμε, η αναπαράσταση του δικτύου φαίνεται δεξιά.
- Κάθε κόμβος (circle) αναπαριστά μία δραστηριότητα.
- Αριθμείται με τον αντίστοιχο αριθμό της δραστηριότητας και τον αντίστοιχο χρόνο ολοκλήρωσης της.



Το δίκτυο αυτό ακολουθεί το μοντέλο AoN.

Ανάλυση Δικτύου AoN



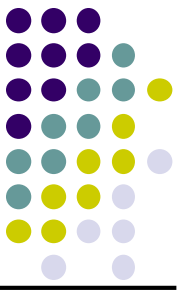
- Για την κατασκευή του δικτύου :
 - Σχεδιάζουμε ένα κόμβο για κάθε δραστηριότητα.
 - Σχεδιάζουμε ένα βέλος που ενώνει την δραστηριότητα i με την δραστηριότητα j , εάν η i πρέπει να ολοκληρωθεί πριν μπορέσει να ξεκινήσει η j (δραστηριότητα i προηγείται της δραστηριότητας j).
 - Όλα τα τόξα (arcs) έχουν βέλη που σηματοδοτούν την κατεύθυνση εξέλιξης του έργου.
- Έχοντας δημιουργήσει το δίκτυο, είναι σχετικά απλό να το αναλύσουμε για να υπολογίσουμε τον ελάχιστο χρόνο υλοποίησης του έργου και την κρίσιμη διαδρομή.

Συμβουλές...

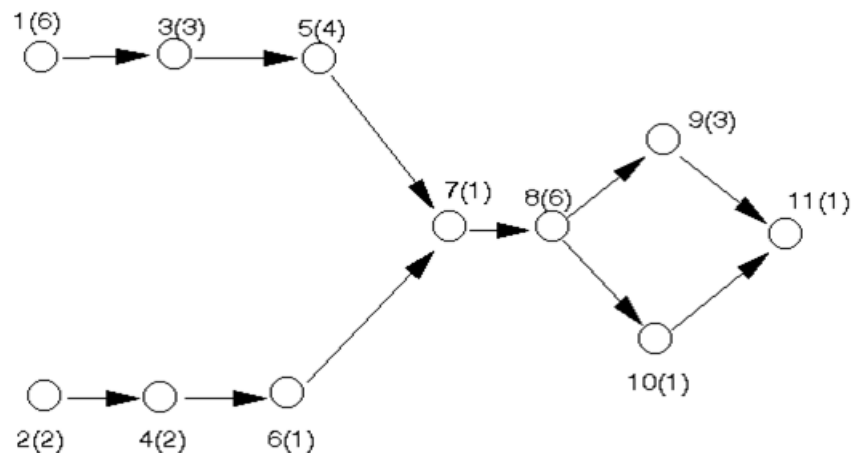


- Ένας χρήσιμος εμπειρικός κανόνας για το σχεδιασμό τέτοιων δικτύων είναι:
 - Οι δραστηριότητες στην αρχή του έργου τοποθετούνται αριστερά.
 - Οι δραστηριότητες προς το τέλος του έργου τοποθετούνται δεξιά και
 - Προσθέτουμε στο δίκτυο πάντα (εκτός κι αν υπάρχει ήδη) έναν κόμβο που αναπαριστά το τέλος του έργου.

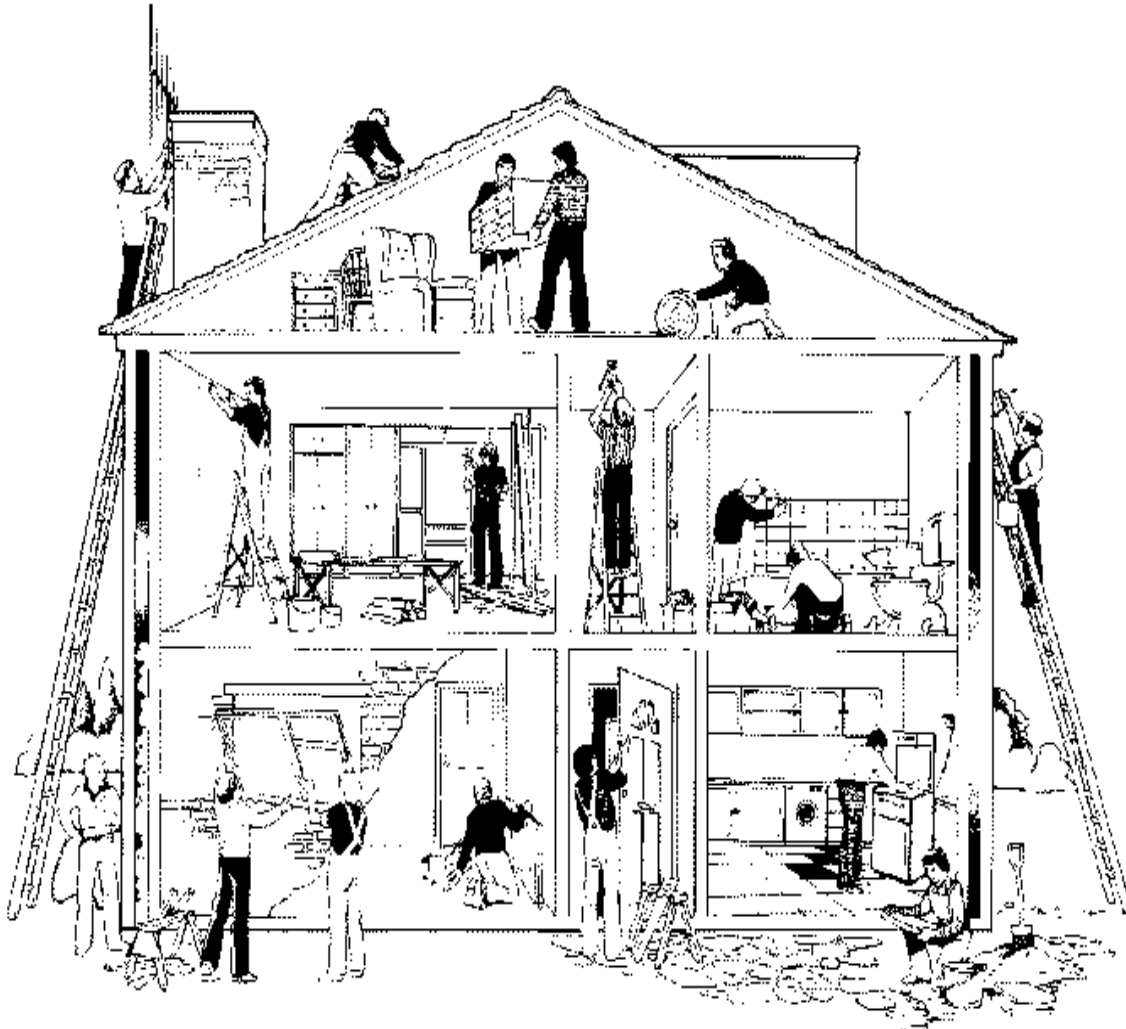
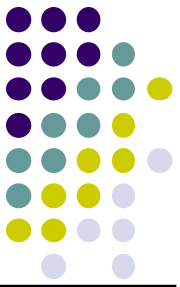
Σημείωση



