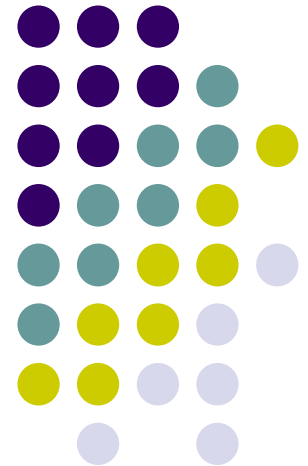


Διαχείριση Έργων Πληροφορικής

PERT and CPM

Ε. Μανιαδή

9 Μαΐου 2022

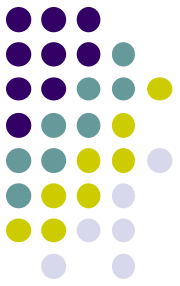


Τεχνικές ανάλυσης δικτύων (network analysis)



- Μέθοδος της Κρίσιμης Διαδρομής - Critical Path Method (CPM)
 - Μία μέθοδος που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της αλληλουχίας των δραστηριοτήτων που άμεσα επηρεάζουν την ολοκλήρωση ενός έργου.
- Program Evaluation and Review Technique (PERT)
 - Τεχνική που χρησιμοποιεί Αισιόδοξη, Απαισιόδοξη και Ρεαλιστική εκτίμηση του χρόνου υλοποίησης κάθε δραστηριότητας για να υπολογίσει τον εκτιμώμενο χρόνο ολοκλήρωσης (με ποσοστά πιθανότητας) μίας δραστηριότητας καθώς και του συνολικού έργου.

CPM vs PERT

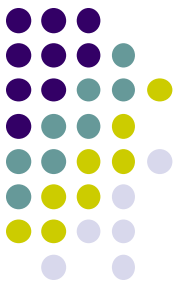


CPM uses one time estimate

Where as

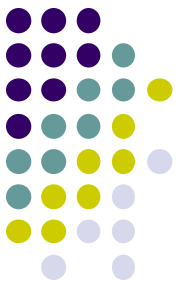
PERT uses three time estimates

Forward and Backward pass



- Κατά τη Forward Pass στο δίκτυο υπολογίζουμε:
 - Τον ενωρίτερο χρόνο (**earliest times**) που κάθε δραστηριότητα μπορεί να αρχίσει και να τελειώσει (**earliest start and finish**) και
 - τη συνολική διάρκεια (**total duration**) του έργου.
- Κατά την αντίστροφη διαδρομή (Backward Pass) μέσω του δικτύου υπολογίζουμε:
 - τον αργότερο χρόνο (**the latest time**) που κάθε δραστηριότητα μπορεί να αρχίσει και να τελειώσει (**latest start and finish**) και
 - Με αυτή τη πληροφορία μπορούμε να αντλήσουμε **συμπεράσματα** σε σχέση με το ποιες δραστηριότητες έχουμε τη δυνατότητα να καθυστερήσουμε (**έχουν δηλαδή slack >0**) και ποιες όχι.

Float or Slack (βαθμός χαλαρότητας - διακύμανση)



- Ο υπολογισμός του βαθμού χαλαρότητας (float ή slack) μιας δραστηριότητας δίνεται από τη σχέση

$$F_i = LS_i - ES_i \text{ ή } F_i = LF_i - EF_i$$

- Ο βαθμός χαλαρότητας (float ή slack) ορίζεται δηλαδή ως ο χρόνος που μπορούμε να αυξήσουμε τη διάρκεια υλοποίησης μίας δραστηριότητας i χωρίς να αλλάξουμε (να αυξήσουμε) τον συνολικό χρόνο υλοποίησης του έργου.

