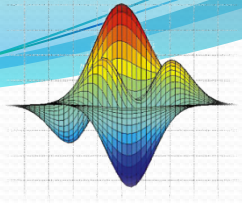


Ψηφιακή Επεξεργασία Σημάτων

Σχεδιασμός Φίλτρων

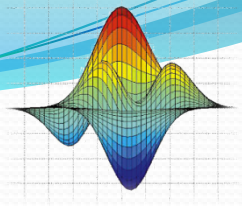
Κυριακίδης Ιωάννης

2011



Εισαγωγή

- Τα φίλτρα IIR (Infinite Impulse Response) είναι φίλτρα των οποίων η κρουστική απόκριση δεν είναι πεπερασμένη.
- Συνήθως χρησιμοποιούνται οι παρακάτω τρεις τύποι αναλογικών χαμηλοπερατών φίλτρων:
 - Φίλτρα Butterworth
 - Φίλτρα Chebyshev
 - Ελλειπτικά φίλτρα

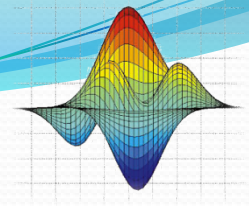


Φίλτρα Butterworth

- Ένα χαμηλοπερατό φίλτρο Butterworth είναι ένα φίλτρο που έχει μόνο πόλους (all pole), το τετράγωνο του πλάτους της απόκρισης δίνεται από τη σχέση:

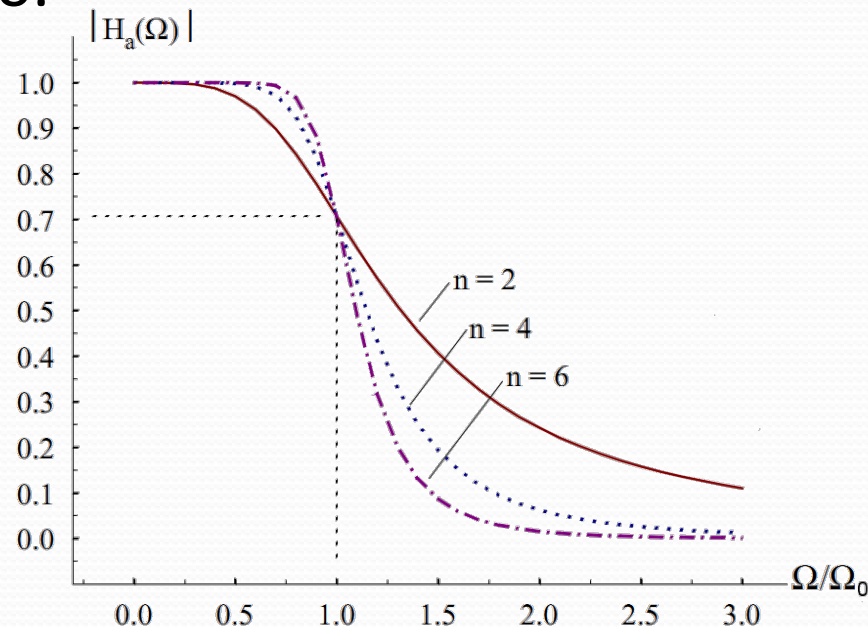
$$|H_a(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{j\Omega}{j\Omega_0}\right)^{2N}}$$

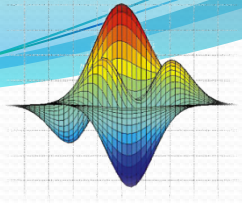
- Η παράμετρος N αντιστοιχεί στη τάξη του φίλτρου (είναι ο αριθμός των πόλων της συνάρτησης μεταφοράς).
- Το φίλτρο επιτρέπει τη διέλευση συχνοτήτων μέχρι τη συχνότητα αποκοπής Ω_0 (η συχνότητα στην οποία η εξασθένιση είναι -3db).



Φίλτρα Butterworth

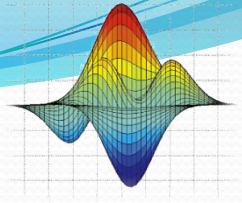
- Ένα φίλτρο Butterworth καθορίζεται πλήρως από την τάξη N και τη συχνότητα αποκοπής Ω_0 .
- Αυξάνοντας το N (τάξη του φίλτρου) βελτιώνεται η απόδοση του ως φίλτρο χαμηλών συχνοτήτων σε σχέση με το ιδανικό.





