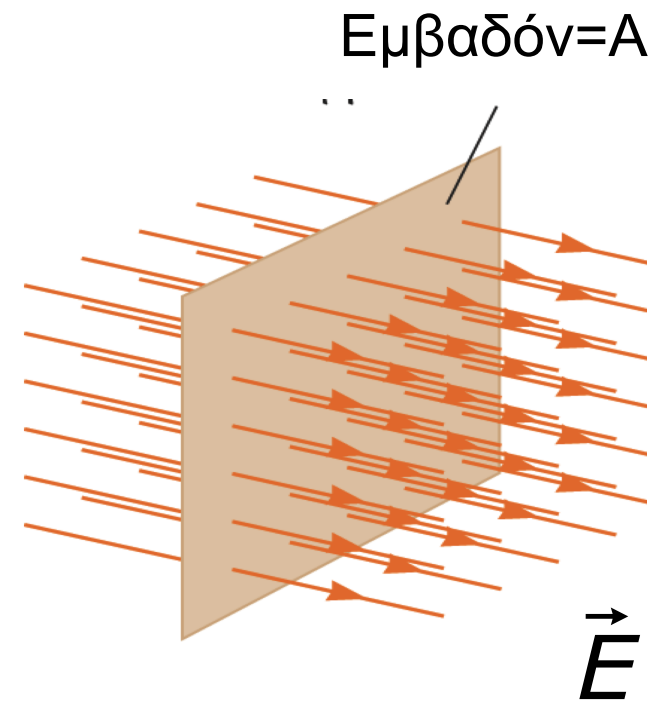


Ηλεκτρική ροή

Ηλεκτρική ροή: φυσικό μέγεθος (μονόμετρο) που δηλώνει τον αριθμό των δυναμικών γραμμών ενός ηλεκτρικού πεδίου που διαπερνούν μία επιφάνεια.

Για παράδειγμα, η ηλεκτρική ροή για την επιφάνεια στο διπλανό σχήμα είναι ίση με το γινόμενο του μέτρου του ηλεκτρικού πεδίου, E , επί το εμβαδόν A της επιφάνειας που είναι κάθετη στις γραμμές του πεδίου.

$$\Phi_E = EA \text{ (Μονάδες: } N \cdot m^2 / C \text{)}$$



Ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια τυχαία επιφάνεια υπό γωνία θ (γωνία μεταξύ του διανύσματος του ηλεκτρικού πεδίου και γραμμής κάθετης στην επιφάνεια).

Σε αυτή την περίπτωση,

$$\Phi_E = EA \cos \theta$$



Η ηλεκτρική ροή έχει μέγιστη τιμή όταν η επιφάνεια είναι κάθετη στο πεδίο ($\theta = 0^\circ$).

Η ηλεκτρική ροή έχει μηδενική τιμή όταν η επιφάνεια είναι παράλληλη στο πεδίο ($\theta = 90^\circ$).

Αν το πεδίο δεν έχει την ίδια τιμή σε κάθε σημείο της επιφάνειας, τότε η σχέση $\Phi = E \Delta A \cos(\theta)$ ισχύει μόνο για μια στοιχειώδη επιφάνεια ΔA . Πως Βρίσκουμε σ' αυτή την περίπτωση τη συνολική ηλεκτρική ροή;

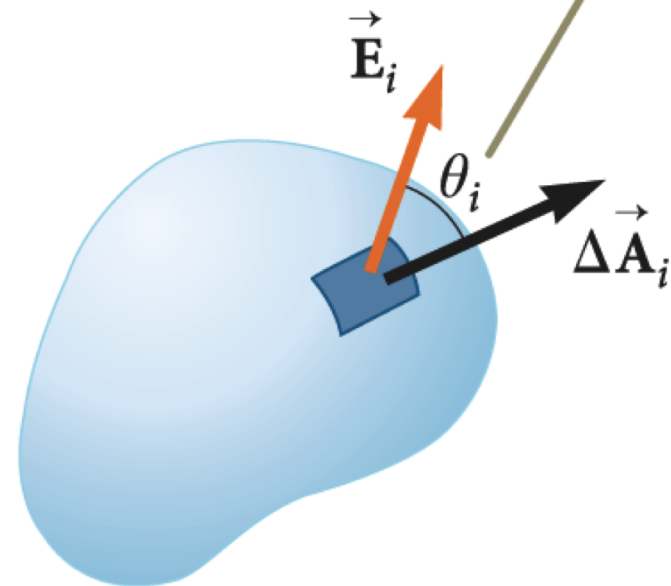
Στην πιο γενική περίπτωση, εξετάζουμε ένα στοιχειώδες τμήμα επιφάνειας. Για το στοιχειώδες τμήμα εμβαδού ΔA_i , ισχύει:

$$\Phi_E = E_i \Delta A_i \cos \theta_i = \vec{E}_i \cdot \vec{\Delta A}_i$$

Οπότε η συνολική ροή είναι ίση με:

$$\Phi_E = \lim_{\Delta A_i \rightarrow 0} \sum \vec{E}_i \cdot \vec{\Delta A}_i = \int \vec{E}_i \cdot d\vec{A}_i$$

