



Ηλεκτρομαγνητισμός (205)

Τμήμα Ηλεκτρονικών Μηχανικών
Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο

Διδάσκοντες Μαθήματος:

Αναπλ. Καθ. Κωνσταντίνος Πετρίδης (cpetridis@hmu.gr)

Επικ. Καθ. Γεώργιος Κακαβελάκης (kakavelakis@hmu.gr)

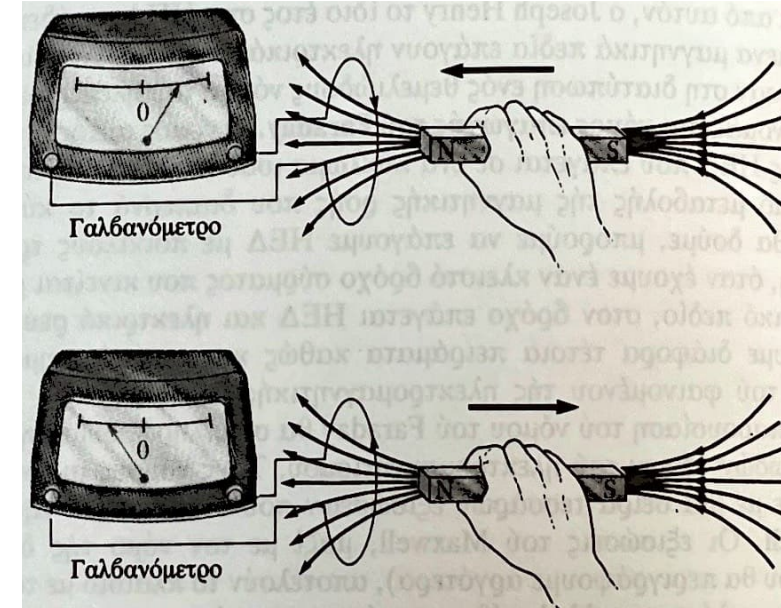
9. Ο νόμος του Faraday

9.1 Εισαγωγή

- Μέχρι τώρα μελετήσαμε ηλεκτρικά πεδία που δημιουργούνται από ακίνητα φορτία και μαγνητικά πεδία που δημιουργούνται από κινούμενα φορτία
- Σε αυτό το κεφάλαιο θα μελετήσουμε ηλεκτρικά πεδία που δημιουργούνται από μεταβαλλόμενα μαγνητικά πεδία

