ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

✓ Η αρχική τους εφαρμογή, όπως δηλώνει και η ονομασία τους, αφορούσε τον καθορισμό του βέλτιστου τρόπου μεταφοράς αγαθών από διαφορετικά σημεία παραγωγής ή κεντρικής αποθήκευσης (π.χ., εργοστάσια) σε κέντρα διανομής που είναι εγκατεστημένα σε άλλα γεωγραφικά σημεία

✓Το αντικείμενο των προβλημάτων μεταφοράς είναι ο προσδιορισμός των ποσοτήτων που θα μεταφερθούν από τις τοποθεσίες στις οποίες βρίσκονται (πηγές) σε ένα σύνολο προορισμών με τέτοιο τρόπο ώστε να επιτυγχάνεται η κάλυψη της ζήτησης σε κάθε προορισμό με ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς

✓Όπως και στη μέθοδο Simplex, η γενική προσέγγιση του προβλήματος είναι η ίδια

✓Ξεκινώντας από μία εφικτή λύση του προβλήματος, μέσω ενός επαναληπτικού αλγορίθμου τη βελτιώνουμε σε κάθε βήμα έως ότου επιτύχουμε στη βέλτιστη λύση

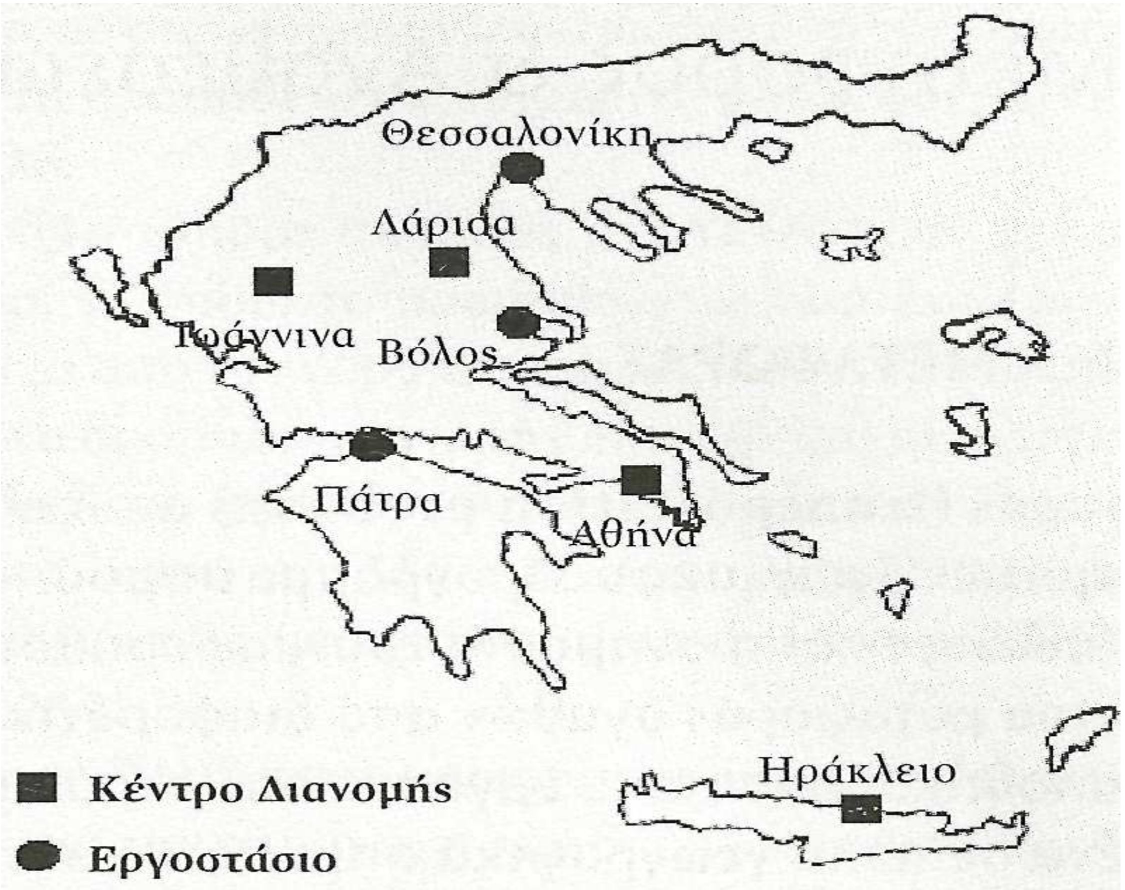
✓ Σε αντίθεση με τη μέθοδο Simplex, οι αλγεβρικοί υπολογισμοί σε ένα πρόβλημα μεταφοράς είναι απλούστεροι

