

## Εκφώνηση

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι δραστηριότητες που απαιτούνται για την υλοποίηση ενός μικρού έργου και η διάρκεια αυτών σε εβδομάδες.

Δραστηριότητα	Διάρκεια (σε εβδομάδες)
1	5
2	7
3	6
4	3
5	4
6	2
7	6
8	5

Οι συσχετίσεις των δραστηριοτήτων παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

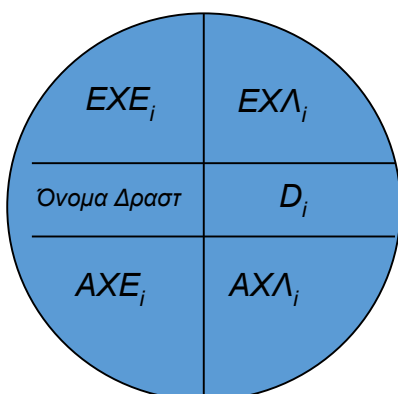
Activity Number		Activity Number
1	must be finished before	4, 7 can start
2	must be finished before	5
3	must be finished before	5,6
4	must be finished before	7
5	must be finished before	8
6	must be finished before	8

## Ερωτήσεις

- 1) Υπολογίστε τον ελάχιστο χρόνο εκτέλεσης του έργου.
- 2) Υπολογίστε το κρίσιμο μονοπάτι.
- 3) Αν η δραστηριότητα 5 καθυστερήσει κατά 3 εβδομάδες, πως θα επηρεαστεί ο συνολικός χρόνος εκτέλεσης του έργου και γιατί; Τι συμβαίνει με τις κρίσιμες δραστηριότητες;
- 4) Αν η δραστηριότητα 7 καθυστερήσει κατά 3 εβδομάδες, πως θα επηρεαστεί ο συνολικός χρόνος εκτέλεσης του έργου και γιατί; Τι συμβαίνει με τις κρίσιμες δραστηριότητες;

## Σημείωση:

- I. Θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε την σημειογραφία που παρουσιάστηκε στο μάθημα - δηλαδή:
  - ✓  $EXE_i$  ( $EST_i$ ) είναι ο ενωρίτερος χρόνος έναρξης για την δραστηριότητα  $i$
  - ✓  $AXE_i$  ( $LST_i$ ) είναι ο αργότερος χρόνος έναρξης για την δραστηριότητα  $i$
  - ✓  $EXL_i$  ( $EFT_i$ ) είναι ο ενωρίτερος χρόνος λήξης για την δραστηριότητα  $i$
  - ✓  $AXL_i$  ( $LFT_i$ ) είναι ο αργότερος χρόνος λήξης για την δραστηριότητα  $i$
  - ✓  $D_i$  είναι η χρονική διάρκεια υλοποίησης για την δραστηριότητα  $i$
  - ✓  $F_i$  είναι η ανεκτικότητα/χαλαρότητα (float, slack) της δραστηριότητας  $i$  σε αλλαγές



## Λύση

### 1) Υπολογίστε τον συνολικό χρόνο εκτέλεσης του έργου

Για να υπολογιστεί ο συνολικός χρόνος εκτέλεσης του έργου αρχικά κατασκευάζουμε το δίκτυο του έργου και εφαρμόζουμε το forward pass.

**Earliest start time**  $EST_i = \max[EST_j + T_j]$  όπου j είναι οι δραστηριότητες από τις οποίες εξαρτάται η δραστηριότητα i. ή

**$EST_i = \max[EFT_j]$**  όπου j είναι οι δραστηριότητες από τις οποίες εξαρτάται η δραστηριότητα i.

Αν δεν υπάρχουν δραστηριότητες από τις οποίες να εξαρτάται η δραστηριότητα i τότε το  $EST_i = 0$ .

Άρα:

$$EST_1 = EST_2 = EST_3 = 0$$

$$EST_4 = \max[EST_1 + T_1] = \max[0+5] = \max[5] = 5$$

$$EST_5 = \max[EST_2 + T_2, EST_3 + T_3] = \max[0+7, 0+6] = \max[7,6] = 7$$

$$EST_6 = \max[EST_3 + T_3] = \max[0+6] = \max[6] = 6$$

$$EST_7 = \max[EST_1 + T_1, EST_4 + T_4] = \max[0+5, 5+3] = \max[5, 8] = 8$$

$$EST_8 = \max[EST_5 + T_5, EST_6 + T_6] = \max[7+4, 6+2] = \max[11, 8] = 11$$

$$EST_9 = \max[EST_7 + T_7, EST_8 + T_8] = \max[8+6, 11+5] = \max[14, 16] = 16$$

### **Earliest finish time**

$$EFT_i = EST_i + T_i$$

Άρα:

