

Κεφάλαιο 3^ο: Μαγνητοστατική

3.1.Εισαγωγή – Μαγνητισμός

Ο όρος μαγνητισμός προέρχεται από την περιοχή της Μαγνησίας όπου πριν από 2000 χρόνια οι αρχαίοι Έλληνες ανακάλυψαν ένα πέτρωμα που είχε την ξεχωριστή ιδιότητα να έλκει κομμάτια σιδήρου. Το υλικό αυτό το ονόμασαν μαγνήτη.

Πρώτη φορά χρησιμοποιήθηκε από του Κινέζους το 12^ο αιώνα για την κατασκευή πυξίδων που αποτελούν πολύ σημαντικό βοήθημα για την ναυσιπλοΐα. Το 19^ο αιώνα, γύρω στο 1830, ο Γάλλος φυσικός Andre – Marie Ampere πρότεινε ότι **πηγή κάθε μαγνητικού φαινομένου είναι το ηλεκτρικό ρεύμα.**

Εκτός από την ηλεκτρική δύναμη που ασκείται ανάμεσα σε 2 φορτισμένα σωματίδια υπάρχει και ένα άλλο είδος δύναμης που αναπτύσσεται ανάμεσα σε κινούμενα φορτισμένα σωματίδια. Η δύναμη αυτή είναι γνωστή ως **μαγνητική δύναμη**. Η πηγή της μαγνητικής αυτής δύναμης είναι η κίνηση των φορτισμένων σωματιδίων και κυρίως των ηλεκτρονίων. Στην περιστροφή των ηλεκτρονίων γύρω από τα άτομα και γύρω από τον εαυτό τους (σπίν) οφείλονται οι μαγνητικές ιδιότητες των υλικών.

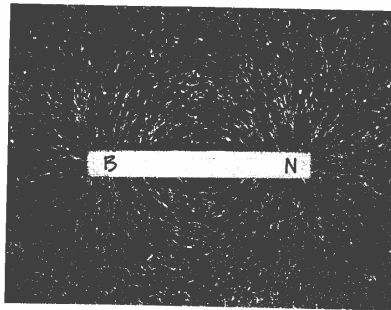
Οι μαγνητικές δυνάμεις παρουσιάζουν μερικές ομοιότητες με τις ηλεκτρικές. Όπως και οι ηλεκτρικές έτσι και οι μαγνητικές είναι αντιστρόφως ανάλογες με το τετράγωνο της απόστασης μεταξύ των μαγνητών. Επίσης οι μαγνήτες είναι δυνατόν να απωθούνται ή να έλκονται χωρίς να έρθουν σε επαφή, ανάλογα ποια άκρα τους φέρονται σε κοντινή απόσταση, όπως ακριβώς συμβαίνει μεταξύ των φορτισμένων σωματιδίων στην περίπτωση των ηλεκτρικών δυνάμεων. Οι ηλεκτρικές δυνάμεις οφείλονται στα ηλεκτρικά φορτία ενώ οι μαγνητικές οφείλονται στις περιοχές που ονομάζονται μαγνήτες.

Κάθε μαγνήτης χαρακτηρίζεται από ένα νότιο πόλο και από ένα βόρειο πόλο. Στην φύση **δεν συναντούμε απομονωμένους πόλους**. Δεν είναι δυνατόν να συναντήσουμε ένα νότιο πόλο χωρίς να υπάρχει στην περιοχή και ένας βόρειος. Αυτή είναι μια διαφορά μεταξύ των ηλεκτρικών φορτίων και των μαγνητικών πόλων. Οι μαγνητικοί πόλοι δεν μπορούν να απομονωθούν όπως συμβαίνει με τα ηλεκτρικά φορτία. Αν κόψουμε ένα μαγνήτη σε 2 κομμάτια και τα 2 αυτά κομμάτια θα αποτελούν αυτοτελείς μαγνήτες!!

Όταν ένας βόρειος ή νότιος πόλος πλησιάσει ένα βόρειο ή νότιο πόλο τότε οι 2 πόλοι απωθούνται ενώ στην περίπτωση που ένας νότιος ή βόρειος πόλος πλησιάσει ένα βόρειο ή νότιο πόλο αντίστοιχα, τότε οι 2 πόλοι έλκονται. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι:

Οι ομώνυμοι πόλοι απωθούνται ενώ οι ετερόνυμοι πόλοι έλκονται

Αν σκορπίσετε ρινίσματα σιδήρου γύρω από ένα μαγνήτη αυτά θα διαταχθούν γύρω από τον μαγνήτη σε ένα χαρακτηριστικό σχηματισμό γραμμών που τον περιβάλλουν. Στον χώρο γύρω από τον μαγνήτη λέμε ότι υπάρχει **μαγνητικό πεδίο**. Τα ρινίσματα σιδήρου διατάσσονται πάνω στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου.



Σχήμα 3.1: Ραβδόμορφος Μαγνήτης («Οι Έννοιες της Φυσικής», P.G. Hewitt, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης)

Το πεδίο έξω από τον μαγνήτη κατευθύνεται από τον βόρειο πόλο προς τον νότιο. Στα σημεία που οι δυναμικές γραμμές είναι πιο πυκνές το μαγνητικό πεδίο είναι πιο ισχυρό ενώ στην περιοχή που είναι πιο αραιές το πεδίο είναι πιο αδύναμο. Το πεδίο που οφείλεται σε ένα μαγνήτη είναι πιο ισχυρό στην περιοχή των πόλων του.

Ο μαγνητισμός σχετίζεται άμεσα με τον ηλεκτρισμό. Πιο συγκεκριμένα με ένα κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο σχετίζεται ένα ηλεκτρικό πεδίο και ένα μαγνητικό πεδίο. Το τελευταίο δημιουργείται από την κίνηση του ηλεκτρικού φορτίου.

Ειπώθηκε προηγουμένως ότι τα μαγνητικά φαινόμενα οφείλονται στην κίνηση φορτισμένων σωματιδίων. Που υπάρχει τέτοια κίνηση σε ένα μαγνητικό υλικό; Η κίνηση αυτή οφείλεται στην περιστροφή των ηλεκτρονίων γύρω από τον πυρήνα των ατόμων και

στην ιδιοπεριστροφή τους γύρω από τον εαυτό τους. Στους περισσότερους μαγνήτες η κύρια συνεισφορά στον μαγνητισμό είναι αυτή που οφείλεται στην ιδιοπεριστροφή.

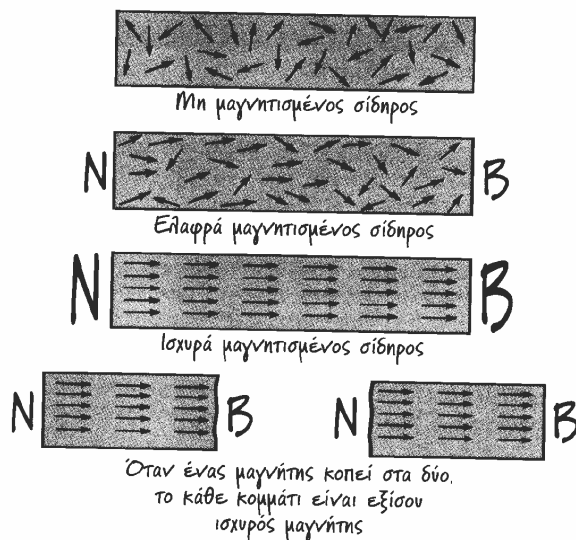
Κάθε περιστρεφόμενο ηλεκτρόνιο είναι ένας μικροσκοπικός μαγνήτης. Δύο ηλεκτρόνια που περιστρέφονται κατά την ίδια φορά δημιουργούν ένα ισχυρό μαγνήτη, ενώ 2 ηλεκτρόνια που περιστρέφονται κατά αντίθετες φορές δρουν το ένα εναντίον του άλλου. Αυτό γιατί τα μαγνητικά τους πεδία αλληλοαναιρούνται. Ο λόγος που τα περισσότερα υλικά δεν έχουν μαγνητικές ιδιότητες είναι ότι οι φορές περιστροφής των ηλεκτρονίων έχουν αντίθετες φορές με αποτέλεσμα να μην δημιουργούν μαγνητικά πεδία. Σε υλικά όπως ο σίδηρος, το νικέλιο, το κοβάλτιο τα μαγνητικά πεδία δεν αλληλοαναιρούνται με αποτέλεσμα να παρουσιάζουν μαγνητικές ιδιότητες. Οι περισσότεροι μαγνήτες είναι κράματα των παραπάνω υλικών.

Το μαγνητικό πεδίο ενός ατόμου σιδήρου είναι τόσο ισχυρό ώστε να αλληλεπιδρά με το μαγνητικό πεδίο των γειτονικών του ατόμων. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα τα άτομα αυτά να ευθυγραμμίζονται και να δημιουργούν περιοχές μικροσκοπικών διαστάσεων όπου υπάρχουν εκατομμύρια ευθυγραμμισμένα άτομα. Οι περιοχές αυτές ονομάζονται **μαγνητικές περιοχές**. Με ανάλογο τρόπο της ευθυγράμμισης των ατόμων μέσα στις μαγνητικές περιοχές, ομοίως ευθυγραμμίζονται και οι διάφορες μαγνητικές περιοχές μεταξύ τους.

Ένα καρφί σιδήρου δεν είναι απαραίτητος μαγνήτης γιατί μπορεί οι μαγνητικές του περιοχές να μην είναι ευθυγραμμισμένες. Αν όμως φέρουμε τον μαγνήτη μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο τότε οι μαγνητικές περιοχές του σιδήρου θα ευθυγραμμιστούν και θα αποκτήσει μαγνητικές ιδιότητες. Όταν τώρα το μαγνητικό πεδίο αποσυρθεί οι περισσότερες ή και όλες οι μαγνητικές περιοχές θα αποκτήσουν τυχαίες διευθύνσεις λόγω των θερμικών κινήσεων των ατόμων.

Οι μόνιμοι μαγνήτες κατασκευάζονται από κράματα σιδήρου που τοποθετούνται μέσα σε ισχυρά μαγνητικά πεδία.

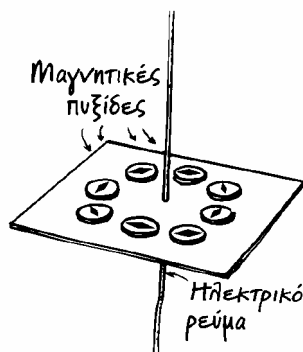
Το παρακάτω σχήμα εικονίζει διάφορες μαγνητικές καταστάσεις κομματιών σιδήρου.



Σχήμα 3.2: Μαγνητικές Περιοχές για διάφορα επίπεδα μαγνήτισης του σιδήρου («Οι Έννοιες της Φυσικής», P.G. Hewitt, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης)

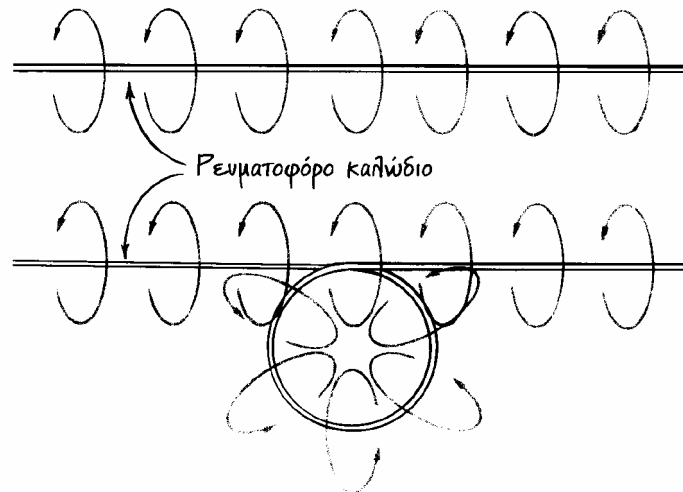
Αφού ένα κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο είναι πηγή μαγνητικού πεδίου, τότε ένα ηλεκτρικό ρεύμα που είναι πολλά ηλεκτρικά φορτία σε κίνηση, είναι επίσης πηγή μαγνητικού πεδίου.

Το μαγνητικό πεδίο που περιβάλλει ένα ρευματοφόρο αγωγό είναι ομόκεντροι κύκλοι γύρω από αυτόν. Αυτό εικονίζεται στο παρακάτω σχήμα (Πείραμα Έρστεντ). Αν στο παρακάτω σχήμα η φορά του ηλεκτρικού ρεύματος αντιστραφεί τότε η φορά του μαγνητικού πεδίου θα αντιστραφεί επίσης.



Σχήμα 3.3: Μαγνητικό Πεδίο Ρευματοφόρου Ευθύγραμμου Αγωγού («Οι Έννοιες της Φυσικής», P.G. Hewitt, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης)

Αν τώρα ο αγωγός καμφθεί τότε το μαγνητικό πεδίο θα διαπεράσει μέσα στο εσωτερικό βρόχο του αγωγού. Ο αριθμός των δυναμικών γραμμών, άρα και η ένταση του μαγνητικού πεδίου, που διαπερνούν το εσωτερικό των βρόχων θα μεγαλώσει όσο μεγαλώνει ο αριθμός των κλειστών βρόχων.



Σχήμα 3.4: Μαγνητικό Πεδίο ευθύγραμμου και καμπύλου ρευματοφόρου σύρματος

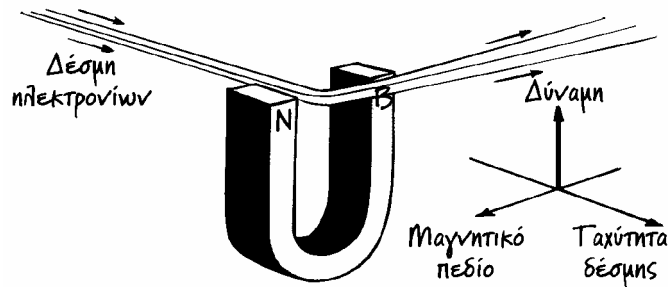
Καταλαβαίνουμε λοιπόν ότι το μαγνητικό πεδίο ενός ρευματοφόρου καλωδίου με πολλούς βρόχους μπορεί να πάρει πολύ υψηλή τιμή.

Ένα ρευματοφόρο σπειροειδές πηνίο είναι ένας **ηλεκτρομαγνήτης**. Για να ενισχύσουμε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ένας μαγνήτης θα πρέπει να αυξήσουμε το ηλεκτρικό ρεύμα που περνάει μέσα από αυτόν. Επίσης η ισχύς του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ένας μαγνήτης μπορεί να ενισχυθεί εάν μέσα σε αυτόν τοποθετήσουμε ένα κομμάτι σιδήρου. Οι μαγνητικές περιοχές του σιδήρου ευθυγραμμίζονται με το μαγνητικό πεδίο του ηλεκτρομαγνήτη με αποτέλεσμα την ενίσχυση του μαγνητικού πεδίου.

Στα νεκροταφεία αυτοκινήτων βλέπουμε τόσο ισχυρούς μαγνήτες που μπορούν να σηκώσουν ένα αυτοκίνητο. Το μαγνητικό τους πεδίο δεν μπορεί να δημιουργηθεί από την διέλευση μεγάλου ρεύματος μέσα από πηνία λόγω της θέρμανσης των τελευταίων. Τα τεράστια αυτά μαγνητικά πεδία για να δημιουργηθούν

χρησιμοποιούν υπεραγώγιμα πηνία τα οποία μπορούν να διαπεραστούν ανεμπόδιστα από μεγάλα ρεύματα.

Ένα ακίνητο ηλεκτρικό φορτίο δεν αλληλεπιδρά με ένα μαγνητικό πεδίο. Εάν όμως το ηλεκτρικό φορτίο αρχίσει να κινείται τότε αποκαλύπτει τις μαγνητικές του ιδιότητες και αλληλεπιδρά με το μαγνητικό πεδίο. Ένα κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο θα υποστεί μια δύναμη εκτροπής.



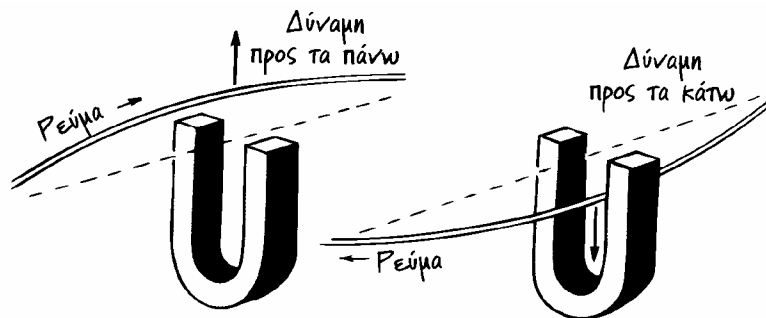
Σχήμα 3.5: Δύναμη Εκτροπής πάνω σε κινούμενο ηλεκτρόνιο μέσα σε μαγνητικό πεδίο
(«Οι Έννοιες της Φυσικής», P.G. Hewitt, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης)

Η δύναμη αυτή είναι κάθετη στην ταχύτητα του φορτισμένου σωματίου και είναι επίσης κάθετη στην διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου. Αυτό σημαίνει ότι εάν το φορτισμένο σωματίο κινείται παράλληλα με τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου τότε δεν θα εκτραπεί καθόλου. Εάν κινείται κάθετα προς τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου τότε η δύναμη εκτροπής θα πάρει την μέγιστη τιμή της. Για οποιαδήποτε άλλη γωνία η τιμή της δύναμης εκτροπής θα πάρει μια ενδιάμεση τιμή.

Η μαγνητική δύναμη ή δύναμη εκτροπής που ασκείται από το μαγνητικό πεδίο προς το κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο είναι διαφορετική από τις βαρυτικές δυνάμεις ή τις ηλεκτρικές λόγω του γεγονότος ότι ασκείται κάθετα στο επίπεδο που ορίζουν οι πηγές αλληλεπίδρασης.

Στο μαγνητικό πεδίο της Γης οφείλεται η προστασία μας από διάφορα φορτισμένα σωματίδια που φθάνουν από το διάστημα, αφού τα τελευταία εκτρέπονται από το γήινο μαγνητικό πεδίο. Αν δεν υπήρχε το μαγνητικό πεδίο της Γης τότε η ένταση των επιβλαβών κοσμικών ακτινών που προσπίπτουν στην Γη θα ήταν πολύ μεγαλύτερη.

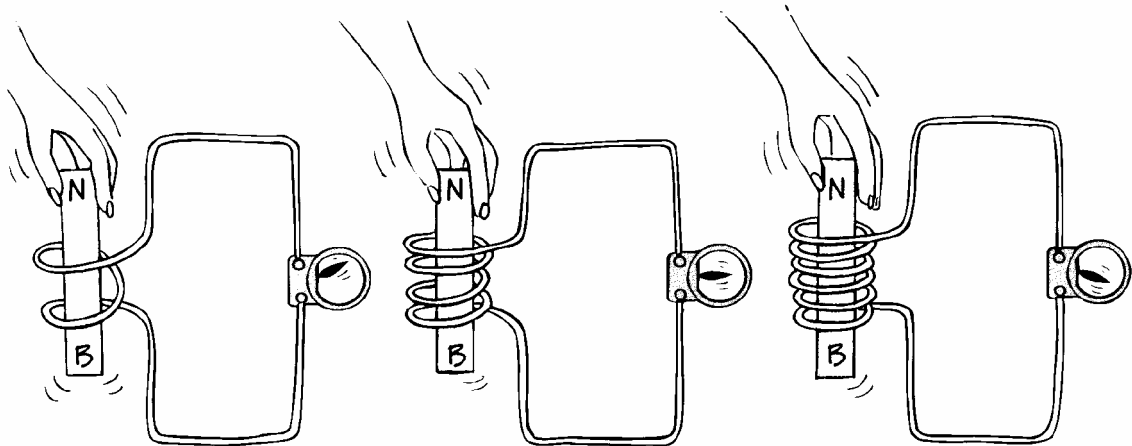
Είναι προφανές αφού ασκείται δύναμη σε ένα κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο όταν βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο, θα ασκείται δύναμη εκτροπής και σε ένα ρεύμα ,κινούμενα ηλεκτρικά φορτία, όταν αυτό βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο. Αν τα φορτισμένα αυτά σωματίδια είναι εγκλωβισμένα μέσα σε ένα καλώδιο θα υποστεί και το καλώδιο την ώθηση.



