

Εκφώνηση

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι δραστηριότητες, οι συσχετίσεις αυτών και οι εκτιμήσεις της χρονικής διάρκειας κάθε δραστηριότητας που απαιτούνται για την υλοποίηση έργου.

Δραστηριότητες	Δραστηριότητες που προηγούνται	Χρονική διάρκεια		
		a	m	b
1	-	3	5	7
2	-	1	5	9
3	1	1	3	5
4	1	3	5	7
5	1	3	5	13
6	2	1	4	7
7	2	1	3	5
8	3	1	4	7
9	4, 6	1	3	5
10	7	1	4	7
11	7	3	5	13
12	8	1	4	7
13	5, 8, 9, 10	3	4	5

Η κρίσιμη διαδρομή του έργου είναι: 1- 4 - 9 - 13

Ερωτήσεις

- 1) Προσδιορίστε την χρονική διάρκεια του έργου με την τεχνική PERT
- 2) Ποια είναι η πιθανότητα το έργο να ολοκληρωθεί δύο εβδομάδες νωρίτερα;
- 3) Ποια είναι η πιθανότητα να μην έχει ολοκληρωθεί το έργο μέσα σε 18 εβδομάδες;
- 4) Αν θέλουμε να έχουμε 5% πιθανότητα να αποτύχουμε, τότε πόσο εκτιμάτε ότι θα διαρκέσει το έργο;

Tables of the Normal Distribution



Probability Content from $-\infty$ to Z

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

Λύση

1. Για να προσδιορίσουμε την χρονική διάρκεια του έργου με την τεχνική PERT θα πρέπει αρχικά να βρούμε τις κρίσιμες δραστηριότητες του έργου μας. Από την εκφώνηση γνωρίζουμε πως οι κρίσιμες δραστηριότητες είναι οι 1-4-9-13. Έπειτα υπολογίζουμε τους αναμενόμενους χρόνους για αυτές τις τέσσερις (κρίσιμες) δραστηριότητες με βάση τον τύπο:

$$t_{\text{exp}} = \frac{(t_a + 4 \cdot t_m + t_b)}{6}$$

Άρα έχουμε,

$$t_{\text{exp}(1)} = \frac{(t_a + 4 \cdot t_m + t_b)}{6} = \frac{3 + 4 \cdot 5 + 7}{6} = \frac{30}{6} = 5$$

$$t_{\text{exp}(4)} = \frac{(t_a + 4 \cdot t_m + t_b)}{6} = \frac{3 + 4 \cdot 5 + 7}{6} = \frac{30}{6} = 5$$

$$t_{\text{exp}(9)} = \frac{(t_a + 4 \cdot t_m + t_b)}{6} = \frac{1 + 4 \cdot 3 + 5}{6} = \frac{18}{6} = 3$$

$$t_{\text{exp}(13)} = \frac{(t_a + 4 \cdot t_m + t_b)}{6} = \frac{3 + 4 \cdot 4 + 5}{6} = \frac{24}{6} = 4$$

Επομένως η χρονική διάρκεια του έργου με την τεχνική PERT είναι $5+5+3+4 = 17$ εβδομάδες.

2.

2α. Αρχικά υπολογίζουμε την τυπική απόκλιση:

Η τυπική απόκλιση ισούται με την τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης. Για να υπολογίσουμε τη διακύμανση του έργου μας θα πρέπει να αθροίσουμε τη διακύμανση για κάθε κρίσιμη δραστηριότητα του έργου μας από τον τύπο:

$$\text{var} = \frac{(t_b - t_a)^2}{6^2}$$

Επομένως έχουμε,

$$\text{var}_1 = \frac{(t_b - t_a)^2}{6^2} = \frac{(7-3)^2}{36} = 0,444$$

$$\text{var}_4 = \frac{(t_b - t_a)^2}{6^2} = \frac{(7-3)^2}{36} = 0,444$$

$$\text{var}_9 = \frac{(t_b - t_a)^2}{6^2} = \frac{(5-1)^2}{36} = 0,444$$

$$\text{var}_{13} = \frac{(t_b - t_a)^2}{6^2} = \frac{(5-3)^2}{36} = 0,111$$

Επομένως η διακύμανση για το έργο μας είναι

$$0,444 + 0,444 + 0,444 + 0,111 = 1,444.$$

Επομένως $\sigma = \sqrt{\text{var}} = \sqrt{1,444} = 1,20185$.

2β. Έπειτα υπολογίζουμε το z-ratio

$$z = \frac{(\text{προγραμματιζόμενη διάρκεια} - \text{ανεμενόμενη διάρκεια})}{\text{τυπική απόκλιση}} = \frac{(15-17)}{1,20185} = -1,67$$

Σύμφωνα με τον πίνακα της κανονικής κατανομής βρίσκουμε πως για $z=1,67$ η πιθανότητα είναι 95,25%. Επομένως η πιθανότητα για $z=-1,67$ ισούται με $1-0.9525=0,0475$ ή 4,75% πιθανότητα το έργο να τελειώσει δύο εβδομάδες νωρίτερα.

3. Για την κανονική κατανομή γνωρίζουμε πως $P(x \geq 18) = 1 - P(x \leq 18)$.

Επομένως αρχικά θα βρούμε ποια είναι η πιθανότητα $P(x \leq 18)$, δηλαδή ποια είναι η πιθανότητα το έργο μας να τελειώσει εντός 18 εβδομάδων.

Αντικαθιστούμε στον τύπο:

$$z = \frac{(\text{προγραμματιζόμενη διάρκεια} - \text{ανεμενόμενη διάρκεια})}{\text{τυπική απόκλιση}} = \frac{(18-17)}{1,20185} = 0,8325$$

Από τον πίνακα της κανονικής κατανομής βρίσκουμε πως για $z = 0,83$ η πιθανότητα είναι 0,7967 ή $P(x \leq 18) = 79,67\%$

Επομένως $P(x \geq 18) = 1 - P(x \leq 18) = 1 - 0,7967 = 0,2033$ ή 20,33% δηλαδή η πιθανότητα το έργο να μην έχει τελειώσει στις 18 εβδομάδες είναι 20,33 %

4. Η έκφραση «να έχουμε 5% πιθανότητα να αποτύχουμε» μεταφράζεται σε 95% πιθανότητα να επιτύχουμε. Επομένως για να βρούμε τη χρονική διάρκεια που απαιτείται για να ολοκληρώσουμε το έργο με 95% πιθανότητα θα πρέπει να λύσουμε μια εξίσωση με βάση τον τύπο:

$$z = \frac{(\text{προγραμματιζόμενη διάρκεια} - \text{ανεμενόμενη διάρκεια})}{\text{τυπική απόκλιση}}$$

ο άγνωστος παράγοντας είναι η προγραμματιζόμενη διάρκεια.

Για να βρούμε το z ακολουθούμε την αντίστροφη διαδικασία που ακολουθήσαμε στο δεύτερο ερώτημα. Δηλαδή βρίσκουμε από τον πίνακα της κανονικής κατανομής το z που αντιστοιχεί (κατά προσέγγιση) στη πιθανότητα 95%. Παρατηρούμε πως το z πρέπει να ισούται με 1.65.

Επομένως αντικαθιστώντας στον παραπάνω τύπο έχουμε,

$$1,65 = \frac{(\text{προγραμματιζόμενη διάρκεια} - 17)}{1,20185} \rightarrow$$

προγραμματιζόμενη διάρκεια = $1,20185 * 1,65 + 17 = 18,98$ εβδομάδες.

Δηλαδή το έργο μας θα έχει τελειώσει στις 19 εβδομάδες με πιθανότητα 95%.