Το ηλεκτρικό πεδίο σχηματίζει γωνία θ_i με το διάνυσμα $\vec{\Delta A}_i$, το οποίο είναι εξ ορισμού κάθετο στη στοιχειώδη επιφάνεια.



Η παραπάνω εξίσωση είναι ένα επιφανειακό ολοκλήρωμα, δηλαδή πρέπει να υπολογιστεί σε ολόκληρη την υπό εξέταση επιφάνεια.

Γενικά, η τιμή της ηλεκτρικής ροής εξαρτάται τόσο από τη μορφή του πεδίου όσο και από την επιφάνεια.

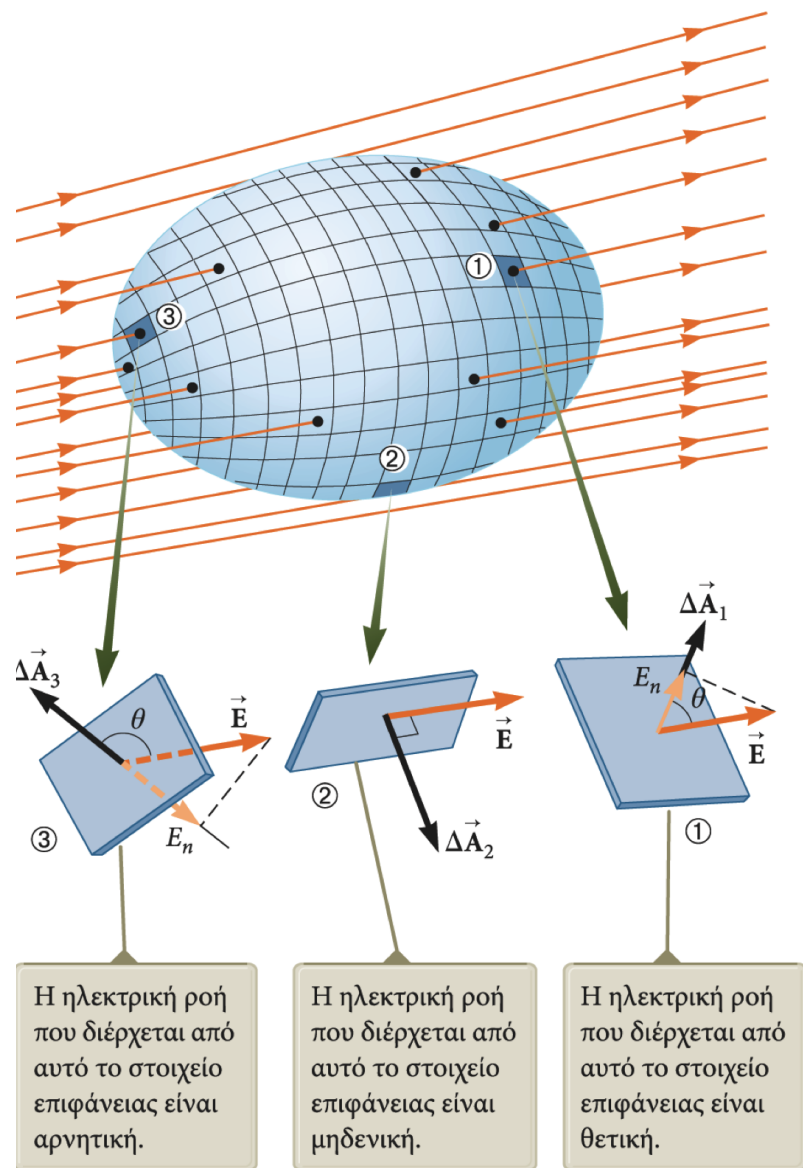
Ηλεκτρική ροή – Κλειστή επιφάνεια

Θεωρούμε μια κλειστή επιφάνεια. Τα διανύσματα $\vec{\Delta A}_i$ δείχνουν προς διαφορετικές κατευθύνσεις. Σε κάθε σημείο, είναι κάθετα στην επιφάνεια. Λόγω σύμβασης, δείχνουν προς τα έξω.