Σχήμα 3.6: Δύναμη που ασκείται από μαγνητικό πεδίο πάνω σε ρευματοφόρο αγωγό
(«Οι Έννοιες της Φυσικής», P.G. Hewitt, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης)

Αν η φορά του ρεύματος αντιστραφεί θα αντιστραφεί και η φορά της δύναμης εκτροπής. Η δύναμη που ασκείται σε ρευματοφόρο αγωγό είναι μέγιστη όταν το ρεύμα που το διαρρέει είναι κάθετο στις μαγνητικές γραμμές του πεδίου, ενώ παίρνει την ελάχιστη τιμή της όταν το ρεύμα είναι παράλληλο προς τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου. Και στην περίπτωση του ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού η δύναμη εκτροπής είναι σε επίπεδο κάθετο από αυτό που ορίζουν ο αγωγός και το μαγνητικό πεδίο.

Το 1820 ο Ερνέστ ανακάλυψε ότι το ηλεκτρικό ρεύμα δημιουργεί μαγνητικό πεδίο. Ανέκυψε έτσι η ερώτηση μήπως και μπορούσε να δημιουργηθεί από το μαγνητικό πεδίο ηλεκτρικό ρεύμα. Η απάντηση δόθηκε το 1831 από 2 Φυσικούς τον Michael Faraday και τον J. Hentry. Ο Michael Faraday και J. Hentry ανακάλυψαν ότι μπορεί να παραχθεί ηλεκτρικό ρεύμα εάν ένας ραβδόμορφος μαγνήτης κινηθεί μέσα - έξω από ένα σύρμα που έχει την μορφή σπειρώματος.



Σχήμα 3.7: Ηλεκτρομαγνητική Επαγωγή – Πείραμα Faraday («Οι Έννοιες της Φυσικής», P.G. Hewitt, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης)

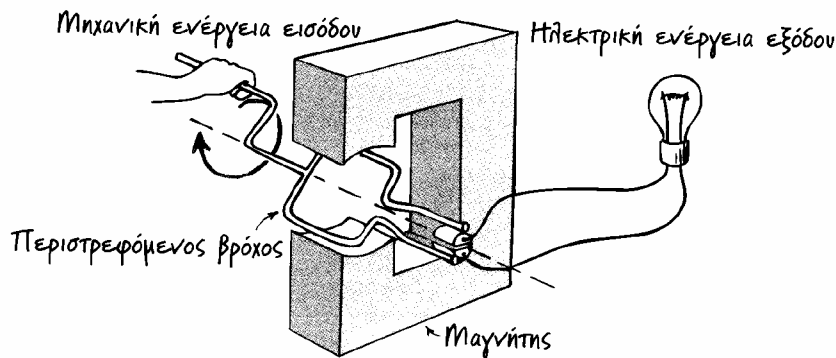
Η τάση στα άκρα ενός αγωγού επάγεται είτε κινείται το πεδίο ενός μαγνήτη κοντά σε ακίνητο αγωγό είτε κινείται ο αγωγός μέσα σε ένα στάσιμο μαγνητικό πεδίο. Όσο περισσότερες είναι οι σπείρες του σύρματος που κινούνται μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο τόσο μεγαλύτερη είναι η επαγόμενη τάση. Αν σπρώξουμε ένα μαγνήτη μέσα σε ένα πηνίο με διπλάσιες σπείρες θα επαχθεί διπλάσια τάση, αν τον σπρώξουμε μέσα σε πηνίο μέσα σε πηνίο με δεκαπλάσιες σπείρες θα επαχθεί δεκαπλάσια τάση. Διαπιστώθηκε πειραματικά ότι είναι δυσκολότερο να σπρώξουμε τον μαγνήτη μέσα σε ένα πηνίο με περισσότερες σπείρες. Ο λόγος είναι ότι η επαγόμενη τάση δημιουργεί ρεύμα το οποίο δημιουργεί έναν ηλεκτρομαγνήτη που απωθεί τον μαγνήτη που κινείται μέσα - έξω από το σπειροειδές σύρμα. Μεγαλύτερος αριθμός σπειρών σημαίνει μεγαλύτερη τάση, για την επαγωγή της οποίας απαιτείται να καταβάλουμε περισσότερο έργο.

Το μέγεθος της επαγόμενης τάσης εξαρτάται από το πόσο γρήγορα οι μαγνητικές γραμμές εισέρχονται ή εξέρχονται από αυτό. Επίσης εξαρτάται όπως είδαμε και παραπάνω από τον αριθμό των σπειρών. **Ο νόμος του Faraday** εκφράζει το φαινόμενο της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής το οποίο μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

Η τάση που επάγεται σε ένα σπείρωμα είναι ανάλογη προς το γινόμενο του αριθμού των σπειρών επί τον ρυθμό της μεταβολής του μαγνητικού πεδίου στις σπείρες.

Ένας 3^{ος} τρόπος δημιουργίας ηλεκτρικού ρεύματος από ένα μαγνητικό πεδίο είναι μέσω μεταβολής του ρεύματος σε ένα γειτονικό αγωγίμο βρόχο. Αυτό θα έχει σαν αποτέλεσμα την δημιουργία μεταβαλλόμενου μαγνητικού πεδίου στην θέση του σπειροειδούς βρόχου δηλαδή την επαγωγή τάσης στα άκρα του.

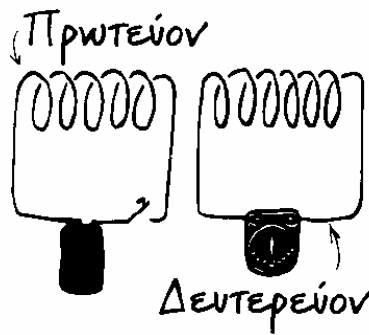
Εφαρμογή του νόμου του Faraday βρίσκουμε στις γεννήτριες ρεύματος. Η αρχή λειτουργίας της γεννήτριας εικονίζεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 3.8: Αρχή λειτουργίας της Γεννήτριας («Οι Έννοιες της Φυσικής», P.G. Hewitt, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης)

Στο παραπάνω σχήμα είναι εύκολο να συμπεράνουμε ότι μπορούμε να παράγουμε ηλεκτρική ενέργεια με το να περιστρέφουμε ένα σπείρωμα μέσα σε ένα στάσιμο μαγνητικό πεδίο. Η παραπάνω διάταξη ονομάζεται γεννήτρια. Στην γεννήτρια η ενέργεια εισόδου είναι μηχανική και η ενέργεια εξόδου ηλεκτρική.

Η ηλεκτρική ενέργεια μπορεί να μεταφερθεί μέσω αγωγών αλλά μπορεί να μεταφερθεί και μέσω του κενού χώρου. Με την διάταξη του παρακάτω σχήματος μπορεί να γίνει μεταβίβαση ενέργειας από μια συσκευή σε μια άλλη.



Σχήμα 3.9: Μετασχηματιστής («Οι Έννοιες της Φυσικής», P.G. Hewitt,
Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης)

Το αριστερό πηνίο του παραπάνω σχήματος συνδέεται με μια μπαταρία και ονομάζεται πρωτεύον ενώ το δεξί συνδέεται με ένα γαλβανόμετρο και ονομάζεται δευτερεύον πηνίο. Η διάταξη αυτή είναι γνωστή ως **μετασχηματιστής**. Στην παραπάνω διάταξη με το που θα κλείσουμε το διακόπτη του πρωτεύοντος το δευτερεύον θα διαπεραστεί από ρεύμα με αποτέλεσμα το δευτερεύον πηνίο να διαπεραστεί και αυτό από ρεύμα για μικρό χρονικό διάστημα. Αν ανοίξουμε τον διακόπτη τότε και πάλι το δευτερεύον πηνίο θα διαπεραστεί από ένα παλμό ρεύματος. Η εξήγηση της αρχής λειτουργίας του μετασχηματιστή είναι απλή. Όταν το πρωτεύον πηνίο αρχίζει να διαρρέεται από ρεύμα, αναπτύσσεται γύρω του μαγνητικό πεδίο. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα το μαγνητικό πεδίο γύρω από το πρωτεύον να αυξάνεται. Τα 2 πηνία βρίσκονται σε κοντινή απόσταση με αποτέλεσμα το μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο που αναπτύσσεται στο πρωτεύον να μεταφέρεται και στο δευτερεύον πηνίο, και επομένως στα άκρα του να επάγεται τάση. Η επαγωγή της τάσης είναι προσωρινή στο δευτερεύον πηνίο μια και όταν σταθεροποιηθεί το ρεύμα στο πρωτεύον πηνίο τότε η τάση στο δευτερεύον θα γίνει ίση με μηδέν. Την στιγμή τώρα που ανοίγει ο διακόπτης το ρεύμα στο πρωτεύον θα πέσει στην τιμή μηδέν με αποτέλεσμα να μεταβληθεί η τιμή του μαγνητικού πεδίου. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την μεταβολή της μαγνητικής ροής μέσα από το δευτερεύον πηνίο άρα την επαγωγή τάσης στα άκρα του, με αντίστροφη τώρα πολικότητα από την αρχικά επαγόμενη τάση. Μόλις το ρεύμα μηδενιστεί στο πρωτεύον θα πάψει να επάγεται τάση στο δευτερεύον. Στην πραγματικότητα για να μην ανοίγουμε και κλείνουμε τον διακόπτη συνδέουμε το

πρωτεύον πηνίο με μια πηγή εναλλασσόμενου ρεύματος. Στην περίπτωση αυτή η συχνότητα των περιοδικών μεταβολών του μαγνητικού πεδίου ισούται με την συχνότητα του εναλλασσόμενου ρεύματος. Και έτσι έχουμε έναν μετασχηματιστή.

Αν τα πηνία έχουν ισάριθμες σπείρες τότε η τάση που επάγεται στο δευτερεύον πηνίο είναι η ίδια με την τιμή της τάσης στο πρωτεύον. Αν ο αριθμός των σπειρών του πρωτεύοντος πηνίου είναι περισσότερες από του δευτερεύοντος τότε η τάση που επάγεται στο τελευταίο είναι μικρότερη από αυτή του πρωτεύοντος (**υποβιβασμός τάσης**). Αν συμβαίνει το αντίθετο έχουμε **ανύψωση τάσης**.

Οι ρευματοφόρες σπείρες ενός πηνίου δεν αλληλεπιδρούν μόνο με σπείρες άλλων πηνίων αλλά αλληλεπιδρούν και μεταξύ τους. Πιο συγκεκριμένα κάθε σπείρα αλληλεπιδρά με το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί μια άλλη σπείρα του πηνίου. Αυτό είναι το φαινόμενο της **αυτεπαγωγής**. Το αποτέλεσμα είναι η επαγωγή τάσης με πολικότητα που αντιτίθεται στην μεταβολή της τάσης που την δημιούργησε. Η τάση αυτή ονομάζεται **ηλεκτρεγερτική δύναμη εξ αυτεπαγωγής**.

Μέχρι τώρα μελετήσαμε την επαγωγή από την σκοπιά της παραγωγής τάσης και ρεύματος. Τα ηλεκτρικά πεδία με την σειρά τους δημιουργούν τις τάσεις και τα ρεύματα. Το φαινόμενο της επαγωγής λαμβάνει χώρα ανεξάρτητα αν υπάρχει ή όχι κάποιο αγωγίμο σύρμα ή κάποιο άλλο μέσο. Η επαγωγή περιγράφεται από τον νόμο του Faraday στην γενική μορφή του είναι:

Σε οποιαδήποτε περιοχή του χώρου σημειώνεται χρονική μεταβολή ενός μαγνητικού πεδίου επάγεται ηλεκτρικό πεδίο. Το μέγεθος του επαγόμενου ηλεκτρικού πεδίου είναι ανάλογο προς τον ρυθμό μεταβολής του μαγνητικού πεδίου. Η κατεύθυνση του επαγόμενου ηλεκτρικού πεδίου είναι κάθετη στην κατεύθυνση του μεταβαλλόμενου μαγνητικού.

Υπάρχει και ένας δεύτερος νόμος παρόμοιος με τον νόμο του Faraday μόνο που σε αυτόν οι ρόλοι του μαγνητικού πεδίου με το ηλεκτρικό αντιστρέφονται. Διατυπώθηκε από τον Maxwell και είναι ο παρακάτω:

Σε οποιαδήποτε περιοχή του χώρου σημειώνεται χρονική μεταβολή ενός ηλεκτρικού πεδίου επάγεται μαγνητικό πεδίο. Το μέγεθος του επαγόμενου μαγνητικού πεδίου είναι

ανάλογο με τον ρυθμό μεταβολής του ηλεκτρικού. Η κατεύθυνση του επαγόμενου μαγνητικού πεδίου είναι κάθετη στην κατεύθυνση του μεταβαλλόμενου ηλεκτρικού.

Στην συνέχεια του κεφαλαίου αυτού θα αναλύσουμε πιο λεπτομερώς τις έννοιες που εισήγαμε παραπάνω.

3.2.Ο νόμος του Faraday (ηλεκτρομαγνητική επαγωγή)

Ορίζουμε το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου B χρησιμοποιώντας την μαγνητική δύναμη την οποία υφίσταται ένα κινούμενο φορτίο, με ταχύτητα v .

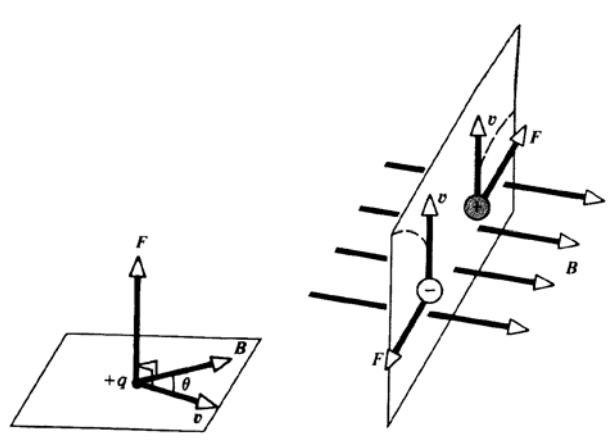
Τα χαρακτηριστικά της μαγνητικής δύναμης που ασκείται σε ένα κινούμενο δοκιμαστικό φορτίο είναι τα ακόλουθα:

1. Η μαγνητική δύναμη είναι ανάλογη προς το φορτίο q και την ταχύτητα v του σωματίου.
2. Το μέτρο και η κατεύθυνση της μαγνητικής δύναμης εξαρτάται από το διάνυσμα της ταχύτητας του σωματίου καθώς και από το μέτρο και την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου.
3. Όταν ένα φορτισμένο σωματίο κινείται παράλληλα με την διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου τότε η μαγνητική δύναμη που ασκείται πάνω σε αυτό είναι ίση με μηδέν.
4. Όταν το διάνυσμα της ταχύτητας σχηματίζει γωνία θ με το μαγνητικό πεδίο, η μαγνητική δύναμη F είναι κάθετη στο v και στο B . δηλαδή είναι κάθετη στο επίπεδο που σχηματίζουν τα διανύσματα v και B .
5. Η μαγνητική δύναμη που δρα πάνω σε ένα θετικό φορτίο έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση της μαγνητικής δύναμης που δρα πάνω σε ένα αρνητικό φορτίο το οποίο κινείται στην ίδια την κατεύθυνση.
6. Εάν το διάνυσμα της ταχύτητας v του κινούμενου φορτίου σχηματίζει γωνία θ με το διάνυσμα του μαγνητικού πεδίου τότε το μέτρο της μαγνητικής δύναμης είναι ανάλογο του ημιτόνου της γωνίας αυτής.

Από τις παραπάνω παρατηρήσεις μπορεί να εξαχθεί η μαθηματική σχέση η οποία υπολογίζει το μέτρο και την διεύθυνση της μαγνητικής δύναμης που ασκείται πάνω σε ένα κινούμενο φορτίο. Η σχέση αυτή είναι η

$$F = qv \times B \quad (3.1)$$

Από (3.1) προκύπτει ότι η κατεύθυνση της δύναμης F βρίσκεται στο επίπεδο που ορίζει το $v \times B$. Στο παρακάτω σχήμα εικονίζεται (α) η διεύθυνση της μαγνητικής δύναμης που ασκείται σε κινούμενο φορτίο και (β) η κατεύθυνση των δυνάμεων που ασκούνται σε αρνητικό και θετικό φορτίο που κινείται μέσα σε μαγνητικό πεδίο.



Σχήμα 3.10: (α) Διεύθυνση μαγνητικής δύναμης (β) Διεύθυνση μαγνητικών δυνάμεων πάνω σε θετικά και αρνητικά φορτισμένα φορτία. (*“Physics for Scientists & Engineers”, Serway, Τόμος II*)

Το μέτρο της μαγνητικής δύναμης πάνω σε κινούμενο στοιχειώδες φορτίο δίνεται από την (3.1) και είναι

$$F = qvB \sin \theta \quad (3.2)$$

όπου θ είναι η γωνία ανάμεσα στα διανύσματα v και B . Από την (3.2) παρατηρούμε ότι η μαγνητική δύναμη που ασκείται πάνω σε ένα στοιχειώδες φορτίο που κινείται υπό γωνία

θ ίση με 0° , είναι ίση με μηδέν. Επίσης από την ίδια σχέση προκύπτει ότι η δύναμη που ασκείται πάνω σε ένα φορτίο που κινείται υπό γωνία $\theta = 90^\circ$ παίρνει την μέγιστη τιμή της και είναι ίση με qvB .

Από τα χαρακτηριστικά που έχει η μαγνητική δύναμη μπορούμε να συμπεράνουμε ότι υπάρχουν αρκετές ομοιότητες άλλα και διαφορές μεταξύ των ηλεκτρικών και των μαγνητικών δυνάμεων. Οι διαφορές είναι οι παρακάτω:

1. Η ηλεκτρική δύναμη κατευθύνεται πάντοτε παράλληλα (ή αντιπαράλληλα) προς την κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου, ενώ η μαγνητική δύναμη είναι κάθετη προς το μαγνητικό πεδίο.
2. Η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται πάνω σε ένα φορτίο είναι ανεξάρτητη από την ταχύτητα του σωματίου, ενώ η μαγνητική δύναμη δρα μόνο πάνω σε κινούμενα ηλεκτρικώς φορτισμένα σωματίδια.
3. Η ηλεκτρική δύναμη παράγει έργο καθώς μετακινεί ένα φορτισμένο σωματίδιο, ενώ η μαγνητική δύναμη αν προέρχεται από σταθερό μαγνητικό πεδίο δεν παράγει έργο μια και η μαγνητική δύναμη είναι κάθετη στην μετατόπιση του φορτίου.

Από την παρατήρηση 3 βγαίνει το παρακάτω συμπέρασμα

Όταν ένα φορτίο κινείται με ταχύτητα v , ένα σταθερό εξωτερικό μαγνητικό πεδίο μπορεί να μεταβάλλει την κατεύθυνση αλλά όχι και το μέτρο της ταχύτητας του.