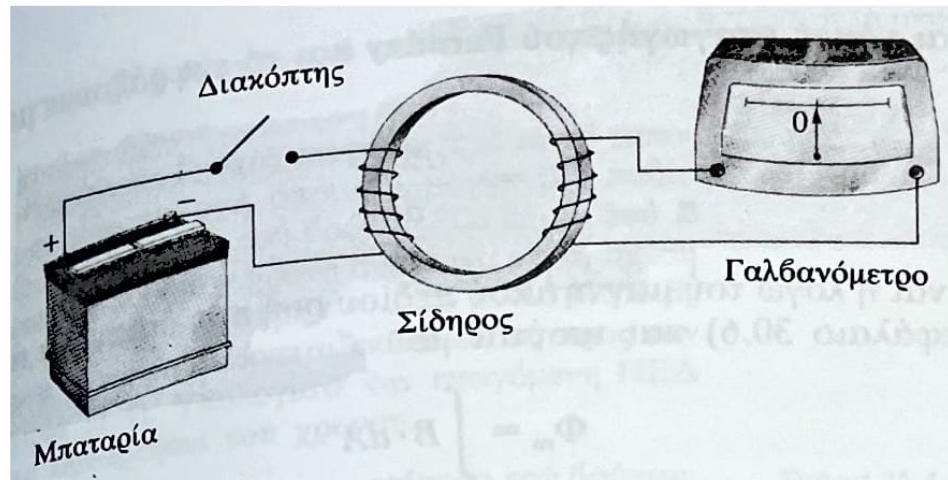
9.2 Νόμος επαγωγής του Faraday

- Αρχικά θα περιγράψουμε δύο πειράματα που αποδεικνύουν ότι ένα μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο παράγει ηλεκτρικό ρεύμα
- Τα άκρα ενός σύρματος είναι συνδεδεμένα με ένα γαλβανόμετρο
- Αν μετακινήσουμε ένα μαγνήτη προς το βρόγχο, το γαλβανόμετρο θα δούμε ότι αποκλίνει προς την αντίθετη κατεύθυνση
- Επίσης αν απομακρύνουμε το μαγνήτη από το σύρμα, τότε το γαλβανόμετρο πάλι αποκλίνει προς την αντίθετη κατεύθυνση
- Όμως αν ο μαγνήτης είναι ακίνητος το γαλβανόμετρο παραμένει στη θέση ισορροπίας του χωρίς να αποκλίνει
- Αν ο μαγνήτης παραμείνει ακίνητος, αλλά κινήσουμε το συρμάτινο βρόγχο, τότε το γαλβανόμετρο θα αποκλίνει προς την αντίθετη κατεύθυνση από αυτή αν αποκλίνουμε το μαγνήτη από το βρόγχο
- Από τις παραπάνω παρατηρήσεις συμπεραίνουμε ότι κάθε φορά που υπάρχει σχετική κίνηση ανάμεσα στο συρμάτινο βρόγχο και στο μαγνήτη, τότε το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα
- Το αποτέλεσμα αυτό είναι αξιοπρόσεκτο, λαμβάνοντας υπόψιν ότι ενώ δεν υπάρχει μπαταρία συνδεδεμένη στο κύκλωμα, το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα
- Αυτό το ρεύμα το ονομάζουμε ρεύμα εξ επαγωγής και έχει παραχθεί από μια εξ επαγωγής ΗΕΔ



9.2 Νόμος επαγωγής του Faraday

- Τώρα θα περιγράψουμε το πείραμα που έκανε πρώτος ο Faraday (δείτε το σχήμα)
- Μέρος της συσκευής αποτελείται από ένα πηνίο που είναι συνδεδεμένο με μια μπαταρία μέσω ενός διακόπτη. Το πηνίο αυτό θα το ονομάζουμε πρωτεύον πηνίο και το κύκλωμα το, πρωτεύον κύκλωμα
- Το πρωτεύον πηνίο έχει τυλιχθεί γύρω από ένα σιδερένιο δακτύλιο για να ενισχυθεί το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται από το ρεύμα
- Στο δεξί μέρος του δακτυλίου έχει τυλιχθεί ένα άλλο πηνίο που είναι συνδεδεμένο με ένα γαλβανόμετρο. Το πηνίο αυτό το ονομάζουμε δευτερεύον, όπως και το κύκλωμα του.
- Τα δύο πηνία, το πρωτεύον και το δευτερεύον, δεν είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους
- Το δευτερεύον κύκλωμα δεν είναι συνδεδεμένο με μπαταρία
- Ο λόγος ύπαρξης του δευτερεύοντος κυκλώματος, είναι για την ανίχνευση πιθανής παραγωγής ρεύματος από τη μεταβολή του μαγνητικού πεδίο
- Όταν κλείσει ο διακόπτης του πρωτεύοντος κυκλώματος, παρατηρούμε τη βελόνη του γαλβανόμετρου του δευτερεύοντος κυκλώματος να αποκλίνει κατά την αντίθετη της προηγούμενης κατεύθυνσης και μετά να επιστρέφει πάλι στο μηδέν
- Όταν το πρωτεύον διαρρέεται από σταθερό ρεύμα, η βελόνη του γαλβανόμετρου είναι σταθερή στο μηδέν