Στο στοιχείο (1), οι γραμμές του πεδίου διαπερνούν την επιφάνεια από το εσωτερικό προς το εξωτερικό. $\theta < 90^\circ$ και η ροή Φ είναι θετική.

Στο στοιχείο (2), οι γραμμές του πεδίου εφάπτονται στην επιφάνεια. $\theta = 90^\circ$ και η ροή $\Phi = 0$.

Στο στοιχείο (3), οι γραμμές του πεδίου διαπερνούν την επιφάνεια από το εξωτερικό προς το εσωτερικό. $180^\circ > \theta > 90^\circ$ και η ροή Φ είναι αρνητική.



Η συνολική, καθαρή ηλεκτρική ροή που διέρχεται από κλειστή επιφάνεια είναι ισούται με τη διαφορά του πλήθους των γραμμών που εξέρχονται από την επιφάνεια μείον το πλήθος των γραμμών που εισέρχονται σε αυτήν. Αν E_n είναι η συνιστώσα του πεδίου η οποία είναι κάθετη στην επιφάνεια, τότε

$$\Phi_c = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E_n dA$$

Η ολοκλήρωση γίνεται επί της κλειστής επιφάνειας.

Ο νόμος του Gauss

Ο νόμος του Gauss εκφράζει τη γενική σχέση μεταξύ της συνολικής ηλεκτρικής ροής που διέρχεται από μια κλειστή επιφάνεια και του φορτίου που αυτή περιέχει (η κλειστή επιφάνεια συχνά λέγεται και *επιφάνεια Gauss*).

Με λόγια:

Η συνολική ηλεκτρική ροή που διέρχεται από οποιαδήποτε κλειστή επιφάνεια γύρω από φορτίο q δίνεται από τον λόγο q/ϵ_0 και δεν εξαρτάται από το σχήμα της επιφάνειας.

Η συνολική ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια κλειστή επιφάνεια η οποία δεν περικλείει φορτίο είναι ίση με μηδέν.

Ή:

$$\Phi_C = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{A} = q / \epsilon_0, \text{ Αν το } q \text{ είναι εντός της } C,$$

$$\Phi_C = 0, \text{ Αν το } q \text{ είναι εκτός της } C.$$

$\vec{E}$ είναι το ηλεκτρικό πεδίο, σε κάθε σημείο της επιφάνειας, που οφείλεται σε φορτία που μπορεί να βρίσκονται είτε μέσα είτε έξω από την επιφάνεια.

q είναι το ολικό φορτίο (το αλγεβρικό άθροισμα όλων των φορτίων) που περιέχεται στην κλειστή επιφάνεια.

Εφαρμογή του νόμου του Gauss

Ο νόμος του Gauss χρησιμεύει στον υπολογισμό του $\vec{E}$, για οποιαδήποτε διάταξη φορτίων, στην πράξη όμως χρησιμοποιείται κυρίως σε περιπτώσεις όπου υπάρχει συμμετρία στην κατανομή του φορτίου.

Κανόνες στην εφαρμογή του νόμου: Η επιφάνεια Gauss είναι μια επιφάνεια που επιλέγουμε. Δεν είναι απαραίτητο να συμπίπτει με μια πραγματική επιφάνεια. Εκμεταλλευτείτε τη συμμετρία.

Επιλέξτε μια επιφάνεια Gauss η οποία επιτρέπει την απλούστευση του επιφανειακού ολοκληρώματος και τον υπολογισμό του ηλεκτρικού πεδίου:

- Η τιμή του ηλεκτρικού πεδίου μπορεί να θεωρηθεί σταθερή, λόγω συμμετρίας, σε ολόκληρη την επιφάνεια.
- Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{E} \cdot d\vec{A}$ μπορεί να εφραστεί ως απλό αλγεβρικό γινόμενο EdA , επειδή τα διανύσματα $\vec{E}$ και $d\vec{A}$ είναι παράλληλα.
- Το εσωτερικό γινόμενο είναι ίσο με 0, επειδή τα διανύσματα $\vec{E}$ και $d\vec{A}$ είναι κάθετα μεταξύ τους.

Ιδιότητες αγωγού σε ηλεκτροστατική ισορροπία

Όταν δεν υπάρχει κίνηση φορτίου σε έναν αγωγό, τότε λέμε ότι ο αγωγός είναι σε **ηλεκτροστατική ισορροπία**.