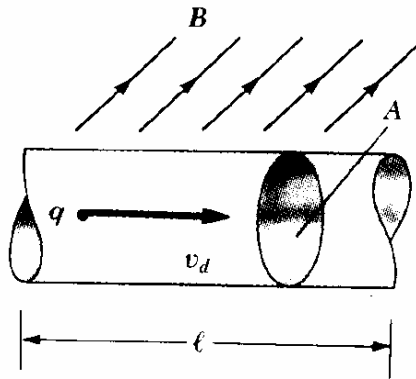
Μονάδα μέτρησης της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι tesla. Συχνά χρησιμοποιούμε την μονάδα του cgs που είναι το gauss. Η μετατροπή του tesla σε gauss γίνεται βάση της σχέσης $1T = 10^4 G$.

3.3. Μαγνητική Δύναμη που ασκείται πάνω σε ρευματοφόρο αγωγό.

Στην προηγούμενη παράγραφο είδαμε ότι εάν ένα στοιχειώδες φορτίο κινείται μέσα σε μαγνητικό πεδίο τότε πάνω του θα ασκηθεί μαγνητική δύναμη που δίνεται από την

σχέση (3.1). Είναι λοιπόν λογικό εάν τοποθετήσουμε ένα ρευματοφόρο σύρμα μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο να ασκηθεί πάνω του μαγνητική δύναμη η οποία είναι συνισταμένη των εκάστοτε μαγνητικών δυνάμεων που ασκούνται πάνω σε καθένα από τα στοιχειώδη φορτία του ρεύματος.

Ας θεωρήσουμε ένα ρευματοφόρο σύρμα διατομής A , μήκους l που διαρέεται από ρεύμα έντασης I και βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο έντασης B .



Σχήμα 3.11: Ρευματοφόρος Αγωγός μέσα σε μαγνητικό πεδίο (*“Physics for Scientists & Engineers”, Serway, Τόμος II*)

Η δύναμη που ασκεί πάνω στο φορτίο q που έχει ταχύτητα ολίσθησης v_d ισούται με $qv_d \times B$. Η δύναμη που ασκεί το μαγνητικό πεδίο πάνω στα επιμέρους φορτία μεταδίδεται μέσω των κρούσεων των φορτίων με τα άτομα από τα οποία αποτελείται το σύρμα. Για να υπολογίσουμε την συνολική δύναμη πολλαπλασιάζουμε τον ολικό αριθμό φορτίων σε αυτό το κομμάτι του σύρματος επί $qv_d \times B$. Επομένως η ολική μαγνητική δύναμη που ασκείται σε ρευματοφόρο αγωγό δίνεται από (hint: συμβουλευτείτε παραπάνω σχήμα):

$$F = (qv_d \times B)nAl \quad (3.3)$$

Αλλά η ένταση του ρεύματος δίνεται από

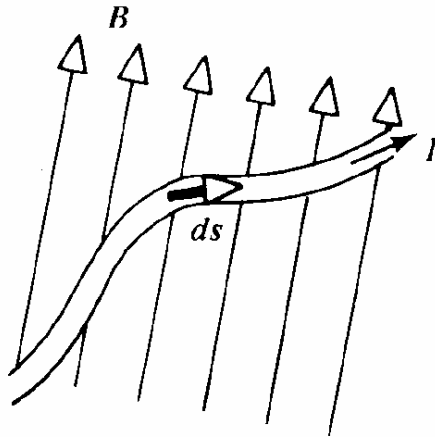
$$I = nqv_d A \quad (3.4)$$

Από (3.3), (3.4) υπολογίζουμε ότι η δύναμη F που ασκείται πάνω σε ρευματοφόρο αγωγό είναι ίση με

$$F = Il \times B \quad (3.5)$$

όπου l είναι το μήκος ένα διάνυσμα που έχει την κατεύθυνση του ρεύματος I . Το μέτρο του l ισούται με το μήκος l του σύρματος. **Προσοχή**, η σχέση (3.5) ισχύει μονάχα για το ευθύγραμμο τμήμα ρευματοφόρου αγωγού σε ομογενές εξωτερικό πεδίο.

Στην περίπτωση που έχουμε έναν ρευματοφόρο αγωγό τυχαίου σχήματος, χωρίζουμε τον αγωγό σε στοιχειώδη τμήματα ds το καθένα από τα οποία το θεωρούμε ευθύγραμμο και εφαρμόζουμε την σχέση (3.5) για να υπολογίσουμε την δύναμη dF που ασκείται πάνω στο στοιχειώδες μήκος ds του αγωγού από το μαγνητικό πεδίο.



Σχήμα 3.12: Ρευματοφόρος Αγωγός Τυχαίου Σχήματος μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο.
(“Physics for Scientists & Engineers”, Serway, Τόμος II)

Η δύναμη που ασκεί στο στοιχειώδες ρευματοφόρο τμήμα ds είναι η παρακάτω:

$$dF = Ids \times B \quad (3.6)$$

Για να υπολογίσουμε την ολική δύναμη τώρα που ασκείται πάνω στον ρευματοφόρο αγωγό αθροίζουμε τις στοιχειώδεις δυνάμεις (3.6) και έτσι η ολική δύναμη πάνω στον αγωγό δίνεται από την σχέση:

$$F = I \int_a^b ds \times B \quad (3.7)$$

όπου a, b είναι τα 2 άκρα του αγωγού. Πρέπει να προσέχουμε όταν υπολογίζουμε το ολοκλήρωμα (3.7) γιατί μπορεί οι διεύθυνση του ds ως προς το πεδίο και το μέτρο του B να αλλάζουν από σημείο σε σημείο του αγωγού.

Από την σχέση (3.7) παρατηρούμε ότι η ολική δύναμη που ασκείται σε έναν κλειστό ρευματοφόρο βρόχο που διαρρέεται από ρεύμα I είναι μηδέν, μια και τα σημεία a και b συμπίπτουν άρα $\oint ds = 0$. Δηλαδή ισχύει το παρακάτω:

Η συνισταμένη μαγνητική δύναμη πάνω σε οποιοδήποτε κλειστό βρόχο ρεύματος που βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο είναι μηδενική.

3.4. Ροπή στρέψης πάνω σε ρευματοφόρο βρόχο που βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο.

Στην παράγραφο αυτή θα υπολογίσουμε την ροπή στρέψης την οποία ασκεί πάνω σε ένα ρευματοφόρο βρόχο μαγνητικό πεδίο.

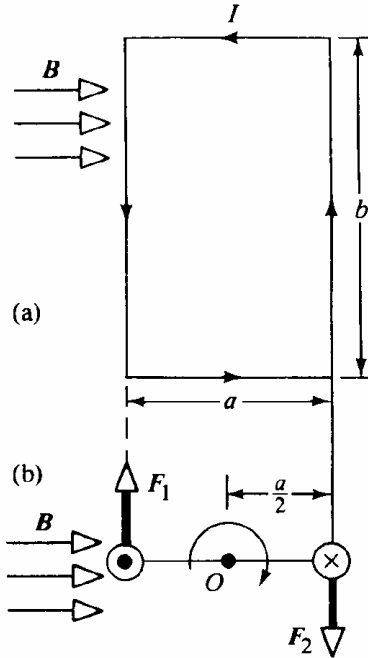
Θεωρήστε ένα βρόχο που βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο έντασης B και διαρρέεται από ρεύμα έντασης I όπως αυτός του παρακάτω σχήματος.

Από το παρακάτω σχήμα είναι φανερό ότι η μαγνητική δύναμη που θα ασκείται πάνω στα ρευματοφόρα τμήματα μήκους a είναι μηδέν μια και η κατεύθυνση τους είναι παράλληλη με την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου. Επομένως από σχέση (3.5) υπολογίζουμε ότι $F_{\mu.\pi. \rightarrow I_a} = 0$.

Το μέτρο των δυνάμεων που υπόκεινται οι πλευρές μήκους b είναι

$$F_1 = F_2 = I b B \quad (3.8)$$

Χρησιμοποιώντας τον κανόνα του δεξιού χεριού παρατηρούμε ότι η φορά της δύναμης που ασκείται στον αριστερό αγωγό είναι προς τα έξω ενώ στο αριστερό είναι προς τα μέσα. Οι φορές των δυνάμεων εικονίζονται στο παρακάτω σχήμα (μέρος b).



Σχήμα 3.13: (α) Ρευματοφόρος κλειστός βρόχος μέσα σε μαγνητικό πεδίο και (b) μαγνητικές δυνάμεις που ασκούνται πάνω στα τμήματα μήκους b από το μαγνητικό πεδίο (“Physics for Scientists & Engineers”, Serway, Τόμος

II)

Αν τώρα ο αγωγός μπορεί να περιστρέφει γύρω από το σημείο O τότε θα στραφεί κατά την φορά των δεικτών του ρολογιού. Η ροπή στρέψης γύρω από το σημείο O που προκαλούν οι δυνάμεις F_1 και F_2 είναι ίση με:

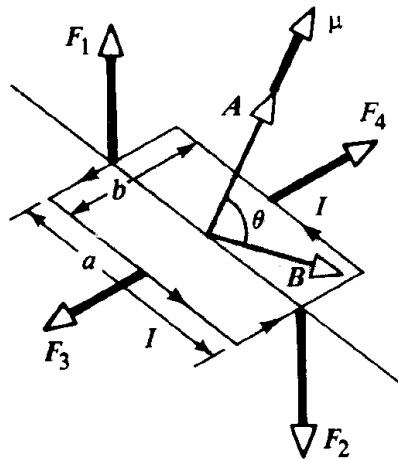
$$\tau_{\max} = F_1 \frac{a}{2} + F_2 \frac{a}{2} = (IbB) \frac{a}{2} + (IbB) \frac{a}{2} = IabB \quad (3.9)$$

Ο δείκτης max στο σύμβολο της ροπής στρέψης έχει να υποδηλώνει ότι η ροπή στρέψης είναι μέγιστη μια και το μαγνητικό πεδίο είναι κάθετο στο ρευματοφόρο τμήμα του αγωγού. Η επιφάνεια του αγωγού είναι ίση με $A = ab$ επομένως η (3.9) μπορεί να γραφεί ως

$$\tau_{\max} = IAB \quad (3.10)$$

Υπενθυμίζουμε ότι η σχέση (3.10) υπολογίσθηκε για την περίπτωση που το μαγνητικό πεδίο είναι παράλληλο με το επίπεδο του βρόχου.

Ας εξετάσουμε τώρα την περίπτωση όπου το μαγνητικό πεδίο δημιουργεί μια γωνία θ με την κάθετο του ρευματοφόρου επιπέδου (δες παρακάτω σχήμα).



Σχήμα 3.14: Μαγνητικές δυνάμεις σε ένα ρευματοφόρο αγωγό που βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο. Το μαγνητικό πεδίο B και η κάθετος στην επιφάνεια σχηματίζουν γωνία θ . (“Physics for Scientists & Engineers”, Serway, Τόμος II)

Θα υποθέσουμε για διευκόλυνσης μας ότι το μαγνητικό πεδίο στα ρευματοφόρα τμήματα μήκους b είναι κάθετα στο μαγνητικό πεδίο B .

Οι δυνάμεις F_4 και F_3 που ασκούνται πάνω στις πλευρές μήκους a δεν προκαλούν στρέψη του αγωγού μια και ασκούνται στο ίδιο σημείο. Η ροπή στρέψης που προκαλούν οι F_2 και οι F_1 δίνεται από την σχέση

$$\tau = F_1 \frac{a}{2} \sin \theta + F_2 \frac{a}{2} \sin \theta = IbB \left(\frac{a}{2} \sin \theta \right) + IbB \left(\frac{a}{2} \sin \theta \right) = IAB \sin \theta \quad (3.11)$$

Από την σχέση (3.11) βλέπουμε ότι η ροπή έχει μέγιστη τιμή ($\theta = 90^\circ$) όταν το επίπεδο του βρόχου είναι παράλληλο προς το μαγνητικό πεδίο. Ενώ η ροπή είναι ελάχιστη, δηλαδή μηδενική, όταν το πεδίο είναι κάθετο στο επίπεδο του βρόχου ($\theta = 0^\circ$).

Από προηγούμενο σχήμα βλέπουμε ότι ο βρόχος τείνει να στραφεί προς την κατεύθυνση που το επίπεδο του βρόχου τείνει να ευθυγραμμιστεί με το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο. Η (3.11) μπορεί να γραφεί χρησιμοποιώντας διανυσματική άλγεβρα ως εξής

$$\tau = IA \times B \quad (3.12)$$

όπου A είναι το διάνυσμα με μέτρο ίσο με το εμβαδόν της επιφάνειας A και είναι κάθετο στο επίπεδο του πλαισίου. Ορίζουμε μαγνητική ροπή το μέγεθος

$$\mu = IA \quad (3.13)$$

Από σχέσεις (3.12), (3.13) παίρνουμε

$$\tau = \mu \times B \quad (3.14)$$

Είναι προφανές αν ο βρόχος είναι πηνίο και αποτελείται από N σπείρες τότε η μαγνητική ροπή που μας δίνει η άσκηση (3.13) πολλαπλασιάζεται επί τον αριθμό των σπειρών N .

Η σχέση (3.14) ισχύει για οποιαδήποτε κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου με τον ρευματοφόρο βρόχο.

Για τον προσανατολισμό ενός ρευματοφόρου επίπεδου βρόχου με το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο η ενέργεια που καταναλώνεται για την ευθυγράμμιση του δίνεται από την σχέση

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (3.15)$$

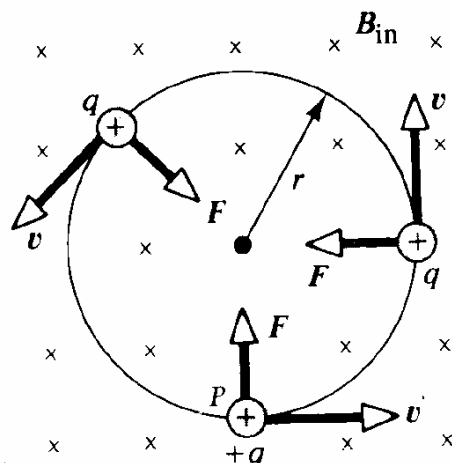
Η καταναλισκόμενη ενέργεια αποθηκεύεται ως δυναμική ενέργεια στο ρευματοφόρο πλαίσιο. Το καταναλισκόμενο έργο είναι ελάχιστο όταν η μαγνητική διπολική ροπή είναι παράλληλη με το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο $U = -\mu B$, ενώ είναι μέγιστο όταν το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο είναι κάθετο προς την μαγνητική διπολική ροπή του δίπολου $U = \mu B$.

3.5. Κίνηση φορτισμένου σωματίου μέσα σε μαγνητικό πεδίο.

Η μαγνητική δύναμη που ασκείται πάνω σε κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο που βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο είναι πάντοτε κάθετη στην κατεύθυνση του ανύσματος της ταχύτητας. Αυτό έχει σαν συμπέρασμα:

Το έργο που ασκεί η μαγνητική δύναμη είναι μηδενικό, διότι η μετατόπιση του φορτισμένου σωματίου είναι πάντοτε κάθετη στην μαγνητική δύναμη. Επομένως ένα στατικό μαγνητικό πεδίο μεταβάλλει μόνο την κατεύθυνση της ταχύτητας του φορτισμένου σωματίου, διότι δεν μπορεί να επηρεάσει το μέτρο της ταχύτητας ή την κινητική του ενέργεια.

Όταν το στοιχειώδες φορτίο εισέλθει στο μαγνητικό πεδίο με την ταχύτητα του κάθετη στη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου τότε θα εκτελέσει κυκλική κίνηση. Η κυκλική τροχιά του φορτίου βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο προς την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου. Η τροχιά αυτή εικονίζεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 3.15: Κυκλική κίνηση φορτισμένου σωματίου μέσα σε μαγνητικό πεδίο, εφόσον το μαγνητικό πεδίο B είναι κάθετο στην ταχύτητα του φορτίου. (“Physics for Scientists & Engineers”, Serway, Τόμος II)

Από το παραπάνω σχήμα καταλαβαίνουμε ότι καθώς η μαγνητική δύναμη εκτρέπει το φορτισμένο σωματίο οι διευθύνσεις των v και F αλλάζουν συνεχώς. Η μαγνητική δύναμη δρα σαν κεντρομόλος που μεταβάλλει συνεχώς την διεύθυνση της ταχύτητας v .

Από το παραπάνω σχήμα παρατηρούμε ότι η φορά της κυκλικής τροχιάς των φορτισμένων σωματιδίων είναι αντίθετη αυτής των δεικτών του ρολογιού. Αν το φορτίο ήταν αρνητικά φορτισμένο τότε θα είχε την αντίθετη φορά η κυκλική τροχιά. Η μαγνητική δύναμη λοιπόν έχει ακτινική διεύθυνση, κεντρομόλος δύναμη, και μέτρο ίσο με

$$F = qvB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB} \quad (3.16)$$

Επίσης γνωρίζουμε ότι η γωνιακή ταχύτητα συνδέεται με την γραμμική ταχύτητα με την σχέση $\omega = \frac{v}{r}$. Σε συνδυασμό με την σχέση (3.16) έχουμε ότι η γωνιακή ταχύτητα δίνεται από την σχέση

$$\omega = \frac{qB}{m} \quad (3.17)$$

Η κυκλική συχνότητα ω ονομάζεται συχνότητα κυκλότρου. Ονομάζεται έτσι γιατί αυτή είναι η συχνότητα με την οποία περιστρέφονται τα φορτισμένα σωματίδια στον επιταχυντή του κύκλου.

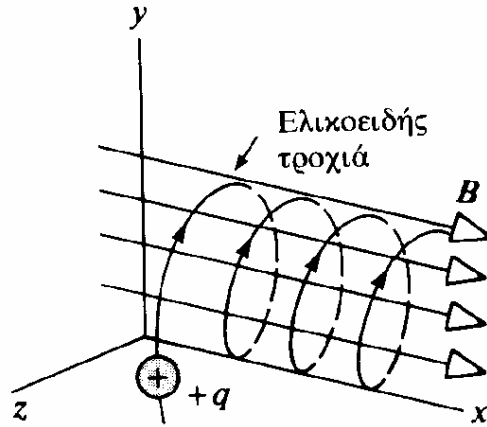
Η περίοδος της κυκλικής τροχιάς του φορτισμένου σωματίου δίνεται από την σχέση

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB} \quad (3.18)$$

Βλέπουμε λοιπόν ότι η γωνιακή ταχύτητα άλλα και η περίοδος της κυκλικής τροχιάς είναι ανεξάρτητες ποσότητες από την γραμμική ταχύτητα του φορτισμένου σωματίου και από την ακτίνα της τροχιάς.

Εάν τώρα το διάνυσμα της ταχύτητας του φορτισμένου σωματίου σχηματίζει μια γωνία θ με τις γραμμές του μαγνητικού πεδίου τότε το φορτισμένο σωματίο θα εκτελέσει ελικοειδή τροχιά παρόμοια με αυτή του παρακάτω σχήματος.

Από το παρακάτω σχήμα παρατηρούμε ότι η κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου είναι πάνω στον άξονα x . Επομένως η επιτάχυνση του σωματιδίου πάνω στον άξονα x , a_x είναι μηδέν, με αποτέλεσμα το μέτρο της ταχύτητας πάνω στην διεύθυνση αυτή να παραμένει σταθερή. Η δύναμη Laplace, βλέπε εξίσωση (3.1), μεταβάλλει με τον χρόνο τις άλλες συνιστώσες της ταχύτητας $v_{x,y}$ που έχει σαν αποτέλεσμα την ελικοειδή κίνηση, με παράλληλο άξονα τον x . Οι προβολές της ελικοειδούς κίνησης στα επίπεδα xy & xz είναι κυκλική κίνηση. Οι σχέσεις (3.17), (3.18) ισχύουν και στην ελικοειδή κίνηση με την διαφορά τώρα ότι η ταχύτητα v αντικαθίσταται από $v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$.



