



Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχ. & Μηχ. Η/Υ

Ηλεκτρικές Μηχανές II

Μάθημα 1^ο

Αρχές Λειτουργίας Μηχανών Εναλλασσόμενου Ρεύματος

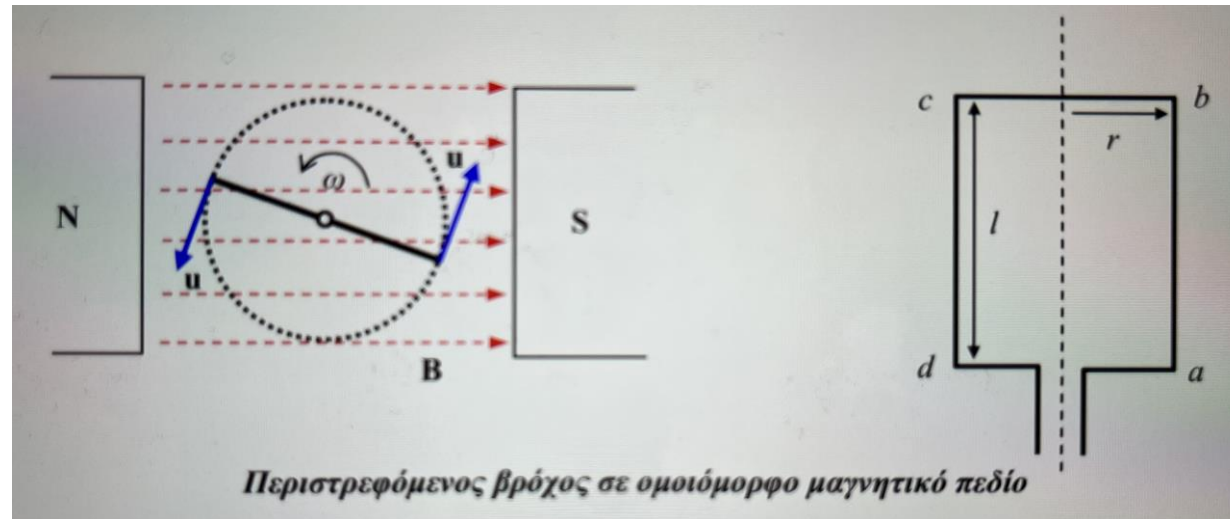
Γιώργος Ορφανουδάκης

Περιεχόμενα μαθήματος

1. Περιστρεφόμενος απλός βρόχος σε ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο
2. Στρεφόμενο μαγνητικό πεδίο
3. Κατανομή της μαγνητεγερτικής δύναμης και μαγνητικής ροής
4. Επαγόμενη τάση και ροπή μηχανών ΕΡ
5. Ροή ισχύος και απώλειες

Περιστρεφόμενος Βρόχος σε Ομοιόμορφο Μαγνητικό Πεδίο

- Θα θεωρήσουμε την περίπτωση ενός ορθογωνίου πλαισίου, το οποίο περιστρέφεται μέσα σε ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο μαγνητικής επαγωγής B .
- Ακολούθως υπολογίζονται τόσο η τάση που επάγεται στο βρόχο όσο και η ροπή του, στην περίπτωση που αυτός διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα.

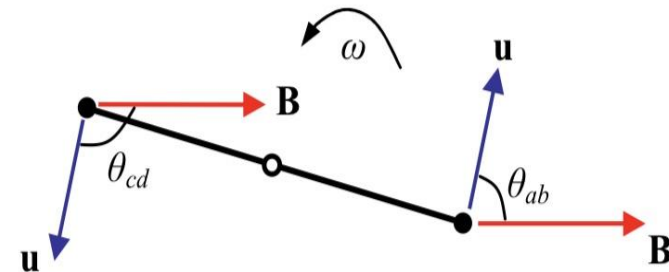
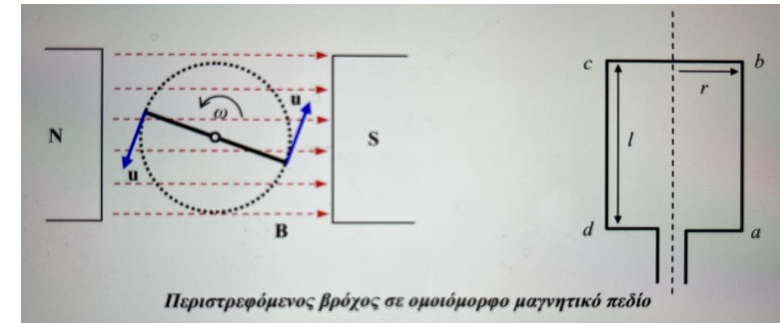


Επαγόμενη Τάση σε ένα Απλό Περιστρεφόμενο Βρόχο

- Λόγω της κίνησης των αγώγιμων τμημάτων του πλαισίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο επάγεται τάση σε καθένα από αυτούς
- Η συνολικά επαγόμενη τάση θα είναι το αλγεβρικό άθροισμα των επιμέρους τιμών
- Η τάση που αναπτύσσεται σε αγωγό κινούμενο μέσα σε μαγνητικό πεδίο είναι:
$$e = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l}$$