Παράδειγμα ΛΟΥΤΡΟΦΙΝ

•Η επιχείρηση παραγωγής πλακιδίων μπάνιου ΛΟΥΤΡΟΦΙΝ παράγει τα προϊόντα της σε τρία εργοστάσια που βρίσκονται στις πόλεις:

- •Πάτρα, Βόλο και Θεσσαλονίκη

•Η διανομή των προϊόντων της στην υπόλοιπη χώρα γίνεται μέσω 4 κεντρικών αποθηκών που βρίσκονται στην Αθήνα, Ηράκλειο, Λάρισα και Ιωάννινα



•Ο **μηνιαίος προγραμματισμός παραγωγής και πωλήσεων** σε κάθε εργοστάσιο και κάθε κέντρο διανομής δίνεται στον πίνακα Μ.1 που ακολουθεί:

Εργοστάσιο	Παραγωγή (000 τεμ)	Κέντρο Διανομής	Ζήτηση (000 τεμ)
Πάτρα	350	Ιωάννινα	200
Βόλος	300	Λάρισα	300
Θεσσαλονίκη	450	Αθήνα	400
		Ηράκλειο	200

•Επειδή το κόστος παραγωγής της ΛΟΥΤΡΟΦΙΝ είναι το ίδιο σε όλα τα εργοστάσια, **στόχος της εταιρείας** είναι **η ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς των προϊόντων από τα εργοστάσια στα κέντρα διανομής**

•Το κόστος μεταφοράς από κάθε εργοστάσιο σε κάθε κέντρο διανομής είναι ανάλογο του μεταφερόμενου φορτίου και δίνεται στον παρακάτω πίνακα πίνακα

• Οι γραμμές του οποίου αντιστοιχούν στα 3 εργοστάσια από τα οποία θα μεταφερθούν τα προϊόντα, με τη διαθέσιμη ποσότητα σε κάθε εργοστάσιο να αναγράφεται στην τελευταία στήλη του πίνακα, και οι στήλες του, στα κέντρα διανομής (αποθήκες) όπου η ζητούμενη ποσότητα σε κάθε κέντρο διανομής δίνεται στην τελευταία γραμμή του πίνακα

• Κάθε κελί του πίνακα αντιστοιχεί σε μία από τις 12 πιθανές διαδρομές (εργοστάσιο - κέντρο διανομής) με το αντίστοιχο κόστος μεταφοράς ανά μεταφερόμενη μονάδα προϊόντος να σημειώνεται στο πάνω δεξί άκρο του αντίστοιχου κελιού

✓<u>**Το πρόβλημα της επιχείρησης**</u> είναι να προσδιορισθεί από ποιο **εργοστάσιο ή εργοστάσια** θα εξυπηρετηθεί κάθε κέντρο διανομής και τι **ποσότητες θα μεταφερθούν** έτσι ώστε το **συνολικό κόστος** μεταφοράς να είναι το **μικρότερο δυνατό**

Πίνακας προβλήματος μεταφοράς

ΠΡΟΣ: / ΑΠΟ:	Ιωάννινα	Λάρισα	Αθήνα	Ηράκλειο	Παραγωγή Εργοστασίων
Πάτρα	5	5	3	9	350
Βόλος	6	3	4	7	300
Θεσ/νίκη	5	4	6	8	450
Ζήτηση Κέντρων	200	300	400	200	1100

Κελί που αντι-στοιχεί στη διαδρομή Βόλος-Αθήνα

Διαθέσιμη ποσότητα στο εργοστάσιο: Θεσσαλονίκη

Ζήτηση της κεντρικής αποθήκης: Ηράκλειο

Κόστος της διαδρομής Θεσσαλονίκη-Ιωάννινα

Το Πρόβλημα Μεταφοράς ως Πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού