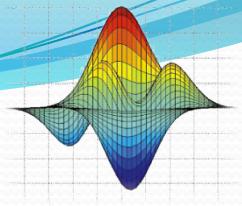
Κατασκευή φίλτρων Butterworth

- Η ανάπτυξη της θεωρητικής υποδομής για την κατασκευή φίλτρων Butterworth χωρίζεται σε 2 μέρη:
 1. Δημιουργία των εξισώσεων για τον υπολογισμό των N και Ω_0 .
 2. Υπολογισμός της συνάρτησης μεταφοράς $H(s)$ του αναλογικού φίλτρου.



Κατασκευή φίλτρων Butterworth

- Οι προδιαγραφές του φίλτρου δίνονται συνήθως σε μορφή συχνοτήτων και εξασθένησης σήματος σε decibel (db) ως εξής:
 - Ζώνη διέλευσης (passband): Ω_{pass}
 - Ζώνη αποκοπής (stopband): Ω_{stop}
 - Μέγιστη εξασθένιση (σε db) στη ζώνη διέλευσης : A_{pass}
 - Ελάχιστη εξασθένιση (σε db) στη ζώνη αποκοπής: A_{stop}
- Αφού καθοριστούν τα N και Ω η συνάρτηση μεταφοράς μπορεί να βρεθεί με φασματική παραγοντοποίηση (spectral factorization).



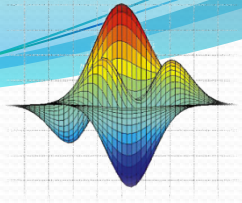
Υπολογισμός στο Matlab

- Στο Matlab η συνάρτηση που μας δίνει την τάξη (N) του φίλτρου και τη συχνότητα αποκοπής (Ω_0) από τις προδιαγραφές είναι **buttord**, την οποία μπορούμε να την χρησιμοποιήσουμε ως εξής:

```
[N, Wo]=buttord(Wpass, Wstop, Apass, Astop, 's')
```

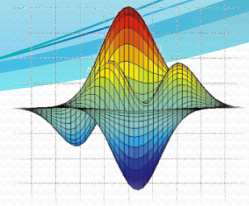
- Αφού υπολογίσουμε τα N και Ω_0 χρησιμοποιούμε τη συνάρτηση **butter**, η οποία μας δίνει τους συντελεστές του αριθμητή (b) και του παρονομαστή (a) της συνάρτησης μεταφοράς του χαμηλοπερατού φίλτρου που θέλουμε να κατασκευάσουμε.

```
[b, a]=butter(N, Wo, 's')
```



Παράδειγμα 1

- Να κατασκευάσετε ένα αναλογικό χαμηλοπερατό φίλτρο Butterworth που να επιτρέπει τη διέλευση συχνοτήτων μέχρι 4KHz με μέγιστη εξασθένιση 1db στη ζώνη αυτή, ενώ από 8KHz και πάνω να έχει εξασθένιση τουλάχιστον 40db.
- Άρα, οι προδιαγραφές του φίλτρου είναι:
 - Ω_{pass} (Ζώνη διέλευσης) = 4000Hz = $2 \cdot \pi \cdot 4000$ rad/sec
 - Ω_{stop} (Ζώνη αποκοπής) = 8000Hz = $2 \cdot \pi \cdot 8000$ rad/sec
 - A_{pass} (Μέγιστη εξασθένιση στη ζώνη διέλευσης) = 1db
 - A_{stop} (Ελάχιστη εξασθένιση στη ζώνη αποκοπής) = 40db



Παράδειγμα 1

- Ο κώδικας στο Matlab θα είναι ο εξής:

```
Wp=2*pi*4000;
```

```
Ws=2*pi*8000;
```

```
Ap=1;
```

```
As=40;
```

```
[N,Wo]=buttord(Wp,Ws,Ap,As,'s')
```

```
[b,a]=butter(N,Wo,'s')
```