Σχήμα 3.16: Ελικοειδής κίνηση φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο (*“Physics for Scientists & Engineers”, Serway, Τόμος II*)

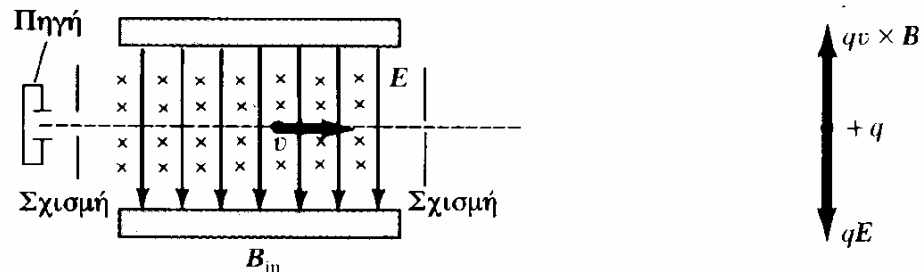
3.6.Εφαρμογές της κίνησης φορτισμένων σωματιδίων σε μαγνητικό πεδίο

Οι περισσότερες εφαρμογές της κίνησης φορτισμένων σωματιδίων μέσα σε μαγνητικό πεδίο περιλαμβάνουν αρχική κίνηση του σωματίου μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο. Στην ειδική περίπτωση που το φορτισμένο σωματίδιο κινείται μέσα σε χώρο που υπάρχει ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο τότε η δύναμη που ασκείται πάνω του είναι γνωστή ως **δύναμη Lorentz** και δίνεται από την παρακάτω σχέση

$$F = qE + qv \times B \quad (3.19)$$

Οι εφαρμογές που θα εξετάσουμε σε τούτη την ενότητα είναι ο διαχωριστής ταχυτήτων και ο φασματογράφος μάζας.

Τον **διαχωριστή ταχυτήτων** τον συναντούμε σε πειράματα στα οποία είναι αναγκαίο να χρησιμοποιούνται φορτισμένα σωματίδια της ίδιας ταχύτητας. Στον διαχωριστή ταχυτήτων χρησιμοποιείται συνδυασμός διατάξεων ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου. Η πειραματική διάταξη του διαχωριστή ταχυτήτων εικονίζεται στο παρακάτω σχήμα.

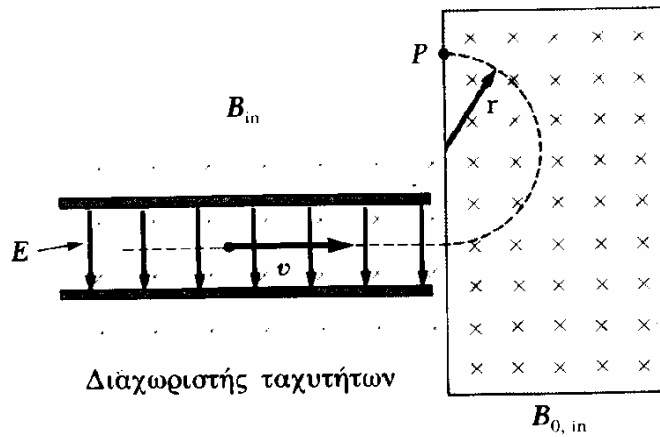


Σχήμα 3.17: Διαχωριστής ταχυτήτων (“Physics for Scientists & Engineers”, Serway, Τόμος II)

Το ηλεκτρικό πεδίο δημιουργείται ανάμεσα σε 2 φορτισμένες πλάκες και έχει την κατεύθυνση που δείχνει το παραπάνω σχήμα. Το μαγνητικό πεδίο είναι κάθετο στο επίπεδο του ηλεκτρικού πεδίου άρα κάθετο στην ταχύτητα v του φορτισμένου σωματιδίου. Το σύμβολο $\times$ στην παραπάνω εικόνα υποδηλώνει την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου που είναι από τον αναγνώστη προς την σελίδα. Ας υποθέσουμε ότι το φορτισμένο σωματίδιο έχει θετικό φορτίο. Η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται στο κινούμενο φορτίο είναι προς τα κάτω (δες παραπάνω σχήμα). Χρησιμοποιώντας τον κανόνα του δεξιού χεριού η μαγνητική δύναμη που ασκείται στο κινούμενο φορτίο είναι προς τα πάνω (δες παραπάνω σχήμα). Εάν τώρα επιλεγεί η ένταση του μαγνητικού και του ηλεκτρικού πεδίου έτσι ώστε τα μέτρα τους να είναι τέτοια ώστε η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται στο κινούμενο φορτίο να είναι ίση με την μαγνητική δύναμη που ασκείται σε αυτό για μια συγκεκριμένη ταχύτητα v του φορτισμένου σωματιδίου, αυτό θα έχει σαν αποτέλεσμα την εκτροπή όλων των άλλων κινούμενων φορτίων, προς τα πάνω ή προς τα κάτω (από τι εξαρτάται αυτό;), εκτός αυτών που έχουν ταχύτητα v . Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται ο διαχωρισμός των φορτίων που κινούνται με την επιθυμητή ταχύτητα v . Η τελευταία συνδέεται με το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο με την σχέση

$$qvB = qE \Leftrightarrow v = \frac{E}{B} \quad (3.20)$$

Ο **φασματογράφος μάζας** είναι ένα όργανο που διαχωρίζει τα ατομικά και τα μοριακά ιόντα ανάλογα με την μάζα τους προς το φορτίο τους. Ο φασματογράφος του Bainbridge είναι ένα τέτοιο όργανο και πειραματική του διάταξη εικονίζεται στο παρακάτω σχήμα



Σχήμα 3.18: Φασματογράφος μάζας (“Physics for Scientists & Engineers”, Serway, Τόμος II)

Ο φασματογράφος αποτελείται από 2 μέρη. Από ένα διαχωριστή ταχύτητας και από μια περιοχή μαγνητικού πεδίου. Η διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου στην περιοχή αυτή είναι κάθετη στο επίπεδο της ταχύτητας εξόδου των φορτίων από τον διαχωριστή ταχυτήτων. Μόλις τα ιόντα εισέλθουν στο χώρο του μαγνητικού πεδίου B_0 (δες παραπάνω σχήμα) θα εκτελέσουν ημικυκλική κίνηση και θα προσπέσουν πάνω σε μια φωτογραφική πλάκα στο σημείο P. Η ακτίνα της ημικυκλικής τους τροχιάς δίνεται από την σχέση (3.16). Από την σχέση αυτή μπορούμε να υπολογίσουμε τον λόγο $\frac{m}{q}$ των εισελθόντων ιόντων :

$$\frac{m}{q} = \frac{rB_0}{v} \quad (3.21)$$

Η ταχύτητα v στην (3.21) καθορίζεται από τις εντάσεις του μαγνητικού και ηλεκτρικού πεδίου του διαχωριστή ταχύτητας, και βρίσκεται από την σχέση (3.20). Αντικαθιστώντας (3.20) στην (3.21) έχουμε

$$\frac{m}{q} = \frac{rB_o B}{E} \quad (3.22)$$

Από την σχέση (3.22) μπορούμε να υπολογίσουμε τον λόγο $\frac{m}{q}$ εάν γνωρίζουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου B_o , B , και E . Στην πράξη συνήθως μετρούμε τις μάζες διαφόρων ισοτόπων ενός δεδομένου ιόντος με το ίδιο φορτίο q .

3.7.Πηγές μαγνητικού πεδίου

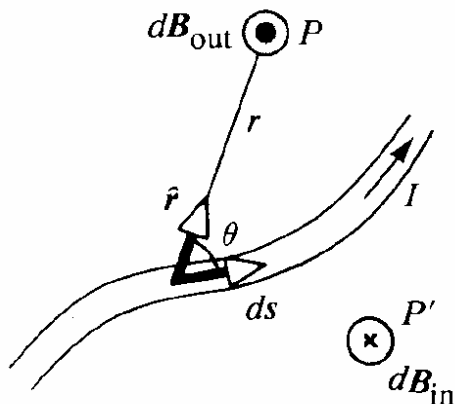
Στην προηγούμενη ενότητα εξετάσαμε την δύναμη που ασκείται πάνω σε κινούμενο φορτίο το οποίο βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο.

Σε αυτή την ενότητα θα μελετήσουμε την δημιουργία μαγνητικού πεδίου από κινούμενα φορτία άλλα και από ρευματοφόρους αγωγούς. Θα αναπτυχθεί ο νόμος του Biot Savart για την περιγραφή του μαγνητικού πεδίου σε ένα σημείο P στο χώρο από κάποιο στοιχείο ρεύματος. Βάση του προηγούμενου και χρησιμοποιώντας την αρχή της επαλληλίας θα υπολογίσουμε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργούν διάφορες κατανομές ρευμάτων. Θα μελετήσουμε την δύναμη ανάμεσα σε 2 ρευματοφόρους αγωγούς άλλα θα υπολογίσουμε μέσω του νόμου του Ampere το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται από γεωμετρικά συμμετρικές κατανομές σταθερού ρεύματος. Τέλος θα μελετηθούν διάφορες διεργασίες που συμβαίνουν μέσα στα μαγνητικά υλικά, αλλά και τα μαγνητικά φαινόμενα που συμβαίνουν μέσα στην ύλη.

Οι Jean Baptiste Biot και Felix Savart βασιζόμενοι στις πειραματικές τους μετρήσεις διατύπωσαν ένα εμπειρικό νόμο ο οποίος επιτρέπει να υπολογίσουμε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ρευματοφόρος αγωγός σε ένα σημείο του χώρου P . Πιο συγκεκριμένα ο νόμος των Biot Savart ορίζει ότι εάν ένα σύρμα διαρρέεται από ένα σταθερό ρεύμα I , τότε ένα στοιχειώδες τμήμα ds του σύρματος αυτού δημιουργεί σε ένα σημείο P στοιχειώδες μαγνητικό πεδίο dB (δες παρακάτω σχήμα).

Τα χαρακτηριστικά του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ρευματοφόρος αγωγός είναι:

- Το διάνυσμα $d\mathbf{B}$ είναι κάθετο στο ds (που έχει την κατεύθυνση του ρεύματος) καθώς και στο μοναδιαίο διάνυσμα $\hat{r}$ που κατευθύνεται από το στοιχειώδες τμήμα ds προς το σημείο P .
- Το μέτρο του $d\mathbf{B}$ είναι αντιστρόφως ανάλογο προς το r^2 , όπου r είναι η απόσταση του τμήματος ds από το σημείο P .
- Το μέτρο του $d\mathbf{B}$ είναι ανάλογο προς το ρεύμα και προς το μήκος ds του στοιχείου.
- Το μέτρο του $d\mathbf{B}$ είναι ανάλογο προς το $\sin\theta$, όπου θ είναι η γωνία που περιέχεται από τα διανύσματα ds και $\hat{r}$.



Σχήμα 3.19: Νόμος Biot- Savart (“Physics for Scientists & Engineers”, Serway, Τόμος II)

Ο νόμος των Biot-Savart περιγράφεται από την σχέση

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I ds \times \hat{r}}{r^2} \quad (3.23)$$

όπου μ_o είναι η μαγνητική διαπερατότητα του κενού ($\mu_o = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Wb/A}\cdot\text{m}$).

Ολοκληρώνοντας την σχέση (3.23) μπορούμε να υπολογίσουμε το μαγνητικό πεδίο που

δημιουργεί ρευματοφόρος αγωγός πεπερασμένου μήκους. Έτσι το ολικό μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ρευματοφόρος αγωγός πεπερασμένου μήκους σε ένα σημείο P δίνεται από

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi} \int \frac{ds \times \hat{r}}{r^2} \quad (3.24)$$

Ανάμεσα στο νόμο των Biot – Savart και στον νόμο του Coulomb υπάρχουν οι παρακάτω ομοιότητες:

- Το στοιχειώδες ρεύμα Ids παράγει μαγνητικό πεδίο ενώ το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο παράγει ηλεκτρικό πεδίο.
- Το μέτρο του μαγνητικού πεδίου είναι αντιστρόφως ανάλογο με το τετράγωνο της απόστασης ανάμεσα στην πηγή του μαγνητικού πεδίου και του σημείου που εξετάζουμε την ένταση του.

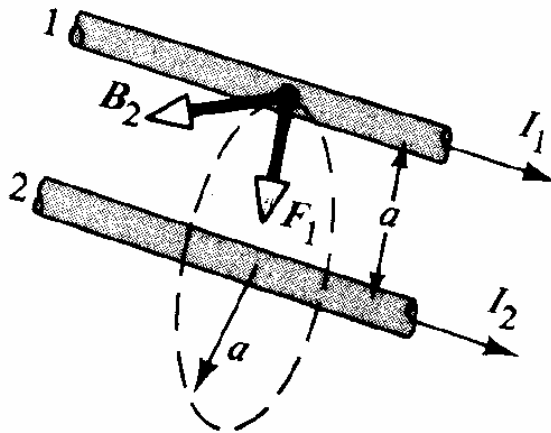
Υπάρχουν όμως και μια ενδιαφέρουσα διαφορά ανάμεσα στους νόμους του Biot – Savart και του νόμου του Coulomb. Αυτή είναι η παρακάτω:

- Η διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου $\vec{E}$ είναι πάνω στην κατεύθυνση που ενώνει το σημειακό φορτίο πηγή με το σημείο που εξετάζουμε το ηλεκτρικό πεδίο (ακτινική διεύθυνση). Από την άλλη η διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$ είναι κάθετη στο επίπεδο της πηγής του πεδίου που είναι το στοιχειώδες ρευματοφόρο τμήμα ds και του σημείου που μελετάμε το μαγνητικό πεδίο.

Έχουμε ήδη μελετήσει ότι όταν ένας ρευματοφόρος αγωγός είναι μέσα σε μαγνητικό πεδίο πάνω του θα ασκηθεί δύναμη που δίνεται από την σχέση (3.7) ή από (3.5). Επίσης είδαμε από τον νόμο των Biot Savart ότι ένας ρευματοφόρος αγωγός δημιουργεί το δικό του μαγνητικό πεδίο. Είναι προφανές λοιπόν ότι εάν τοποθετήσουμε κοντά τον ένα στο άλλο 2 ρευματοφόρους αγωγούς που διαρρέονται από ρεύμα, το μαγνητικό πεδίο του

ενός είναι εξωτερικό μαγνητικό πεδίο για τον άλλο και επομένως ασκεί μαγνητική δύναμη επάνω του.

Θεωρήστε τους παρακάτω ευθύγραμμους ρευματοφόρους αγωγούς οι οποίοι διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα I_1 και I_2 και απέχουν μεταξύ τους απόσταση a (βλέπε παρακάτω σχήμα)



Σχήμα 3.20: Παράλληλοι Ρευματοφόροι Αγωγοί (“Physics for Scientists & Engineers”, Serway, Τόμος II)

Ο αγωγός 2 ως ρευματοφόρος δημιουργεί μαγνητικό πεδίο. Η ένταση B_2 του πεδίου αυτού είναι ίση με

$$B_2 = \frac{\mu_o I_2}{2\pi a} \quad (3.25)$$

Το μαγνητικό πεδίο που περιγράφει η σχέση (3.25) είναι κάθετο στην διεύθυνση διάδοσης του ρεύματος που διαρρέει τους 2 αγωγούς.

Από προηγούμενη εικόνα είναι φανερό ότι ο ρευματοφόρος αγωγός 1 βρίσκεται μέσα στο εξωτερικό μαγνητικό πεδίο που περιγράφει η σχέση (3.25). Επομένως πάνω στον αγωγό 1 θα ασκηθεί δύναμη F_1 από το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ο αγωγός 2, που δίνεται από την σχέση:

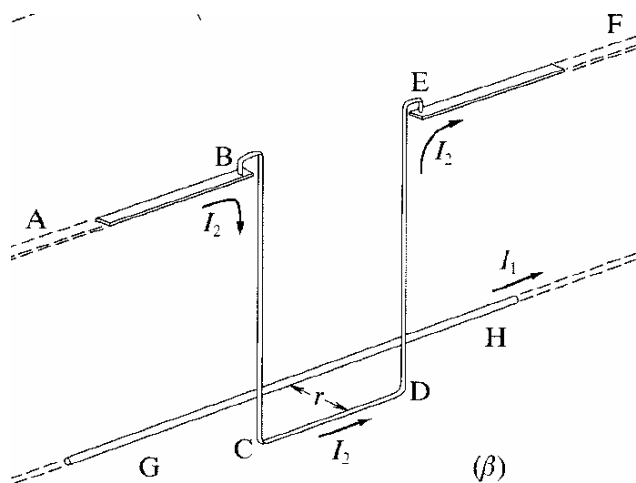
$$F_1 = I_1 B_2 = I_1 l \frac{\mu_o I_2}{2\pi a} \Rightarrow \frac{F_1}{l} = \frac{\mu_o I_2 I_1}{2\pi a} \quad (3.26)$$

Προφανώς η δύναμη που ασκείται πάνω στον αγωγό 2 από το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ο ένα δίνεται από μια παρόμοια σχέση της (3.26).

Εφαρμόζοντας τον κανόνα του δεξιού χεριού παρατηρούμε ότι η δύναμη F_1 είναι ελκτική. Αν τα ρεύματα τώρα γίνουν αντίρροπα τότε εφαρμόζοντας ξανά τον κανόνα του δεξιού χεριού παρατηρούμε ότι η δύναμη θα είναι απωστική μεταξύ των 2 παράλληλα τοποθετημένων ρευματοφόρων αγωγών. Ως συμπέρασμα μπορούμε να εξαγάγουμε την παρακάτω δήλωση:

Παράλληλοι αγωγοί που διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα έλκονται, ενώ όταν τα ρεύματα είναι αντίρροπα οι παράλληλοι αγωγοί απωθούνται.

Η δύναμη μεταξύ 2 ρευματοφόρων αγωγών μπορεί να μετρηθεί πολύ ευκόλα χρησιμοποιώντας την παρακάτω διάταξη.



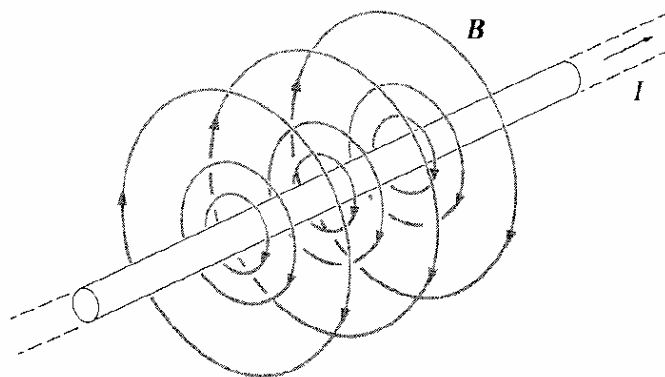
Σχήμα 3.21: Πειραματική διάταξη για τον υπολογισμό της δύναμης μεταξύ 2 ρευματοφόρων αγωγών («Ηλεκτρισμός και Μαγνητισμός», E.M. Purcell, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις ΕΜΠ)

Η σχέση (3.26) χρησιμοποιείται για τον ορισμό του Ampere (μονάδα μέτρησης έντασης ηλεκτρικού ρεύματος) και του Coulomb (μονάδα μέτρησης του ηλεκτρικού φορτίου). Οι ορισμοί παρατίθενται παρακάτω:

Εάν έχουμε 2 παράλληλα σύρματα τα οποία βρίσκονται σε απόσταση 1m μεταξύ τους και τα οποία διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα, τότε, όταν η δύναμη ανά μονάδα μήκους που υφίσταται κάθε σύρμα είναι ίση με $2 \times 10^{-7} \text{ N/m}$, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κάθε σύρμα εξ ορισμού ισούται με 1 A.