✓Στη γενική περίπτωση των προβλημάτων μεταφοράς υπάρχουν ***m*** "πηγές προέλευσης" (π.χ., εργοστάσια) με συγκεκριμένη διαθέσιμη ποσότητα αγαθών σε κάθε μία πηγή, τα οποία πρέπει να μεταφερθούν σε ***n*** "προορισμούς" (π.χ., κέντρα διανομής), ώστε να καλύψουν την αντίστοιχη ζήτηση

✓Έστω λοιπόν i = *1,2,3, ... m,* οι πηγές προέλευσης, σε καθεμία από τις οποίες υπάρχει διαθέσιμη προς μεταφορά ποσότητα A_i

✓Έστω επίσης *j = 1,2,3,* ... *n,* οι προορισμοί ο καθένας από τούς οποίους παρουσιάζει ζήτηση για ποσότητα προϊόντων B_j αντίστοιχα

✓Υποθέτουμε επίσης ότι η συνολική ζήτηση στους προορισμούς είναι ίση με τη συνολική προσφορά στις πηγές, δηλαδή:

$$\sum_{i=1}^{m} A_1 = \sum_{j=1}^{n} B_j$$

•Η παραδοχή αυτή ισχύει στην επίλυση όλων των προβλημάτων μεταφοράς, όταν δε δεν ισχύει, μετασχηματίζουμε το πρόβλημα κατάλληλα ώστε να ισχύει **(βλέπε 4.1.5).**

•Το κόστος μεταφοράς μιας μονάδας προϊόντος (π.χ., τεμαχίου, τόνου κ.λπ.) από την πηγή *i* στον προορισμό *j*, είναι σταθερό και συμβολίζεται με C_{ij}

•Στόχος του προβλήματος είναι να προσδιορισθούν οι ποσότητες X_{ij} που θα μεταφερθούν από την πηγή i στον προορισμό *j* έτσι ώστε να ικανοποιείται η ζήτηση όλων των προορισμών και να ελαχιστοποιείται το κόστος μεταφοράς

•Επομένως, η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος έχει ως:

Ελαχιστοποίηση Κόστους Μεταφοράς: $$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij}$$

✓Η μεταφερόμενη ποσότητα από κάθε "πηγή προέλευσης" i προς όλους τους προορισμούς είναι ίση με τη διαθέσιμη ποσότητα της "πηγής προέλευσης"

✓Επομένως υπάρχουν **m** τέτοιοι περιορισμοί για *i= 1,2,3, m,* οι οποίοι διατυπώνονται ως εξής:

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = A_i \qquad i= 1,2,3, \ldots, m$$

✓Η μεταφερόμενη ποσότητα από όλες τις "πηγές προέλευσης" i προς κάθε συγκεκριμένο προορισμό *j* πρέπει να είναι ίση με τη ζήτηση στο συγκεκριμένο προορισμό

✓Επομένως, υπάρχουν n τέτοιοι περιορισμοί για *j*= 1,2,3, n

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = B_j \qquad j= 1,2,3, \ldots, n$$

Ο αριθμός των περιορισμών του Προβλήματος Μεταφοράς

✓Οι **m+n** περιορισμοί του προβλήματος δεν είναι όλοι ανεξάρτητοι μεταξύ τους

✓Δεδομένου ότι υποθέσαμε ότι η συνολική προσφορά είναι ίση με τη συνολική ζήτηση, αν γνωρίζουμε την προσφερόμενη ποσότητα σε όλες τις **m** "πηγές προέλευσης" και τη ζητούμενη ποσότητα σε **n-1** "προορισμούς" τότε μπορούμε αλγεβρικά να υπολογίσουμε και τη ζητούμενη ποσότητα στον τελευταίο προορισμό αφαιρώντας από τη συνολική προσφερόμενη ποσότητα το άθροισμα της ζήτησης των υπολοίπων προορισμών

✓Επομένως το πλήθος των ανεξάρτητων περιορισμών του προβλήματος είναι **m+n-1**

✓Η παρατήρηση αυτή είναι ουσιαστική στον καθορισμό του μέγιστου αριθμού διαδρομών που χρησιμοποιούνται για να επιτευχθεί η ελαχιστοποίηση του κόστους

