



Θέμα 1^ο

Έστω ότι το συνολικό όφελος και το συνολικό κόστος των γεωργών της περιοχής "Α" από την άρδευση του νερού παρακαείμενης τεχνητής λίμνης κατά τις χρονικές περιόδους 0 και 1 δίδονται από τις σχέσεις:

$$TB_i = 5 + q_i^2, \quad TC_i = 2q_i$$

Να υπολογισθεί η άριστη κατανομή της ποσότητας του νερού άρδευσης στις χρονικές στιγμές 0 και 1, αν ληφθούν υπόψη ότι, το απόθεμα Q του νερού της τεχνητής λίμνης είναι εξαντλήσιμο και ισούται με 70, ισχύει δε επιτόκιο 5%.

Λύση

Είναι γνωστό ότι, η άριστη κατανομή του νερού άρδευσης στις χρονικές στιγμές 0 και 1 επιτυγχάνεται όταν μεγιστοποιείται η παρούσα αξία του συνολικού καθαρού κοινωνικού οφέλους, με τον περιορισμό ότι η συνολική διαθέσιμη ποσότητα του νερού είναι πεπερασμένη.

Το συνολικό καθαρό κοινωνικό όφελος που προκύπτει θα είναι:

$$TNB_i = TB_i - TC_i = 5 + q_i^2 - 2q_i$$

Επομένως, πρέπει να μεγιστοποιήσουμε την παρούσα αξία του συνολικού καθαρού κοινωνικού οφέλους που προκύπτει από την κατανομή του νερού άρδευσης, έχοντας το περιορισμό της πεπερασμένης προσφερόμενης ποσότητας του, δηλαδή:

$$\max_{q_i} PVNB(NB_0, NB_1) = \sum_{i=0}^1 \frac{5 + q_i^2 - 2q_i}{(1 + 0,05)^i}, \quad s. t. \sum_{i=0}^1 q_i = Q$$

Γνωρίζουμε ότι η προαναφερόμενη συνάρτηση μεγιστοποιείται όταν οι συνθήκες πρώτης τάξης της συνάρτησης Lagrange που εξάγεται από αυτή μηδενίζονται.

Η εξαγόμενη συνάρτηση Lagrange είναι:

$$L = \sum_{i=0}^1 \frac{5 + q_i^2 - 2q_i}{(1 + 0,05)^i} + \lambda \left(Q - \sum_{i=0}^1 q_i \right)$$

Άρα μηδενίζουμε τις συνθήκες πρώτης τάξης ως εξής:

$$\frac{\partial L}{\partial q_0} = 0 \Rightarrow \frac{2q_0 - 2}{(1 + 0,05)^0} - \lambda = 0 \Rightarrow \frac{2q_0 - 2}{1} = \lambda \Rightarrow 2q_0 - 2 = \lambda(1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = 0 \Rightarrow \frac{2q_1 - 2}{(1 + 0,05)^1} - \lambda = 0 \Rightarrow \frac{2q_1 - 2}{1,05} = \lambda(2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow Q - q_0 - q_1 = 0 \Rightarrow q_0 + q_1 = 70(3)$$

Στην συνέχεια διαιρούμε κατά μέλη τις (1) και (2) και λύνουμε ως προς q_0 , δηλαδή,

$$\frac{2q_0 - 2}{2q_1 - 2} = \frac{\lambda}{\lambda} = 1 \Rightarrow 1,05(2q_0 - 2) = 2q_1 - 2 \Rightarrow 2,1q_0 - 2,1 = 2q_1 - 2 \Rightarrow$$



$$\Rightarrow 2,1q_0 = 2q_1 - 2 + 2,1 \Rightarrow q_0 = \frac{2q_1 + 0,1}{2,1} \Rightarrow q_0 = 0,95q_1 + 0,05$$

Ακολουθώντας αντικαθιστούμε στην (3) το ίσον του q_0 και λύνουμε ως προς q_1 , δηλαδή:

$$(3) \Rightarrow q_0 + q_1 = 70 \Rightarrow 0,95q_1 + 0,05 + q_1 = 70 \Rightarrow 1,95q_1 = 70 - 0,05 \Rightarrow \\ \Rightarrow q_1 = \frac{70 - 0,05}{1,95} = 35,87$$