Εάν ένας αγωγός διαρρέεται από σταθερό ρεύμα 1 A, τότε η ποσότητα του ηλεκτρικού φορτίου που διέρχεται από μια διατομή του αγωγού σε 1 s είναι 1 Coulomb.

Το μαγνητικό πεδίο ρευματοφόρου αγωγού σχηματίζει ομόκεντρους κύκλους γύρω από αυτόν, που κείνται σε επίπεδο κάθετο από αυτό του ρευματοφόρου αγωγού, όπως εικονίζεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 3.22: Μαγνητικό πεδίο ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού («Ηλεκτρισμός και Μαγνητισμός», E.M. Purcell, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις ΕΜΠ)

Η κατεύθυνση του B μπορεί να βρεθεί ακολουθώντας τον εξής κανόνα:

Εάν πιάσουμε ένα ευθύγραμμο σύρμα με το δεξί χέρι έτσι ώστε ο αντιχειράς να δείχνει προς την κατεύθυνση του ρεύματος, τότε τα δάχτυλα θα κλείσουν γύρω από το σύρμα κατά την κατεύθυνση του B .

Όταν το ρεύμα αντιστραφεί τότε και η φορά του μαγνητικού πεδίου αντιστρέφεται.

Ας επιστρέψουμε όμως στο προηγούμενο σχήμα. Παρατηρήθηκε ότι η ένταση του μαγνητικού πεδίου αλλάζει εάν μεταβληθεί η απόσταση του σημείου εξέτασης του μαγνητικού πεδίου ή η ένταση του ρεύματος αλλάξει.

Θα προσπαθήσουμε να υπολογίσουμε το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από τον ρευματοφόρο αγωγό για μια κλειστή διαδρομή κάθετη στο επίπεδο του ρευματοφόρου σύρματος. Ας πάρουμε ως κλειστή διαδρομή μια κυκλική διαδρομή ακτίνας r που περικλείει το σύρμα (δες προηγούμενο σχήμα). Για μια τέτοια διαδρομή, μήκος ίσο με $2\pi r$, το μαγνητικό πεδίο είναι πάντα παράλληλο με την διαδρομή με αποτέλεσμα

$$\oint B \cdot dS = \oint \frac{\mu_o I}{2\pi r} dS = \frac{\mu_o I}{2\pi r} 2\pi r = \mu_o I \quad (3.27)$$

Από την (3.27) μπορούμε να συμπεράνουμε ότι οποιαδήποτε κλειστή διαδρομή που διαγράφεται γύρω από το σύρμα πρέπει να δώσει την ίδια τιμή μαγνητικού πεδίου. Προφανώς για μια διαδρομή η οποία περιβάλλει το ρεύμα N φορές θα δώσει ένα αποτέλεσμα για το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα (3.27) N φορές μεγαλύτερο. Επίσης από την (3.27) προκύπτει ότι για κλειστή διαδρομή που δεν περιέχει ρευματοφόρο αγωγό τότε το παραπάνω ολοκλήρωμα είναι μηδέν.

Το αποτέλεσμα αυτό είναι γνωστό ως νόμος του Ampere και ισχύει για κάθε κλειστή διαδρομή από την οποία διέρχεται σταθερό με τον χρόνο ρεύμα. Δηλαδή:

Ο νόμος του Ampere ορίζει ότι το γραμμικό ολοκλήρωμα του $B \cdot dS$ γύρω από οποιαδήποτε κλειστή διαδρομή ισούται με $\mu_o I$, όπου I είναι το ολικό σταθερό ρεύμα που διέρχεται μέσα από οποιαδήποτε επιφάνεια η οποία περιβάλλεται από την κλειστή διαδρομή. Δηλαδή

$$\oint B \cdot dS = \mu_0 I \quad (3.28)$$

Ο νόμος του Ampere ισχύει μονάχα για σταθερά ρεύματα.

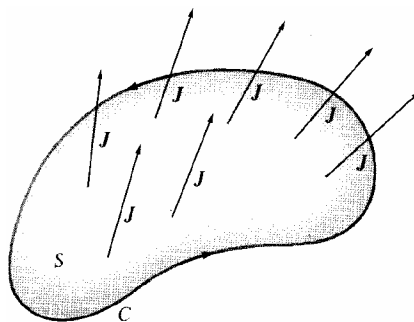
Ο νόμος του Ampere είναι χρήσιμος για να υπολογίσουμε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται από διατάξεις οι οποίες παρουσιάζουν υψηλό βαθμό συμμετρίας, όπως ο νόμος του Gauss είναι χρήσιμος για να υπολογίσουμε το ηλεκτροστατικό πεδίο που δημιουργείται από συμμετρικές κατανομές φορτίου.

Μια πιο γενική έκφραση της σχέσης (3.28) αναφέρεται σε κατανομές όγκου του ρεύματος. Μια γενική κατανομή όγκου στατικού ρεύματος περιγράφεται από την πυκνότητα του ρεύματος $J(x, y, z)$, η οποία μεταβάλλεται από σημείο σε σημείο αλλά παραμένει σταθερή ως προς τον χρόνο.

Για ρεύματα που δεν μεταβάλλονται με τον χρόνο η πυκνότητα φορτίου ικανοποιεί την σχέση συνέχειας ή αλλιώς τη σχέση διατήρησης του φορτίου

$$\nabla \cdot J = 0 \quad (3.29)$$

Αν πάρουμε μια οποιαδήποτε κλειστή καμπύλη C που περικλείει μια κλειστή επιφάνεια το συνολικό ρεύμα που εγκλείεται δίνεται από την σχέση $\int_S J \cdot da$.



Σχήμα 3.23: Τοπική πυκνότητα ρεύματος J («Εισαγωγή στην Ηλεκτροδυναμική», Griffiths, Τόμος I).

Μια γενικότερη έκφραση της σχέσεως (3.28) μπορεί να εξαχθεί από τον ορισμό της πυκνότητας ρεύματος. Άρα

$$\int_C B \cdot dS = \mu_o \int_S J \cdot da \quad (3.30)$$

Από θεώρημα Stokes και εξίσωση (3.30) προκύπτει η διαφορική μορφή του νόμου του Ampere,

$$\nabla \times B = \mu_o J \quad (3.31)$$

Η εξίσωση (3.31) είναι η γενικότερη εξίσωση που μας ενημερώνει ότι το μαγνητικό πεδίο έχει ως πηγή του τα κινούμενα φορτία. Δεν είναι όμως αρκετή για τον πλήρη προσδιορισμό του B μια και αρκετά διανυσματικά πεδία μπορεί να έχουν τον ίδιο στροβιλισμό. Για αυτό τον λόγο η (3.31) πρέπει να συμπληρωθεί με μια επιπλέον συνθήκη.

Την συνθήκη αυτή μας την δίνει η απόκλιση του μαγνητικού πεδίου. Ισχύει ότι, και αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι δεν υπάρχουν μαγνητικά μονόπολα στην φύση, ότι η απόκλιση του μαγνητικού πεδίου είναι μηδέν,

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (3.32)$$

Η (3.32) μας πληροφορεί ότι δεν υπάρχει κλειστή επιφάνεια που να περικλείει ακόμα και ρευματοφόρο αγωγό που να διαρέεται συνολικά από μαγνητική ροή (θα ορισθεί παρακάτω) προς τα μέσα ή προς τα έξω. Η εξίσωση (3.32) εκφράζει τον νόμο του Gauss για τον μαγνητισμό ό οποίος μα πληροφορεί ότι

Ο νόμος του Gauss για τον μαγνητισμό ορίζει ότι η ολική(ή καθαρή) ροή γραμμών μαγνητικού πεδίου (ή μαγνητική ροή) που διαπερνά μια κλειστή επιφάνεια είναι πάντοτε μηδενική:

$$\oint B \cdot dA = 0 \quad (3.33)$$

Από εξισώσεις (3.31), (3.32) μπορούν να προσδιορίσουν την ένταση του μαγνητικού πεδίου αν δίνεται το J.

Στο κεφάλαιο 2 αυτών των σημειώσεων είδαμε ότι το ηλεκτροστατικό πεδίο μπορεί να υπολογιστεί από ένα βαθμωτό δυναμικό V,

$$E = -\nabla V \quad (3.34)$$

Όπου το δυναμικό μιας κατανομής φορτίων μπορεί να δοθεί από την σχέση

$$V(r) = \int \frac{\rho dV}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (3.35)$$

Αν προσπαθούσαμε να ορίσουμε το μαγνητικό πεδίο με κάποια βαθμωτή συνάρτηση δεν θα καταλήγαμε πουθενά μια και ο στροβιλισμός του B δεν είναι κατά ανάγκη μηδέν. Το μαγνητικό πεδίο μπορεί να οριστεί χρησιμοποιώντας μια διανυσματική συνάρτηση A σύμφωνα με την σχέση

$$B = \nabla \times A \quad (3.36)$$

Κατά αναλογία με το δυναμικό στην ηλεκτροστατική η διανυσματική συνάρτηση ονομάζεται διανυσματικό δυναμικό. Παρατηρούμε ότι η εξίσωση (3.36) ικανοποιεί κατευθείαν την εξίσωση (3.32).

Πως όμως υπολογίζουμε το A όταν μας δίνεται μια κατανομή ρεύματος J; Η μεθοδολογία που ακολουθείται παρατίθεται στην συνέχεια. Από εξισώσεις (3.31), (3.36) προκύπτει ότι:

$$\nabla \times (\nabla \times A) = 0 \quad (3.37)$$

Για δικιά μας διευκόλυνση θα υπολογίσουμε την συνιστώσα x της (3.37), η οποία μετά από απλούς υπολογισμούς προκύπτει ίση με

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) = \mu_o J_x \quad (3.38)$$

Υποθέτουμε ότι οι συναρτήσεις είναι τέτοιες που μπορεί να αντιμετωπιστεί η σειρά των μερικών παραγωγίσεων στην (3.38). Με αυτό τον τρόπο προκύπτει η παρακάτω σχέση:

$$-\frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial A_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial A_z}{\partial z} \right) = \mu_o J_x \quad (3.39)$$

Για να γίνει η (3.39) πιο συμμετρική προσθέτω και αφαιρώ από το αριστερό μέλος της ον παράγοντα $\frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2}$ οπότε η (3.39) γράφεται ως

$$-\frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\frac{\partial A_y}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial A_z}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} \right) \right) = \mu_o J_x \quad (3.40)$$

Το πρώτο μέρος της (3.40) είναι η αρνητική της Λαπλασιανής εξίσωσης, ενώ το 2^ο μέρος είναι η απόκλιση της διανυσματικής συνάρτησης A.

Αυτό που μας ενδιαφέρει είναι μονάχα ο στροβιλισμός του A. Θεωρούμε ότι η απόκλιση του A είναι μηδέν, δηλαδή

$$\nabla \cdot A = 0 \quad (3.41)$$

Από εξίσωση (3.41) η (3.40) γράφεται ως

$$\frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} = -\mu_o J_x \quad (3.42)$$

Η (3.42) είναι παρόμοια με την εξίσωση Poisson στην ηλεκτροστατική,

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3.43)$$

Η λύση της (3.43) είναι η σχέση (3.35). Η σχέση (3.42) έχει μια παρόμοια λύση που είναι η παρακάτω:

$$A_x(x_1, y_1, z_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{J_x(x_2, y_2, z_2)}{r_{12}} dv_2 \quad (3.44)$$

Οι άλλες συνιστώσες του A ικανοποιούν παρόμοιες σχέσεις με την (3.44). Όλες μαζί μπορούν να συνδυαστούν και να δώσουν μια πολύ ωραία διανυσματική σχέση

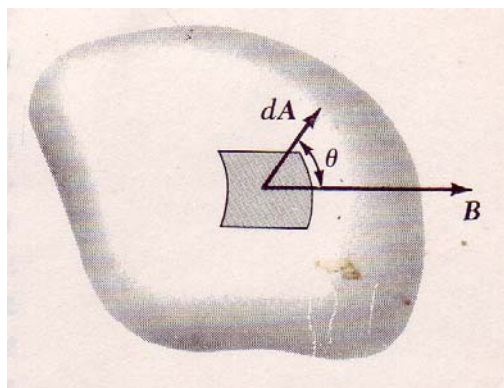
$$A(x_1, y_1, z_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{J(x_2, y_2, z_2)}{r_{12}} dv_2 \quad (3.45)$$

Το μοναδικό πρόβλημα είναι ότι η (3.45) πρέπει να ικανοποιεί την (3.41). Αποδεικνύεται ότι την ικανοποιεί.

Η ροή του μαγνητικού πεδίου ορίζεται κατά τρόπο ανάλογο με την ροή του ηλεκτρικού πεδίου. Η ροή του μαγνητικού πεδίου από μια επιφάνεια εμβαδού A , τυχαίου σχήματος δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\Phi = \int B \cdot dA \quad (3.46)$$

Όπου dA είναι το κάθετο διάνυσμα στο στοιχειώδες τμήμα της επιφάνειας και το μέτρο του, ίσο με το εμβαδόν της στοιχειώδους επιφάνειας, ισούται με dA .

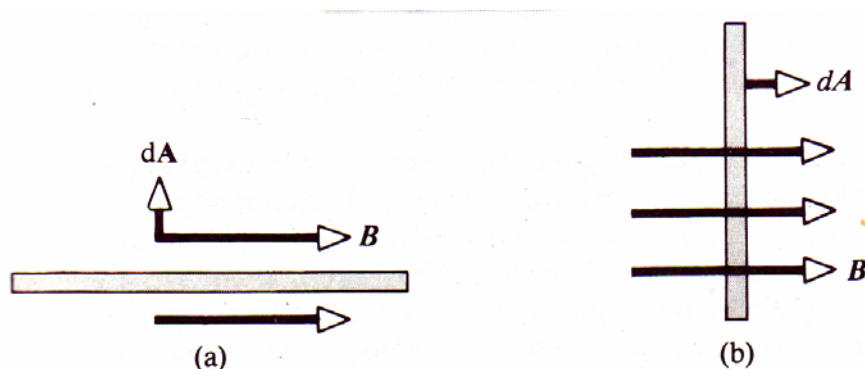


Σχήμα 3.24: Ροή μαγνητικού πεδίου (“Physics for Scientists & Engineers”, Serway, Τόμος II)

Ας θεωρήσουμε την ειδική περίπτωση μιας επίπεδης επιφάνειας A και ομογενούς μαγνητικού πεδίου B το οποίο σχηματίζει γωνία θ με το dA . Η ροή που διαπερνά το επίπεδο αυτό είναι

$$\Phi_m = BA \cos \theta \quad (3.47)$$

Από την σχέση (3.47) φαίνεται ότι η ροή μέσα από την επιφάνεια A γίνεται ελάχιστη όταν το μαγνητικό πεδίο είναι κάθετο στο επίπεδο A ($\theta = 90^\circ$), ενώ παίρνει την μέγιστη τιμή όταν το μαγνητικό πεδίο είναι παράλληλο προς το επίπεδο ($\theta = 0^\circ$).



Σχήμα 3.25: (α) Ελάχιστη και (β) Μέγιστη ροή μαγνητικού πεδίου από επιφάνεια A (“Physics for Scientists & Engineers”, Serway, Τόμος II)

Μονάδα της ροής είναι το 1 Weber.

Η μαγνητική ροπή ενός μαγνητικού υλικού δίνεται από την σχέση (3.13), και οφείλεται στα ηλεκτρόνια που περιφέρονται γύρω από τον πυρήνα και στα πρωτόνια που κινούνται μέσα στον πυρήνα.

Η ολική μαγνητική ροπή ενός ηλεκτρονίου οφείλεται στην περιστροφή του γύρω από τον εαυτό του (spin) άλλα και στην περιστροφή που εκτελεί γύρω από τον πυρήνα του ατόμου. Στην παράγραφο αυτή θα μελετήσουμε τριών ειδών μαγνητικά υλικά: (α) τα **παραμαγνητικά υλικά**, (β) τα **σιδηρομαγνητικά** και (γ) τα **διαμαγνητικά**.

Ένα πρωτόγονο πρότυπο του ατόμου είναι αυτό στο οποίο υποθέτουμε ότι το ηλεκτρόνιο περιστρέφεται γύρω από ένα βαρύτερο πυρήνα. Η περιστροφή του ηλεκτρονίου ισοδυναμεί με ένα κλειστό βρόχο ρεύματος στο οποίο οφείλεται η μαγνητική ροπή του ατόμου.

Η γραμμική ταχύτητα του περιστρεφόμενου ηλεκτρονίου δίνεται από γνωστή σχέση στην μηχανική:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad (3.48)$$

Η ένταση του ρεύματος I το οποίο επάγεται από την περιστροφή του ηλεκτρονίου δίνεται από

$$I = \frac{e}{T} \quad (3.49)$$

Από (3.48) η (3.49) μπορεί να γραφεί ως

$$I = \frac{e}{2\pi r / v} \Leftrightarrow I = \frac{ev}{2\pi r} \quad (3.50)$$

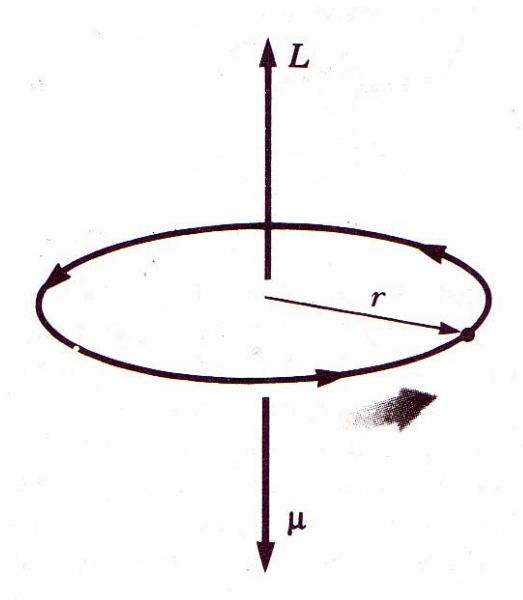
Η μαγνητική ροπή του ατόμου που οφείλεται στην κίνηση του ηλεκτρονίου γύρω από τον εαυτό του και γύρω από τον πυρήνα, δίνεται από την (3.13). Η τελευταία σε συνδυασμό με την (3.50) γράφεται ως

$$\mu = IA = \left(\frac{ev}{2\pi r} \right) \pi r^2 = \frac{1}{2} evr \quad (3.51)$$

Από μηχανική το μέτρο της στροφορμής του ηλεκτρονίου είναι ίσο με $L = mvr$. Επομένως η (3.51) μπορεί να γραφεί ως

$$\mu = \left(\frac{e}{2m} \right) L \quad (3.52)$$

Από (3.52) παρατηρείτε ότι η μαγνητική ροπή του ηλεκτρονίου είναι ανάλογη με την τροχιακή στροφορμή L του. Επίσης λόγω του ότι το ηλεκτρόνιο έχει αρνητικό φορτίο τα διανύσματα μ και L έχουν την ίδια κατεύθυνση αλλά αντίθετες φορές.



Σχήμα 3.26: Μαγνητική ροπή ηλεκτρονίου (*“Physics for Scientists & Engineers”, Serway, Τόμος II*)

Από Κβαντομηχανική όμως γνωρίζουμε ότι η στροφορμή του ηλεκτρονίου είναι κβαντισμένη και μάλιστα παίρνει τιμές ακέραια πολλαπλάσια της σταθεράς του Plank, $\hbar$. Επομένως από (3.52) συμπαιρνούμε ότι η ελάχιστη μη μηδενική τιμή της μαγνητικής ροπής που οφείλεται στην τροχιακή περιφορά του ηλεκτρονίου είναι

$$\mu = \left(\frac{e}{2m} \right) \hbar \quad (3.53)$$

Η ερώτηση που δημιουργείται είναι εφόσον όλα τα υλικά αποτελούνται από ηλεκτρόνια αν όλα έχουν μαγνητικές ιδιότητες. Προφανώς δεν έχουν όλα τα υλικά μαγνητικές ιδιότητες. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα ηλεκτρόνια ενός ατόμου μπορεί να περιστρέφονται κατά αντίθετες φορές με αποτέλεσμα οι μαγνητικές τους ροπές να αλληλοεξουδετερώνονται. Το αποτέλεσμα είναι ότι για τα περισσότερα υλικά η συνισταμένη των μαγνητικών ροπών οι οποίες οφείλονται στην περιφορά των ηλεκτρονίων γύρω από τον πυρήνα είναι μηδενική ή πολύ μικρή.