9.2 Νόμος επαγωγής του Faraday

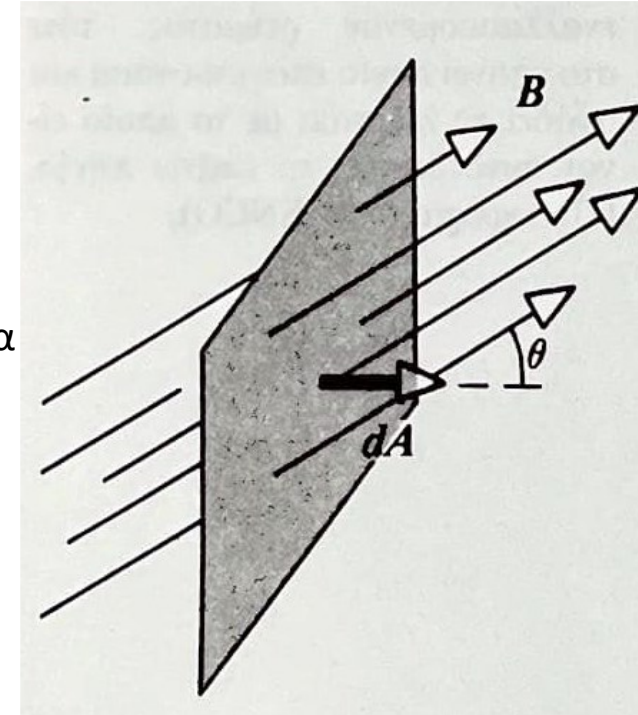
- Έτσι ο Faraday κατέληξε στο συμπέρασμα ότι το ρεύμα στο δευτερεύον οφείλεται στη μεταβολή του μαγνητικού πεδίου που συμβαίνει όταν ανοίγουμε το διακόπτη
- Σταθερά μαγνητικά πεδία δεν παράγουν ρεύμα στο δευτερεύον
- Το ρεύμα στο δευτερεύον υπάρχει για πολύ μικρό χρονικό διάστημα, όσο διαρκεί και η μεταβολή του μαγνητικού πεδίου που διαπερνά το δευτερεύον πηνίο
- Άρα παρατήρησε, ότι το δευτερεύον κύκλωμα συμπεριφέρεται σαν να ήταν συνδεδεμένο για λίγη ώρα με πηγή ΗΕΔ
- Το μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο του πρωτεύοντος πηνίου επάγει ΗΕΔ στο δευτερεύον κύκλωμα

9.2 Νόμος επαγωγής του Faraday

- Και τα δύο πειράματα που περιγράψαμε έχουν ένα κοινό σημείο, ότι επάγεται ΗΕΔ όταν μεταβάλλεται ως προς το χρόνο η μαγνητική ροή που διαρρέει το κύκλωμα
- Άρα συμπεραίνουμε ότι: η επαγόμενη ΗΕΔ σε ένα κύκλωμα είναι ανάλογη με την ως προς το χρόνο μεταβολή της μαγνητικής ροής η οποία διαπερνά το κύκλωμα
- Αυτό λέγεται νόμος της επαγωγής του Faraday: $\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$, όπου Φ_m είναι η μαγνητική ροή που διαπερνά το κύκλωμα και ισούται με:
$$\Phi_m = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$
- Το αρνητικό πρόσημο προκύπτει από το νόμο του Lenz που θα δούμε αργότερα
- Αν το κύκλωμα αποτελείται από από N βρόγχους του ίδιου εμβαδού και αν η μαγνητική ροή τους διαπερνά όλους, τότε η επαγόμενη ΗΕΔ είναι: $\varepsilon = -N \frac{d\Phi_m}{dt}$