- Μία κρίσιμη παρατήρηση:
 - Το παραπάνω διάγραμμα δικτύου υποθέτει ότι όσες δραστηριότητες δεν συνδέονται με σχέσεις εξάρτησης μπορούν να λάβουν χώρα ταυτόχρονα.
 - Π.χ. στην αρχή του έργου μπορούμε να υλοποιήσουμε τις δραστηριότητες 1 & 2 παράλληλα.

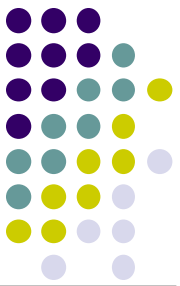


Παράδειγμα 2



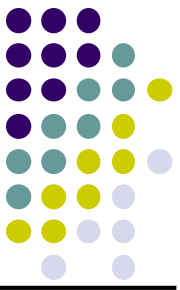
RELATIONSHIPS ARE ALSO REFERRED TO AS DEPENDENCIES – THE MOST BASIC IS “FINISH TO START” THUS THE BASIC QUESTION IS ... “WHICH ACTIVITIES MUST BE FINISHED BEFORE WHICH ACTIVITIES CAN START”

Παράδειγμα 2



Activity	Description	Time Required (in days)	Immediate Predecessor Activities
A	Excavate		
B	Lay foundation		
C	Rough plumbing		
D	Frame		
E	Finish exterior		
F	Install HVAC (Heating, Ventilation and Air Conditioning)		
G	Rough electric		
H	Sheet rock (ψευδοροφή)		
I	Install cabinets		
J	Paint		
K	Final plumbing		
L	Final electric		
M	Install flooring		

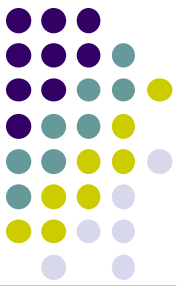




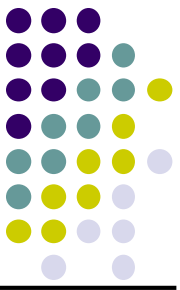
Βήμα 1

Διερευνάμε τις σχέσεις
αλληλεξάρτησης για κάθε
δραστηριότητα

Παράδειγμα 2

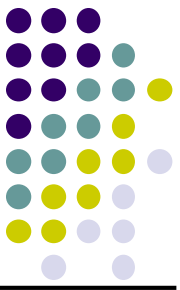


Activity	Description	Time Required (in days)	Immediate Predecessor Activities
A	Excavate		--
B	Lay foundation		A
C	Rough plumbing		B
D	Frame		B
E	Finish exterior		D
F	Install HVAC		D
G	Rough electric		D
H	Sheet rock		C, E, F, G
I	Install cabinets		H
J	Paint		H
K	Final plumbing		I
L	Final electric		J
M	Install flooring		K, L