- Έχουμε:

- Πλευρά ab: $e_{ab} = Bvl \sin \theta$
- Πλευρά bc: $e_{bc} = 0$
- Πλευρά cd: $e_{cd} = Bvl \sin \theta$
- Πλευρά da: $e_{da} = 0$



Απεικόνιση των διανυσμάτων της ταχύτητας των πλευρών ab , cd

Επαγόμενη Τάση

- Η συνολική τάση είναι: $e_{ind} = e_{ab} + e_{bc} + e_{cd} + e_{da} = Bvl(\sin \theta_{ab} + \sin \theta_{cd})$
- Επειδή οι δύο γωνίες που εμφανίζονται είναι παραπληρωματικές ($\theta_{ab} + \theta_{cd} = 180^\circ$), η σχέση γίνεται: $e_{ind} = 2Bvl \sin \theta$
- Αν θεωρήσουμε περιστροφή του βρόχου με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, ω , τότε $v = \omega r$ και $\theta = \omega t$. Προκύπτει $e_{ind} = 2B\omega rl \sin \omega t$
- Το εμβαδόν A του βρόχου είναι ίσο με $A = 2rl$, άρα το γινόμενο $2Brl$ παριστάνει τη μέγιστη τιμή της μαγνητικής ροής Φ_{max} που διέρχεται από το βρόχο
- Τελικά προκύπτει:

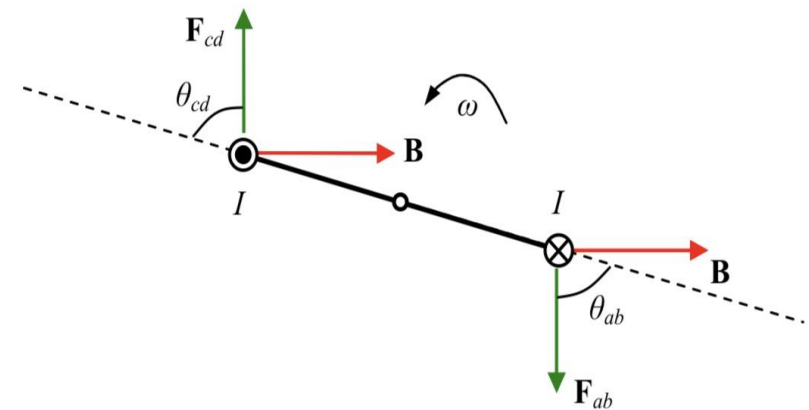
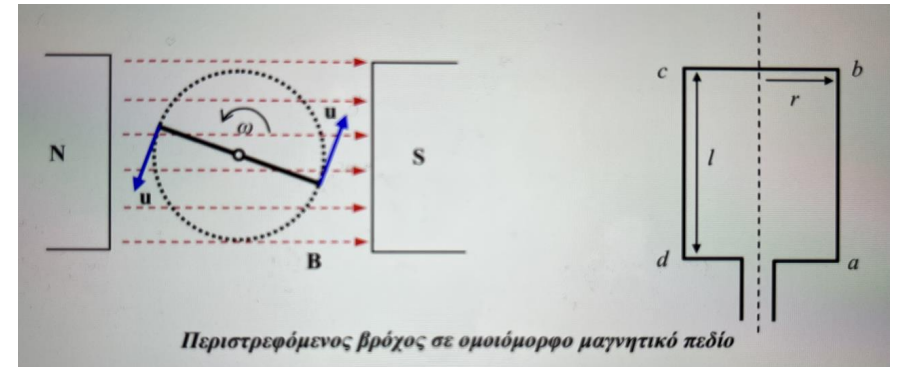
$$e_{ind} = \Phi_{max} \omega \sin \omega t$$

Παράγοντες που επηρεάζουν την Επαγόμενη Τάση

1. Η μαγνητική ροή στη μηχανή
2. Η ταχύτητα περιστροφής
3. Μια σταθερά, που εξαρτάται από τα κατασκευαστικά χαρακτηριστικά της μηχανής

Επαγόμενη Ροπή σε έναν βρόχο που διαρρέεται από ρεύμα

- Έστω ότι ο περιστρεφόμενος βρόχος διαρρέεται από ρεύμα έντασης i .
- Η ασκούμενη δύναμη υπολογίζεται από τη γενική σχέση $F = i(\mathbf{l} \times \mathbf{B})$
- Η ροπή έχει μέτρο $\tau = F r \sin \theta$ (όπου θ η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων r και F)
- Ισχύουν τα ακόλουθα:
 - Πλευρά ab : $\tau_{ab} = BIlr \sin \theta$
 - Πλευρά bc : $\tau_{bc} = 0$, αφού η δύναμη είναι παράλληλη προς τον άξονα περιστροφής
 - Πλευρά cd : $\tau_{cd} = BIlr \sin \theta$
 - Πλευρά da : $\tau_{da} = 0$