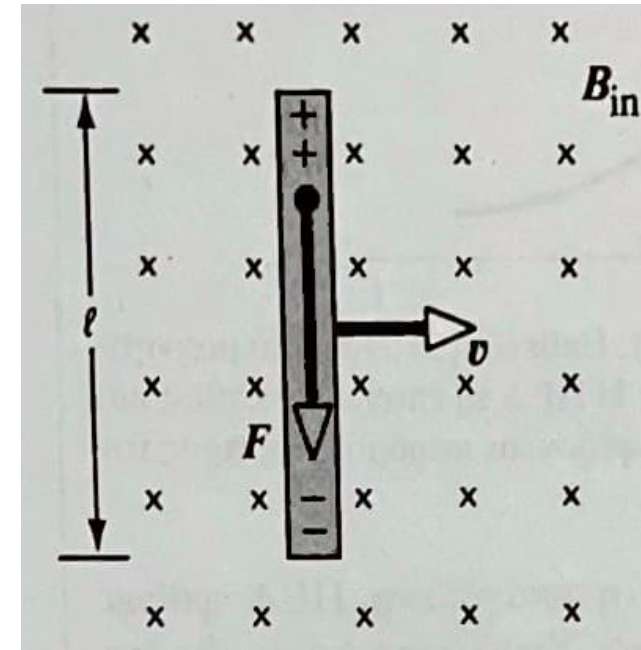
9.2 Νόμος επαγωγής του Faraday

- Έστω ότι ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο διαπερνά ένα επίπεδο βρόγχο επιφάνειας A , τότε η ροή που διαπερνά το βρόγχο είναι $BA\cos\theta$
- Άρα η επαγόμενη ΗΕΔ γίνεται: $\varepsilon = -\frac{d}{dt}(BA\cos\theta)$
- Από την παραπάνω σχέση βλέπουμε ότι για να δημιουργηθεί ΗΕΔ εξ επαγωγής στο κύκλωμα, αυτό μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους: 1) να μεταβάλλεται το μέτρο του $\mathbf{B}$ ως προς το χρόνο, 2) να μεταβάλλεται το εμβαδόν της επιφάνειας του κυκλώματος ως προς το χρόνο, 3) να μεταβάλλεται η γωνία μεταξύ στην κάθετο στο επίπεδο του βρόγχου και την κατεύθυνση του $\mathbf{B}$, 4) συνδυασμοί των παραπάνω



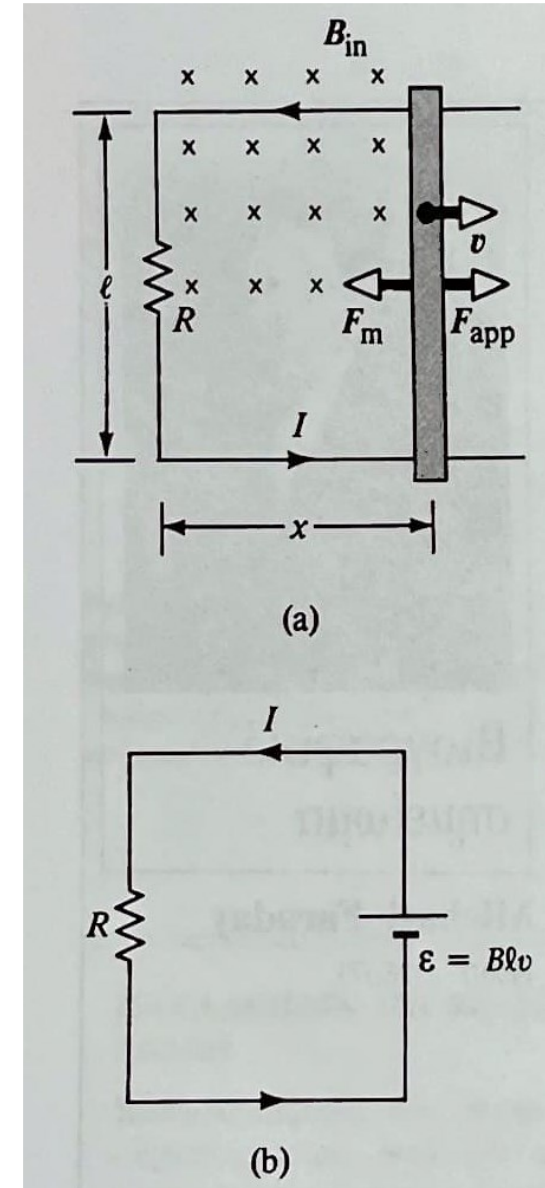
9.3 ΗΕΔ λόγω σχετικής κίνησης του αγωγού και μαγνητικού πεδίου

