

Τα θέματα είναι πέντε. Επιλέξτε τα τέσσερα από αυτά.

Πρόβλημα 1 (2.5 μον.)

Κύβος ακμής a καταλαμβάνει το χώρο: $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq a$, $0 \leq z \leq a$ ($a > 0$). Στο χώρο

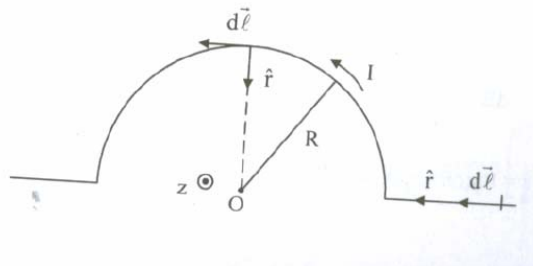
αυτό υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E} = c(x-a)^2 \hat{x}$, όπου c θετική σταθερά. Να υπολογιστούν:

- Η χωρική πυκνότητα φορτίου ρ στην περιοχή.
- Το ολικό φορτίο που υπάρχει μέσα στον κύβο.
- Η ηλεκτρική ροή μέσα από την επιφάνεια του κύβου.
- Εξετάστε αν το πεδίο αυτό είναι ηλεκτροστατικό.

Υπόδειξη: Ξεκινήστε εφαρμόζοντας την διαφορική μορφή του νόμου Gauss. Για το ερώτημα (δ) επιβεβαιώστε την συνθήκη που λέει ότι το ηλεκτροστατικό πεδίο είναι αστρόβιλο δηλαδή $\nabla \times \vec{E} = 0$.

Πρόβλημα 2 (2.5 μον.)

Ένας συμμάτινος βρόχος που έχει την μορφή του παρακάτω σχήματος (ημικύκλιο) και βρίσκεται στο επίπεδο xy διαρρέεται από ρεύμα έντασης I . Να υπολογιστεί η πυκνότητα της μαγνητικής ροής $\vec{B}$ που δημιουργείται στο κέντρο O του ημικυκλίου.



Πρόβλημα 2

Υπόδειξη: Κάντε χρήση του νόμου των Biot – Savart. Το παραπάνω σχήμα αποτελείται από 2 ευθύγραμμα τμήματα και το ημικυκλικό μέρος. Τα ευθύγραμμα τμήματα παράγουν μαγνητικό πεδίο;

Πρόβλημα 3 (2.5 μον.)

Στον ελεύθερο χώρο το ηλεκτρικό πεδίο είναι $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_x$. Γράψτε τις εκφράσεις που περιγράφουν τα πεδία $\vec{D}$, $\vec{H}$ και $\vec{B}$.

Υπόδειξη: Κάντε χρήση της εξίσωσης του Maxwell στην διαφορική μορφή της που από μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο παράγεται ηλεκτρικό πεδίο.

Πρόβλημα 4 (2.5 μον.)

Δείξτε ότι το κύμα στο κενό $\vec{E} = E_0 e^{-\gamma z} \hat{a}_E$ δεν μπορεί να έχει συνιστώσα στην κατεύθυνση διάδοσης $\hat{a}_z$.

Υπόδειξη: Ξεκινήστε από την διαφορική μορφή του νόμου του Gauss για το κενό. Θα κρατήσετε μια από τις παραγώγους που προκύπτουν μια και το E εξαρτάται από μια μονάχα συνιστώσα.

Πρόβλημα 5 (2.5 μον.)

Το ηλεκτρικό δυναμικό σε κάποια περιοχή του χώρου δίνεται από την συνάρτηση:

$$V(x, y) = -A(x^3 + 3y) \text{ όπου } A \text{ είναι σταθερά.}$$

(α) Να υπολογιστεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου.

(β) Να υπολογιστεί η χωρική πυκνότητα ρ της κατανομής του φορτίου στην οποία οφείλεται αυτό το πεδίο.

Υπόδειξη: Χρησιμοποιήστε την σχέση που συνδέει το δυναμικό με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου. Στην συνέχεια κάντε χρήση της διαφορικής μορφής του νόμου του Gauss.