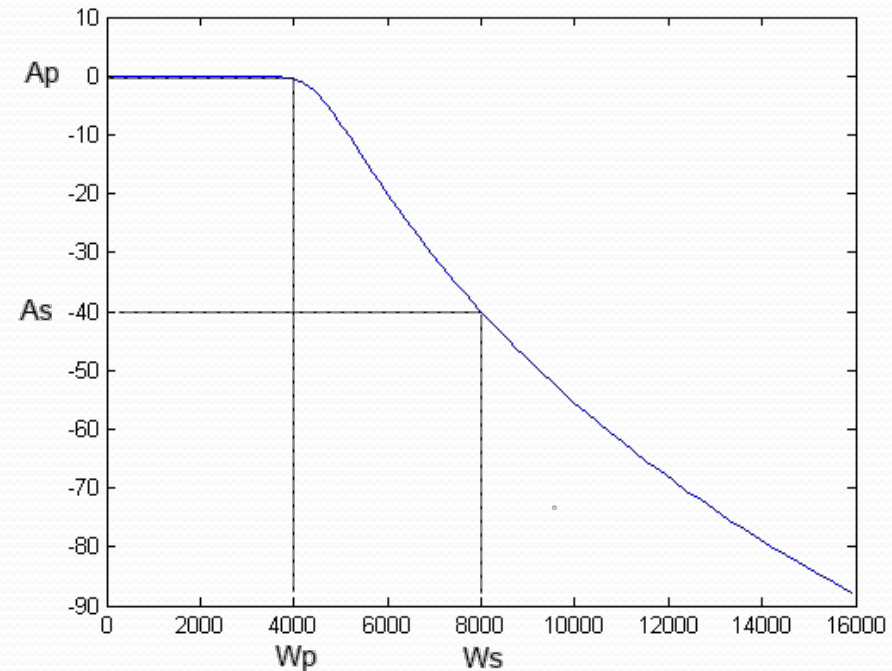
```
%Υπολογισμός της απόκρισης
```

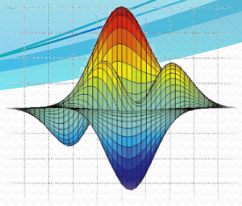
```
% συχνότητας ενός αναλογικού φίλτρου:
```

```
[H,W]=freqs(b,a);
```

```
%Σχεδιασμός φίλτρου: plot(σε Hz, σε db)
```

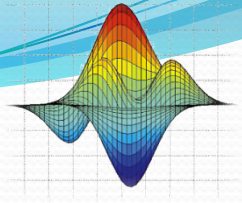
```
plot(W/(2*pi), 20*log10(abs(H)));
```





Παρατήρηση Α

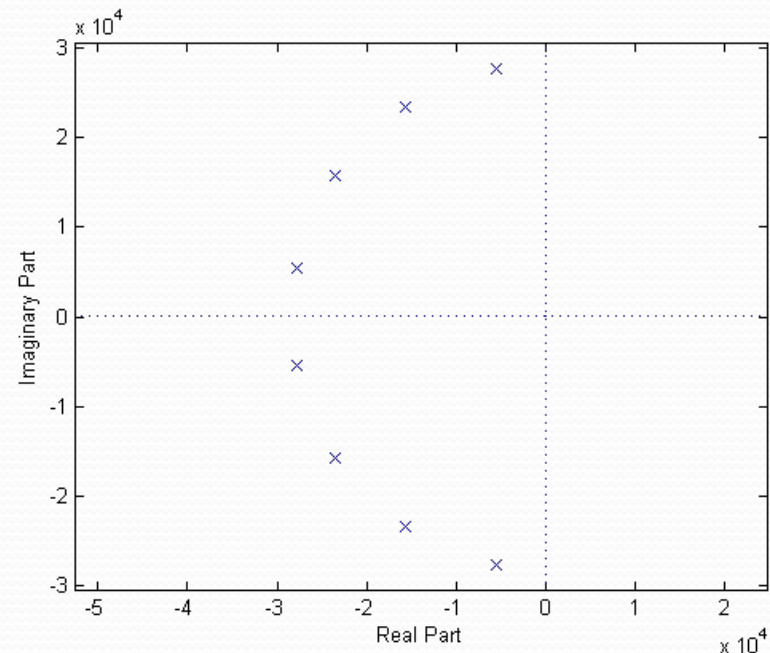
- Η εξασθένιση σε db στη συχνότητα Ω του φίλτρου Butterworth μπορεί να υπολογιστεί με τους παρακάτω τρόπους:
 - $A(\Omega) = 10 \log_{10} |H_a(j\Omega)|^2 db$
 - $A(\Omega) = 20 \log_{10} |H_a(j\Omega)| db$
- Άρα η εντολή για τον σχεδιασμό του φίλτρου μπορεί να γραφεί με τους παρακάτω τρόπους:
 - `plot(W/(2*pi), 10*log10(abs(H).^2))`
 - `plot(W/(2*pi), 20*log10(abs(H)));`

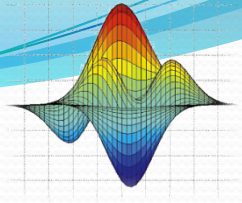


Παρατήρηση Β

- Πόσοι περιμένουμε ότι θα είναι οι πόλοι του φίλτρου που σχεδιάσαμε;
- Για να αναπαραστήσουμε γραφικά τους πόλους του φίλτρου που σχεδιάσαμε θα πρέπει να συμπληρώσουμε τον παρακάτω κώδικα:

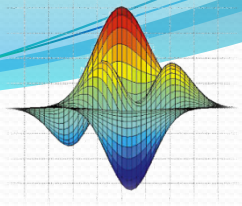
```
%Ο κώδικας του παραδείγματος 1  
[z, p] = tf2zp(b, a);  
figure;  
zplane(z, p);
```





Παράδειγμα 2

- Να κατασκευάσετε ένα αναλογικό χαμηλοπερατό φίλτρο Butterworth που να επιτρέπει τη διέλευση συχνοτήτων μέχρι 200KHz με μέγιστη εξασθένιση 3db στη ζώνη αυτή, ενώ από 400KHz και πάνω να έχει εξασθένιση τουλάχιστον 60db.
- Άρα, οι προδιαγραφές του φίλτρου είναι:
 - Ω_{pass} (Ζώνη διέλευσης) = 200KHz = $2 \cdot \pi \cdot 200 \cdot 1000$ rad/sec
 - Ω_{stop} (Ζώνη αποκοπής) = 400KHz = $2 \cdot \pi \cdot 400 \cdot 1000$ rad/sec
 - A_{pass} (Μέγιστη εξασθένιση στη ζώνη διέλευσης) = 3db
 - A_{stop} (Ελάχιστη εξασθένιση στη ζώνη αποκοπής) = 60db



Παράδειγμα 2

- Ο κώδικας στο Matlab θα είναι ο εξής:

```
Wp=2*pi*200000;
```

```
Ws=2*pi*400000;
```

```
Ap=3;
```

```
As=60;
```

```
[N,Wo]=buttord(Wp,Ws,Ap,As,'s')
```

```
[b,a]=butter(N,Wo,'s')
```

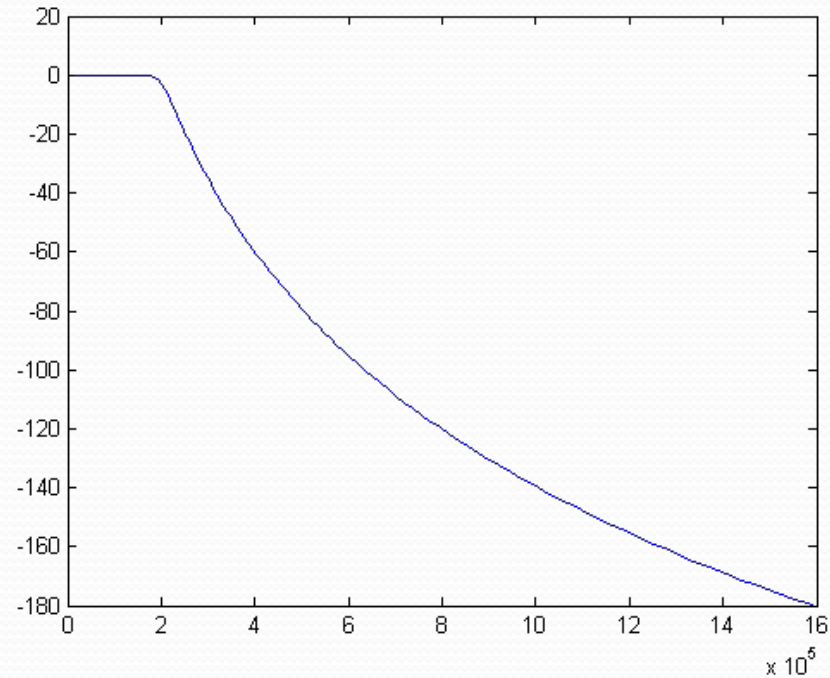
```
%Υπολογισμός της απόκρισης
```

```
% συχνότητας ενός αναλογικού φίλτρου:
```

```
[H,W]=freqs(b,a);
```

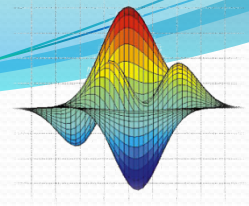
```
%Σχεδιασμός φίλτρου: plot(σε Hz, σε db)
```

```
plot(W/(2*pi), 20*log10(abs(H)));
```





Απορίες - Ερωτήσεις ;



Ασκήσεις για το σπίτι



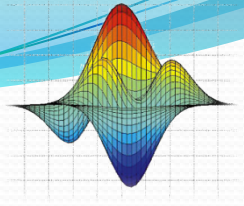
Οι ασκήσεις είναι ατομικές !!!

Αποστέλλετε όλα τα αρχεία m-file σε ένα συμπιεσμένο

αρχείο με όνομα: lab09_OMX_YYYY

(όπου X ο αριθμός ομάδας εργαστηρίου και YYYY το ΑΜ σας)

Στο email: kyriakidis@teicrete.gr



Δεν θα έχετε... 😊