Ο αριθμός των διαδρομών που χρησιμοποιούνται στη Βέλτιστη Λύση

•Στη μέθοδο Simplex του Γραμμικού Προγραμματισμού, ο αριθμός των βασικών (με μη μηδενικές τιμές) μεταβλητών σε κάθε πρόβλημα ΓΠ είναι ίσος με τον αριθμό των περιορισμών του προβλήματος

•Επομένως, η βέλτιστη λύση ενός προβλήματος μεταφοράς με ***m*** "πηγές προέλευσης" και **n** "προορισμούς" δεν μπορεί να περιλαμβάνει περισσότερες από $m+n-1$ διαδρομές

❖Πώς διατυπώνεται το παράδειγμα του προηγουμένου κεφαλαίου ως πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού:

Μεταβλητές

•Οι μεταβλητές του προβλήματος αντιστοιχούν στη μεταφερόμενη ποσότητα σε κάθε διαδρομή από κάθε εργοστάσιο σε κάθε κέντρο διανομής

•Με 3 εργοστάσια και 4 κέντρα διανομής υπάρχουν 12 πιθανές διαδρομές

Οι μεταβλητές του προβλήματος

X_{11} = Μεταφερόμενη Ποσότητα από Πάτρα σε Ιωάννινα

X_{12} = Μεταφερόμενη Ποσότητα από Πάτρα σε Λάρισα

X_{13} = Μεταφερόμενη Ποσότητα από Πάτρα σε Αθήνα

X_{14} = Μεταφερόμενη Ποσότητα από Πάτρα σε Ηράκλειο

X_{21} = Μεταφερόμενη Ποσότητα από Βόλο σε Ιωάννινα

X_{22} = Μεταφερόμενη Ποσότητα από Βόλο σε Λάρισα

X_{23} = Μεταφερόμενη Ποσότητα από Βόλο σε Αθήνα

X_{24} = Μεταφερόμενη Ποσότητα από Βόλο σε Ηράκλειο

X_{31} = Μεταφερόμενη Ποσότητα από Θεσσαλονίκη σε Ιωάννινα

X_{32} = Μεταφερόμενη Ποσότητα από Θεσσαλονίκη σε Λάρισα

X_{33} = Μεταφερόμενη Ποσότητα από Θεσσαλονίκη σε Αθήνα

X_{34} = Μεταφερόμενη Ποσότητα από Θεσσαλονίκη σε Ηράκλειο

Η διατύπωση του μοντέλου ΓΠ

Ελαχιστοποίηση Κόστους Μεταφοράς:

$$5X_{11} + 5X_{12} + 3X_{13} + 9X_{14} + 6X_{21} + 3X_{22} + 4X_{23} + 7X_{24} + 5X_{31} + 4X_{32} + 6X_{33} + 8X_{34}$$

Υπό τους περιορισμούς:

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} = 350$$
$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} = 300$$
$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} = 450$$
$$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 200$$
$$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 300$$
$$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 400$$
$$X_{14} + X_{24} + X_{34} = 200$$

$$X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24}, X_{31}, X_{32}, X_{33}, X_{34} \geq 0$$

✓Ο πίνακας συντελεστών των μεταβλητών στην περίπτωση των προβλημάτων μεταφοράς έχει συγκεκριμένη χαρακτηριστική μορφή

✓Αποτελείται μόνο από τα στοιχεία 0 και 1 διατεταγμένα σε συγκεκριμένη διάταξη

Εύρεση Αρχικής Λύσης στα Προβλήματα Μεταφοράς

•Το πρώτο βήμα σε ένα πρόβλημα μεταφοράς είναι η παρουσίαση των στοιχείων σε έναν πίνακα, όπως ο πίνακας Μ.1 του παραδείγματος της ΛΟΥΤΡΟΦΙΝ

•Το επόμενο βήμα είναι η εύρεση μιας αρχικής λύσης του προβλήματος

Η μέθοδος της «Βορειοδυτικής Γωνίας»

Η **μέθοδος της βορειοδυτικής γωνίας** είναι η απλούστερη διαδικασία για την εύρεση μιας αρχικής λύσης σε ένα πρόβλημα μεταφοράς

Η εφαρμογή της μεθόδου ακολουθεί τους εξής απλούς κανόνες:

- ✓ Ξεκινούμε επιλέγοντας το κελί (διαδρομή) που βρίσκεται στην πάνω αριστερή γωνία του πίνακα (εξ' ου και το όνομα της μεθόδου) και εκχωρούμε φορτία στις διαδρομές με ένα συστηματικό τρόπο τηρώντας τους εξής απλούς κανόνες:

1. Σε κάθε κελί (διαδρομή) εκχωρούμε τη μέγιστη δυνατή ποσότητα, έτσι ώστε να μηδενιστεί η διαθέσιμη ποσότητα της αντίστοιχης γραμμής ή η ζητούμενη ποσότητα της αντίστοιχης στήλης

2. Συνεχίζουμε με το επόμενο κελί της ίδιας γραμμής έως ότου εξαντληθεί ολόκληρη η ποσότητα της γραμμής ("πηγής")

3. Όταν εξαντληθεί η διαθέσιμη ποσότητα μίας γραμμής συνεχίζουμε με το κελί της ίδιας στήλης στην επόμενη γραμμή του πίνακα

Η εφαρμογή της μεθόδου στο παράδειγμα της Λουτροφίν:

- ✓ Ξεκινούμε με τη διαδρομή Πάτρα-Ιωάννινα
  - Η Πάτρα έχει διαθέσιμη ποσότητα 350 μονάδες, ενώ τα Ιωάννινα ζητούν 200
  - Εκχωρούμε το μέγιστο φορτίο των 200 μονάδων στη διαδρομή Πάτρα-Ιωάννινα
  - Το αποτέλεσμα είναι η διαθέσιμη ποσότητα της Πάτρας να μειωθεί σε 150 μονάδες, ενώ η ζήτηση στα Ιωάννινα έχει ικανοποιηθεί (επομένως η αντίστοιχη στήλη μηδενίζεται)

ΠΡΟΣ: ΑΠΟ:	Ιωάννινα	Λάρισα	Αθήνα	Ηράκλειο	Παραγωγή Εργοστασίων
Πάτρα	5 **200**	5	3	9	~~350~~ 150
Βόλος	6	3	4	7	300
Θεσ/νίκη	5	4	6	8	450
Ζήτηση Κέντρων	~~200~~ 0	300	400	200	1100

- Προχωρούμε στο δεύτερο κελί της πρώτης γραμμής που αντιστοιχεί στη διαδρομή Πάτρα-Λάρισα
    - Η Πάτρα έχει τώρα διαθέσιμη ποσότητα 150 μονάδες, ενώ η ζήτηση της Λάρισας είναι 300 μονάδες
    - Εκχωρούμε τη μέγιστη δυνατή ποσότητα των 150 μονάδων και εξαντλείται η διαθέσιμη ποσότητα της Πάτρας, ενώ απομένει ζήτηση 150 μονάδων στη Λάρισα

ΠΡΟΣ: ΑΠΟ:	Ιωάννινα	Λάρισα	Αθήνα	Ηράκλειο	Παραγωγή Εργοστασίων
Πάτρα	5 200	5 150	3	9	~~350~~ ~~150~~ 0
Βόλος	6	3	4	7	300
Θεσ/νίκη	5	4	6	8	450
Ζήτηση Κέντρων	~~200~~ 0	~~300~~ 150	400	200	1100

✓Αφού η ποσότητα της Πάτρας έχει εξαντληθεί, συνεχίζουμε στην επόμενη γραμμή στην ίδια στήλη με το κελί που αντιστοιχεί στη διαδρομή Βόλος-Λάρισα

- Ο Βόλος έχει διαθέσιμη ποσότητα 300, ενώ η απομένουσα ζήτηση στη Λάρισα είναι 150
- Εκχωρούμε στη διαδρομή τη μέγιστη δυνατή ποσότητα των 150 μονάδων και μηδενίζεται η απομένουσα ζήτηση της Λάρισας, ενώ υπάρχει φορτίο 150 μονάδων διαθέσιμο στο Βόλο
- Επομένως, συνεχίζουμε στην ίδια γραμμή

ΠΡΟΣ: ΑΠΟ:	Ιωάννινα	Λάρισα	Αθήνα	Ηράκλειο	Παραγωγή Εργοστασίων
Πάτρα	5 **200**	5 **150**	3	9	~~350~~ ~~150~~ 0
Βόλος	6	3 **150**	4	7	~~300~~ 150
Θεσ/νίκη	5	4	6	8	450
Ζήτηση Κέντρων	~~200~~ 0	~~300~~ ~~150~~ 0	400	200	1100