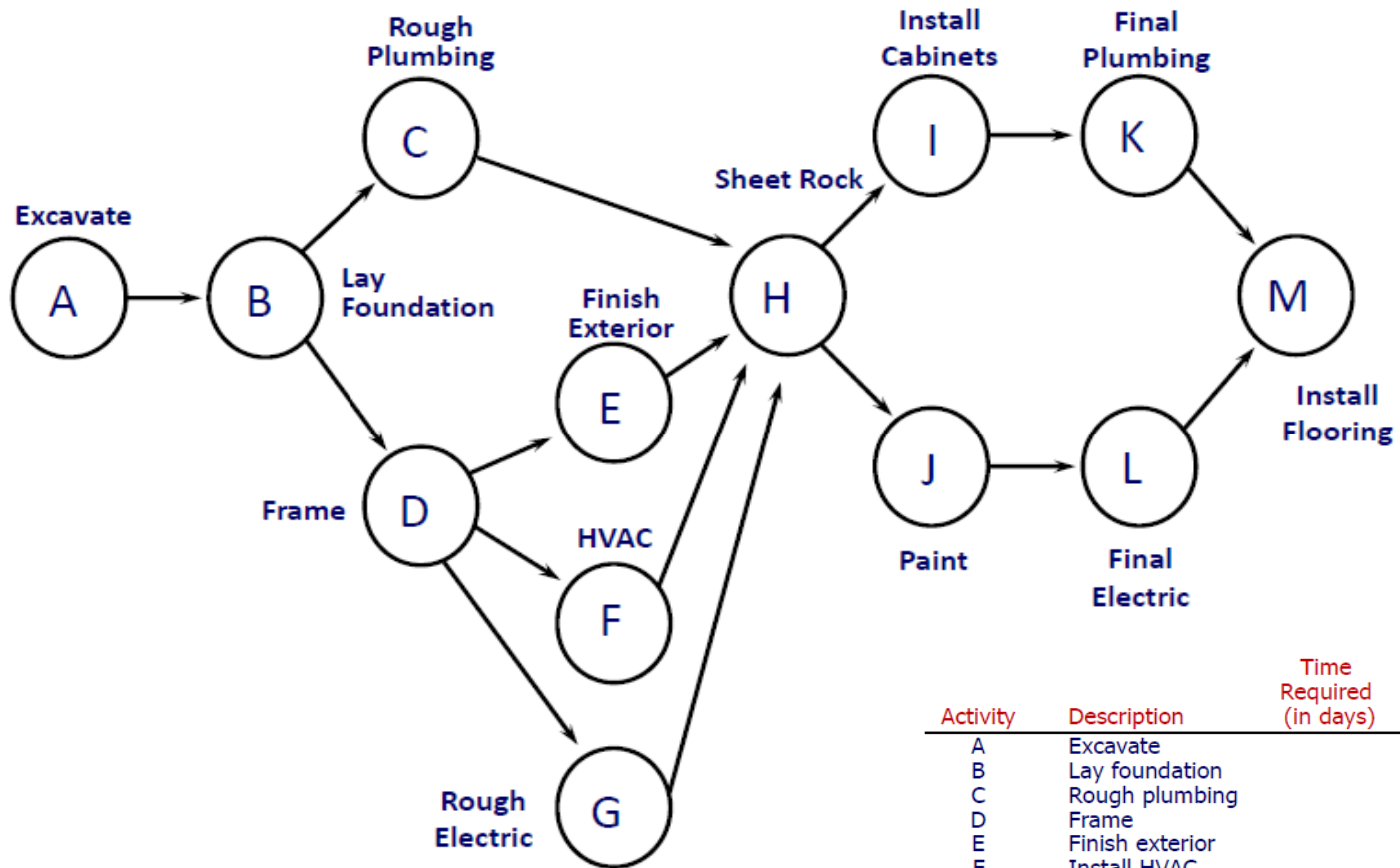


Βήμα 2

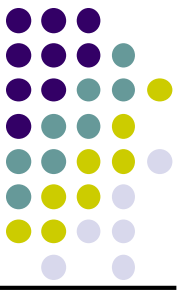
Δοκιμάζουμε τη λογική του έργου
μέσω της κατασκευής του
διαγράμματος δικτύου



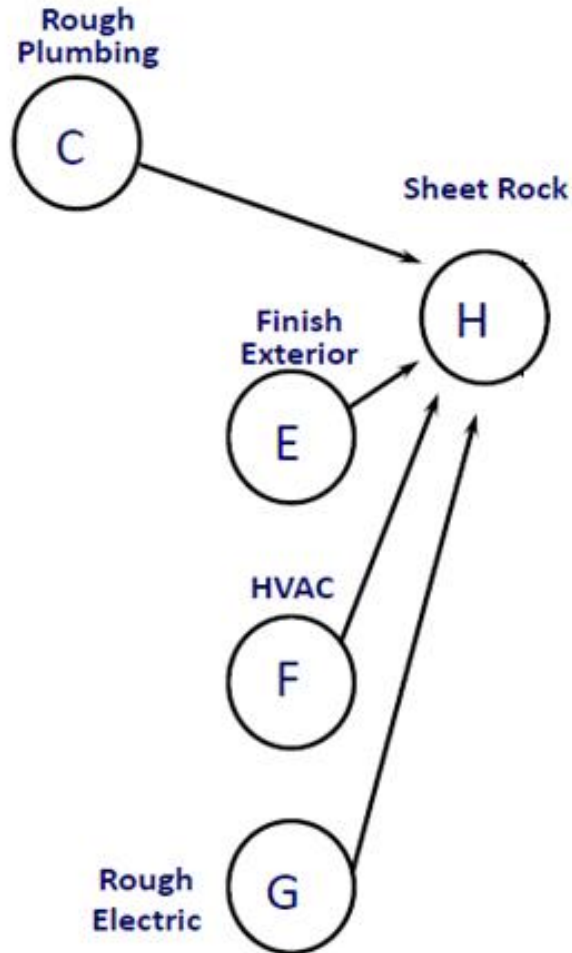
Το Δίκτυο AoN



Activity	Description	Time Required (in days)	Immediate Predecessor Activities
A	Excavate		--
B	Lay foundation		A
C	Rough plumbing		B
D	Frame		B
E	Finish exterior		D
F	Install HVAC		D
G	Rough electric		D
H	Sheet rock		C, E, F, G
I	Install cabinets		H
J	Paint		H
K	Final plumbing		I
L	Final electric		J
M	Install flooring		K, L



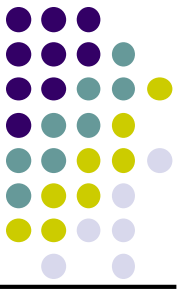
Το Δίκτυο AoN



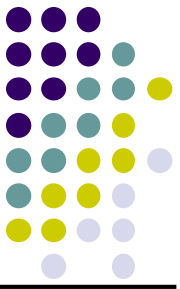
- Οι δραστηριότητες E, F and G δεν είναι αναγκαίο να περιμένουν η μία την άλλη.
- Οι δραστηριότητες E, F and G δεν είναι αναγκαίο να αρχίσουν και να τελειώσουν τον ίδιο χρόνο.
- Πρέπει όμως να τελειώσουν όλες (και η C) πριν αρχίσει η δραστηριότητα H.

Activity	Description	Time Required (in days)	Immediate Predecessor Activities
A	Excavate		--
B	Lay foundation		A
C	Rough plumbing		B
D	Frame		B
E	Finish exterior		D
F	Install HVAC		D
G	Rough electric		D
H	Sheet rock		C, E, F, G
I	Install cabinets		H
J	Paint		H
K	Final plumbing		I
L	Final electric		J
M	Install flooring		K, L

Βασικοί κανόνες κατασκευής διαγραμμάτων δικτύων



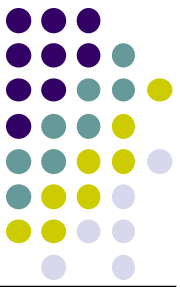
- Τα δίκτυα τυπικά αναπτύσσονται από αριστερά προς τα δεξιά (*left to right*).
- Μία δραστηριότητα δεν μπορεί να αρχίσει έως ότου όλες οι δραστηριότητες από τις οποίες εξαρτάται (*predecessors*) έχουν ολοκληρωθεί.
- Τα βέλη δείχνουν εξάρτηση και ροή (*precedence and flow*) και μπορούν να επικαλύπτονται.
- Κάθε δραστηριότητα ταυτοποιείται μοναδικά με ένα αριθμό ή γράμμα (που πρέπει να είναι μεγαλύτερο από τις προηγούμενες από αυτή δραστηριότητες).
- Ανάδραση (*Looping*) δεν είναι επιτρεπτή.
- Περιορισμοί και υπό όρους δηλώσεις (*Conditional statements*) δεν είναι επιτρεπτοί.
- Χρησιμοποιούμε *έναν* κόμβο (δραστηριότητα) για να συμβολίσουμε το τέλος.