Μέχρι τώρα μελετήσαμε την μαγνητική ροπή που δημιουργεί η περιστροφή των ηλεκτρονίων γύρω από τον πυρήνα. Στην ολική μαγνητική ροπή του ηλεκτρονίου όμως συνεισφέρει και η ιδιοπεριστροφή του ηλεκτρονίου γύρω από τον εαυτό του. Η μαγνητική ροπή λόγω της ιδιοπεριστροφής δίνεται από την σχέση:

$$\mu_B = \frac{e}{2m} \hbar = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T} \quad (3.54)$$

Η ποσότητα (3.54) ονομάζεται μαγνητόνη του Bohr. Στα άτομα τα περισσότερα ηλεκτρόνια συνδυάζονται ανά 2 με τα διανύσματα των μαγνητικών τους ροπών αντιπαράλληλα. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα άτομα με άρτιο αριθμό ηλεκτρονίων να μην παρουσιάζουν μαγνητική ροπή. Άτομα με περιττό αριθμό ηλεκτρονίων παρουσιάζουν μαγνητική ροπή. Πρέπει να τονιστεί ότι η ολική μαγνητική ροπή ενός ατόμου είναι το διανυσματικό άθροισμα των τροχιακών μαγνητικών ροπών και των μαγνητικών ροπών –

σπίν των ηλεκτρονίων του. Στον παρακάτω πίνακα εικονίζονται οι μαγνητικές ροπές διαφόρων ατόμων και ιόντων.

Άτομο (ή ιόν)	Μαγνητική ροπή (10^{-24} J / T)
H	9.27
He	0
Li	9.27
O	13.9
Ne	0
Ce ³⁺	19.8
Yb ³⁺	37.1

Ο πυρήνας του ατόμου έχει και αυτός μαγνητική ροπή διότι τα συστατικά του δηλαδή τα πρωτόνια και τα νετρόνια έχουν μαγνητική ροπή. Η μαγνητική ροπή του νετρονίου και του πρωτονίου είναι πολύ μικρότερη από αυτή του ηλεκτρονίου με αποτέλεσμα να αγνοείται η μαγνητική ροπή του πυρήνα. Αυτό οφείλεται στο ότι η μάζα του νετρονίου και του πρωτονίου είναι 1000 φορές πιο μεγάλη από αυτή του ηλεκτρονίου, με αποτέλεσμα η μαγνητική ροπή του πυρήνα να αγνοείται (δες εξίσωση (3.54))

Η μαγνητική κατάσταση ενός υλικού καθορίζεται από ένα διανυσματικό μέγεθος την μαγνήτιση, $\vec{M}$. Το μέτρο της μαγνήτισης ισούται με την μαγνητική ροπή ανά μονάδα όγκου, δηλαδή

$$\vec{M} = \frac{d\vec{\mu}}{dV} \quad (3.55)$$

Ο ρόλος της μαγνήτισης είναι ανάλογος με αυτό της πόλωσης P στην ηλεκτροστατική. Σε αντίθεση με την πόλωση που έχει πάντα την ίδια κατεύθυνση με το ηλεκτρικό πεδίο E, η κατεύθυνση της μαγνήτισης M σύμφωνα με την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου

εξαρτάται από το υλικό. Στα παραμαγνητικά υλικά η μαγνήτιση είναι παράλληλη με το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο, στα διαμαγνητικά υλικά είναι αντιπαράλληλη με το μαγνητικό πεδίο και στα σιδηρομαγνητικά υλικά όπου η μαγνήτιση διατηρείται ακόμα και μετά την απομάκρυνση του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου.

Η μαγνήτιση οφείλεται στα εσωτερικά ρεύματα που δημιουργούνται στο μαγνητικό υλικό λόγω περιστροφής των ηλεκτρονίων γύρω από τον πυρήνα του ατόμου και γύρω από τον εαυτό τους. Η επιφανειακή πυκνότητα των ρευμάτων αυτών J_m ισούται με τον στροβιλισμό της μαγνήτισης. Επομένως

$$\vec{J}_m = \vec{\nabla} \times \vec{M} \quad (3.56)$$

Το ολικό μαγνητικό πεδίο μέσα σε ένα υλικό εξαρτάται από το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο B άλλα και από την μαγνήτιση M του υλικού. Για παράδειγμα θεωρήστε τον χώρο μέσα σε ένα ρευματοφόρο δακτυλιοειδές πηνίο και υποθέστε ότι μέσα σε αυτό τον χώρο τοποθετείτε ένα μαγνητικό υλικό. Τότε το ολικό μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό του δακτυλιοειδές πηνίου θα είναι ίσο με

$$B = B_o + B_m \quad (3.57)$$

όπου B_o είναι το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί το ρευματοφόρο πηνίο και B_m είναι το μαγνητικό πεδίο λόγω του μαγνητικού υλικού. Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί το μαγνητικό υλικό μπορεί να γραφεί συνάρτηση του διανύσματος της μαγνήτισης ως εξής

$$B = \mu_o M \quad (3.58)$$

Για διευκόλυνση μας μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα διανυσματικό μέγεθος που ονομάζεται μαγνητίζον πεδίο H και το ορίζουμε ως εξής

$$H = \left(\frac{B}{\mu_o} \right) - M \quad (3.59)$$

Στο SI οι μονάδες μετρήσεις τόσο του H όσο και του M είναι A/m .

Για παράδειγμα εάν στο εσωτερικό ενός ρευματοφόρου πηνίου δεν τοποθετηθεί μαγνητικό υλικό τότε $M = 0$ A/m, άρα από (3.59) έχουμε ότι $B = B_o = \mu_o H$. Αλλά το μαγνητικό πεδίο πηνίου το οποίο έχει N σπείρες δίνεται από $B_o = \mu_o NI$ επομένως το μαγνητίζον πεδίο ισούται με $H = NI$. Παρατηρούμε δηλαδή ότι το μαγνητίζον πεδίο μέσα σε ένα μαγνητικό υλικό οφείλεται αποκλειστικά στο ρεύμα που διαρρέει το πηνίο. Εάν τώρα τοποθετήσουμε μέσα στο πηνίο ένα μαγνητικό υλικό και το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο παραμείνει σταθερό τότε το μαγνητίζον πεδίο παραμένει ως έχει ενώ το μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό του πηνίου έχει 2 συνιστώσες σύμφωνα με την (3.59). Η μία συνιστώσα, $\mu_o H$, οφείλεται στο ρεύμα που διαρρέει το πηνίο ενώ η 2^η συνιστώσα, $\mu_o M$, οφείλεται στην μαγνήτιση του υλικού.

Σε πολλά υλικά, όπως στα διαμαγνητικά και παραμαγνητικά, η μαγνήτιση M είναι ανάλογη προς το μαγνητίζον πεδίο H . Για αυτά τα γραμμικά υλικά ισχύει

$$M = \chi H \quad (3.60)$$

όπου χ είναι ένας αριθμητικός συντελεστής που ονομάζεται μαγνητική επιδεκτικότητα. Εάν το χ παίρνει θετική τιμή, στα παραμαγνητικά υλικά, τότε η μαγνήτιση M έχει την ίδια κατεύθυνση με το μαγνητίζον πεδίο. Εάν το χ έχει αρνητική τιμή, στα διαμαγνητικά υλικά, τότε η μαγνήτιση M έχει αντίθετη κατεύθυνση με το μαγνητίζον πεδίο. Στο παρακάτω πίνακα εικονίζονται τιμές μαγνητικών επιδεκτικοτήτων παραμαγνητικών και διαμαγνητικών υλικών.

Παραμαγνητικό υλικό	χ	Διαμαγνητικό υλικό	χ
Αλουμίνιο	2.3×10^{-5}	Βισμούθιο	-1.66×10^{-5}
Ασβέστιο	1.9×10^{-5}	Χαλκός	-9.8×10^{-6}
Χρώμιο	2.7×10^{-4}	Αδάμαντας	-2.2×10^{-5}
Λίθιο	2.1×10^{-5}	Χρυσός	-3.6×10^{-5}
Μαγνήσιο	1.2×10^{-5}	Μόλυβδος	-1.7×10^{-5}
Νιόβιο	2.6×10^{-4}	Υδράργυρος	-2.9×10^{-5}
Οξυγόνο (ΣΣΠΘ*)	2.1×10^{-6}	Άζωτο (ΣΣΠΘ*)	-5.0×10^{-9}
Πλατίνα	2.9×10^{-4}	Άργυρος	-2.6×10^{-5}
Βολφράμιο	6.8×10^{-5}	Πυρίτιο	-4.2×10^{-6}

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (3.59) και (3.60) παίρνουμε ότι

$$B = \mu_o (H + M) = \mu_o (H + \chi H) = \mu_o (1 + \chi) H \quad (3.61)$$

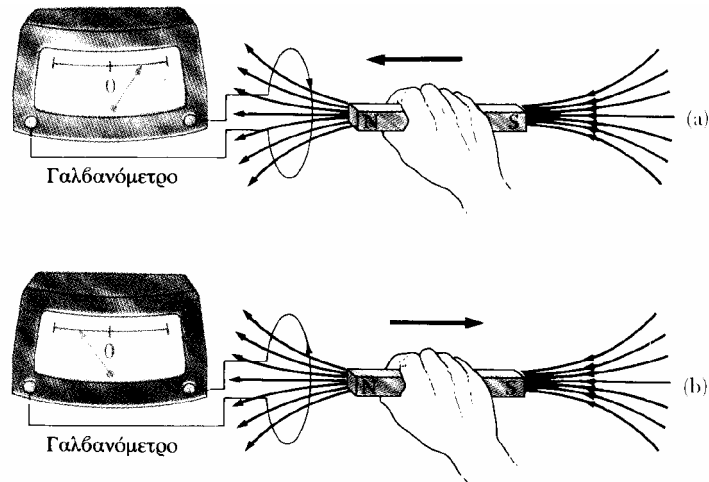
Η ποσότητα $\mu_o (1 + \chi)$ είναι η ίση με μια σταθερά κ_m η οποία είναι γνωστή ως διαπερατότητα του υλικού. Άρα η (3.61) μπορεί να γραφεί ως

$$B = \kappa_m H \quad (3.62)$$

Για τα παραμαγνητικά υλικά ισχύει ότι $\kappa_m > \mu_o$, για τα διαμαγνητικά υλικά ισχύει ότι $\kappa_m < \mu_o$ και τέλος για τα σιδηρομαγνητικά υλικά ισχύει $\kappa_m \gg \mu_o$.

Είναι γνωστό ότι όταν ένας αγωγός διαρέεται από ρεύμα δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο. Το ερώτημα που προκύπτει είναι αν μπορεί να συμβεί το αντίστροφο φαινόμενο δηλαδή να δημιουργηθεί ηλεκτρικό ρεύμα από μαγνητικό πεδίο.

Ο Michael Faraday και J. Hentry παρατήρησαν ότι μπορεί να παραχθεί ηλεκτρικό ρεύμα εάν ένας ραβδόμορφος μαγνήτης κινηθεί μέσα έξω από ένα σύρμα που έχει την μορφή σπειρώματος.



Σχήμα 3.27: Παραγωγή Ηλεκτρικού ρεύματος από μαγνητικό πεδίο (“Physics for Scientists & Engineers”, Serway, Τόμος II)

Το παραπάνω σχήμα μας δείχνει πώς ένα μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο. Καθώς μετακινείται ο μαγνήτης μέσα έξω από τον κλειστό βρόχο παρατηρείται η μετακίνηση της βελόνας του γαλβανόμετρου. Εάν σταματήσει η κίνηση του μαγνήτη η βελόνα του γαλβανόμετρου επιστρέφει στο μηδέν. Κατά την διάρκεια της κίνησης του μαγνήτη μέσα από τον βρόχο επάγεται ρεύμα παρόλο που ο βρόχος δεν συνδέεται με κάποια μπαταρία. Το ρεύμα αυτό ονομάζεται ρεύμα επαγωγής και λέμε

(3.63)

ότι στα άκρα του βρόχου έχει επαχθεί ΗΕΔ εξ επαγωγής. Η ΗΕΔ εξ επαγωγής όπως και το επαγωγικό ρεύμα περιγράφεται από τον νόμο του Faraday που μας λέει ότι

Η επαγόμενη ΗΕΔ σε ένα κύκλωμα είναι κατευθείαν ανάλογη προς την ως προς τον χρόνο μεταβολή της μαγνητικής ροής η οποία διαπερνά το κύκλωμα.

Ο νόμος του Faraday περιγράφεται από την σχέση:

$$\text{ΗΕΔ} = -\frac{d\Phi_m}{dt} \quad (3.64)$$

όπου Φ_m είναι η μαγνητική ροή που διαπερνά το κύκλωμα. Η μαγνητική ροή ορίζεται από την σχέση (3.46). Η σχέση (3.64) μπορεί να γραφεί ως

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (3.65)$$

Από θεώρημα Stokes το 1^ο μέρος της (3.65) γράφεται ως

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_s \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad (3.66)$$

η διαφορική μορφή του νόμου του Faraday είναι αποτέλεσμα των (3.65), (3.66) επομένως

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.67)$$

Η (3.67) μας πληροφορεί ότι μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ δημιουργεί ένα μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$. Οι δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου είναι κάθετες σε αυτές του μαγνητικού πεδίου.

Το αρνητικό πρόσημο στην (3.64) εκφράζει τον κανόνα του Lenz τον οποίο θα μελετήσουμε σε μια από τις επόμενες παραγράφους. Η σχέση (3.64) αν το κύκλωμα αποτελείται από N σπείρες γράφεται ως:

$$HE\Delta = -N \frac{d\Phi_m}{dt} \quad (3.68)$$

Αν τώρα υποθέσουμε ότι έχουμε μια επιφάνεια A η οποία βρίσκεται υπό γωνία θ ως προς τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου, η $HE\Delta$ η οποία επάγεται στα άκρα της επιφάνειας γράφεται ως

$$\text{HE}\Delta = -\frac{d}{dt}(BA \cos \theta) \quad (3.69)$$

Από εξίσωση (3.69) παρατηρούμε ότι για να δημιουργήσουμε επαγωγική τάση στα άκρα ενός κλειστού βρόχου (κύκλωμα) θα πρέπει να γίνει ένα από τα παρακάτω:

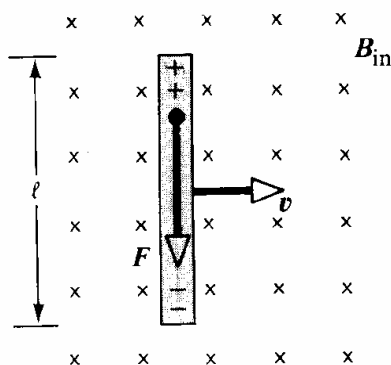
- Ο βρόχος να κινείται από ένα σημείο σε ένα άλλο όπου το μαγνητικό πεδίο έχει διαφορετικό μέτρο, με άμεση συνέπεια τη μεταβολή της ροής μέσα στον βρόχο
- Ο βρόχος να περιστρέφεται, έτσι ώστε να μεταβάλλεται ο αριθμός των δυναμικών γραμμών που περνούν μέσα από αυτόν.
- Να μεταβάλλεται το σχήμα του βρόχου, έτσι ώστε να μεταβάλλεται η επιφάνεια του, άρα και η μαγνητική ροή.
- Να μεταβάλλεται το μέτρο του μαγνητικού πεδίου που περνά μέσα από τον βρόχο (για παράδειγμα μεταβάλλοντας το ρεύμα του αγωγού ο οποίος δημιουργεί το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο).

Καθώς μεταβάλλεται με ένα από τους παραπάνω τρόπους η μαγνητική ροή που διαπερνά το κύκλωμα, αυτό διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα του οποίου η ένταση δίνεται από την σχέση

$$I_{\varepsilon\pi.} = \frac{\text{HE}\Delta}{R} \quad (3.70)$$

όπου R είναι η αντίσταση του κυκλώματος.

Προηγουμένως υπολογίσαμε την HEΔ εξ επαγωγής που αναπτύσσεται στα άκρα ενός κυκλώματος όταν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που τον διαπερνά. Στην παράγραφο αυτή θα υπολογίσουμε την κινητική HEΔ που οφείλεται στην σχετική κίνηση του αγωγού και του μαγνητικού πεδίου. Στο παρακάτω σχήμα εικονίζεται ένας ευθύγραμμος αγωγός μήκους l ο οποίος κινείται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Το επίπεδο του αγωγού είναι κάθετο στο μαγνητικό πεδίο (το οποίο έχει φορά από τον αναγνώστη προς την σελίδα).



Σχήμα 3.28: Κίνηση αγωγού μέσα σε μαγνητικό πεδίο. (“Physics for Scientists & Engineers”, Serway, Τόμος II)

Η κίνηση του αγωγού μέσα στο μαγνητικό πεδίο έχει σαν αποτέλεσμα τα ηλεκτρόνια του αγωγού να δέχονται μια μαγνητική δύναμη που τα αναγκάζει να κινηθούν προς τα κάτω, όπως φαίνεται και στο παραπάνω σχήμα. Θα δημιουργηθεί μια διαφορά δυναμικού ανάμεσα στον αγωγό που με τον χρόνο θα αυξάνεται μέχρι το σημείο που θα σταματήσει η κίνηση προς τα κάτω των ηλεκτρονίων του αγωγού. Η ηλεκτρική δύναμη ανάμεσα στα θετικά και αρνητικά φορτία του αγωγού έχει φορά αντίθετη με την μαγνητική δύναμη. Όταν οι 2 δυνάμεις αυτές εξισωθούν τότε σταματά και η κίνηση των ηλεκτρονίων μέσα στον αγωγό. Η συνθήκη ισορροπίας είναι λοιπόν:

$$qE = qvB \Leftrightarrow E = vB \quad (3.71)$$

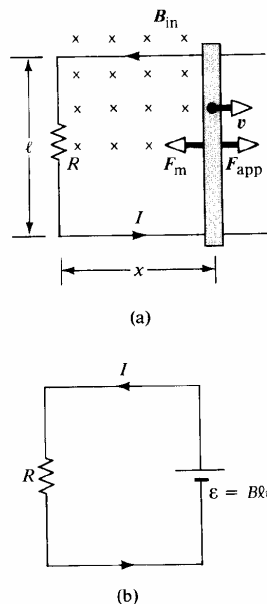
Το ηλεκτρικό πεδίο που αναπτύσσεται στο εσωτερικό του κινούμενου αγωγού μέσα σε μαγνητικό πεδίο σχετίζεται με την διαφορά δυναμικού V στα άκρα του σύμφωνα με την σχέση:

$$V = E \cdot l \Leftrightarrow V = Blv \quad (3.72)$$

Όπως φαίνεται και στο σχήμα το επάνω μέρος του αγωγού βρίσκεται σε υψηλότερο δυναμικό από το κάτω. Συμπεραίνουμε δηλαδή ότι κατά την διάρκεια της κίνησης του

αγωγού μέσα στο μαγνητικό πεδίο δημιουργείται διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα άκρα του. Εάν η κατεύθυνση της κίνησης αντιστραφεί, τότε αντιστρέφεται και η πολικότητα της διαφοράς δυναμικού V .