✓Στη διαδρομή Βόλος-Αθήνα εκχωρούμε τη μέγιστη δυνατή ποσότητα των 150 μονάδων που απομένουν στο Βόλο, και απομένει ζήτηση 250 μονάδων στην Αθήνα

ΠΡΟΣ: ΑΠΟ:	Ιωάννινα	Λάρισα	Αθήνα	Ηράκλειο	Παραγωγή Εργοστασίων
Πάτρα	5 **200**	5 **150**	3	9	~~350~~ ~~150~~ 0
Βόλος	6	3 **150**	4 **150**	7	~~300~~ ~~150~~ 0
Θεσ/νίκη	5	4	6	8	450
Ζήτηση Κέντρων	~~200~~ 0	~~300~~ ~~150~~ 0	~~400~~ 250	200	1100

✓Τέλος, απομένει μόνο η γραμμή που αντιστοιχεί στη Θεσσαλονίκη και εκχωρούμε τις 450 διαθέσιμες μονάδες στις διαδρομές Θεσσαλονίκη-Αθήνα 250 και Θεσσαλονίκη-Ηράκλειο 200, ολοκληρώνοντας τον πίνακα

ΠΡΟΣ: ΑΠΟ:	Ιωάννινα	Λάρισα	Αθήνα	Ηράκλειο	Παραγωγή Εργοστασίων
Πάτρα	5 **200**	5 **150**	3	9	~~350~~ ~~150~~ 0
Βόλος	6	3 **150**	4 **150**	7	~~300~~ ~~150~~ 0
Θεσ/νίκη	5	4	6 **250**	8 200	~~450~~ ~~200~~ 0
Ζήτηση Κέντρων	~~200~~ 0	~~300~~ ~~150~~ 0	~~400~~ ~~250~~ 0	~~200~~ 0	1100

✓Το κόστος της αρχικής λύσης που προέκυψε από τη μέθοδο της ΒΔ Γωνίας, μπορεί να υπολογιστεί με απλές αλγεβρικές πράξείς:

Συνολικό Κόστος Αρχικής Λύσης ΒΔ Γωνίας

Διαδρομή	Ποσότητα	Κόστος Μονάδος	Συνολικό Κόστος
Πάτρα-Ιωάννινα	200	5	1000
Πάτρα-Λάρισα	150	5	750
Βόλος-Λάρισα	150	3	450
Βόλος-Αθήνα	150	4	600
Θεσσαλονίκη-Αθήνα	250	6	1500
Θεσσαλονίκη-Ηράκλειο	200	8	1600
Σύνολο			5900

Αρχικές λύσεις στο πρόβλημα μεταφοράς

✓Η μέθοδος της ΒΔ γωνίας είναι πολύ απλή στην εκτέλεση της

•Η επιλογή των διαδρομών γίνεται με ένα μηχανιστικό τρόπο, χωρίς να λαμβάνεται υπ' όψη το αντίστοιχο κόστος

- •Επομένως, η αναμενόμενη ποιότητα των λύσεων που προκύπτουν (σε σχέση πάντα με το πόσο προσεγγίζουν το βέλτιστο κόστος μεταφοράς) δεν είναι γενικώς καλή

- •Παρατηρούμε ότι στο συγκεκριμένο παράδειγμα με 3 πηγές προέλευσης και 4 προορισμούς έχουν επιλεγεί 6 (4+3-1) διαδρομές όπως εξηγήθηκε προηγουμένως

- •Αυτό επιτεύχθηκε από την εφαρμογή του κανόνα ότι σε κάθε επιλεγόμενη διαδρομή (κελί) εκχωρείται η μέγιστη δυνατή ποσότητα, έτσι ώστε κάθε φορά να μηδενίζεται η ποσότητα της γραμμής ή στήλης και έτσι με την τελευταία εκχώρηση να μηδενίζονται ταυτόχρονα η τελευταία γραμμή και τελευταία στήλη

✓Μια αρχική λύση μπορεί να παραχθεί επιλέγοντας κελιά (διαδρομές) με όποιον άλλο τρόπο επιθυμούμε, αρκεί σε κάθε επιλογή να εκχωρείται η μέγιστη δυνατή ποσότητα φορτίου έτσι ώστε να μηδενίζεται η ποσότητα της αντίστοιχης γραμμής ή στήλης