$$EFT_1 = EST_1 + T_1 = 0+5 = 5$$

$$EFT_2 = EST_2 + T_2 = 0+7 = 7$$

$$EFT_3 = EST_3 + T_3 = 0+6 = 6$$

$$EFT_4 = EST_4 + T_4 = 5+3 = 8$$

$$EFT_5 = EST_5 + T_5 = 7+4 = 11$$

$$EFT_6 = EST_6 + T_6 = 6+2 = 8$$

$$EFT_7 = EST_7 + T_7 = 8+6 = 14$$

$$EFT_8 = EST_8 + T_8 = 11+5 = 16$$

$$EFT_9 = EST_9 + T_9 = 16+0 = 16$$

Άρα ο ενωρίτερος χρόνος λήξης του έργου είναι 16 εβδομάδες.

Ο ελάχιστος χρόνος υλοποίησης του έργου προκύπτει και από το παρακάτω διάγραμμα και ισούται με τον ΕΧΛ της τελικής δραστηριότητας του έργου.

**2) Υπολογίστε το κρίσιμο μονοπάτι**

Για να υπολογιστεί το κρίσιμο μονοπάτι του έργου εφαρμόζουμε το «backward pass» και εν συνεχεία υπολογίζουμε το Float/Slack κάθε δραστηριότητας.

**$LST_i = \min[LST_j - T_i]$**  όπου  $i$  η δραστηριότητα από την οποία εξαρτούνται οι δραστηριότητες  $j$ .

Άρα:

$$LST_9 = EST_9 = 16$$

$$LST_8 = LST_9 - T_8 = 16 - 5 = 11$$

$$LST_7 = LST_9 - T_7 = 16 - 6 = 10$$

$$LST_6 = LST_8 - T_6 = 11 - 2 = 9$$

$$LST_5 = LST_8 - T_5 = 11 - 4 = 7$$

$$LST_4 = LST_7 - T_4 = 10 - 3 = 7$$

$$LST_3 = \min [LST_5 - T_3, LST_6 - T_3] = \min [7 - 6, 9 - 6] = \min [1, 3] = 1$$

$$LST_2 = LST_5 - T_2 = 7 - 7 = 0$$

$$LST_1 = \min [LST_4 - T_1, LST_7 - T_1] = \min [7 - 5, 10 - 5] = \min [2, 5] = 2$$

**ή  $LST_i = LFT_i - T_i$  Αν δεν υπάρχουν δραστηριότητες  $j$  τότε το  $LFT_i = EFT_i$**

$$LST_9 = LFT_9 - T_9 = 16 - 0 = 16$$

$$LST_8 = LFT_8 - T_8 = 11$$

$$LST_7 = LFT_7 - T_7 = 16 - 6 = 10$$

$$LST_6 = LFT_6 - T_6 = 11 - 2 = 9$$

$$LST_5 = LFT_5 - T_5 = 11 - 4 = 7$$

$$LST_4 = LFT_4 - T_4 = 10 - 3 = 7$$

$$LST_3 = LFT_3 - T_3 = 7 - 6 = 1$$

$$LST_2 = LFT_2 - T_2 = 7 - 7 = 0$$

$$LST_1 = LFT_1 - T_1 = 7 - 5 = 2$$

**$LFT_i = \min[LST_j]$**  όπου  $i$  η δραστηριότητα από την οποία εξαρτούνται οι δραστηριότητες  $j$ .

Άρα:

$$LFT_9 = EFT_9 = 16$$

$$LFT_8 = \min[LST_9] = \min[16] = 16$$

$$LFT_7 = \min[LST_9] = \min[16] = 16$$

$$LFT_6 = \min[LST_8] = \min[11] = 11$$

$$LFT_5 = \min[LST_8] = \min[11] = 11$$

$$LFT_4 = \min[LST_7] = \min[10] = 10$$

$$LFT_3 = \min[LST_5, LST_6] = \min[7, 9] = 7$$

$$LFT_2 = \min[LST_5] = \min[7] = 7$$

$$LFT_1 = \min[LST_4, LST_7] = \min[7, 10] = 7$$

Επομένως, μπορούμε να βρούμε τα Float κάθε δραστηριότητας:

**$F_i = LST_i - EST_i$**

Άρα:

$F_1 = LST_1 - EST_1 = 2 - 0 = 2$

$F_2 = LST_2 - EST_2 = 0 - 0 = 0$

$F_3 = LST_3 - EST_3 = 1 - 0 = 1$

$F_4 = LST_4 - EST_4 = 7 - 5 = 2$

$F_5 = LST_5 - EST_5 = 7 - 7 = 0$

$F_6 = LST_6 - EST_6 = 9 - 6 = 3$

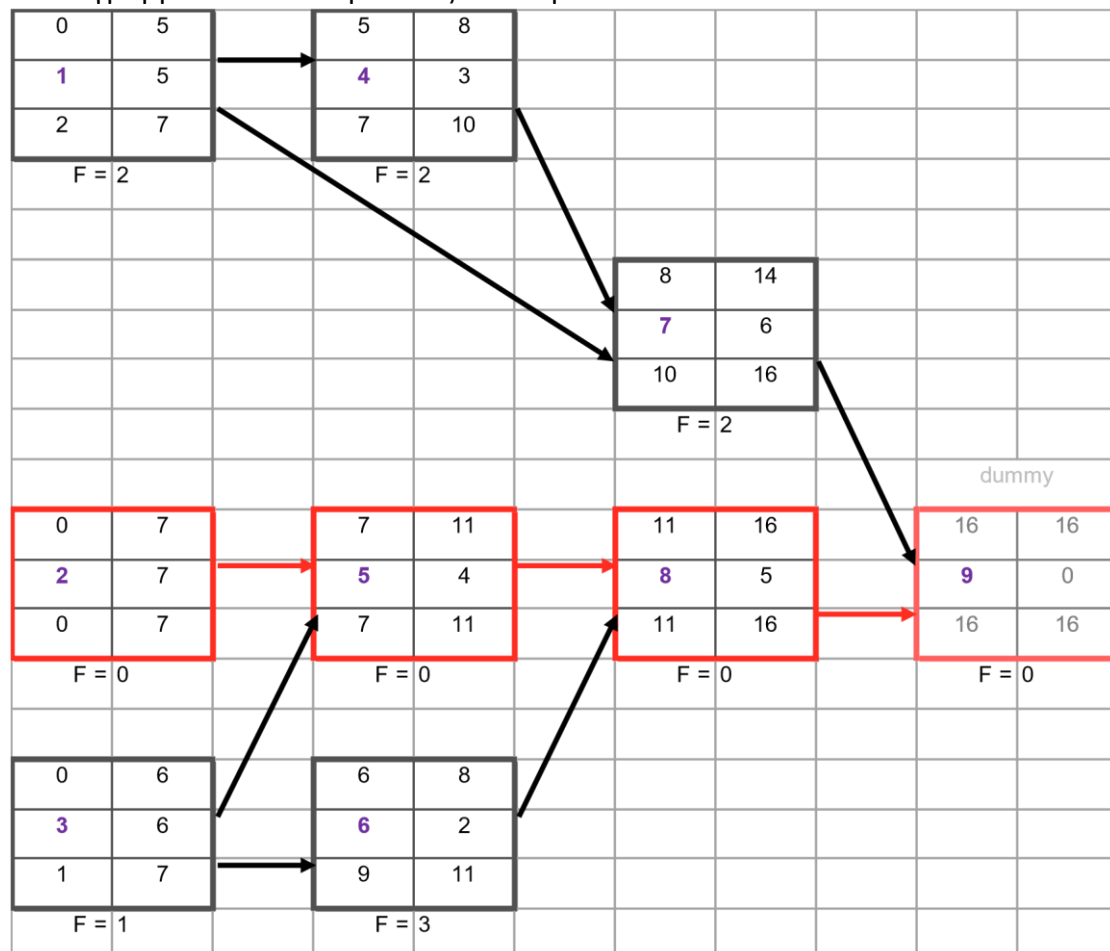
$F_7 = LST_7 - EST_7 = 10 - 8 = 2$

$F_8 = LST_8 - EST_8 = 11 - 11 = 0$

$F_9 = LST_9 - EST_9 = 16 - 16 = 0$

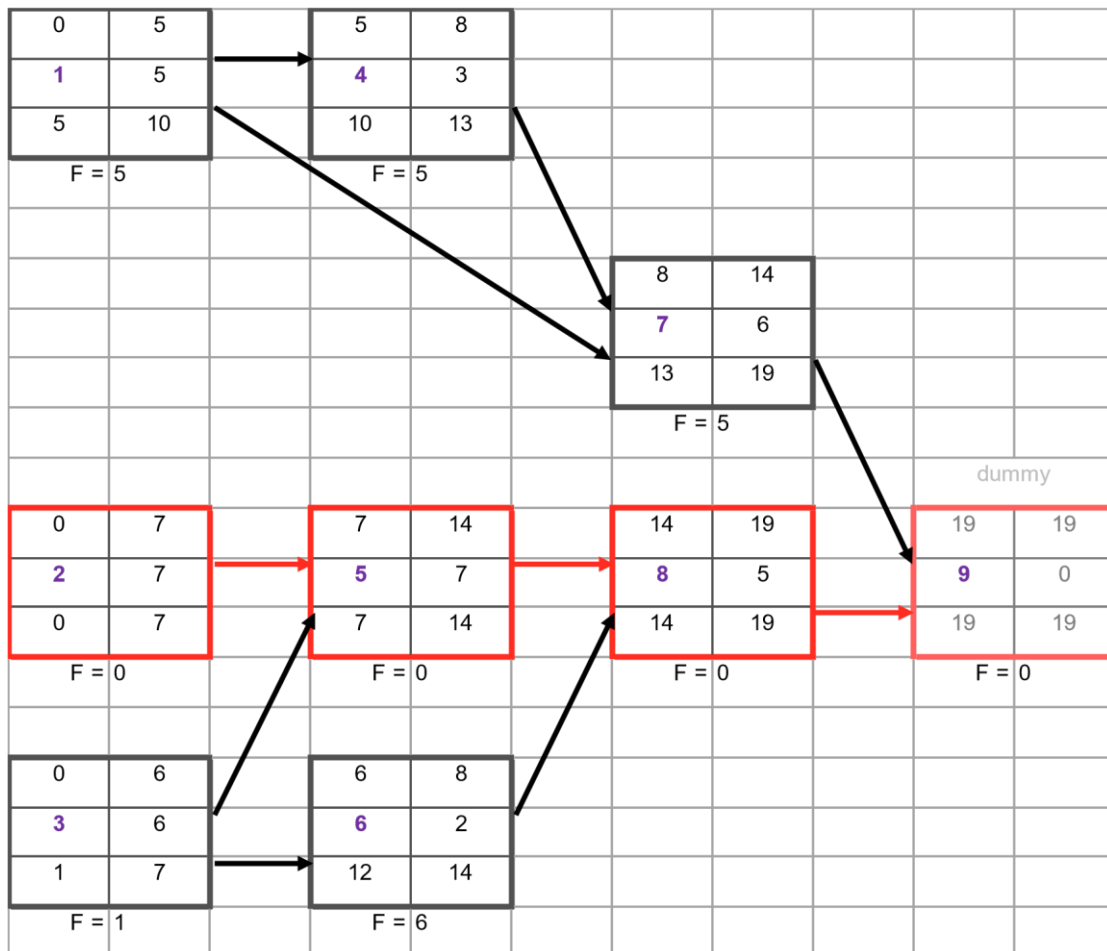
Επομένως, το **κρίσιμο μονοπάτι** βρίσκεται από τις δραστηριότητες που έχουν  **$F_i=0$** . Αυτές είναι οι **2,5,8,9** οι οποίες και δημιουργούν το κρίσιμο μονοπάτι.

Το διάγραμμα δικτύου παρουσιάζεται παρακάτω.



**3) Αν η δραστηριότητα 5 καθυστερήσει κατά 3 εβδομάδες, πως θα επηρεαστεί ο συνολικός χρόνος εκτέλεσης του έργου και γιατί; Τι συμβαίνει με τις κρίσιμες δραστηριότητες;**

Όταν αλλάξει ο χρόνος σε μια δραστηριότητα που είναι μέρος του κρίσιμου μονοπατιού τότε θα πρέπει να επαναυπολογίσουμε όλο το διάγραμμα του δικτύου από την αρχή. Όπως βλέπουμε στο παρακάτω