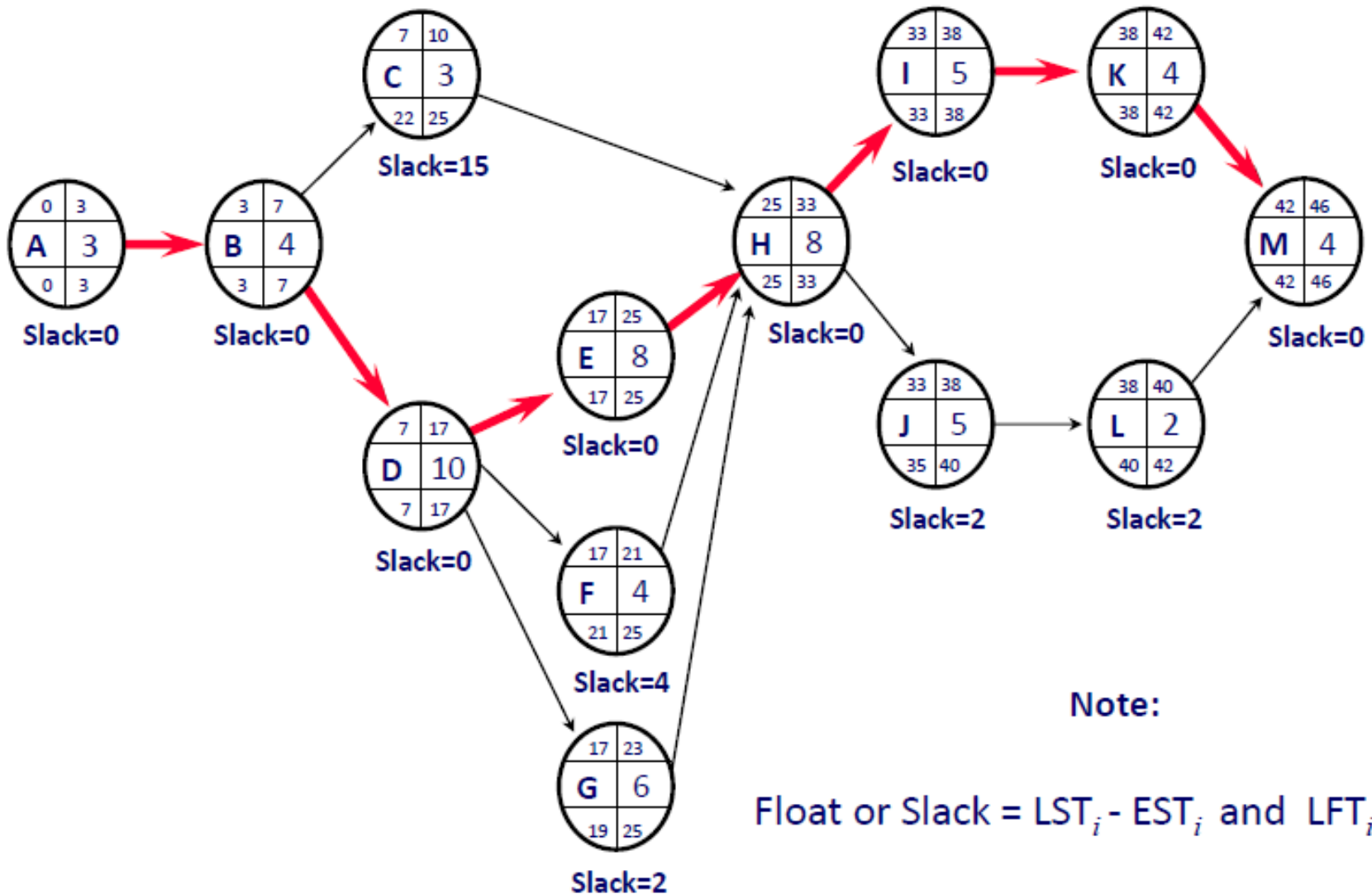
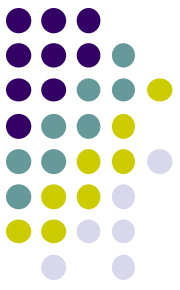
Υπολογισμός της κρίσιμης διαδρομής (Critical Path)



- Κρίσιμες δραστηριότητες ονομάζονται οι δραστηριότητες που έχουν μηδενικό slack και δεν μπορούν να καθυστερήσουν χωρίς να καθυστερήσει η υλοποίηση ολόκληρου του έργου.
- Το slack των μη-κρίσιμων δραστηριοτήτων αναπαριστά τον χρόνο που μπορεί να καθυστερήσει η έναρξη ή η λήξη αυτών των δραστηριοτήτων χωρίς να επηρεάζεται ο συνολικός χρόνος υλοποίησης του έργου.
- Κρίσιμο μονοπάτι ονομάζεται η ΜΕΓΙΣΤΗ διαδρομή που συνδέει τις κρίσιμες δραστηριότητες.

Το κρίσιμο μονοπάτι

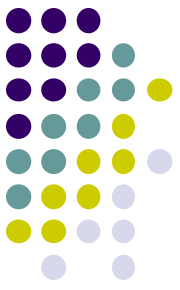
Critical Path



PERT - Πιθανότητες



- Η μεθοδολογία PERT χρησιμοποιεί τρεις (3) χρονικές εκτιμήσεις για κάθε δραστηριότητα :
 - Αισιόδοξη εκτίμηση ολοκλήρωσης - Optimistic Time Estimate (T_{opt}),
 - Πλέον πιθανός χρόνος ολοκλήρωσης - Most Likely Time Estimate (T_{prob}), και
 - Απαισιόδοξη εκτίμηση χρόνου ολοκλήρωσης - Pessimistic Time Estimate (T_{pess}).
- Με αυτό τον τρόπο ορίζεται ένα εύρος χρόνου ολοκλήρωσης, με την πλέον πιθανή εκτίμηση να είναι T_{prob} .



PERT Mathematics

- Η αλγεβρική επίλυση των εξισώσεων μας δίνει:

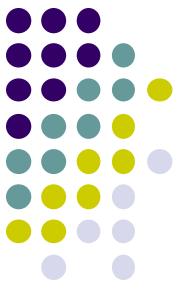
- Αναμενόμενος χρόνος ολοκλήρωσης της δραστηριότητας

$$E = (T_{opt} + 4 \times T_{prob} + T_{pess}) / 6$$

- Διακύμανση της εκτίμησης

$$V = (T_{pess} - T_{opt})^2 / 6^2$$

- Τυπική απόκλιση



PERT Mathematics

- Ο αναμενόμενος χρόνος ολοκλήρωσης του έργου υπολογίζεται, αθροίζοντας τους αναμενόμενους χρόνους ολοκλήρωσης των κρίσιμων δραστηριοτήτων.
- Στη συνέχεια, αθροίζουμε τις διακυμάνσεις όλων των κρίσιμων δραστηριοτήτων.
- Η τιμή αυτή είναι η διακύμανση του συνολικού έργου.
- Ακολούθως, υπολογίζεται η τυπική απόκλιση (standard deviation) του έργου.
- Τέλος, η κανονική κατανομή πιθανότητας χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του χρόνου ολοκλήρωσης του έργου με την επιθυμητή πιθανότητα.

