

Κανονική κατανομή – Θέματα για λύση

Στα παρακάτω θέματα όλες οι τυχαίες μεταβλητές είναι συνεχείς.

1. Να αναφέρεται 5 παραδείγματα μεταβλητών που ακολουθούν (κατά προσέγγιση) την κανονική κατανομή.

2. Κατά την κλήρωση του λόττο πιστεύετε ότι η μεταβλητή με τον αριθμό της μπάλας ακολουθεί την κανονική κατανομή; Δηλαδή αν εκτελέσουμε έναν αρκετά μεγάλο αριθμό κληρώσεων η κατανομή συχνοτήτων της παραπάνω μεταβλητής θα έχει την μορφή «καμπάνας»;

3. Δυο τυχαίες μεταβλητές X , Y ακολουθούν την κανονική κατανομή με την ίδια μέση τιμή 0 αλλά διαφορετικές τυπικές αποκλίσεις $\sigma_X = 1$ και $\sigma_Y = 2$ αντιστοίχως. Τότε θα ισχύει

α. $P(0 < X < 1) < P(0 < Y < 1)$ β. $P(0 < X < 1) > P(0 < Y < 1)$ γ. $P(0 < X < 1) = P(0 < Y < 1)$

4. Έστω X μια τυχαία μεταβλητή η οποία ακολουθεί την κανονική κατανομή, με μέση τιμή -1 και τυπική απόκλιση 1. Γνωρίζοντας ότι στο διάστημα $(-3, 1)$ βρίσκεται το 95,44% των παρατηρήσεων, η πιθανότητα $P(X > 1)$ είναι

α. 0,456 β. 0,0228 γ. 0,00456 δ. 0,0456 ε. 0,228 ζ. 0,00228

5. Δυο τυχαίες μεταβλητές X , Y ακολουθούν την κανονική κατανομή με την ίδια μέση τιμή 0 αλλά διαφορετικές τυπικές αποκλίσεις $\sigma_X = 2$ και $\sigma_Y = 4$ αντιστοίχως. Τότε θα ισχύει

α. $P(X > 2) < P(Y > 2)$ β. $P(X > 2) > P(Y > 2)$ γ. $P(X > 2) = P(Y > 2)$

6. Τρεις τυχαίες μεταβλητές X , Y , Z ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέση τιμή 0 και τυπικές αποκλίσεις $\sigma_X = 0,5$, $\sigma_Y = 1$, και $\sigma_Z = 1,5$. Είναι σωστό ότι

$$P(-0,5 < Z < 0,5) < P(-0,5 < Y < 0,5) < P(-0,5 < X < 0,5);$$

Από τις τρεις παραπάνω κανονικές κατανομές, ποια αναμένετε να έχει το μεγαλύτερο «ύψος»; Σε ποιες από τις τρεις το εμβαδόν που ορίζεται από το γράφημα της «καμπάνας» τους και τον οριζόντιο άξονα, είναι μεγαλύτερο;