Στην συνέχεια αντικαθιστούμε επίσης στην (3) το ίσον του q_1 και λύνουμε ως προς q_0 , δηλαδή:

$$(3) \Rightarrow q_0 + q_1 = 70 \Rightarrow q_0 + 35,87 = 70 \Rightarrow q_0 = 34,13$$

Κατά συνέπεια η άριστη κατανομή του νερού άρδευσης είναι τη χρονική στιγμή 0:34,13 και τη χρονική στιγμή 1:35,87, επειδή με αυτές τις ποσότητες μεγιστοποιείται το καθαρό όφελος των γεωργών όπως αποδείξαμε παραπάνω, έχοντας το περιορισμό του πεπερασμένου αποθέματος του.

Θέμα 2^ο

Έστω ότι σύμφωνα με την οικονομοτεχνική μελέτη κατασκευής ενός φράγματος, τα αναμενόμενα συνολικά κοινωνικά οφέλη και κόστη δίδονται από τον παρακάτω πίνακα:

ΕΤΗ	ΟΦΕΛΗ (B)	ΚΟΣΤΗ (C)
0	0	23.600
1	6.000	200
2	6.200	220
3	6.800	290
4	6.800	320
5	6.800	350

Ζητείται να αξιολογηθεί αν το πρόγραμμα είναι κοινωνικά αποτελεσματικό με την μέθοδο του λόγου Οφέλους/Κόστους, λαμβάνοντας υπόψη ότι ισχύει επιτόκιο προεξόφλησης 10%.

Λύση

Είναι γνωστό ότι, ένα πρόγραμμα είναι αποτελεσματικό σύμφωνα με αυτή την μέθοδο αξιολόγησης, όταν η παρούσα αξία του συνολικού καθαρού οφέλους του είναι θετική, δηλαδή:

$$PVTNB > 0$$

Επομένως, με εφαρμογή της παραπάνω σχέσης στα δεδομένα του προβλήματος θα έχουμε:

$$\sum_{i=0}^n \frac{NB_i}{(1+r)^i} = \frac{NB_0}{(1+r)^0} + \frac{NB_1}{(1+r)^1} + \frac{NB_2}{(1+r)^2} + \frac{NB_3}{(1+r)^3} + \frac{NB_4}{(1+r)^4} + \frac{NB_5}{(1+r)^5} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow \sum_{i=0}^n \frac{NB_i}{(1+r)^i} = \frac{0 - 23.600}{(1+0,1)^0} + \frac{6.000 - 200}{(1+0,1)^1} + \frac{6.200 - 220}{(1+1)^2} + \frac{6.800 - 290}{(1+1)^3} + \frac{6.800 - 320}{(1+1)^4} + \frac{6.800 - 350}{(1+1)^5}$$
$$\Rightarrow \sum_{i=0}^n \frac{NB_i}{(1+r)^i} = -23.000 + 5.273 + 4.942 + 4.891 + 4.426 + 4.005 = -63$$

Επομένως $PVTNB < 0$, άρα το πρόγραμμα δεν είναι αποτελεσματικό.

Λύση 3^{ου} Θέματος:

	Σ	Λ
α) Η Οικονομική του Περιβάλλοντος χρησιμοποιεί κυρίως έννοιες και εργαλεία της Μακροοικονομικής Ανάλυσης παρά της Μικροοικονομικής Ανάλυσης.		Χ
β) Ο πληθυσμός είναι το σύνολο των μελών ενός συγκεκριμένου είδους που ζει σε οποιοσδήποτε περιοχές.		Χ
γ) Το κριτήριο της βιωσιμότητας αφορά στο πόσο δίκαιες είναι οι κατανομές των φυσικών πόρων.	Χ	
δ) Το συνολικό όφελος της χρήσης ενός φυσικού πόρου είναι η συνολική προθυμία να πληρώσουμε για κάποια ποσότητα του.	Χ	
ε) Ως κόστος ευκαιρίας ενός φυσικού πόρου ορίζουμε το καθαρό όφελος που χάνεται από τη μη αξιοποίηση του σε μια εναλλακτική χρήση του.	Χ	