$$\text{Project Variance} = \sigma_p^2$$

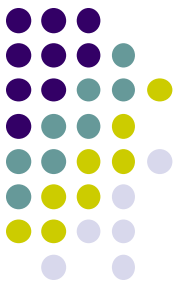
$$\sigma_p^2 = \text{Sum of the Variances Along the Critical Path}$$

$$.11 + .11 + 1 + 1.78 + .11 = 3.11$$

$$\text{Standard Deviation} = \sigma_p$$

$$\sigma_p = \sqrt{3.11} = 1.76$$

Κανονική κατανομή



- Μια κανονική κατανομή καθορίζεται από δύο πράγματα:
 - τη μέση τιμή, μ , και
 - τη τυπική απόκλιση, σ , η οποία είναι ένα μέτρο του πόσο απλώνεται η κατανομή.
 - και

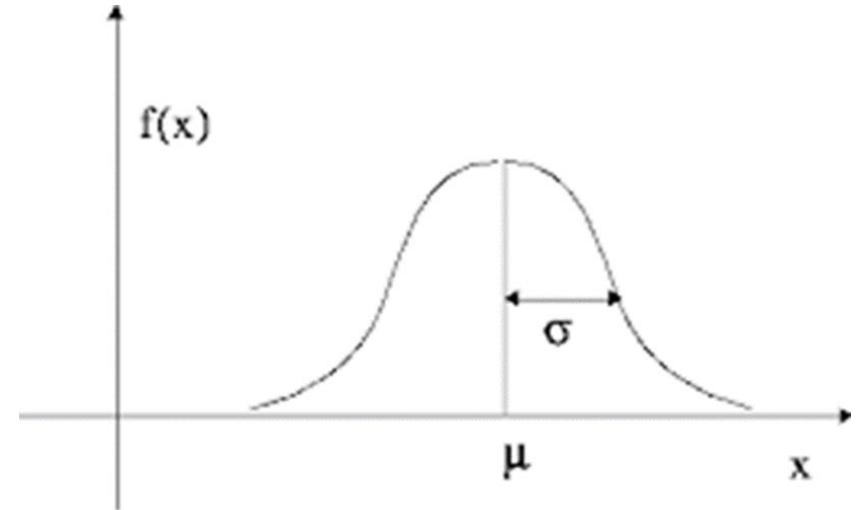
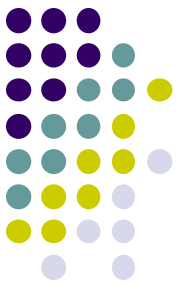


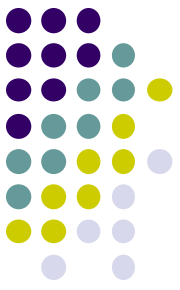
Figure 7. Gaussian (Normal) Probability Distribution Function

Τυπική απόκλιση
(Standard Deviation)
 $\sigma = \sqrt{\text{(variance)}}$



PERT – Παράδειγμα #1

- Δίνονται οι ακόλουθες δραστηριότητες με διάρκεια σε ημέρες.
- Να υπολογιστεί ο αναμενόμενος χρόνος ολοκλήρωσης και το κρίσιμο μονοπάτι του έργου.



PERT - Example

Δραστηριότητα (Activity)	Εξαρτήσεις (Immediate Predecessor)	Αισιόδοξη εκτίμηση (Optimistic) (a, T_{opt})	Πλέον πιθανή εκτίμηση (Most Probable) (m, T_{prob})	Απαισιόδοξη εκτίμηση (Pessimistic) (b, T_{pess})
A	-	4	5	12
B	A	3	4.5	15
C	A	2	3	4
D	C	6	8	22
E	B	4	6	8
F	C	3	4	5
G	D,E	1.5	3	4.5
H	B	5	7	15
I	H	3	4	5
J	G,I	2	4	6

Υπολογισμός Αναμενόμενου Χρόνου



- Για να προχωρήσουμε στην επίλυση του προβλήματος θα πρέπει να υπολογίσουμε τον αναμενόμενο χρόνο ολοκλήρωσης κάθε δραστηριότητας.

- Η εξίσωση υπολογισμού του είναι:
- Αναμενόμενος Χρόνος

$$t_i = \frac{a + 4m + b}{6}$$

Όπου

- a = Αισιόδοξος χρόνος
- m = Πλέον Πιθανός χρόνος
- b = Απαισιόδοξος χρόνος
- i = Δραστηριότητα