Ας υποθέσουμε τώρα ότι ο αγωγός είναι μέρος μιας κλειστής αγωγίμης διαδρομής. Ο αγωγός σύρεται πάνω σε 2 ράγες προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα v και κάθετα προς το μαγνητικό πεδίο B . Το κύκλωμα παρουσιάζει ολική ωμική αντίσταση R . Όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα η ράβδος σύρεται προς τα δεξιά υπό την επίδραση της δύναμης F_{app} . Όπως είδαμε προηγουμένως η κίνηση της ράβδου μέσα σε μαγνητικό πεδίο θα έχει ως αποτέλεσμα την επαγωγή τάσης στα άκρα της. Το κύκλωμα ως αποτέλεσμα της επαγωγικής τάσης θα αρχίσει να διαρέεται από επαγωγικό ρεύμα $I_{επ}$. Ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής μέσα από το κύκλωμα είναι ανάλογος ως προς τον χρόνο μεταβολής της επιφάνειας του κυκλώματος καθώς η ράβδος κινείται μέσα στο μαγνητικό πεδίο. Το έργο που παράγεται από την F_{app} για να σύρει προς τα δεξιά τον αγωγό καταναλώνεται στο κύκλωμα ως θερμική ενέργεια joule στην αντίσταση του κυκλώματος.



Σχήμα 3.29: Επαγόμενη τάση και ρεύμα λόγω της κίνησης του αγωγού μέσα στο μ.π.

(“Physics for Scientists & Engineers”, Serway, Τόμος II)

Η επιφάνεια του κυκλώματος σε κάθε στιγμή είναι ίση με lx . Η ροή του μαγνητικού πεδίου μέσα από το κύκλωμα είναι ίση με

$$\Phi_m = Blx \quad (3.73)$$

όπου x είναι το μήκος του κυκλώματος που μεταβάλλεται ως προς τον χρόνο. Από σχέση (3.64) μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο της επαγόμενης τάσης,

$$\text{HE}\Delta = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -Bl\frac{dx}{dt} \Leftrightarrow \text{HE}\Delta = -Blv \quad (3.74)$$

Από σχέση (3.70), (3.74) μπορούμε να υπολογίσουμε την ένταση του επαγόμενου ρεύματος που είναι ίση με

$$I = \frac{|\text{HE}\Delta|}{R} = \frac{Blv}{R} \quad (3.75)$$

Για να κινείται με σταθερή ταχύτητα η ράβδος θα πρέπει η εξωτερική δύναμη F_{app} να εξουδετερώνεται από την δύναμη Laplace που ασκεί στον ρευματοφόρο (από το επαγόμενο ρεύμα) το μαγνητικό πεδίο. Ισχύει λοιπόν ότι

$$F_{app} = BI_{\varepsilon\pi}l \quad (3.76)$$

Η ισχύς που καταναλώνεται πάνω στην αντίσταση R του κυκλώματος είναι ίση με

$$P = F_{app}v = (IlB)v = \frac{B^2l^2v^2}{R} \quad (3.77)$$

Η (3.77) ισούται με την ισχύ που παρέχεται στην αντίσταση R η επαγόμενη τάση $\text{HE}\Delta$.

Η γενικότερη έκφραση της (3.74) που αφορά την κίνηση αγωγού οποιουδήποτε σχήματος που κινείται μέσα σε οποιαδήποτε μαγνητικό πεδίο, ομογενές ή μη δίνεται από την σχέση

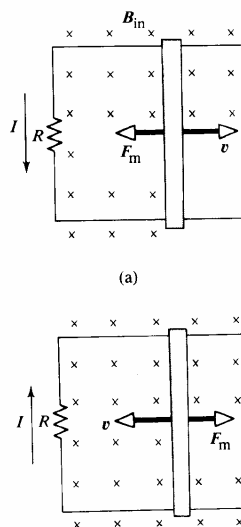
$$\mathcal{E} = \int_c (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad (3.78)$$

Στην σχέση (3.64) υπάρχει το πρόσημο (-). Είπαμε ότι η ύπαρξη του πρόσημου αυτού εξηγείται από τον κανόνα του Lenz. Ο κανόνας αυτός μας λέει ότι

Η πολικότητα (δηλαδή η φορά) της επαγόμενης $\mathcal{E}$ είναι τέτοια ώστε να τείνει να δημιουργήσει ρεύμα το οποίο θα παράγει μαγνητική ροή κατά την φορά που αντιτίθεται στην μεταβολή της μαγνητικής ροής η οποία διαπερνά τον βρόχο.

Ο κανόνας του Lenz είναι απευθείας αποτέλεσμα της αρχής διατήρησης της ενέργειας. Για να το κατανοήσουμε αυτό καλύτερα την φυσική σημασία του κανόνα του Lenz ας μελετήσουμε το παρακάτω παράδειγμα.

Έστω μια κινούμενη αγώγιμη ράβδος η οποία κινείται προς τα δεξιά πάνω σε 2 ράγες. Στο χώρο κίνησης της ράβδου υπάρχει μαγνητικό πεδίο κάθετο στο επίπεδο της κίνησης.

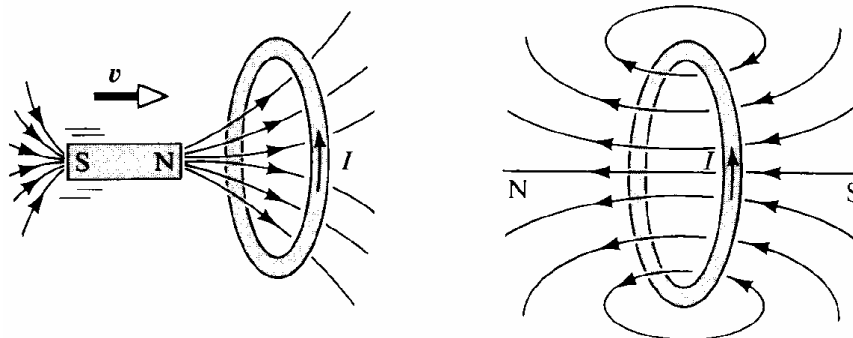


Σχήμα 3.30: Κανόνας Lenz (“Physics for Scientists & Engineers”, Serway, Τόμος II)

Η μαγνητική ροή με την πάροδο του χρόνου καθώς ο αγωγός κινείται προς τα δεξιά αυξάνει με την πάροδο του χρόνου. Ο κανόνας του Lenz δημιουργεί ένα επαγόμενο ρεύμα το οποίο έχει τέτοια φορά έτσι ώστε να αναιρεί την μεταβολή της ροής του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου. Από το παραπάνω σχήμα βλέπουμε ότι το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο έχει φορά από τον αναγνώστη προς τα μέσα. Η φορά του επαγόμενου ρεύματος είναι τέτοια ώστε με τον κανόνα του δεξιού χεριού το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί έχει φορά από την σελίδα προς τον αναγνώστη.

Εάν τώρα υποθέταμε ότι η ράβδος κινείται προς τα αριστερά η ροή του εξωτερικού πεδίου μειώνεται με τον χρόνο. Το επαγόμενο ρεύμα έχει την φορά των δεικτών του ρολογιού. Και στις 2 περιπτώσεις το επαγόμενο ρεύμα πρέπει να έχει τέτοια φορά ώστε η μαγνητική ροή που διαπερνά τον βρόχο να διατηρεί την αρχική της τιμή.

Από ενεργειακής άποψης ο κανόνας του Lenz μπορεί να εξηγηθεί ως ακολούθως. Αν η ράβδος κινείται προς τα δεξιά και η φορά του επαγόμενου ρεύματος ήταν αντίθετη από αυτή που εικονίζεται στο παραπάνω σχήμα, δηλαδή προς τα κάτω τότε η αναπτυσσόμενη πάνω στον αγωγό μαγνητική δύναμη BII θα είχε κατεύθυνση προς τα δεξιά. Αυτό θα είχε σαν αποτέλεσμα η ράβδος να επιταχύνεται. Αυτό είναι άτοπο μια και χωρίς να δαπανήσουμε μια extra ενέργεια θα αυξάναμε την κινητική ενέργεια της ράβδου. Άρα παραβίαση της αρχής διατήρησης της ενέργειας. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι η φορά του ρεύματος πρέπει να είναι αυτή που καθορίζει ο κανόνας του Lenz. Η παρακάτω εικόνα είναι ένα άλλο παράδειγμα του κανόνα του Lenz (Προσπαθήστε να το εξηγήσετε)



Σχήμα 3.31: Κανόνας του Lenz (“Physics for Scientists & Engineers”, Serway, Τόμος II)

Ο νόμος της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής στην γενική μορφή της ορίζει ότι μεταβολή της μαγνητικής ροής ακόμα και στο κενό όπου δεν υπάρχουν ηλεκτρικά φορτία δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο. Οι ιδιότητες του επαγόμενου ηλεκτρικού πεδίου αυτού διαφέρουν από αυτές του ηλεκτροστατικού πεδίου. Ο νόμος του Faraday στην γενική του μορφή ορίζεται από την σχέση:

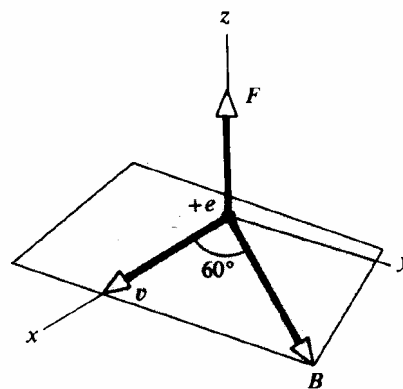
$$\oint E \cdot dS = -\frac{d\Phi_m}{dt} \quad (3.79)$$

όπου S είναι μια κλειστή διαδρομή. Παρατηρούμε από σχέση (3.79) ότι η το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο δεν είναι συντηρητικό, μια και το κλειστό ολοκλήρωμα της (3.79) δεν είναι ίσο με μηδέν.

3.8.Επαναληπτικές Ερωτήσεις – Ασκήσεις

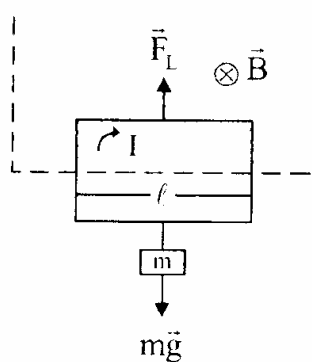
1. Η δύναμη που ασκείται ανάμεσα σε ηλεκτρικούς φορτισμένα σωματίδια εξαρτάται από την ποσότητα των φορτίων τους, την μεταξύ τους απόσταση, και από τι άλλο;
2. Ποια είναι η πηγή των μαγνητικών δυνάμεων;
3. Ο νόμος της αλληλεπίδρασης μεταξύ μαγνητικών πόλων είναι παρόμοιος με τον νόμο αλληλεπίδρασης μεταξύ ηλεκτρικά φορτισμένων σωματιδίων;
4. Σε τι διαφέρουν ριζικά οι μαγνητικοί πόλοι από τα ηλεκτρικά φορτία;
5. Ένα ηλεκτρικό φορτίο περιβάλλεται από ηλεκτρικό πεδίο. Από τι είδους πεδίο περιβάλλεται επιπλέον όταν κινείται;
6. Από τι παράγεται το μαγνητικό πεδίο;
7. Τι είναι μαγνητική περιοχή;
8. Ποια είναι η διαφορά ανάμεσα σε ένα μαγνητισμένο και σε ένα μη μαγνητισμένο σιδερένιο καρφί;
9. Το ηλεκτρικό πεδίο γύρω από ένα φορτίο έχει ακτινική κατεύθυνση. Ποια είναι η κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου γύρω από ένα ρευματοφόρο αγωγό;
10. Σε ποια κατεύθυνση θα πρέπει να κινείται ένα φορτισμένο σωματίο ως προς ένα μαγνητικό πεδίο για να υποστεί την μέγιστη δυνατή δύναμη εκτροπής; Την ελάχιστη;
11. Με ποιο τρόπο επηρεάζει το γήινο μαγνητικό πεδίο την ένταση των κοσμικών ακτινών που προσπίπτουν στην επιφάνεια της Γης;
12. Αφού κάθε άτομο σιδήρου είναι ένας μικρός μαγνήτης γιατί όλα τα σιδερένια σώματα δεν είναι και αυτά μαγνήτες;
13. «Όταν ένα ηλεκτρόνιο βρίσκεται μέσα σε ένα ηλεκτρικό πεδίο, υφίσταται πάντα μια δύναμη, όταν, όμως βρίσκεται μέσα μαγνητικό πεδίο δεν συμβαίνει το ίδιο» Αιτιολογήστε την πρόταση αυτή.
14. Το μαγνητικό πεδίο μπορεί να εκτρέψει ένα μια δέσμη ηλεκτρονίων αλλά δεν μπορεί να εκτελέσει έργο σε αυτά έτσι ώστε να μεταβάλει το μέτρο της ταχύτητας τους. Γιατί;

15. Οι κάτοικοι του Βορείου Καναδά δέχονται εντονότερη κοσμική ακτινοβολία από αυτή που δέχονται οι κάτοικοι του Μεξικού. Γιατί;
16. Τι πρέπει να μεταβάλλεται για να έχουμε παραγωγή Ηλεκτρομαγνητικής Επαγωγής;
17. Εκτός από τη επαγόμενη τάση από τι άλλο εξαρτάται το ρεύμα που παράγεται από ηλεκτρομαγνητική επαγωγή;
18. Ποιοι είναι οι τρεις τρόποι που μπορεί να επαχθεί τάση σε ένα σύρμα;
19. Πόση είναι η συχνότητα της επαγόμενης τάσης σε σχέση με την συχνότητα με την οποία εισέρχεται και εξέρχεται ένας μαγνήτης σε ένα συρμάτινο πηνίο;
20. Γιατί μια γεννήτρια παράγει ένα εναλλασσόμενο ρεύμα;
21. Η ηλεκτρική ενέργεια μπορεί να μεταφερθεί μέσω καλωδίων. Μπορεί να μεταφερθεί και στον κενό χώρο; Αν ναι πώς;
22. Γιατί απαιτείται η δημιουργία εναλλασσόμενου ρεύματος για την λειτουργία ενός μετασχηματιστή;
23. Ένα πρωτόνιο κινείται παράλληλα προς τον θετικό άξονα x με μέτρο ταχύτητας $8 \times 10^6 \text{ m/s}$. Στην συνέχεια εισέρχεται σε περιοχή με μαγνητικό πεδίο 2.5 T που βρίσκεται στο επίπεδο xy και σχηματίζει γωνία 60° με τον άξονα x . Υπολογίστε την αρχική μαγνητική δύναμη καθώς και την επιτάχυνση του πρωτονίου.



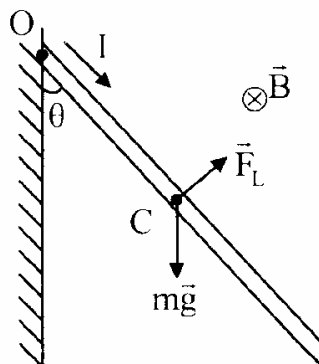
Ασκ. 23

24. Ένα πρωτόνιο κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας 14 cm μέσα σε ομογενές πεδίο, μέτρου 0.35 T, που κατευθύνεται κάθετα προς την ταχύτητα του πρωτονίου. Υπολογίστε την ταχύτητα του πρωτονίου.
25. Εάν επαναλάβετε την άσκηση 24 για ηλεκτρόνιο αυτή την φορά, ποια θα είναι η ακτίνα της τροχιάς του;
26. Σε πείραμα μέτρησης της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από πηνία, αρχικός ηρεμούντα ηλεκτρόνια επιταχύνονται από διαφορά δυναμικού 350 V, κατόπιν πέφτουν κάθετα στο μαγνητικό πεδίο, διαγράφοντας κυκλική τροχιά ακτίνας 7.5 cm. (α) Υπολογίστε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου, (β) Υπολογίστε την κυκλική συχνότητα περιστροφής των ηλεκτρονίων.
27. Ένας ορθογώνιος συρμάτινος βρόχος, από τον οποίο έχει αναρτηθεί μάζα m , ισορροπεί κατακόρυφα με τη μια πλευρά του μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ κάθετο στο βρόχο. Ποιο πρέπει να είναι το ρεύμα I που διαρρέει το βρόχο, έτσι ώστε η μαγνητική δύναμη να αντισταθμίζει την βαρυτική δύναμη;



Ασκ. 27

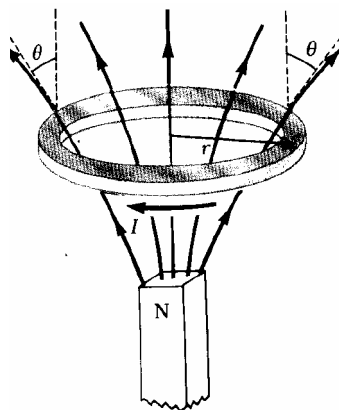
28. Μια μεταλλική ράβδος μάζας m και μήκους l κρέμεται με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το ένα άκρο της. Η ράβδος διαρρέεται από ρεύμα I και βρίσκεται κάθετα σε μαγνητικό πεδίο. Η ράβδος ισορροπεί σχηματίζοντας με την κατακόρυφο γωνία θ . Να υπολογιστεί η ένταση B του μαγνητικού πεδίου, υποθέτοντας ότι η δύναμη από το μαγνητικό πεδίο (δύναμη Laplace) ασκείται στο κέντρο της ράβδου.