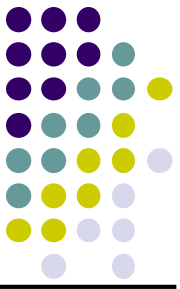
Βήμα 3

Υπολογίζουμε τη διάρκεια κάθε δραστηριότητας

Διάρκεια και αλληλεξαρτήσεις

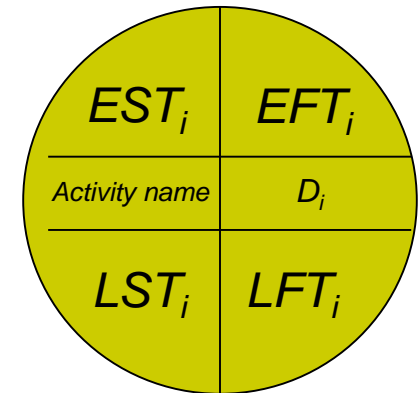
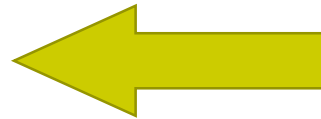
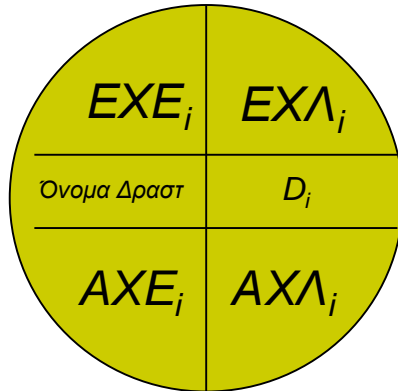


Activity	Description	Time Required (in days)	Immediate Predecessor Activities
A	Excavate	3	--
B	Lay foundation	4	A
C	Rough plumbing	3	B
D	Frame	10	B
E	Finish exterior	8	D
F	Install HVAC	4	D
G	Rough electric	6	D
H	Sheet rock	8	C, E, F, G
I	Install cabinets	5	H
J	Paint	5	H
K	Final plumbing	4	I
L	Final electric	2	J
M	Install flooring	4	K, L



Βήμα 4
Για κάθε κόμβο πρέπει να κάνουμε τα
ακόλουθα.....

Πληροφορία που καταγράφεται για κάθε κόμβο (node)



D_i ή t_i = Διάρκεια της δραστηριότητας i

EXE_i = Ενωρίτερος Χρόνος Έναρξης της δραστηριότητας i

$EX\Lambda_i$ = Ενωρίτερος Χρόνος Λήξης της δραστηριότητας i

AXE_i = Αργότερος Χρόνος Έναρξης της δραστηριότητας i

$AX\Lambda_i$ = Αργότερος Χρόνος Λήξης της δραστηριότητας i

Υπολογισμός Παραμέτρων



- Για κάθε δραστηριότητα πρέπει να υπολογίσουμε:
 - **Ενωρίτερος Χρόνος Έναρξης – EXE (Earliest Start Time – EST):** είναι ο **ενωρίτερος δυνατός χρόνος έναρξης** μίας δραστηριότητας. Όλες οι προηγούμενες (predecessors) δραστηριότητες πρέπει να έχουν ολοκληρωθεί πριν μπορέσει να ξεκινήσει η συγκεκριμένη δραστηριότητα.
 - **Αργότερος Χρόνος Έναρξης – AXE (Latest Start Time – LST):** είναι ο **αργότερος χρόνος έναρξης** που μπορεί να ξεκινήσει μια δραστηριότητα χωρίς να δημιουργεί καθυστέρηση στον συνολικό χρόνο υλοποίησης του έργου. Αν ο ενωρίτερος και ο αργότερος χρόνος έναρξης είναι ίδιος, τότε η δραστηριότητα είναι κρίσιμη.
 - **Ενωρίτερος Χρόνος Λήξης – EXΛ (Earliest Finish Time – EFT):** είναι ο **ενωρίτερος δυνατός χρόνος** όπου μια δραστηριότητα μπορεί να **τελειώσει** (= ενωρίτερος χρόνος έναρξης + διάρκεια δραστηριότητας).

Υπολογισμός Παραμέτρων



- Αργότερος Χρόνος Λήξης - ΑΧΛ (Latest Finish Time – LFT): είναι ο αργότερος χρόνος που μπορεί να ολοκληρωθεί μία δραστηριότητα χωρίς να δημιουργεί καθυστέρηση στον συνολικό χρόνο υλοποίησης του έργου (= αργότερος χρόνος έναρξης + διάρκεια της δραστηριότητας). **Αν ο ενωρίτερος και ο αργότερος χρόνος λήξης είναι ίδιος, τότε η δραστηριότητα είναι κρίσιμη.**
- Περιθώριο (Slack or Float): είναι η διαφορά μεταξύ του ενωρίτερου και αργότερου χρόνου έναρξης ή λήξεως μιας δραστηριότητας, δηλαδή

$$\text{Slack}_i = \text{LST}_i - \text{EST}_i = \text{LFT}_i - \text{EFT}_i$$

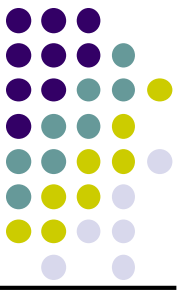
Είναι δηλαδή το χρονικό περιθώριο που έχει μια δραστηριότητα να καθυστερήσει χωρίς να δημιουργεί καθυστέρηση στον συνολικό χρόνο υλοποίησης του έργου. **Δραστηριότητες με μηδενικό περιθώριο είναι κρίσιμες.**



Βήμα 5

Υπολογίζουμε τη forward και backward
διαδρομή

Forward and Backward pass



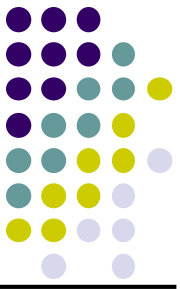
- Κατά τη Forward Pass στο δίκτυο υπολογίζουμε:
 - το **ενωρίτερο χρόνο** που κάθε δραστηριότητα μπορεί να αρχίσει και να τελειώσει (**earliest start and finish**) και
 - τη **συνολική διάρκεια** (**total duration**) του έργου.
- Κατά την αντίστροφη διαδρομή (Backward Pass) μέσω του δικτύου υπολογίζουμε:
 - τον **αργότερο χρόνο** που κάθε δραστηριότητα μπορεί να αρχίσει και να τελειώσει (**latest start and finish**) χωρίς να δημιουργεί καθυστέρηση στον συνολικό χρόνο υλοποίησης του έργου.
 - Με βάση αυτές τις πληροφορίες μπορούμε να καθορίσουμε ποιες δραστηριότητες μπορούν να καθυστερήσουν (**έχουν περιθώριο/slack > 0**) και ποιες όχι, δηλαδή ποιες δραστηριότητες είναι κρίσιμες και ποιες όχι.