Υπολογισμός Αναμενόμενου Χρόνου



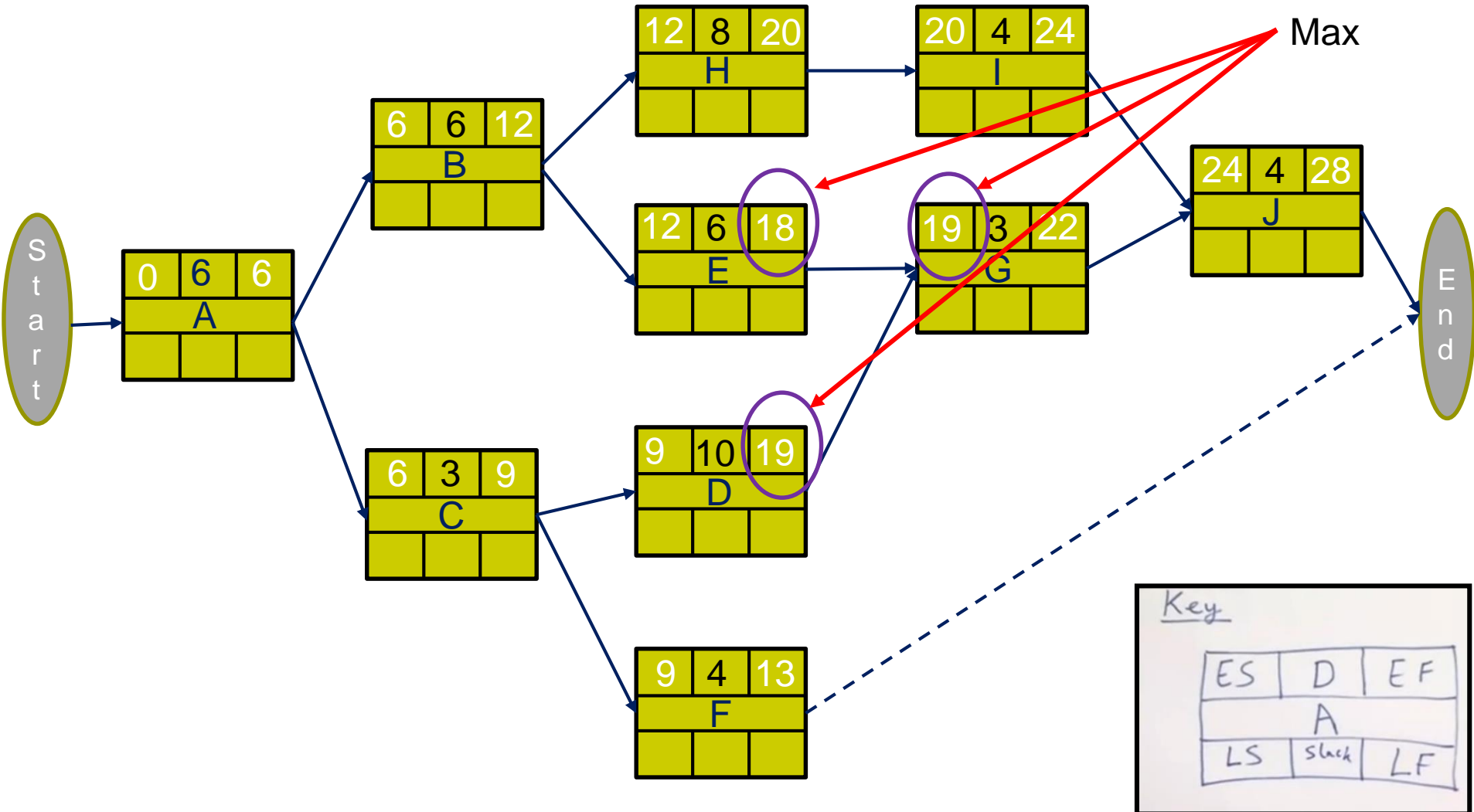
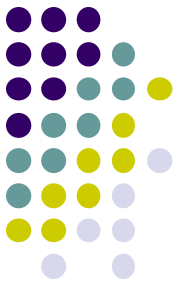
Δραστηριότητα (Activity)	Εξαρτήσεις (Immediate Predecessor)	a	m	b	Αναμενόμενος Χρόνος
A	-	4	5	12	$t_A = [a + 4m + b] / 6$ $= [4 + (4*5) + 12] / 6$ $= [4 + 20 + 12] / 6$ $= 36 / 6$ $= 6$
B	A	3	4.5	15	
C	A	2	3	4	
D	C	6	8	22	
E	B	4	6	8	
F	C	3	4	5	
G	D,E	1.5	3	4.5	
H	B	5	7	15	
I	H	3	4	5	
J	G,I	2	4	6	

Υπολογισμός Αναμενόμενου Χρόνου

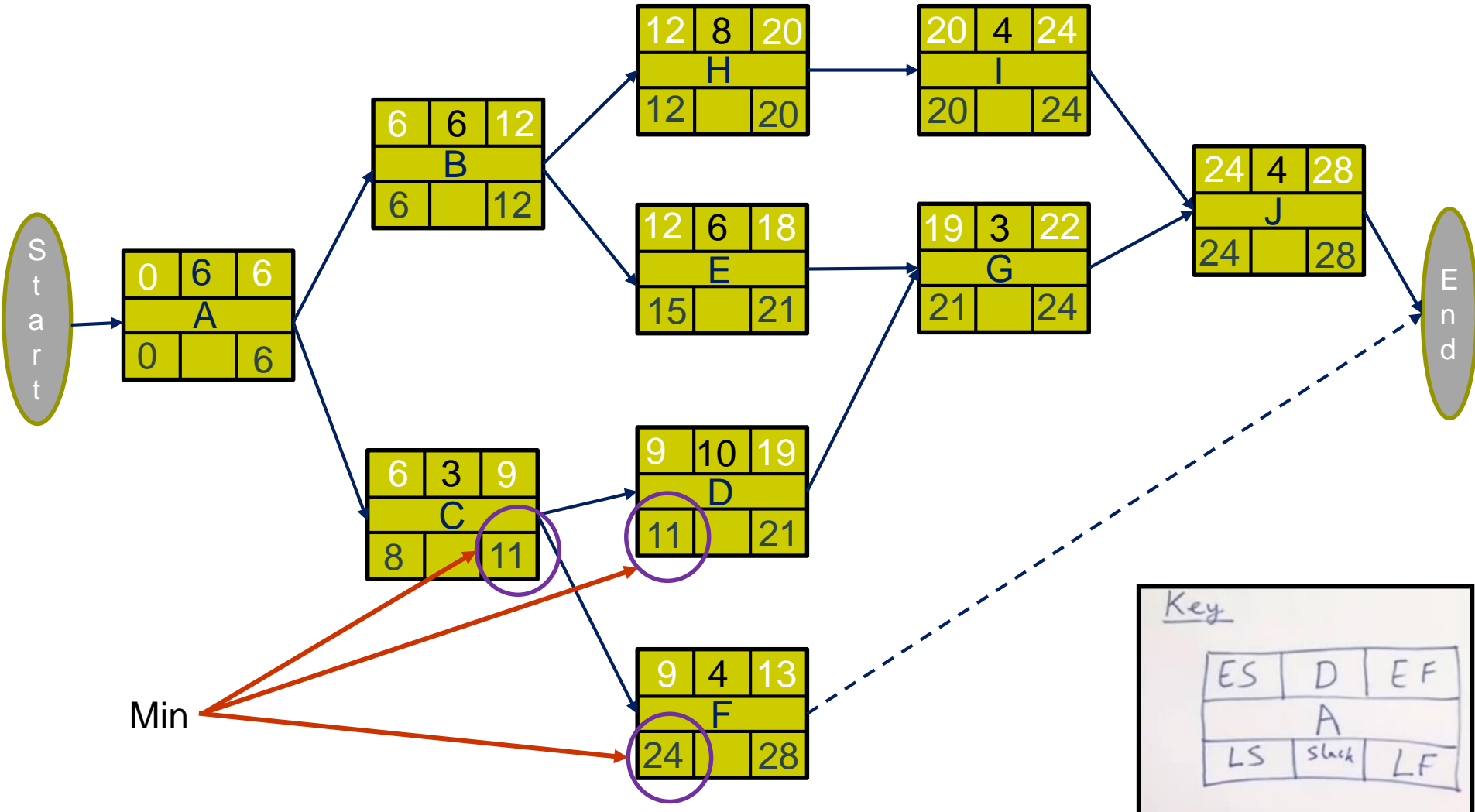
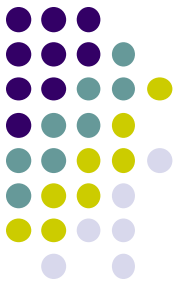