- Τώρα θα εξετάσουμε την λεγόμενη κινητική ΗΕΔ, που οφείλεται στη σχετική κίνηση του αγωγού και του μαγνητικού πεδίου
- Έχουμε ένα ευθύγραμμο αγωγό μήκους l που κινείται με σταθερή ταχύτητα μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο το οποίο κατευθύνεται προς τα μέσα
- Ο αγωγός κινείται σε ένα επίπεδο που είναι κάθετο με το μαγνητικό πεδίο
- Άρα τα ελεύθερα ηλεκτρόνια του αγωγού υπόκεινται σε μια μαγνητική δύναμη ($\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$) που κατευθύνεται κατά μήκος του αγωγού προς τα κάτω
- Έτσι η δύναμη αυτή ωθεί τα ηλεκτρόνια να κινηθούν προς το κάτω μέρος του αγωγού, αφήνοντας περίσσειμα θετικού φορτίου στο πάνω μέρος του αγωγού
- Ο διαχωρισμός αυτός των φορτίων μέσα στον αγωγό, δημιουργεί ένα εσωτερικό ηλεκτρικό πεδίο μέσα στον αγωγό
- Ο διαχωρισμός των φορτίων συνεχίζει να συσσωρεύεται έως ότου η μαγνητική δύναμη qvB , εξισορροπιστεί από την ηλεκτρική δύναμη qE
- Άρα η συνθήκη ισορροπίας για να σταματήσει να ρέει είναι: $qE = qvB \Rightarrow E = vB \Rightarrow El = Blv$
- Το ηλεκτρικό πεδίο στον κινούμενο αγωγό είναι σταθερό και συνδέεται με τη διαφορά δυναμικού ως εξής: $V = El = Blv$
- Το δυναμικό στο επάνω μέρος του αγωγού είναι υψηλότερο από ότι στο κάτω μέρος του
- Άρα κατά τη διάρκεια της κίνησης του αγωγού μέσα στο μαγνητικό πεδίο, δημιουργείται διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα άκρα του
- Αν η κατεύθυνση της κίνησης του αγωγού αντιστραφεί, τότε αντιστρέφεται και η πολικότητα της διαφοράς δυναμικού



9.3 ΗΕΔ λόγω σχετικής κίνησης του αγωγού και μαγνητικού πεδίου

- Έστω τώρα ότι ο κινούμενος αγωγός είναι μέρος μιας κλειστής αγώγιμης διαδρομής (σχήμα)
- Θα εξετάσουμε αυτό το πρόβλημα για να καταλάβουμε πως η μεταβολή της μαγνητικής ροής, δημιουργεί ρεύμα εξ επαγωγής στο κλειστό κύκλωμα
- Στο κλειστό αυτό κύκλωμα ο αγωγός μήκους l κινείται ενώ ταυτόχρονα διατηρεί την επαφή του με τα καλώδια
- Για λόγους απλοποίησης θεωρούμε αμελητέα την αντίσταση της κινούμενης ράβδου, ενώ το υπόλοιπο κύκλωμα έχει αντίσταση R
- Κάθετα στο επίπεδο του κυκλώματος υπάρχει ένα ομογενές και σταθερό μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B}$
- Καθώς η ράβδος κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα $\mathbf{v}$ λόγω κάποια εξωτερικής δύναμης $\mathbf{F}_{app}$, τα ελεύθερα φορτία της ράβδου κινούνται στο κλειστό κύκλωμα υπό την επίδραση της δύναμης του μαγνητικού πεδίου, επάγοντας με αυτόν τον τρόπο ηλεκτρικό ρεύμα
- Ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής και άρα η επαγόμενη ΗΕΔ στα άκρα της κινούμενης ράβδου είναι ανάλογα με την ως προς το χρόνο μεταβολή της επιφάνειας του κυκλώματος καθώς η ράβδος κινείται μέσα στο μαγνητικό πεδίο
- Το έργο που παράγεται καθώς η ράβδος κινείται με ταχύτητα v λόγω της εξωτερικής δύναμης, καταναλώνεται υπό μορφή θερμικής ενέργειας στην αντίσταση του κυκλώματος.
- Η επιφάνεια του κυκλώματος κάθε στιγμή είναι lx , έτσι η ροή του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου που διαπερνά το κύκλωμα είναι: $\Phi_m = Blx$, όπου x είναι το μήκος του κυκλώματος που μεταβάλλεται ως προς το χρόνο
- Χρησιμοποιούμε το νόμο του Faraday: $\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}(Blx) = -Bl\frac{dx}{dt} \Rightarrow \varepsilon = -Blv$
- Αν ονομάσουμε R την αντίσταση του κυκλώματος, το επαγόμενο ρεύμα είναι: $I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{Blv}{R}$