✓Οι μέθοδοι εύρεσης αρχικής λύσης που ακολουθούν βασίζονται στην προηγούμενη παρατήρηση σε συνδυασμό με πιο "έξυπνη" επιλογή των διαδρομών, έτσι ώστε να δίνουν καλύτερες αρχικές λύσεις

Η μέθοδος του "Ελάχιστου Κόστους"

✓Είναι μια άλλη μέθοδος προσδιορισμού μιας αρχικής λύσης σε προβλήματα μεταφοράς

✓Στη μέθοδο του Ελάχιστου Κόστους, οι διαδρομές επιλέγονται λαμβάνοντας υπ' όψη το κόστος κάθε διαδρομής (από το χαμηλότερο προς το υψηλότερο), και επομένως οι λύσεις που προκύπτουν αναμένεται να είναι γενικώς καλύτερες από τις αντίστοιχες λύσεις που προκύπτουν με τη μέθοδο της ΒΔ Γωνίας

Οι κανόνες επιλογής των διαδρομών στη μέθοδο του "Ελάχιστου Κόστους"

1. Ξεκινούμε από τη διαδρομή με το μικρότερο συντελεστή κόστους (σε περίπτωση δύο ή περισσότερων διαδρομών με το ίδιο ελάχιστο κόστος επιλέγουμε μία από αυτές τυχαία). Στη διαδρομή αυτή εκχωρούμε το μέγιστο δυνατό φορτίο, έτσι ώστε είτε να εξαντληθεί η ποσότητα της "πηγής προέλευσης" είτε να ικανοποιηθεί η ζήτηση στο συγκεκριμένο "προορισμό’’

2. Διαγράφουμε την πηγή προέλευσης (αν έχει εξαντληθεί η ποσότητα της πηγής) ή τον προορισμό (αν έχει ικανοποιηθεί η ζήτηση) από τα περαιτέρω βήματα

3. Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 1 και 2, επιλέγοντας την επόμενη διαδρομή, με βάση το μικρότερο κόστος από τις απομένουσες διαδρομές, έως ότου εξαντληθούν τις οι ποσότητες της πηγές προέλευσης και η ζήτηση των προορισμών

Η εφαρμογή της μεθόδου του "Ελάχιστου Κόστους" στο προηγούμενο παράδειγμα αποτελείται από τα εξής βήματα

•Επιλέγουμε τη διαδρομή Πάτρα-Αθήνα επειδή έχει το μικρότερο κόστος από όλες τις διαδρομές (θα μπορούσαμε να επιλέγαμε εναλλακτικά τη διαδρομή Βόλος-Λάρισα που έχει το ίδιο κόστος με αυτό της Πάτρας-Αθήνας)

•Εκχωρούμε 300 μονάδες στη διαδρομή Πάτρα-Αθήνα, εξαντλώντας την προσφερόμενη ποσότητα της Πάτρας

•Επομένως, οι διαδρομές με αφετηρία την Πάτρα δεν θα ληφθούν υπ‘ όψη στη συνέχεια, διότι η ποσότητα της Πάτρας έχει εξαντληθεί (η πρώτη σειρά του πίνακα διαγράφεται)

ΠΡΟΣ: ΑΠΟ:	Ιωάννινα	Λάρισα	Αθήνα	Ηράκλειο	Παραγωγή Εργοστασίων
Πάτρα	5	5	3 **350**	9	~~350~~ 0
Βόλος	6	3	4	7	300
Θεσ/νίκη	5	4	6	8	450
Ζήτηση Κέντρων	200	300	~~400~~ 50	200	1100

✓Από τις οκτώ διαδρομές που απομένουν (από Βόλο και Θεσσαλονίκη) επιλέγουμε τη διαδρομή Βόλος-Λάρισα διότι έχει το μικρότερο κόστος

- Εκχωρούμε φορτίο 300 μονάδων στη διαδρομή αυτή, ικανοποιώντας όλη τη ζήτηση στη Λάρισα και ταυτόχρονα εξαντλώντας όλη την προσφερόμενη ποσότητα από το Βόλο
- Επομένως, διαγράφονται οι διαδρομές που καταλήγουν στη Λάρισα (2η στήλη) και όσες ξεκινούν από το Βόλο (2η γραμμή)
- Έχει απομείνει μόνο η τελευταία γραμμή του πίνακα