Δραστηριότητα (Activity)	Εξαρτήσεις (Immediate Predecessor)	a	m	b	Αναμενόμενος Χρόνος
A	-	4	5	12	$t_A = [a + 4m + b] / 6$ $= [4 + (4*5) + 12] / 6$ $= [4 + 20 + 12] / 6$ $= 36 / 6$ $= 6$
B	A	3	4.5	15	$t_B = 6$
C	A	2	3	4	$t_C = 3$
D	C	6	8	22	$t_D = 10$
E	B	4	6	8	$t_E = 6$
F	C	3	4	5	$t_F = 4$
G	D,E	1.5	3	4.5	$t_G = 3$
H	B	5	7	15	$t_H = 8$
I	H	3	4	5	$t_I = 4$
J	G,I	2	4	6	$t_J = 4$

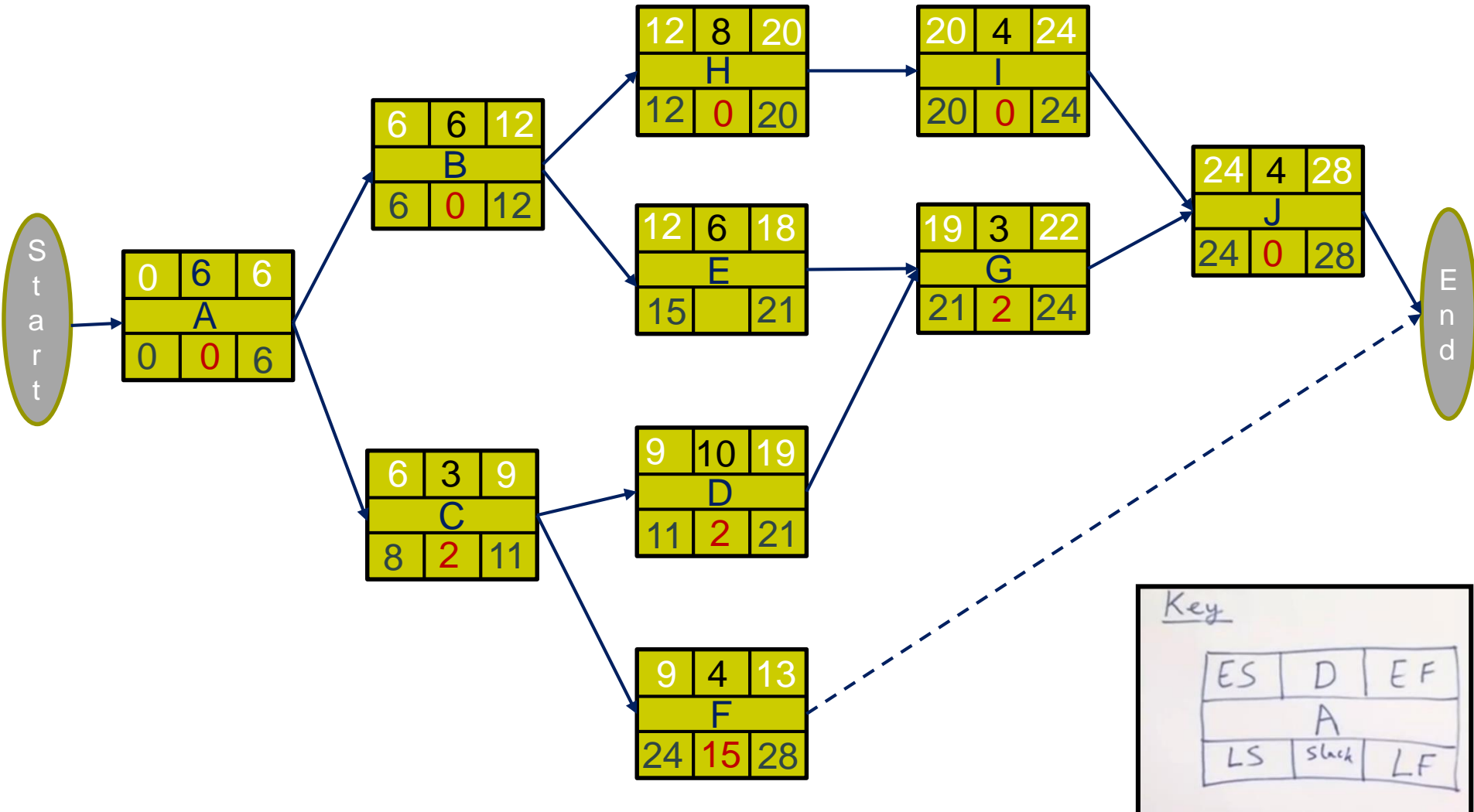
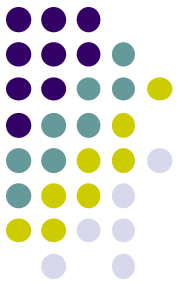
Ανάλυση Δικτύου - Forward Pass