Ασκ.28

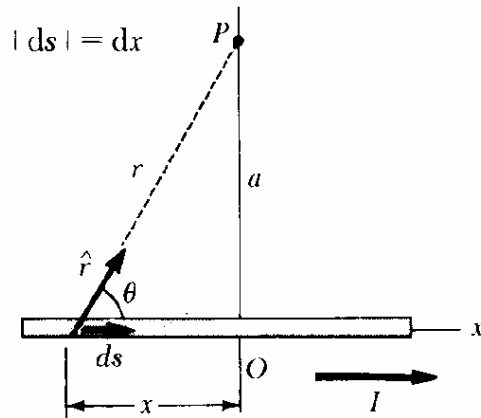
29. Σωματίδιο μάζας m και ηλεκτρικού φορτίου q κινείται σε μια περιοχή του χώρου στην οποία υπάρχει το μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = B_0 \hat{z}$. Να υπολογιστούν οι συνιστώσες της ταχύτητας του v_x , v_y και v_z συναρτήσει του χρόνου, αν για $t = 0$ είναι $v_{0x} = v_{0z} = 0$ και $v_{0y} = v$.
30. Αν ένα ηλεκτρόνιο δεν αποκλίνει καθώς περνά από μια περιοχή του χώρου, είναι σίγουρο ότι δεν υπάρχει μαγνητικό πεδίο στην περιοχή αυτή;
31. Πρωτόνιο κινείται με ταχύτητα $\vec{v} = (2\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k})$ m/s σε περιοχή όπου το μαγνητικό πεδίο είναι $\vec{B} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$ T. Ποιο είναι το μέτρο της μαγνητικής δύναμης που ασκείται στο πρωτόνιο;
32. Αποδείξτε ότι το έργο που παράγει η μαγνητική δύναμη η οποία ασκείται σε φορτισμένο σωματίδιο κινούμενο μέσα σε μαγνητικό πεδίο είναι ίσο με μηδέν για οποιαδήποτε μετατόπιση του σωματίου.
33. Ένα σύρμα διαρρέεται από σταθερό ρεύμα 2.4 A. Ένα ευθύγραμμο τμήμα του σύρματος μήκους 0.75 m κατά μήκος του άξονα x βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, $\vec{B} = (1.6\hat{k})$ T. Αν το ρεύμα έχει φορά προς τον θετικό άξονα x , βρείτε την μαγνητική δύναμη που ασκείται στο ευθύγραμμο τμήμα του σύρματος.
34. Ένας ισχυρός μαγνήτης τοποθετείται κάτω από ένα οριζόντιο αγωγίμο δακτύλιο ακτίνας r που διαρρέεται από ρεύμα I , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Αν

οι γραμμές του μαγνητικού πεδίου σχηματίζουν γωνία θ με την κατακόρυφη διεύθυνση στην περιοχή του δακτυλίου, πιο είναι το μέτρο και ποια η κατεύθυνση της συνιστάμενης δύναμης που ασκείται στο δακτύλιο;



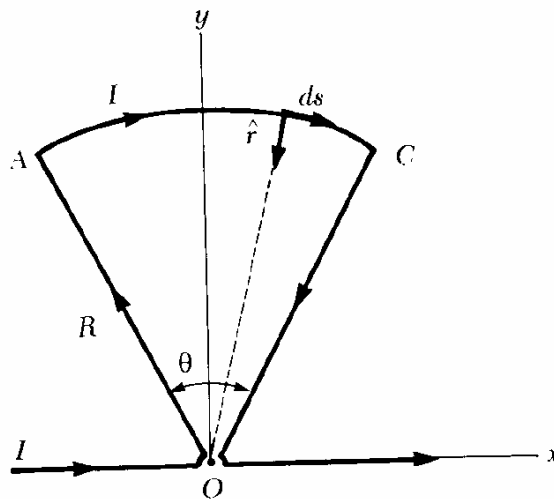
Ασκ.34

35. Ένα κυκλικό πηνίο που έχει 100 σπείρες, ακτίνα 0,025 m και διαρρέετε από ρεύμα 0.1 A βρίσκεται μέσα σε ομογενές εξωτερικό πεδίο 1.5 T. Πόσο έργο απαιτείται να καταναλωθεί ώστε να περιστραφεί το πηνίο από μια θέση, όπου η μαγνητική ροπή είναι παράλληλη προς το πεδίο, σε μια άλλη όπου η μαγνητική ροπή είναι αντιπαράλληλη προς το πεδίο;
36. Ένα σωματίο a με ταχύτητα $v = 6.2 \times 10^5 \hat{i}$ m/s εισέρχεται σε περιοχή όπου το μαγνητικό πεδίο έχει τιμή ίση με $B = 1.1 \hat{k}$ T. Προσδιορίστε το απαιτούμενο μέτρο και την κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου E που θα επιτρέψει στο σωματίο a να κινείται κατά τον άξονα x.
37. Θεωρήστε ότι ένα λεπτό ευθύγραμμο σύρμα διαρρέεται από σταθερό ρεύμα I προς την θετική κατεύθυνση x. Ας υπολογίσουμε το ολικό μαγνητικό πεδίο στο σημείο P, που έχει απόσταση a από το σύρμα και το οποίο δημιουργείται από το ρεύμα που διαρρέει το σύρμα.



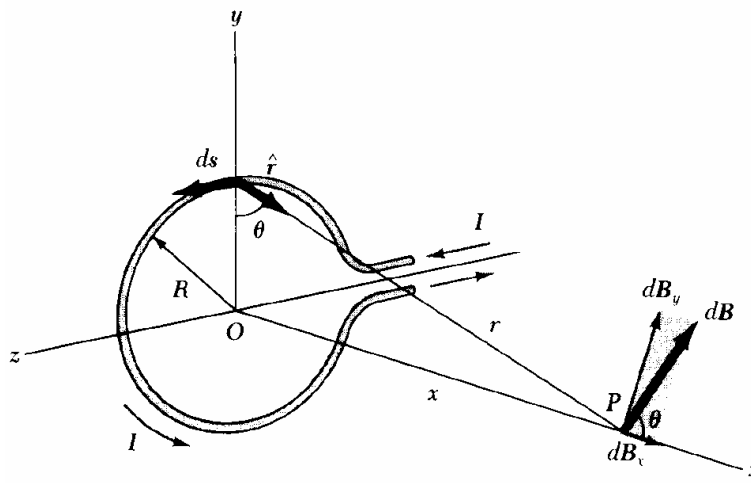
Ασκ. 37

38. Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο το οποίο δημιουργείται στο σημείο O από το ρεύμα I που διαρρέει τον κλειστό βρόχο του συστήματος που εικονίζεται στο παρακάτω σχήμα. Ο βρόχος αποτελείται από 2 ευθύγραμμα μέρη και ένα τόξο κύκλου ακτίνας R και επίκεντρης γωνίας θ .



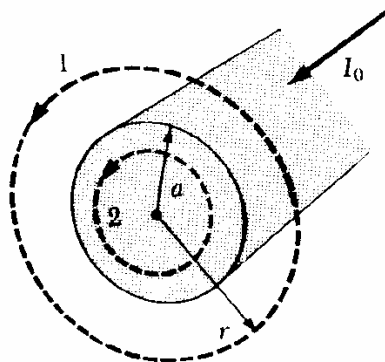
Ασκ.38

39. Θεωρήστε ότι ένας συρμάτινος δακτύλιος ακτίνας R κείται στο επίπεδο yz και διαρρέεται από ρεύμα I. Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται πάνω στον άξονα συμμετρίας του δακτυλίου στο σημείο P το οποίο έχει απόσταση x από το κέντρο του δακτυλίου.



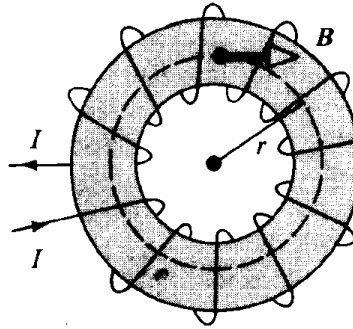
Ασκ. 39

40. Να υπολογισθεί το μαγνητικό πεδίο διανυσματικό δυναμικό $\vec{A}$ του ομογενούς μαγνητικού πεδίου $\vec{B} = B_0 \hat{z}$
41. Ένα ευθύγραμμο σύρμα μεγάλου μήκους με ακτίνα διατομής a διαρρέεται από σταθερό ρεύμα I_0 που είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο στην διατομή του σύρματος. Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο σε απόσταση r από το κέντρο του σύρματος για τις περιοχές $r \geq a$ και $r < a$.



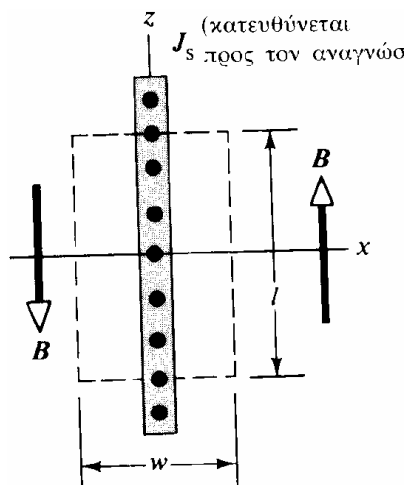
Ασκ.41

42. Το δακτυλιοειδές πηνίο αποτελείται από N σπείρες σύρματος που έχουν τυλιχθεί έτσι ώστε να έχουν το σχήμα δακτυλίου όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Εάν υποθέσουμε ότι οι σπείρες είναι πυκνές, υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό του πηνίου και σε απόσταση r από το κέντρο του.



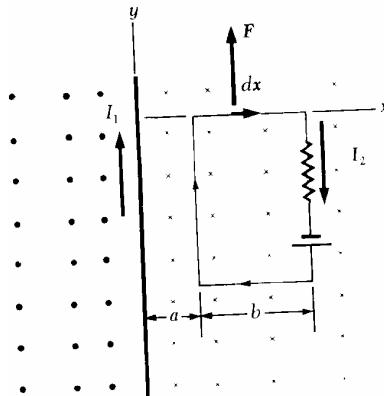
Ασκ.42

43. Ένα φύλλο άπειρων διαστάσεων κείται στο επίπεδο yz και διαρρέεται από ρεύμα επιφανειακής πυκνότητας J_s . Το ρεύμα κατευθύνεται παράλληλα προς τον άξονα y και το J_s συμβολίζει το ρεύμα ανά μονάδα μήκους μετρούμενο κατά τον άξονα z . Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο κοντά στο επίπεδο.



Ασκ.43

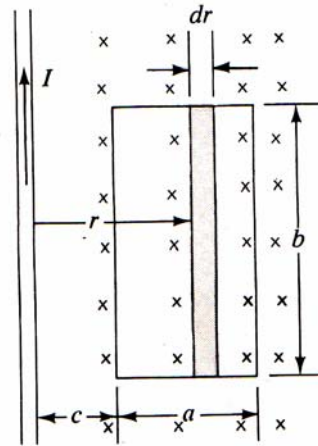
44. Ένα μακρύ ευθύγραμμο σύρμα είναι παράλληλο προς τον άξονα y και διαρρέεται από σταθερό I_1 , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Κοντά του και δεξιά υπάρχει ένα ορθογώνιο κύκλωμα που διαρρέεται από ρεύμα I_2 . Υπολογίστε την μαγνητική δύναμη στην οποία υπόκειται η επάνω πλευρά του ορθογωνίου κυκλώματος, η οποία αρχίζει στο $x = a$ και τελειώνει στο $x = b$.



Ασκ.44

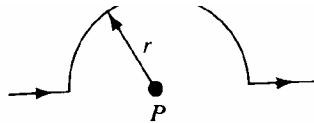
45. Δυο παράλληλοι ευθύγραμμοι αγωγοί απείρου μήκους που απέχουν μεταξύ τους απόσταση d διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα I_1 και I_2 . Να υπολογιστεί η δύναμη ανά μονάδα μήκους που ασκεί ο ένας αγωγός στον άλλο.
46. Ένα στερεωμένο μακρύ οριζόντιο σύρμα διαρρέεται από ρεύμα I_1 και ακριβώς από πάνω του και παράλληλα σε αυτό βρίσκεται ένα σύρμα με γραμμική πυκνότητα λ (kg/m), που διαρρέεται από ρεύμα I_2 . Πόσο ψηλότερα από το πρώτο σύρμα πρέπει να βρίσκεται το δεύτερο σύρμα, έτσι ώστε να ισορροπεί; Να προσδιοριστεί η κατεύθυνση των ρευμάτων I_1 & I_2
47. Έστω το μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = \lambda y \hat{x} - \lambda x \hat{y}$, όπου λ σταθερά. (α) Ελέγξτε αν όντως το $\vec{B}$ αποτελεί μαγνητικό πεδίο. (β) Υπολογίστε την πυκνότητα ρεύματος $\vec{J}$ που προκαλεί αυτό το μαγνητικό πεδίο.
48. Ένας ορθογώνιος βρόχος πλάτους a και μήκους b βρίσκεται σε απόσταση c από ένα μεγάλο μήκους ευθύγραμμο σύρμα το οποίο διαρρέεται από ρεύμα I .

Το σύρμα είναι παράλληλο προς την πλευρά μήκους b . Βρείτε την ολική ροή μαγνητικού πεδίου που διαπερνά τον βρόχο.



Ασκ.48

49. Ένα τμήμα σύρματος συνολικού μήκους 4π κάμπτεται και διαμορφώνεται όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το σύρμα διαρρέεται από ρεύμα $I = 6 \text{ A}$. Βρείτε το μέτρο και την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο ,όταν $r = 2\pi \text{ cm}$.

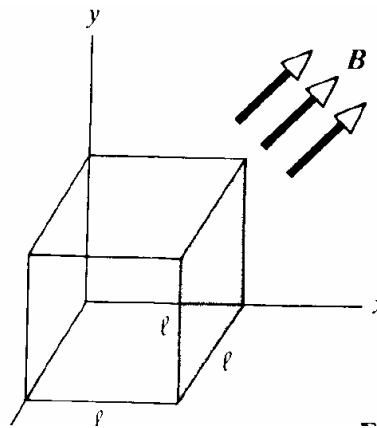


Ασκ. 49

50. Θεωρήστε ένα επίπεδο κυκλικό πηνίο ακτίνας R που διαρρέεται από ρεύμα I . Αν το πηνίο βρίσκεται στο επίπεδο yz το κέντρο του στην αρχή των αξόνων, σε ποιες συντεταγμένες x (εκφρασμένες σε πολλαπλάσια του R) το μέτρο του μαγνητικού πεδίου θα είναι ίσο με (α) με το μισό του πεδίου στην αρχή των αξόνων; (β) με το ένα δέκατο του ίδιου του πεδίου στην αρχή;
51. Δύο παράλληλοι αγωγοί μήκους 0.5 m ο καθένας διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα μέτρου 10 A . (α) πόσο πρέπει να απέχουν μεταξύ τους οι αγωγοί αν

πρέπει να απωθούνται με δύναμη 1.0 N; (β) Είναι αυτό εφικτό από φυσική άποψη;

52. Ένας κύβος ακμής $l = 2.5 \text{ cm}$ είναι τοποθετημένος όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Στην περιοχή του κύβου υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο που δίνεται από την έκφραση $B = (5i + 4j + 3k)T$. (α) Υπολογίστε την ροή που διέρχεται από την σκιασμένη έδρα του κύβου (β) ποια είναι η ολική ροή που διαπερνά και τις έξι έδρες του κύβου;



Ασκ.52

53. Ένα δακτυλιοειδές πηνίο με μέση ακτίνα 20 cm και 630 σπείρες πληρούται με ρινίσματα χάλυβα, του οποίου η μαγνητική επιδεκτικότητα χ είναι 100. Αν το ρεύμα στις σπείρες είναι 3 A, βρείτε το πεδίο B στο εσωτερικό του πηνίου;
54. Ποια είναι η διαφορά ανάμεσα στη ροή του μαγνητικού πεδίου και στην ροή του ηλεκτρικού πεδίου.
55. Ένας κυκλικός βρόχος βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Περιγράψτε με ποιον τρόπο μπορείτε να επάγετε ΗΕΔ στο κύκλωμα υπο αυτές τις συνθήκες.
56. Κατασκευάζουμε ένα πηνίο τυλίγοντας 200 σπείρες σύρματος γύρω από την περίμετρο ενός πλαισίου τετραγωνικής διατομής διαστάσεων $18 \times 18 \text{ cm}$. Κάθε σπείρα έχει επιφάνεια ίση με την επιφάνεια του τετραγώνου. Η ολική αντίσταση του πηνίου είναι 2 Ω. Εφαρμόζουμε κάθετα προς το επίπεδο του πηνίου μαγνητικό πεδίο, το οποίο μεταβάλλεται γραμμικά από 0 έως 0.5 Wb/m^2

μέσα σε 0.8 s. Υπολογίστε το μέτρο της επαγόμενης ΗΕΔ στο πηνίο κατά την διάρκεια της μεταβολής του πεδίου.

57. Επίπεδος κυκλικός αγωγός ακτίνας R είναι τοποθετημένος κάθετα στις δυναμικές γραμμές του μεταβαλλόμενου μαγνητικού πεδίου $B = B_0 \cos \omega t$, όπου B_0 και ω είναι σταθερές. Να υπολογιστούν:

(α) Η επαγωγική τάση ΗΕΔ που αναπτύσσεται στον αγωγό

(β) Η ένταση του επαγωγικού ρεύματος $I_{επ.}$ που διαρρέει τον αγωγό αν αυτός εμφανίζει αντίσταση ανά μονάδα μήκους r .

58. Η μαγνητική ροή μέσα από το κλειστό μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την σχέση $\Phi_B = at(\tau - 1)$, όπου a και τ σταθερές. Αν η αντίσταση του βρόχου είναι R , υπολογίστε την συνολική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμότητα στο χρονικό διάστημα από 0 έως τ .

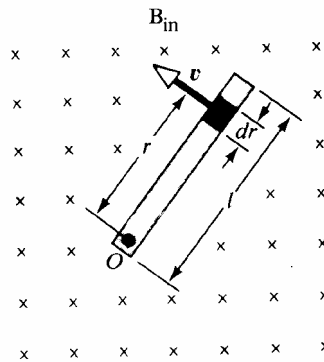
59. Το διανυσματικό δυναμικό $\vec{A}$ ενός μαγνητικού πεδίου ικανοποιεί την σχέση:

$$\oint_c \vec{A} \cdot d\vec{l} = \Phi_0 \cos(\omega t + \phi)$$

όπου Φ_0 , ϕ , ω σταθερές, t ο χρόνος και c ο κυκλικός βρόχος ακτίνας r .

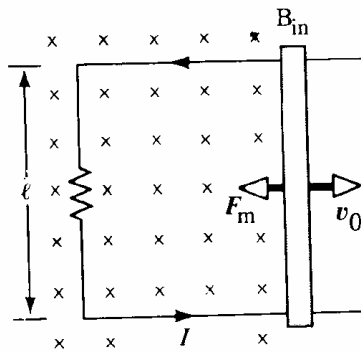
Να υπολογιστούν η επαγωγική τάση που αναπτύσσεται στο βρόχο και το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο κατά μήκος του βρόχου.

60. Αγωγή ράβδος μήκους l περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από έναν άξονα που διαπερνά το ένα άκρο της. Κάθετα στο επίπεδο της περιστροφής υπάρχει μαγνητικό επίπεδο B . Υπολογίστε την ΗΕΔ που αναπτύσσεται στα άκρα της ράβδου.



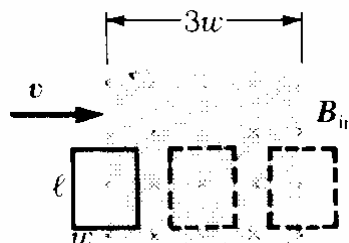
Ασκ. 60

61. Ράβδος μήκους l και μάζας m ολισθαίνει πάνω σε δύο παράλληλες ράγες με παρουσία μαγνητικού πεδίου που είναι κάθετο προς το επίπεδο τους και κατευθύνεται προς τα κάτω. Σύρουμε την ράβδο προς τα δεξιά με αρχική ταχύτητα v_0 και αμέσως την αφήνουμε. Βρείτε την ταχύτητα της ράβδου συναρτήσει του χρόνου.



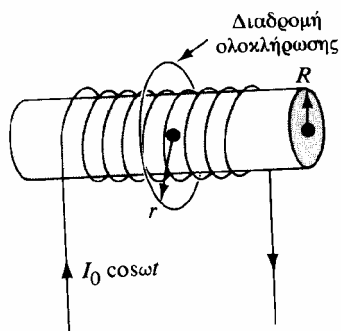
Ασκ.61

62. Ένας ορθογώνιος βρόχος διαστάσεων l επί w και ηλεκτρικής αντίστασης R κινείται με σταθερή ταχύτητα v προς τα δεξιά, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Εξακολουθεί και κινείται με την ίδια αυτή ταχύτητα μέσα από την περιοχή πλάτους $3w$, όπου υπάρχει μαγνητικό πεδίο B κάθετο από τον αναγνώστη προς την σελίδα του βιβλίου. Απεικονίστε σε γραφική παράσταση την μαγνητική ροή, την επαγόμενη ΗΕΔ και την εξωτερική δύναμη που ασκείται πάνω στον βρόχο συναρτήσει της θέσης του βρόχου μέσα στο μαγνητικό πεδίο.



Ασκ. 62

63. Ένα σωληνοειδές μεγάλου μήκους και ακτίνας R αποτελείται από N σπείρες ανά μονάδα μήκους και διαρρέεται από ρεύμα που μεταβάλλεται με τον χρόνο ως $I = I_0 \cos \omega t$, όπου I_0 είναι η μέγιστη τιμή ρεύματος και ω είναι η κυκλική συχνότητα της πηγής τροφοδοσίας. (α) Υπολογίστε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου έξω από το σωληνοειδές, σε απόσταση r από τον άξονα του, (β) Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο μέσα στο σωληνοειδές σε απόσταση r από τον άξονα.



Ασκ.63