To Forward Pass – Κανόνες



- Ο ΕΧΕ της πρώτης δραστηριότητας σε ένα έργο είναι ο χρόνος 0 (time zero).
- Ο ΕΧΕ κάθε άλλης δραστηριότητας (που δεν είναι αρχική) ισούται με τον μεγαλύτερο ΕΧΛ των δραστηριοτήτων που αμέσως προηγούνται αυτής (και έχουν σχέση εξάρτησης FS με αυτήν).
- Ο ΕΧΛ κάθε δραστηριότητας ισούται με τον ΕΧΕ της συν τη διάρκεια ($ΕΧΛ = ΕΧΕ + Διάρκεια$) της δραστηριότητας.

Ενωρίτερος Χρόνος Earliest Time

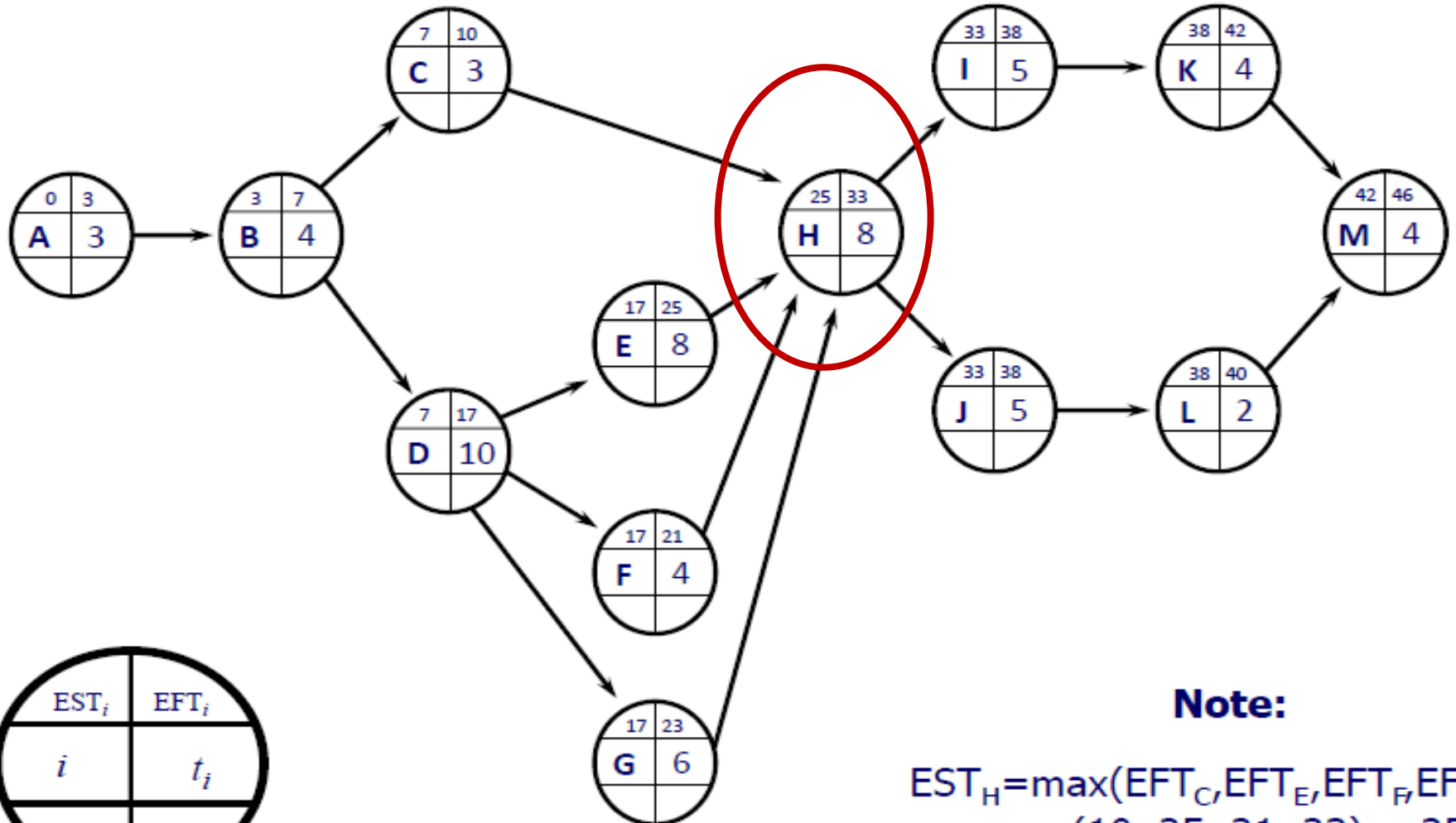


- Με μαθηματικό τρόπο ο ορισμός του ΕΧΕ δίνεται από τη σχέση:

$$ΕΧΕ_j = \max[ΕΧΕ_i + D_i] = \max[ΕΧΛ_i]$$

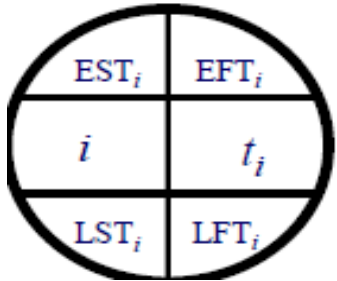
Όπου i είναι μια δραστηριότητα που συνδέεται με την δραστηριότητα j , με μία ακμή από την i στην j

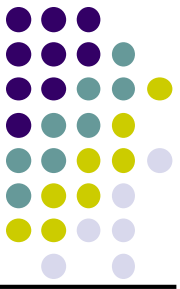
Αποτελέσματα του Forward Pass



Note:

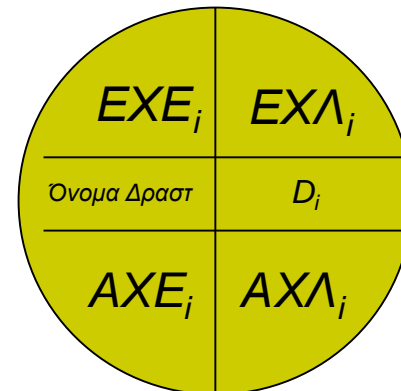
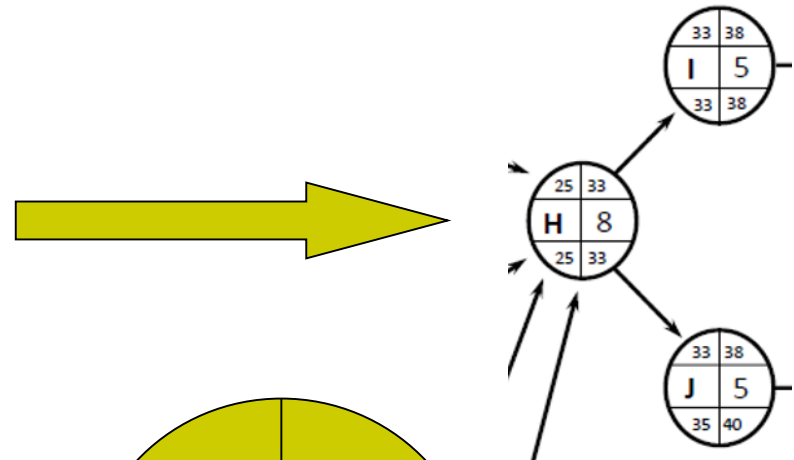
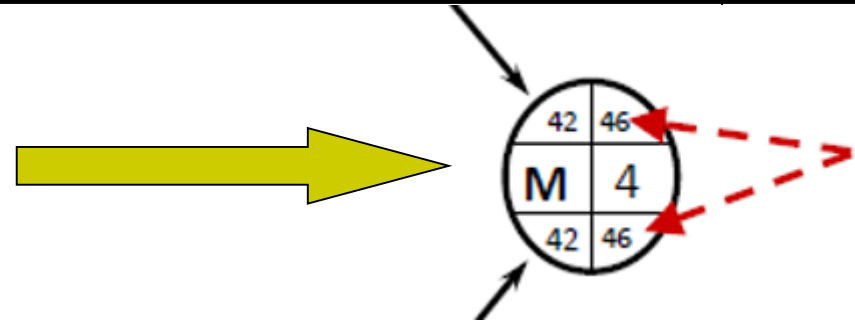
$$EST_H = \max(EFT_C, EFT_E, EFT_F, EFT_G) = \max(10, 25, 21, 23) = 25$$





To Backward pass - Κανόνες

- Ο ΑΧΛ της τελικής δραστηριότητας ενός έργου ισούται ΕΧΛ, όπως αυτό υπολογίσθηκε κατά το forward pass.
- Ο ΑΧΛ κάθε άλλης δραστηριότητας ισούται με το ελάχιστο (minimum) των ΑΧΕ των δραστηριοτήτων που αμέσως ακολουθούν (or succeeding).
- Ο ΑΧΕ μίας δραστηριότητας ισούται με το ΑΧΛ μείον την διάρκεια της δραστηριότητας (ΑΧΕ = ΑΧΛ - Διάρκεια).



Αργότερος Χρόνος

Latest Time



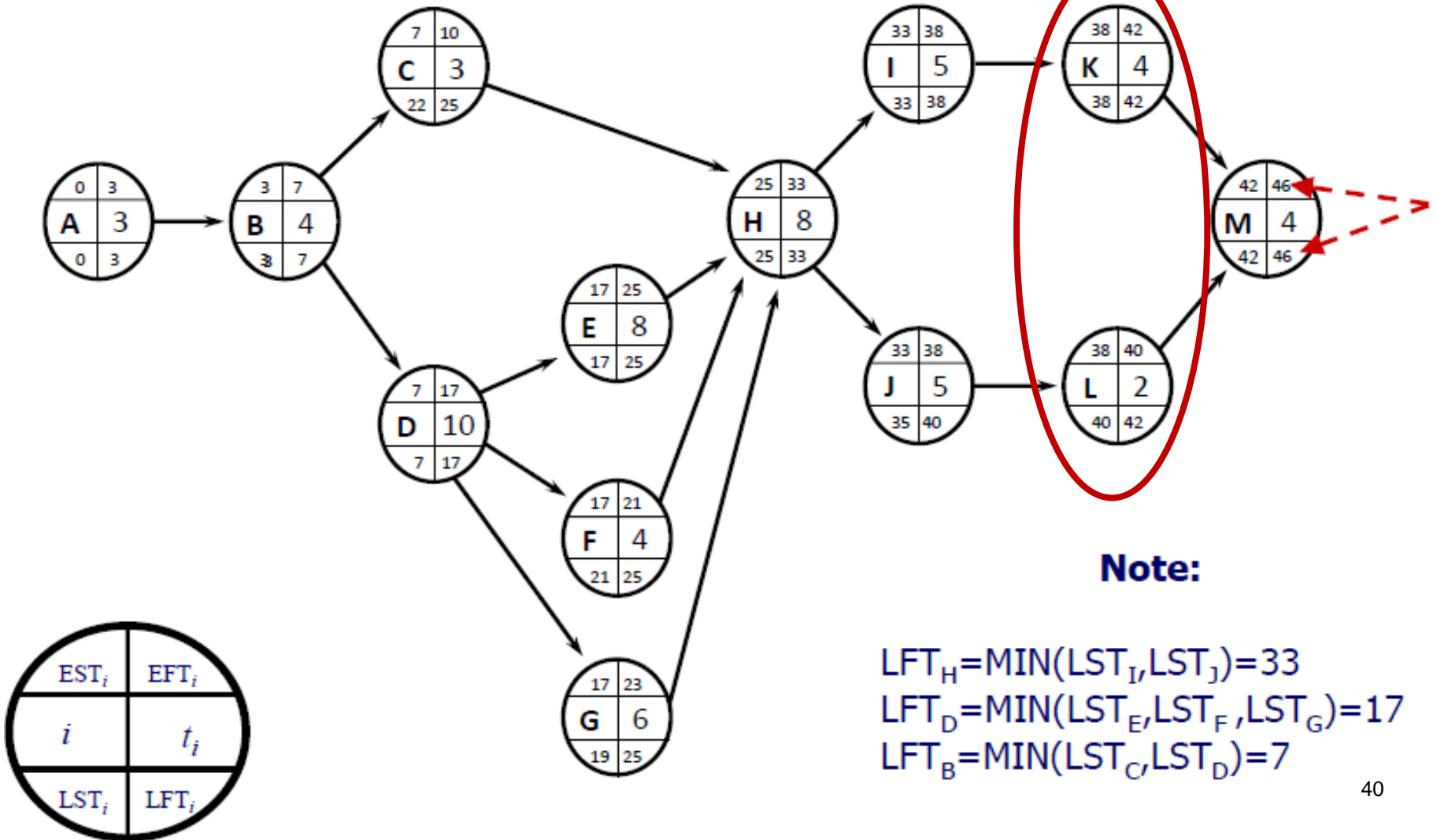
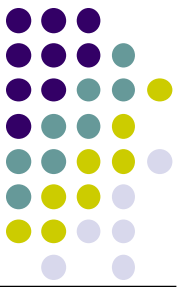
- Με μαθηματικό τρόπο ο υπολογισμός του AXΛ δίνεται από τη σχέση:

$$AX\Lambda_i = \min[AXE_j] = \min[AX\Lambda_j - D_j]$$

Όπου j είναι μια από τις δραστηριότητες που συνδέονται με την δραστηριότητα i , με μία ακμή από την i στην j

- Για να επιβεβαιώσουμε την ορθότητα της ανάλυσης μας αναφορικά με τον υπολογισμό των ενωρίτερων και αργότερων χρόνων πρέπει να ισχύει:
 - Όλοι οι AXE πρέπει να είναι ≥ 0
 - Τουλάχιστον μια δραστηριότητα του έργου πρέπει να έχει $AXE = 0$.

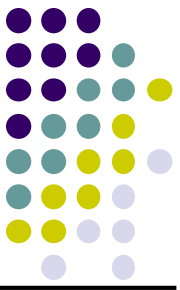
Αποτελέσματα του Backward Pass





Βήμα 6

Υπολογισμός της κρίσιμης διαδρομής

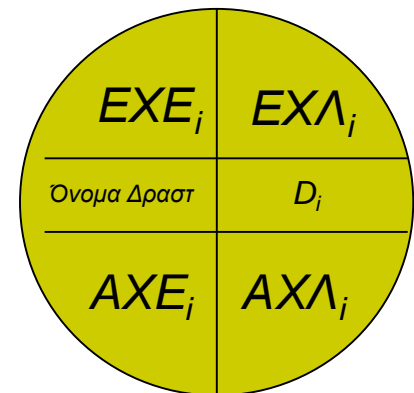


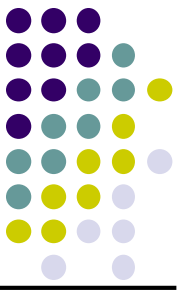
Περιθώριο (Float ή Slack)

- Ο υπολογισμός του περιθωρίου (float ή slack) μιας δραστηριότητας δίνεται από τη σχέση

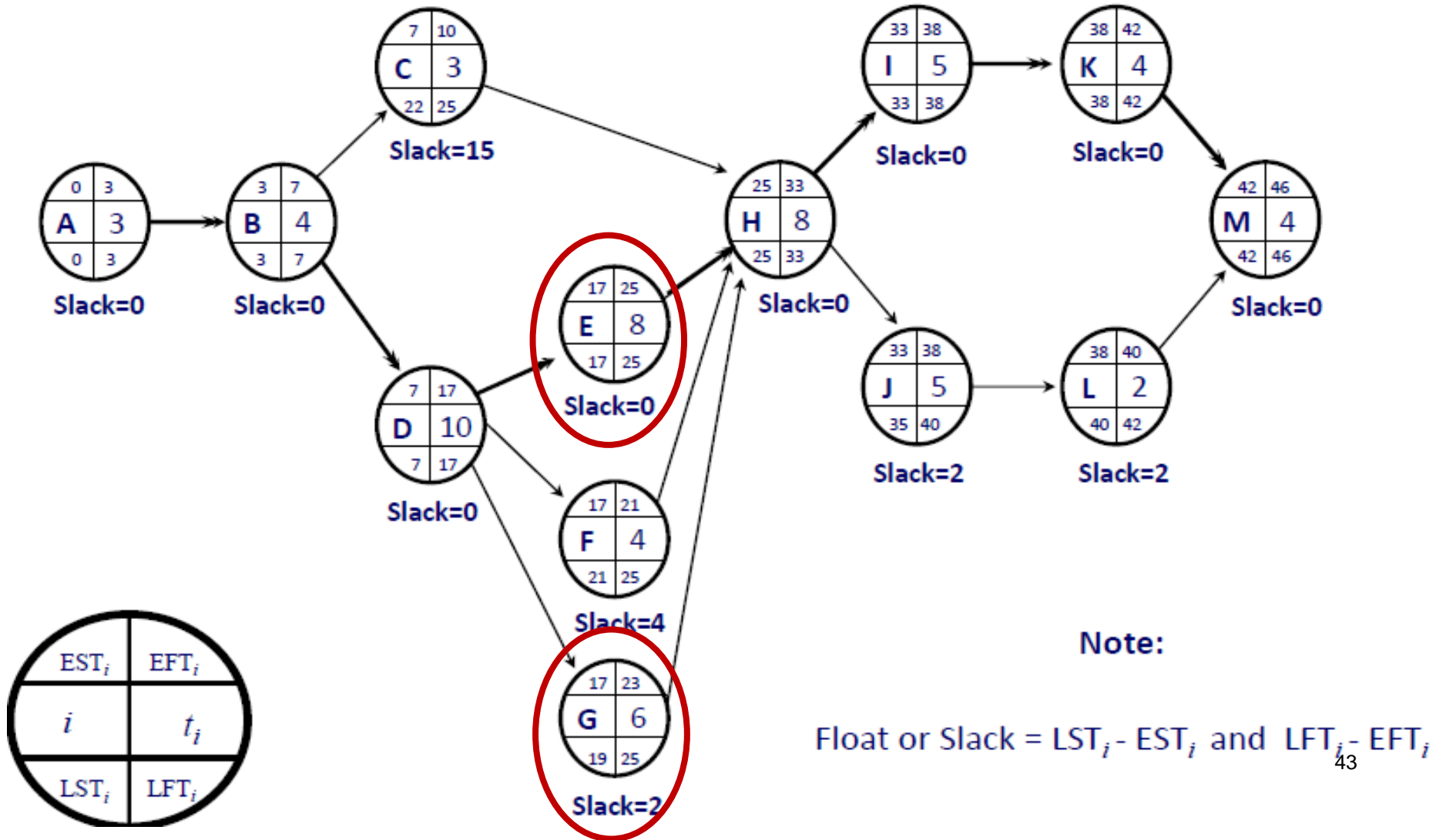
$$F_i = AXE_i - EXE_i \quad \text{ή} \quad F_i = AX\Lambda_i - EX\Lambda_i$$

- Το περιθώριο (ή βαθμός χαλαρότητας) είναι ο χρόνος που μπορεί να καθυστερήσει μία δραστηριότητα i χωρίς να αλλάξει ο συνολικός χρόνος υλοποίησης του έργου.