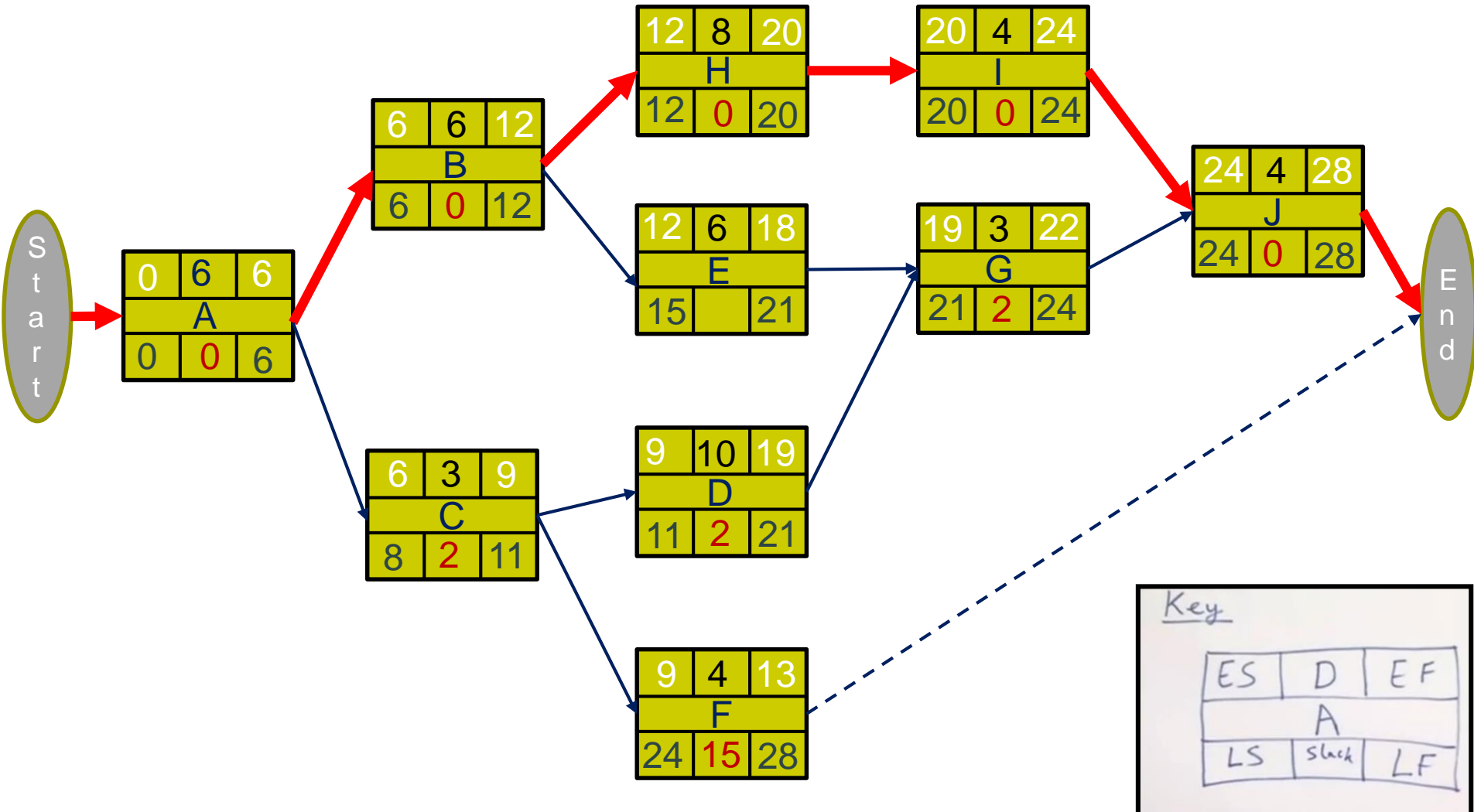
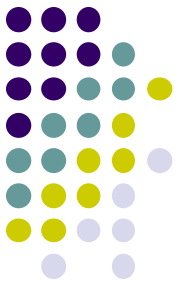
Ανάλυση Δικτύου - Backward Pass



