



### Θέμα 1<sup>ο</sup>

Έστω ότι το συνολικό όφελος και το συνολικό κόστος των γεωργών της περιοχής "Α" από την άρδευση του νερού παρακείμενης τεχνητής λίμνης κατά τις χρονικές περιόδους 0 και 1 δίδονται από τις σχέσεις:

$$TB_i = 5 + q_i^2, \quad TC_i = 2q_i$$

Να υπολογισθεί η άριστη κατανομή της ποσότητας του νερού άρδευσης στις χρονικές στιγμές 0 και 1, αν ληφθούν υπόψη ότι, το απόθεμα Q του νερού της τεχνητής λίμνης είναι εξαντλήσιμο και ισούται με 70, ισχύει δε επιτόκιο 5%.

### Λύση

Είναι γνωστό ότι, η άριστη κατανομή του νερού άρδευσης στις χρονικές στιγμές 0 και 1 επιτυγχάνεται όταν μεγιστοποιείται η παρούσα αξία του συνολικού καθαρού κοινωνικού οφέλους, με τον περιορισμό ότι η συνολική διαθέσιμη ποσότητα του νερού είναι πεπερασμένη.

Το συνολικό καθαρό κοινωνικό όφελος που προκύπτει θα είναι:

$$TNB_i = TB_i - TC_i = 5 + q_i^2 - 2q_i$$

Επομένως, πρέπει να μεγιστοποιήσουμε την παρούσα αξία του συνολικού καθαρού κοινωνικού οφέλους που προκύπτει από την κατανομή του νερού άρδευσης, έχοντας το περιορισμό της πεπερασμένης προσφερόμενης ποσότητας του, δηλαδή:

$$\max_{q_i} PVNB(NB_0, NB_1) = \sum_{i=0}^1 \frac{5 + q_i^2 - 2q_i}{(1 + 0,05)^i}, \quad \text{s. t. } \sum_{i=0}^1 q_i = Q$$

Γνωρίζουμε ότι η προαναφερόμενη συνάρτηση μεγιστοποιείται όταν οι συνθήκες πρώτης τάξης της συνάρτησης Lagrange που εξάγεται από αυτή μηδενίζονται.

Η εξαγόμενη συνάρτηση Lagrange είναι:

$$L = \sum_{i=0}^1 \frac{5 + q_i^2 - 2q_i}{(1 + 0,1)^i} + \lambda \left( Q - \sum_{i=0}^1 q_i \right)$$

Άρα μηδενίζουμε τις συνθήκες πρώτης τάξης ως εξής:

$$\frac{\partial L}{\partial q_0} = 0 \Rightarrow \frac{2q_0 - 2}{(1 + 0,05)^0} - \lambda = 0 \Rightarrow \frac{2q_0 - 2}{1} = \lambda \Rightarrow 2q_0 - 2 = \lambda(1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = 0 \Rightarrow \frac{2q_1 - 2}{(1 + 0,05)^1} - \lambda = 0 \Rightarrow \frac{2q_1 - 2}{1,05} = \lambda(2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow Q - q_0 - q_1 = 0 \Rightarrow q_0 + q_1 = 70(3)$$

Στην συνέχεια διαιρούμε κατά μέλη τις (1) και (2) και λύνουμε ως προς  $q_0$ , δηλαδή,

$$\frac{2q_0 - 2}{2q_1 - 2} = \frac{\lambda}{\lambda} = 1 \Rightarrow 1,05(2q_0 - 2) = 2q_1 - 2 \Rightarrow 2,1q_0 - 2,1 = 2q_1 - 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2,1q_0 = 2q_1 - 2 + 2,1 \Rightarrow q_0 = \frac{2q_1 + 0,1}{2,1} \Rightarrow q_0 = 0,95q_1 + 0,05$$

Ακολούθως αντικαθιστούμε στην (3) το ίσον του  $q_0$  και λύνουμε ως προς  $q_1$ , δηλαδή:

$$(3) \Rightarrow q_0 + q_1 = 70 \Rightarrow 0,95q_1 + 0,05 + q_1 = 70 \Rightarrow 1,95q_1 = 70 - 0,05 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_1 = \frac{70 - 0,05}{1,95} = 35,87$$