9.4 Ο κανόνας του Lenz

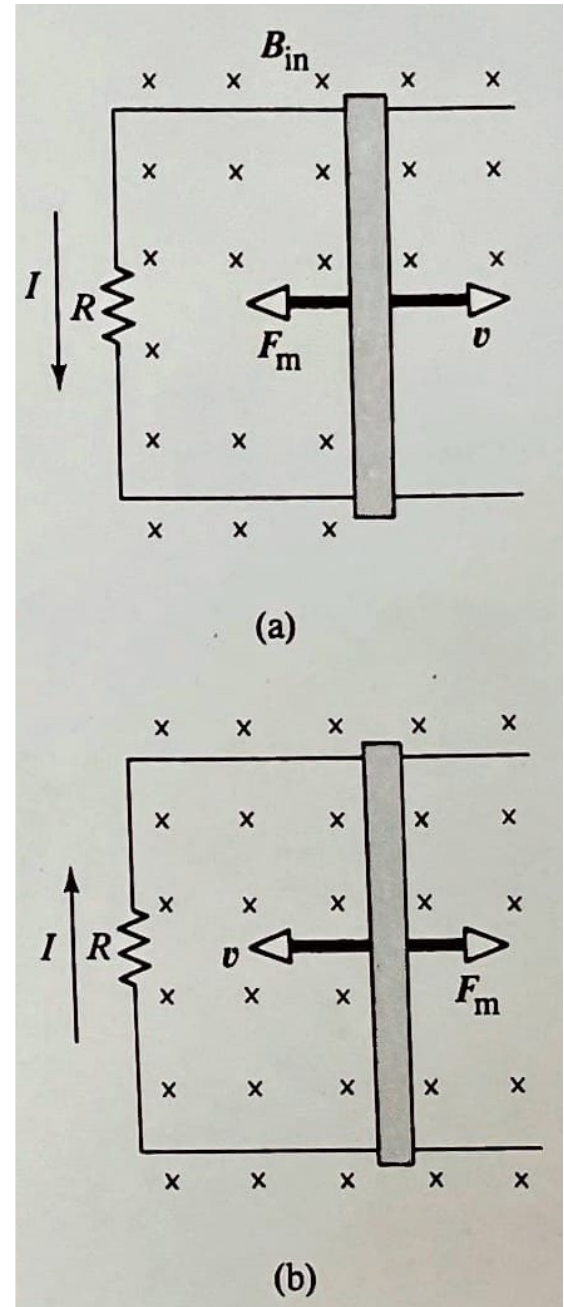
- Για να βρούμε τη φορά της επαγόμενης ΗΕΔ και του επαγόμενου ρεύματος θα χρησιμοποιήσουμε τον κανόνα του Lenz που ορίζει ότι:

Η πολικότητα της επαγόμενης ΗΕΔ είναι τέτοια ώστε να τείνει να δημιουργήσει ρεύμα το οποίο θα παράγει μαγνητική ροή κατά τη φορά που αντιτίθεται στη μεταβολή της μαγνητικής ροής η οποία τον διαπερνά

- Άρα το επαγόμενο ρεύμα τείνει να αναιρέσει το αίτιο που το προκαλεί. Δηλαδή το επαγόμενο ρεύμα εμποδίζει τη μεταβολή της αρχικής ροής που διαπερνούσε το κύκλωμα
- Ο κανόνας του Lenz πρακτικά είναι αποτέλεσμα του νόμου της διατήρησης της ενέργειας