διάγραμμα το έργο θα καθυστερήσει κατά 3 εβδομάδες και ο συνολικός χρόνος εκτέλεσης του έργου θα γίνει 19 εβδομάδες. Επίσης, παρατηρούμε ότι δεν αλλάζει το κρίσιμο μονοπάτι.



$$EST8 = \max [EST5 + T5, EST6 + T6] = \max [10 + 4, 6 + 2], \max [14, 8] = 14$$

$$EST9 = \max [EST7 + T7, EST8 + T8] = \max [8 + 6, 14 + 5] = \max [14, 19] = 19$$

4) Αν η δραστηριότητα 7 καθυστερήσει κατά 3 εβδομάδες, πως θα επηρεαστεί ο συνολικός χρόνος εκτέλεσης του έργου και γιατί; Τι συμβαίνει με τις κρίσιμες δραστηριότητες;

Αφού η δραστηριότητα 7 δεν βρίσκεται στο κρίσιμο μονοπάτι, θα ελέγξουμε το Float της δραστηριότητας.  $F_7 = 2 < 3$  εβδομάδες, οπότε θα πρέπει να επαναυπολογίσουμε όλο το διάγραμμα του δικτύου από την αρχή. Όπως βλέπουμε στο παρακάτω διάγραμμα το έργο θα καθυστερήσει κατά 1 εβδομάδα και ο συνολικός χρόνος εκτέλεσης του έργου θα γίνει 17 εβδομάδες. Επίσης παρατηρούμε πως **το κρίσιμο μονοπάτι άλλαξε** και πλέον αποτελείται από τις δραστηριότητες **1, 4, 7, 9**.