Στην συνέχεια αντικαθιστούμε επίσης στην (3) το ίσον του  $q_1$  και λύνουμε ως προς  $q_0$ , δηλαδή:

$$(3) \Rightarrow q_0 + q_1 = 70 \Rightarrow q_0 + 35,87 = 70 \Rightarrow q_0 = 34,13$$

Κατά συνέπεια η άριστη κατανομή του νερού άρδευσης είναι τη χρονική στιγμή 0:34,13 και τη χρονική στιγμή 1:35,87, επειδή με αυτές τις ποσότητες μεγιστοποιείται το καθαρό όφελος των γεωργών όπως αποδείξαμε παραπάνω, έχοντας το περιορισμό του πεπερασμένου αποθέματος του.



### Θέμα 2<sup>ο</sup>

Έστω ότι σύμφωνα με την οικονομοτεχνική μελέτη κατασκευής ενός φράγματος, τα αναμενόμενα συνολικά κοινωνικά οφέλη και κόστη δίδονται από τον παρακάτω πίνακα:

ΕΤΗ	ΟΦΕΛΗ (Β)	ΚΟΣΤΗ (C)
0	0	23.600
1	6.000	200
2	6.200	220
3	6.800	290
4	6.800	320
5	6.800	350

Ζητείται να αξιολογηθεί αν το πρόγραμμα είναι κοινωνικά αποτελεσματικό με την μέθοδο του λόγου Οφέλους/Κόστους, λαμβάνοντας υπόψη ότι ισχύει επιτόκιο προεξόφλησης 10%.

### Λύση

Είναι γνωστό ότι, ένα πρόγραμμα είναι αποτελεσματικό σύμφωνα με αυτή την μέθοδο αξιολόγησης, όταν η παρούσα αξία του συνολικού καθαρού οφέλους του είναι θετική, δηλαδή:

$$PVTNB > 0$$

Επομένως, με εφαρμογή της παραπάνω σχέσης στα δεδομένα του προβλήματος θα έχουμε:

$$\sum_{i=0}^n \frac{NB_i}{(1+r)^i} = \frac{NB_0}{(1+r)^0} + \frac{NB_1}{(1+r)^1} + \frac{NB_2}{(1+r)^2} + \frac{NB_3}{(1+r)^3} + \frac{NB_4}{(1+r)^4} + \frac{NB_5}{(1+r)^5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum_{i=0}^n \frac{NB_i}{(1+r)^i} = \frac{0 - 24.000}{(1+0,1)^0} + \frac{6.000 - 180}{(1+0,1)^1} + \frac{6.300 - 230}{(1+1)^2} + \frac{6.700 - 280}{(1+1)^3} + \frac{6.700 - 330}{(1+1)^4}$$

$$+ \frac{6.700 - 380}{(1+1)^5}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=0}^n \frac{NB_i}{(1+r)^i} = -24.000 + 5.291 + 5.017 + 4.283 + 4.351 + 3.924 = -594$$

Επομένως  $PVTNB < 0$ , άρα το πρόγραμμα δεν είναι αποτελεσματικό.

### Λύση 3<sup>ου</sup> Θέματος:

	Σ	Λ
α) Η Οικονομική του Περιβάλλοντος χρησιμοποιεί κυρίως έννοιες και εργαλεία της Μικροοικονομικής παρά της Μακροοικονομικής Ανάλυσης.	Χ	
β) Ο πληθυσμός είναι το σύνολο των μελών ενός συγκεκριμένου είδους που ζει σε συγκεκριμένες περιοχές.	Χ	
γ) Το κριτήριο της βιωσιμότητας αφορά στο πόσο δίκαιες είναι οι κατανομές των φυσικών πόρων.	Χ	
δ) Το συνολικό όφελος της χρήσης ενός φυσικού πόρου είναι η συνολική προθυμία να πληρώσουμε για κάποια ποσότητα του.	Χ	
ε) Ως κόστος ευκαιρίας ενός φυσικού πόρου ορίζουμε τη ζημιά που προκαλείται από τη μη αξιοποίηση του σε μια εναλλακτική χρήση του.		Χ