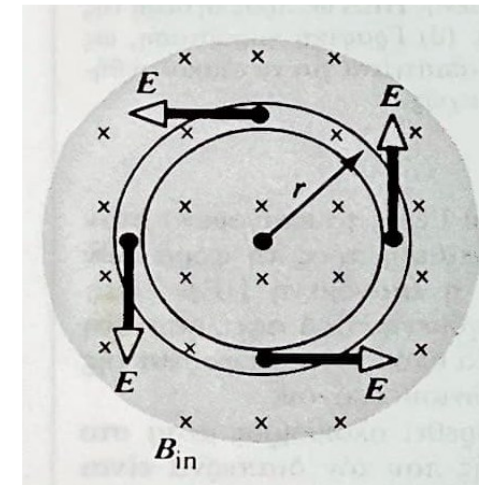
Για να καταλάβουμε καλύτερα το νόμο του Lenz, θα χρησιμοποιήσουμε το προηγούμενο παράδειγμα:

- Καθώς η ράβδος κινείται προς τα δεξιά, μεγαλώνει η επιφάνεια του κλειστού βρόγχου και έτσι αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου η μαγνητική ροή που τον διαπερνά
- Ο κανόνας του Lenz ορίζει ότι η φορά του επαγόμενου ρεύματος πρέπει να είναι τέτοια ώστε η μαγνητική ροή που προκαλεί να είναι αντίθετη με τη μεταβολή της εξωτερικής μαγνητικής ροής
- Αφού η ροή του εξωτερικού πεδίου αυξάνεται κατευθυνόμενη από τον αναγνώστη προς το επίπεδο του σχήματος, η μαγνητική ροή που παράγεται από το επαγόμενο ρεύμα κατευθύνεται προς τα έξω (από το επίπεδο του σχήματος προς τον αναγνώστη)
- Άρα το επαγόμενο ρεύμα κατευθύνεται αντίθετα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού, δημιουργώντας ένα μαγνητικό πεδίο που στο εσωτερικό του βρόγχου κατευθύνεται από το επίπεδο προς τον αναγνώστη
- Το αντίθετο συμβαίνει όταν η ράβδος κινείται προς τα αριστερά



9.5 Επαγόμενες ΗΕΔ και επαγόμενα ηλεκτρικά πεδία

- Γνωρίζουμε ότι όταν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διαπερνά ένα βρόγχο, τότε επάγεται ΗΕΔ και ηλεκτρικό ρεύμα
- Άρα δημιουργείται στον αγωγό ηλεκτρικό πεδίο εξαιτίας της μεταβολής της μαγνητικής ροής (νόμος της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής)
- Το επαγόμενο αυτό ηλεκτρικό πεδίο, έχει ιδιότητες που διαφέρουν αρκετά από τις ιδιότητες του ηλεκτροστατικού πεδίου που δημιουργείται από ακίνητα φορτία
- Έστω ότι έχουμε ένα δακτυλιοειδή αγωγίμο βρόγχο ακτίνας r , που βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο κάθετο στο επίπεδο του (σχήμα)
- Αν το μαγνητικό πεδίο μεταβάλλεται συναρτήσει του χρόνου, τότε ο νόμος του Faraday ορίζει ότι στο δακτύλιο επάγεται ΗΕΔ ίση με: $\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$
- Το επαγόμενο ρεύμα συνεπάγεται την ύπαρξη επαγόμενου ηλεκτρικού πεδίου $\mathbf{E}$, εφαπτομενικά στο δακτύλιο (λόγω συμμετρίας)
- Το έργο που καταναλώνεται κατά μια περιφορά ενός δοκιμαστικού φορτίου q γύρω-γύρω στον αγωγό ισούται με $q\varepsilon$
- Η δύναμη που ασκείται πάνω στο φορτίο είναι $\mathbf{F}=q\mathbf{E}$, άρα το έργο που παράγει αυτή η δύναμη για να μετακινήσει το φορτίο μια φορά γύρω-γύρω στον δακτύλιο ισούται με $qE(2\pi r)$, όπου $2\pi r$ η περίμετρος του δακτυλίου
- Προφανώς οι δύο παραπάνω εκφράσεις του έργου είναι ίσες άρα: $q\varepsilon = qE(2\pi r) \Rightarrow E = \frac{\varepsilon}{2\pi r}$
- Ξέρουμε ότι η μαγνητική ροή που διαπερνά το δακτύλιο είναι: $\Phi_m = BA = \pi r^2$
- Εφαρμόζουμε το νόμο του Faraday και βρίσκουμε ότι: $E = -\frac{1}{2\pi r} \frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$
- Άρα αν γνωρίζουμε τη σχέση του μαγνητικού πεδίου ως προς το χρόνο, μπορούμε να υπολογίσουμε το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο
- Το αρνητικό πρόσημο είναι αποτέλεσμα του κανόνα του Lenz και δηλώνει ότι το επαγόμενο ηλ. πεδίο $\mathbf{E}$ εναντιώνεται στη μεταβολή της μαγνητικής ροής
- Είναι σημαντικό να κατανοήσετε ότι αν τοποθετηθεί μέσα σε μεταβαλλόμενο μαγν. πεδίο ένα ελεύθερο φορτισμένο σωματίδιο, τότε αυτό θα υποστεί το παραπάνω ηλεκτρικό πεδίο