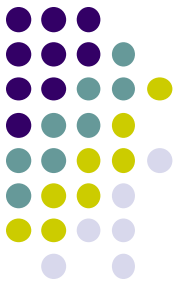
Διακύμανση - Slack



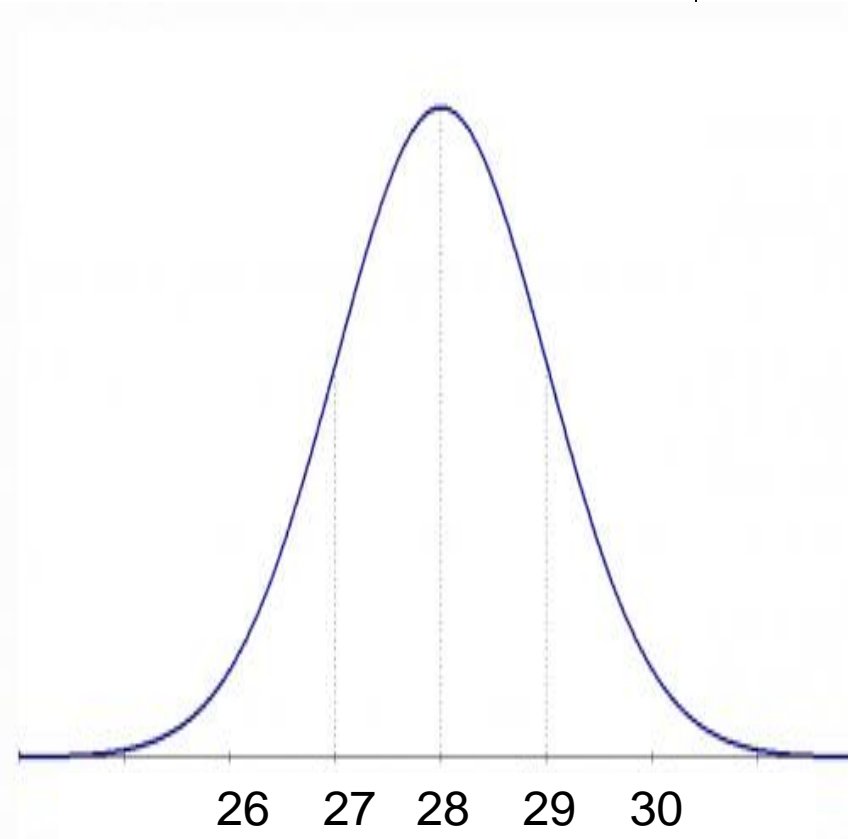
Κρίσιμο μονοπάτι



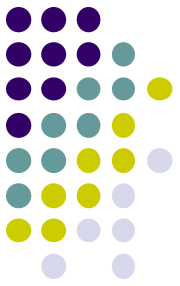
Αναμενόμενος χρόνος



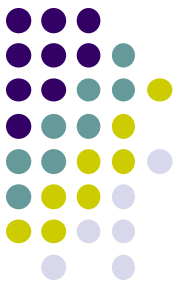
- $T_{\text{exp}} = t_A + t_B + t_H + t_I + t_J$
 $= 6 + 6 + 8 + 4 + 4$
 $= 28 \text{ ημέρες}$



Παράδειγμα – PERT #2



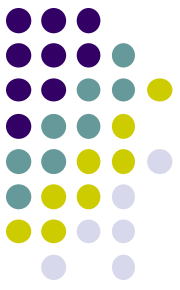
Δραστηριότητα	a	m	b	t αναμ/νος	Variance
A	1	2	3		
B	2	3	4		
C	1	2	3		
D	2	4	6		
E	1	4	7		
F	1	2	9		
G	3	4	11		
H	1	2	3		



PERT – Εκτίμηση χρόνου

Δρασ/τα	a	m	b	t αναμ/νος	Variance
A	1	2	3		
B	2	3	4		
C	1	2	3		
D	2	4	6		
E	1	4	7		
F	1	2	9		
G	3	4	11		
H	1	2	3		

Expected Time = $T_E = t$
 $t = \frac{1a + (4 * m) + 1b}{6}$



PERT – Εκτίμηση χρόνου

Δρασ/τα	a	m	b	t αναμ/νος	Variance
A	1	2	3	2	
B	2	3	4	3	
C	1	2	3		
D	2	4	6		
E	1	4	7		
F	1	2	9		
G	3	4	11		
H	1	2	3		

Expected Time = $T_E = t$

$$T = (a + (4 * m) + b) / 6$$
$$A = (1 + (4 * 2) + 3) / 6 = 2$$
$$B = (2 + (4 * 3) + 3) / 6 = 3$$

Υπολογισμός Διακύμανσης

Variance



Δρασ/τα	a	m	b	t αναμ/νος	Variance
A	1	2	3	2	
B	2	3	4	3	
C	1	2	3		
D	2	4	6		
E	1	4	7	4	
F	1	2	9	3	
G	3	4	11	5	
H	1	2	3	2	

Variance

$$v = \left((b - a) / t \right)^2$$

Υπολογισμός Διακύμανσης

Variance



Δρασ/τα	a	m	b	t αναμ/νος	Variance
A	1	2	3	2	.11
B	2	3	4	3	.11
C	1	2	3	2	
D	2	4	6	4	
E	1	4			
F	1	2			
G	3	4			
H	1	2			

Variance

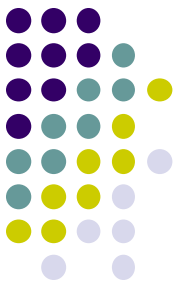
$$V = \left((b - a) / 6 \right)^2$$
$$A = \left((3 - 1) / 6 \right)^2 = (2/6)^2 = .11$$
$$B = \left((4 - 2) / 6 \right)^2 = (2/6)^2 = .11$$