ΠΡΟΣ: ΑΠΟ:	Ιωάννινα	Λάρισα	Αθήνα	Ηράκλειο	Παραγωγή Εργοστασίων
Πάτρα	5	5	3 **350**	9	~~350~~ 0
Βόλος	6	3 **300**	4	7	~~300~~ 0
Θεσ/νίκη	5	4	6	8	450
Ζήτηση Κέντρων	200	300 0	~~400~~ 50	200	1100

✓Εφόσον οι μόνες απομένουσες διαδρομές είναι αυτές που ξεκινούν από τη Θεσσαλονίκη, εκχωρούμε την ποσότητα που διαθέτει η Θεσσαλονίκη, στις διαδρομές Θεσσαλονίκη-Ιωάννινα, Θεσσαλονίκη -Αθήνα και Θεσσαλονίκη -Ηράκλειο

✓Το κόστος της αρχικής λύσης που προέκυψε από τη μέθοδο του Ελάχιστου Κόστους, υπολογίζεται ως εξής:

Συνολικό Κόστος Αρχικής Λύσης Ελάχιστου Κόστους

Διαδρομή	Ποσότητα	Κόστος Μονάδος	Συνολικό Κόστος
Πάτρα-Αθήνα	350	3	1050
Βόλος-Λάρισα	300	3	900
Θεσσαλονίκη-Ιωάννινα	200	5	1000
Θεσσαλονίκη-Αθήνα	50	6	300
Θεσσαλονίκη-Ηράκλειο	200	8	1600
Σύνολο			4850

Αρχική λύση με τη μέθοδο Ελάχιστου Κόστους

•Παρατηρούμε ότι, όπως ήταν αναμενόμενο, το κόστος της αρχικής λύσης που προέκυψε από την εφαρμογή της μεθόδου του "Ελάχιστου Κόστους'' είναι μικρότερο από το αντίστοιχο κόστος της αρχικής λύσης που προέκυψε από την εφαρμογή της μεθόδου της "ΒΔ Γωνίας", διότι η επιλογή των διαδρομών έγινε με βάση το κόστος κάθε διαδρομής

•Ωστόσο, η επιλογή αυτή δεν εγγυάται την εύρεση της βέλτιστης λύσης

•Στο συγκεκριμένο παράδειγμα προέκυψε λύση με λιγότερες από 6 (4+3-1) διαδρομές

- •Αυτό αποτελεί μια ειδική περίπτωση, η οποία συμβαίνει όταν σε κάποια εκχώρηση (Βόλος-Λάρισα στο συγκεκριμένο παράδειγμα), μηδενίζονται ταυτόχρονα η γραμμή και η στήλη του κελιού

✓Ένα από τα **αδύνατα σημεία της μεθόδου** είναι ότι η επιλογή των διαδρομών είναι "μυωπική", δηλαδή **εξετάζει μόνο την περίπτωση της αμέσως επόμενης επιλογής, και όχι τι θα συμβεί λίγο αργότερα**

Τι εννοούμε;

✓Ας υποθέσουμε ότι είχαμε μόνο τα δύο εργοστάσια Βόλου και Θεσσαλονίκης και δύο αποθήκες Λάρισας και Αθήνας με ίσες ποσότητες παραγωγής και ίσες ποσότητες ζήτησης τόσο στα εργοστάσια όσο και στις αποθήκες

✓Με βάση τον κανόνα του ελάχιστου κόστους θα επιλέγαμε πρώτα τη διαδρομή Βόλος-Λάρισα που έχει το μικρότερο κόστος (3), και επομένως η δεύτερη διαδρομή θα ήταν η Θεσσαλονίκη-Αθήνα

✓Παρατηρούμε όμως ότι πιο οικονομική είναι η λύση Βόλος-Αθήνα και Θεσσαλονίκη-Λάρισα, διότι η δεύτερη κοστίζει μόνο
1 μονάδα περισσότερο από τη Βόλος-Λάρισα, ενώ στην πρώτη έχουμε κατά
2 μονάδες μικρότερο κόστος από τη Θεσσαλονίκη-Αθήνα