- 1)** Το ηλεκτρικό πεδίο είναι ίσο με μηδέν σε κάθε σημείο του εσωτερικού του αγωγού (είτε ο αγωγός είναι κοίλος είτε συμπαγής).
- 2)** Αν ο αγωγός είναι μονωμένος και φέρει φορτίο, τότε αυτό βρίσκεται στην επιφάνειά του.
- 3)** Το ηλεκτρικό πεδίο σε ένα σημείο που βρίσκεται ακριβώς έξω από έναν φορτισμένο αγωγό είναι κάθετο στην επιφάνεια του αγωγού και έχει μέτρο σ/ϵ_0 (σ είναι η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου στο συγκεκριμένο σημείο).
- 4)** Σε έναν αγωγό με ακανόνιστο σχήμα, η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου παίρνει τη μεγαλύτερη τιμή της σε θέσεις όπου η ακτίνα καμπυλότητας της επιφάνειας είναι ελάχιστη.

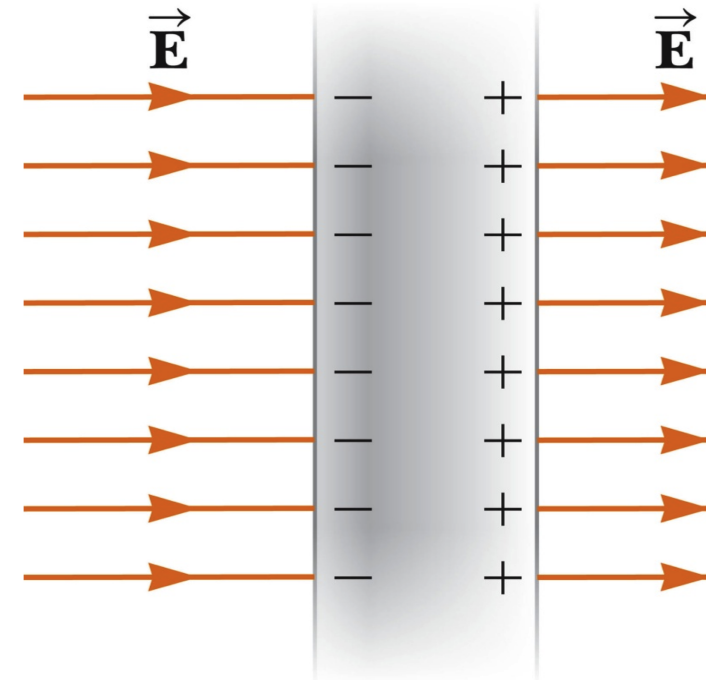
Ιδιότητα 1: $\text{Πεδίο}_{\text{εντός}} = 0$

Αν το πεδίο στο εσωτερικό του αγωγού ήταν μη μηδενικό, τότε τα ελεύθερα ηλεκτρόνια του αγωγού θα δέχονταν μια ηλεκτρική δύναμη, άρα θα επιταχύνονταν, άρα θα είχαμε κίνηση φορτίου.

Θεωρούμε αγώγιμη πλάκα σε ένα εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο. Και εδώ το πεδίο στο εσωτερικό του αγωγού είναι μηδέν.

Κίνηση ηλεκτρονίων $\rightarrow$ διαχωρισμός φορτίων $\rightarrow$ δημιουργία στο εσωτερικό πεδίου ίσης έντασης αντίθετης φοράς με το εξωτερικό, άρα $\text{Πεδίο-εντός}=0$.

Ο χρόνος για την επίτευξη ισοροπίας $\sim 10^{-16}$ s.



