

Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο



Τμήμα Ηλεκτρονικών Μηχανικών

Αρχές Γλωσσών Προγρ/σμού & Μεταγλωττιστές
Κεφ. 2 Αριθμητικά Συστήματα & Πράξεις

Δρ. Εμμανουήλ Σκουνάκης

Διδάκτωρ του Πανεπιστημίου Brunel του Λονδίνου
M.Sc. στις Τηλεπικοινωνίες και Δίκτυα Η/Υ
M.Sc. Ηλεκτρονικού Μηχανικού και Μηχανικού Η/Υ

Χανιά, Κρήτη

Copyright 2014 EDS

Περιεχόμενα – Κεφάλαιο 2ο

Συστήματα Αρίθμησης

- Δυαδικό
- Δεκαδικό
- Οκταδικό
- Δεκαεξαδικό

Συστήματα Αρίθμησης

Binary, Decimal, Octal, Hexadecimal

Όνομα Βάσης	Βάση	Σύνολο ψηφίων	Παράδειγμα
Δυαδικό Σύστημα	2	{0, 1}	(100011) ₂
Οκταδικό Σύστημα	8	{0,1,2,3,4,5,6,7}	(12) ₈
Δεκαδικό Σύστημα	10	{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}	(205) ₁₀
Δεκαεξαδικό Σύστημα	16	{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F}	(12B) ₁₆

Ως βάση (ή ρίζα) ενός Συστήματος Αρίθμησης ορίζεται το πλήθος των ψηφίων που χρησιμοποιούνται για την παράσταση των αριθμών.

Ένα αριθμητικό σύστημα με βάση το k χρησιμοποιεί k διαφορετικά σύμβολα για την αναπαράσταση των ψηφίων.

Δυαδικό Σύστημα και Η/Υ

Γενικά

Ο τύπος που μας δίνει την ποσότητα της πληροφορίας εδώ είναι:

$$2^n = K$$

Όπου:

n = αριθμός των bits που χρησιμοποιούμε, και

K = αριθμός των εντολών ή λέξεων που μπορεί να καταλάβει και να διαχειριστεί το υπολογιστικό σύστημα. Δηλαδή:

$2^1 = 2$ (Με 1 bit (ένα ψηφίο), μπορώ να έχω 2 καταστάσεις-λέξεις: 0 ή 1)

$2^2 = 4$ (Με 2 bits, μπορώ να έχω 4 καταστάσεις-λέξεις, π.χ. 01)

$2^3 = 8$ (Με 3 bits, μπορώ να έχω 8 καταστάσεις-λέξεις, π.χ. 010)

⋮

$2^8 = 256$ (Με 8 bits, μπορώ να έχω 256 καταστάσεις-λέξεις, π.χ. 11111111)

⋮

Συστήματα Αρίθμησης

Παραδείγματα (μετατροπές)

‘Από το Δυαδικό Σύστημα στο Δεκαδικό’

Π.χ. $(11101)_2 = (?)_{10}$

Έκφράζω τον αριθμό με βάση τις δυνάμεις του 2 ανάλογα με τη θέση του κάθε ψηφίου ξεκινώντας με το 2^0 από δεξιά:

$(11101)_2: 1x2^4 + 1x2^3 + 1x2^2 + 0x2^1 + 1x2^0 = 29$ (στο δεκαδικό σύστημα)

Άρα, $(11101)_2 = (29)_{10}$

Π.χ. $(110110)_2 = (?)_{10}$

$(110110)_2: 1x2^5 + 1x2^4 + 0x2^3 + 1x2^2 + 1x2^1 + 0x2^0 = 55$ (στο δεκαδικό σύστημα)

Άρα $(110110)_2 = (55)_{10}$

Παρατήρηση: Η αναπαράσταση των αριθμών στο δυαδικό σύστημα απαιτεί μεγάλο αριθμό ψηφίων

Συστήματα Αρίθμησης

Παραδείγματα (μετατροπές)

‘Από το Δεκαδικό στο Δυαδικό Σύστημα’

☰ Διαιρούμε συνεχώς το δεκαδικό αριθμό (π.χ. 27) με το δύο μέχρι το πηλίκο να γίνει 0.

– 27:2	Πηλίκο 13	Υπόλοιπο 1
– 13:2	Πηλίκο 6	Υπόλοιπο 1
– 6:2	Πηλίκο 3	Υπόλοιπο 0
– 3:2	Πηλίκο 1	Υπόλοιπο 1
– 1:2	Πηλίκο 0	Υπόλοιπο 1

☰ Ο δυαδικός αριθμός σχηματίζεται γράφοντας τα υπόλοιπα από το τέλος προς την αρχή. Άρα: $(27)_{10} = (11011)_2$

Συστήματα Αρίθμησης

Παραδείγματα (μετατροπές)

Ερωτήσεις

- Γιατί χρησιμοποιούμε το δυαδικό σύστημα ?
- Πώς προέκυψε η χρήση επίσης του οκταδικού και του δεκαεξαδικού συστήματος?

Πλεονεκτήματα του δυαδικού συστήματος:

- Εύκολη η αποθήκευση (δυο καταστάσεις)
- Απλή η επεξεργασία
- Αξιόπιστο

Μειονεκτήματα του δυαδικού συστήματος:

- Μεγάλο σχετικά πλήθος των ψηφίων για την αναπαράσταση της πληροφορίας.

Συστήματα Αρίθμησης

Πρόσθεση

Η πρόσθεση είναι απλή, αλλά θα προσθέσουμε ένα παράδειγμα ...

Πρόσθεση :

$$0 + 0 = 0$$
$$0 + 1 = 1$$
$$1 + 0 = 1$$
$$1 + 1 = 10 \text{ (άθροισμα =0, κρατούμενο=1)}$$
$$1 + 1 + 1 = 11 \text{ (άθροισμα=1, κρατούμενο =1)}$$

π.χ. 1 1 1 1 κρατούμενα

$$\begin{array}{r} 95 \\ +20 \\ \hline \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\ +\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0 \\ \hline \end{array}$$

Copyright EDS 115 1 1 1 0 0 1 1

Συστήματα Αρίθμησης

Αφαίρεση

Οι αριθμητικές πράξεις σε σύστημα με βάση r ακολουθούν τους ίδιους κανόνες όπως στο δεκαδικό. Μόνη ενδιαφέρουσα περίπτωση η αφαίρεση

...

$$\begin{array}{r} \text{Δανεικό} \\ \downarrow \\ 3 \quad 18 \\ - 1 \quad 9 \\ \hline 1 \quad 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Δανεικό} \\ \downarrow \\ 1 \quad 1 \quad 10 \quad 1 \\ - 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \\ \hline 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \end{array}$$

Συστήματα Αρίθμησης

Πολλαπλασιασμός

και ο πολλαπλασιασμός ...

$$\begin{array}{r} 344 \\ \times 489 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + \quad 3096 \\ \quad 2752 \\ \quad 1376 \\ \hline 168216 \end{array}$$

Copyright EDS

$$\begin{array}{r} 110 \\ \times 101 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + \quad 110 \\ \quad 000 \\ \quad 110 \\ \hline 11110 \end{array}$$