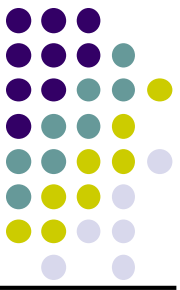




Υπολογισμός του slack



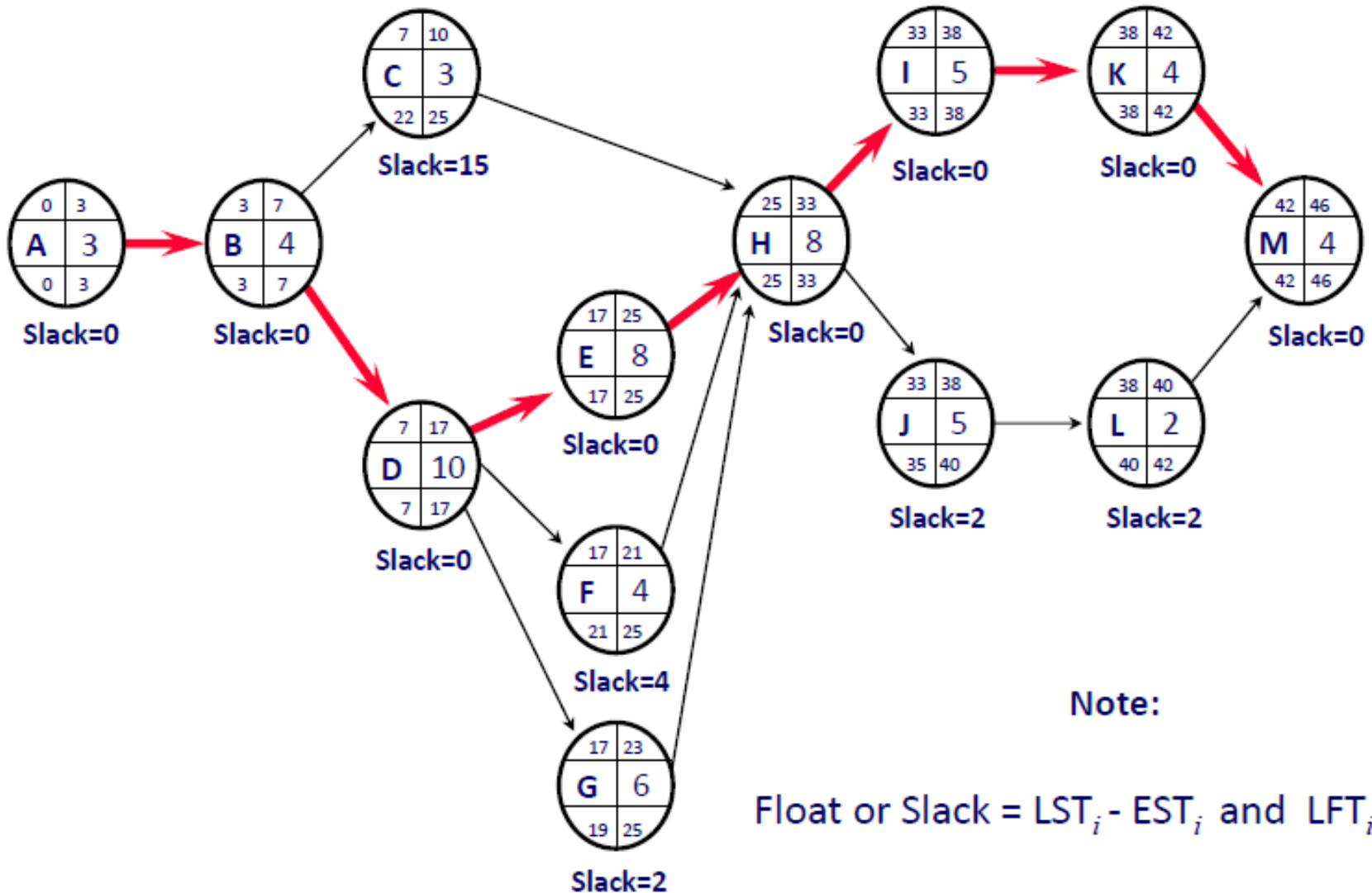
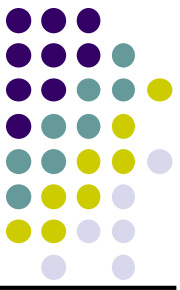
Υπολογισμός της κρίσιμης διαδρομής (Critical Path)



- Κρίσιμες δραστηριότητες ονομάζονται οι δραστηριότητες που έχουν $slack = 0$ και δεν μπορούν να καθυστερήσουν. Αν καθυστερήσουν, καθυστερήσει η υλοποίηση όλου του έργου.
- Το slack των μη-κρίσιμων δραστηριοτήτων αναπαριστά τον χρόνο που μπορεί να καθυστερήσει η έναρξη ή η λήξη αυτών των δραστηριοτήτων χωρίς να επηρεάζεται ο συνολικός χρόνος υλοποίησης του έργου.
- Κρίσιμο μονοπάτι ονομάζεται η μέγιστη διαδρομή που συνδέει τις κρίσιμες δραστηριότητες.
- Το άθροισμα της διάρκειας των κρίσιμων δραστηριοτήτων ισούται με τον ελάχιστο χρόνο υλοποίησης του έργου.
 - Ο ελάχιστος χρόνος υλοποίησης του έργου προκύπτει και από τον ΕΧΛ της τελευταίας δραστηριότητας του έργου μας.

Το κρίσιμο μονοπάτι

Critical Path



Ερωτήσεις