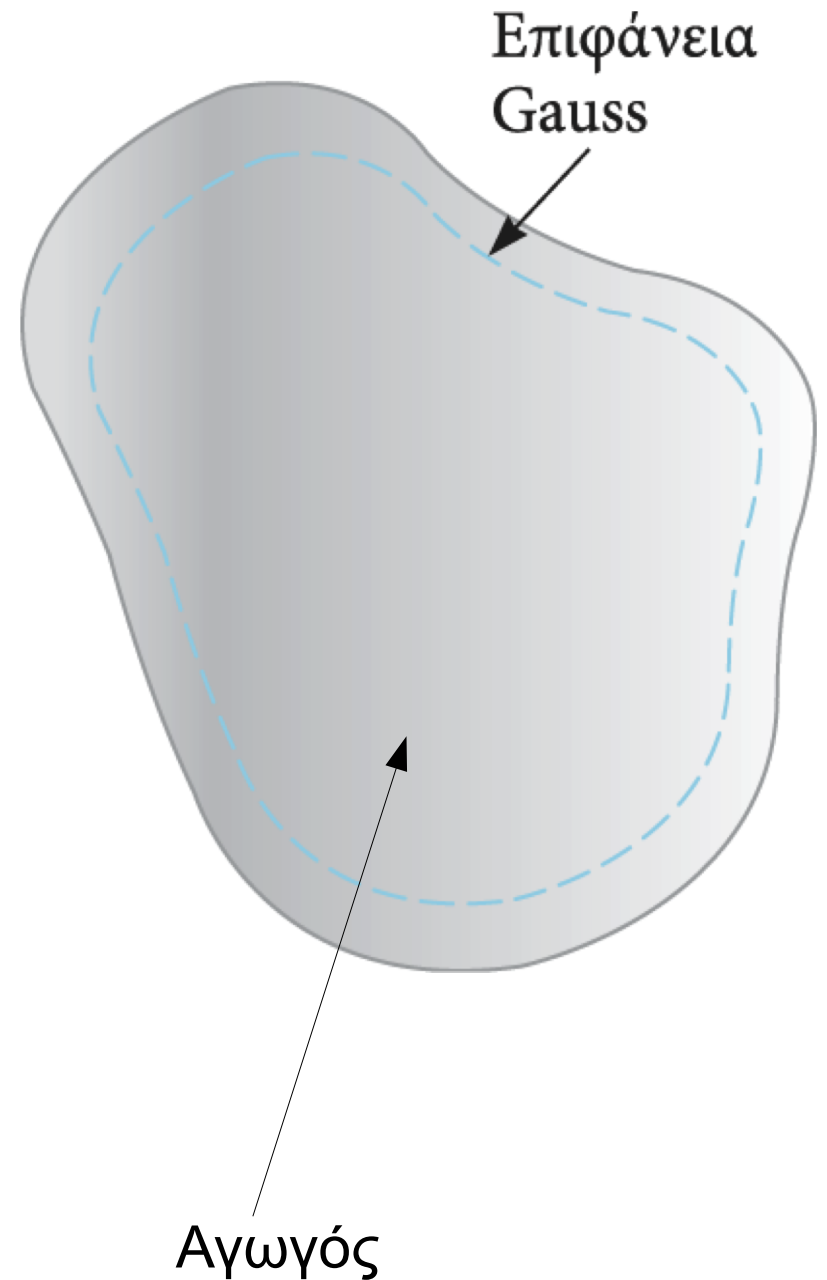
Αν ο αγωγός είναι κοίλος το πεδίο στο εσωτερικό του (είτε σε σημεία πάνω στον αγωγό ή στην κοιλότητα εντός) είναι μεδέν.

Ιδιότητα 2: Το φορτίο βρίσκεται στην επιφάνεια του αγωγού

Επιλέγουμε μια επιφάνεια Gauss που βρίσκεται στο εσωτερικό του αγωγού, αλλά κοντά στην πραγματική επιφάνεια.

Το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του αγωγού είναι ίσο με μηδέν (ιδιότητα 1). Η συνολική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια Gauss είναι ίση με μηδέν. Εφόσον μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η επιφάνεια Gauss βρίσκεται οσοδήποτε κοντά στην πραγματική επιφάνεια, συνεπάγεται ότι στο εσωτερικό της επιφάνειας δεν μπορεί να υπάρχει φορτίο.

Άρα το φορτίο βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια του αγωγού.



Ιδιότητα 3: Το μέτρο και η κατεύθυνση του πεδίου

Επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss έναν κύλινδρο (ένα μέρος του κυλίνδρου μόλις που εξέρχει από τον αγωγό, το υπόλοιπο είναι μέσα στον αγωγό).

Το πεδίο πρέπει να είναι κάθετο στην επιφάνεια του αγωγού: αν είχε παράλληλη συνιστώσα, τότε τα φορτία θα δέχονταν μια δύναμη, θα επιταχύνονταν επί της επιφάνειας και, επομένως, ο αγωγός δεν θα βρισκόταν σε ισορροπία).

Η συνολική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια Gauss είναι ίση με εκείνη που διέρχεται μόνο από την επίπεδη βάση που βρίσκεται εκτός του αγωγού.

Εφαρμόζουμε τον νόμο του Gauss και βρίσκουμε:

$$E = \sigma / \epsilon_0$$