9.5 Επαγόμενες ΗΕΔ και επαγόμενα ηλεκτρικά πεδία

- Γενικά ορίζουμε ότι η ΗΕΔ πάνω σε οποιαδήποτε κλειστή διαδρομή ισούται με: $\varepsilon = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$
- Βλέπουμε λοιπόν ότι η ΗΕΔ που εφαρμόζεται σε μια κλειστή διαδρομή ισούται με την ενέργεια που καταναλώνεται όταν μοναδιαίο φορτίο κινείται πάνω στη διαδρομή επιστρέφοντας στο σημείο από όπου ξεκίνησε, άρα: $\varepsilon = \frac{W}{q}$
- Άρα η γενική μορφή του νόμου του Faraday γράφεται ως εξής: $\varepsilon = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$
- Προσοχή: Το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο $\mathbf{E}$ της εξίσωσης, μεταβάλλεται με το χρόνο και δημιουργείται από χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο

9.6 Οι εξισώσεις του Maxwell

- Θεμέλιο όλων των ηλεκτρομαγνητικών φαινομένων είναι οι εξισώσεις του Maxwell (προς τιμήν του James Maxwell)
- Η θεωρία που συνέθεσε ο Maxwell, βασιζόμενος στα πειράματα των Coulomb, Ampere, Faraday, Henry κ.α., προβλέπει μεταξύ άλλων: 1) την ύπαρξη Η/Μ κυμάτων που κινούνται με την ταχύτητα του φωτός, 2) την εκπομπή Η/Μ κυμάτων από επιταχυνόμενα ηλεκτρόνια
- Ας παρουσιάσουμε τις εξισώσεις του Maxwell όπως αυτές ισχύουν για το κενό:
 - 1) Ο νόμος του Gauss: $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$
 - 2) Ο νόμος του Gauss για το μαγνητισμό: $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$
 - 3) Ο νόμος του Faraday: $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$
 - 4) Ο νόμος των Ampere-Maxwell: $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_e}{dt}$, (όπου $\epsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt}$ είναι το ρεύμα μετατόπισης, ενώ I είναι το ρεύμα αγωγιμότητας)
- Αφού υπολογίσουμε το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο σε ένα σημείο του χώρου, μπορούμε να προσδιορίσουμε τη δύναμη που ασκείται σε ένα φορτίο q που βρίσκεται στο σημείο αυτό: $\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$. Η δύναμη αυτή ονομάζεται Lorentz.
- Όλα τα κλασικά Η/Μ φαινόμενα περιγράφονται πλήρως από τις εξισώσεις Maxwell και τη δύναμη Lorentz

Συνοψίζοντας τι είδαμε στο Κεφάλαιο 9

- ✓ Νόμος επαγωγής του Faraday
- ✓ ΗΕΔ λόγω σχετικής κίνησης του αγωγού και μαγνητικού πεδίου
- ✓ Ο κανόνας του Lenz
- ✓ Επαγόμενες ΗΕΔ και επαγόμενα ηλεκτρικά πεδία
- ✓ Οι εξισώσεις του Maxwell

Ερωτήσεις;