Υπολογισμός Διακύμανσης

Variance



Δρασ/τα	a	m	b	t αναμ/νος	Variance
A	1	2	3	2	.11
B	2	3	4	3	.11
C	1	2	3	2	.11
D	2	4	6	4	.44
E	1	4	7	4	1
F	1	2	9	3	1.78
G	3	4	11	5	1.78
H	1	2	3	2	.11



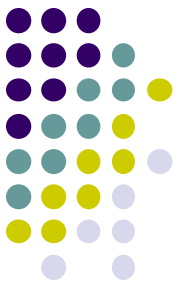
Κρίσιμο Μονοπάτι και διάρκεια

Δρασ/τα	a	m	b	t αναμ/νος	Variance
A	1	2	3	2	.11
B				3	.11
C				2	.11
D				4	.44
E	1	4	7	4	1
F	1	2	9	3	1.78
G	3	4	11	5	1.78
H	1	2	3	2	.11

Βασικές Υποθέσεις:
Το κρίσιμο μονοπάτι είναι ACEGH
Θέλουμε να υπολογίσουμε την μεταβλητότητα του έργου
Project Variance

Διάρκεια Έργου (Duration) = Άθροισμα διάρκειας των κρίσιμων δραστηριοτήτων = $2 + 2 + 4 + 5 + 2 = 15$

Αθροιστική διακύμανση έργου



Δρασ/τα	a	m	b	t αναμ/νος	Variance
A	1	2	2	2	.11
B	2	2	2	2	.11
C	1	2	2	2	.11
D	2	2	2	2	.44
E	1	2	2	2	1
F	1	2	2	2	1.78
G	3	2	2	2	1.78
H	1	2	2	2	.11

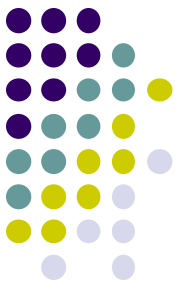
Project Variance = σ_p^2

**$\sigma_p^2 =$ Sum of the Variances
Along the Critical Path**

$.11 + .11 + 1 + 1.78 + .11 = 3.11$

Standard Deviation = σ_p

$\sigma_p = \sqrt{3.11} = 1.76$



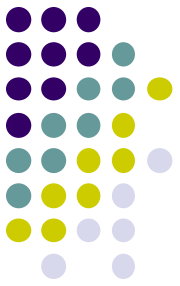
Παράδειγμα & Δεδομένα

- Κρίσιμο μονοπάτι (Αναμενόμενος Χρόνος υλοποίησης) = 15 εβδ.
- Τυπική Απόκλιση (Standard Deviation) = +/- 1.76
- Χρόνος Παράδοσης = 16 εβδ.
- Ο διευθυντής σας θέλει να γνωρίζει τις πιθανότητες να τελειώσετε το έργο εντός του διαθέσιμου χρόνου.
- Τι θα του απαντήσετε?

Well, Sir.
If I had to take a scientifically wild guess, I would say we have about 82% chance to getting this project completed on time

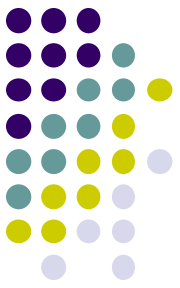


Z score



- Για να μπορέσουμε να απαντήσουμε με ακρίβεια θα πρέπει να υπολογίσουμε το Z (statistical) score.
- $Z = (\text{Due Date} - \text{Expected Date}) / \sigma_p$
- $Z = (16 - 15) / 1.76 = 0.57$

Πίνακας Κανονικής Κατανομής

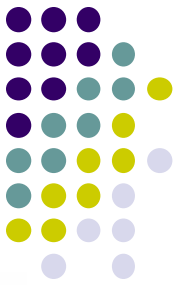


Tables of the Normal Distribution



Probability Content from $-\infty$ to Z

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990



Υπολογισμός πιθανότητας

Normal Distribution Table

Project Z-score = .57



Example: the area to the left of $Z = 1.34$ is found by following the left Z column down to 1.3 and moving right to the .04 column. At the intersection read .9099. The area to the right of $Z = 1.34$ is $1 - .9099 = .0901$. The area between the mean (dashed line) and $Z = 1.34$ is $.9099 - .5 = .4099$.

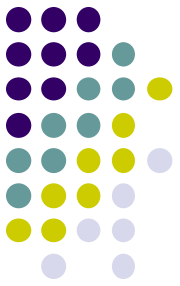
Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7122	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8880
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633

Τι σημαίνει αυτό?



- Σημαίνει ότι υπάρχει 0,7157 πιθανότητα ή **71.57%** πιθανότητα να ολοκληρωθεί το έργο έως την 16^η εβδομάδα.
- Θα έπρεπε να ανησυχούμε?
- Φυσικά, αφού υπάρχει **28,43%** πιθανότητα να μην ολοκληρωθεί το έργο εντός των 16 εβδομάδων και η επιχείρηση να κλείσει έως ότου αυτό ολοκληρωθεί.

CPM vs PERT



- CPM είναι κατάλληλη όταν είμαστε αρκετά σίγουροι για την διάρκεια κάθε δραστηριότητας.
- Η PERT είναι προτιμητέα σε περιπτώσεις με αβεβαιότητα, όταν δηλαδή δεν είμαστε σίγουροι για την ακριβή διάρκεια των δραστηριοτήτων ενός έργου.

Q&A