Δυνάμεις στις πλευρές ab , cd του πλαισίου, όταν αυτό διαρρέεται από ρεύμα

Επαγόμενη Ροπή

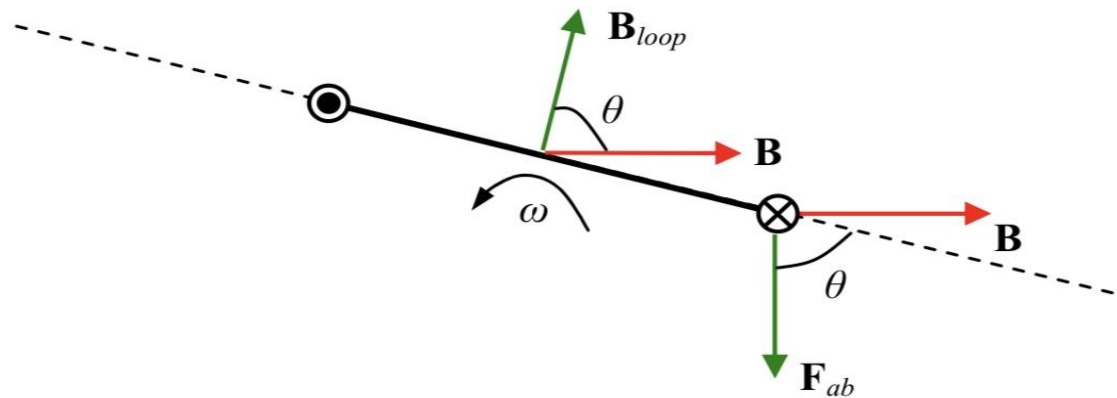
- Η συνολική ροπή είναι: $\tau_{ind} = \tau_{ab} + \tau_{bc} + \tau_{cd} + \tau_{da} = BIlr (\sin \theta_{ab} + \sin \theta_{cd})$
- Με βάση τα προηγούμενα: $\tau_{ind} = 2BIlr \sin \theta$
- Η ροπή αυτή μεγιστοποιείται όταν το επίπεδο του βρόχου γίνεται παράλληλο προς το μαγνητικό πεδίο, ενώ μηδενίζεται όταν το επίπεδο του βρόχου είναι κάθετο στο πεδίο
- Το εμβαδόν A του βρόχου είναι ίσο με $A = 2rl$
- Το μαγνητικό πεδίο B_{loop} που δημιουργείται από τον ρευματοφόρο βρόχο είναι ανάλογο της έντασης του ρεύματος που τον διαρρέει ($B_{loop} = kI$), και έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο του βρόχου: $B_{loop} = \frac{\mu i}{G}$
- Η σταθερά G εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του βρόχου.

$$\tau_{ind} = \frac{AG}{\mu} B_{loop} B_S \sin \theta = kB_{loop} B_S \sin \theta = k\mathbf{B}_{loop} \times \mathbf{B}_S$$

- Σε διανυσματική μορφή : $\tau_{ind} = k\mathbf{B}_{loop} \times \mathbf{B}_S$

Παράγοντες που επηρεάζουν την Επαγόμενη Ροπή

1. Τη πυκνότητα μαγνητικής ροής (ή μαγνητική επαγωγή ή απλώς μαγνητικό πεδίο) του δρομέα, B_{loop}
2. Τη πυκνότητα μαγνητικής ροής του στάτη, B_S
3. Το ημίτονο της μεταξύ τους γωνίας
4. Μια σταθερά που εξαρτάται από τα κατασκευαστικά χαρακτηριστικά της μηχανής



Συσχέτιση του υπάρχοντος μαγνητικού πεδίου με αυτό του πλαισίου

Στρεφόμενο Μαγνητικό Πεδίο

- Αν σε μια μηχανή υπάρχουν δύο μαγνητικά πεδία, τότε δημιουργείται ροπή η οποία τείνει να ευθυγραμμίσει τα δύο αυτά πεδία.
- Αν το ένα μαγνητικό πεδίο δημιουργείται από τον στάτη μιας μηχανής εναλλασσόμενου ρεύματος και το άλλο από το δρομέα της μηχανής αυτής, τότε η εμφανιζόμενη ροπή θα εξαναγκάσει το δρομέα να περιστραφεί, μέχρι να ευθυγραμμιστούν τα δύο πεδία.
- Οι τρεις φάσεις του τυλίγματος οπλισμού μιας 3φ μηχανής εναλλασσόμενου ρεύματος απέχουν 120 ηλεκτρικές μοίρες μεταξύ τους.

Στρεφόμενο Μαγνητικό Πεδίο 3φ μηχανής

- Απλή περίπτωση μηχανής με στάτη που
 - διαθέτει μόνο τρία τυλίγματα (συστάδες αγωγών) που απέχουν μεταξύ τους 120° ,
 - έχει τύλιγμα δύο πόλων, άρα μπορεί να παράγει μόνο έναν βόρειο και ένα νότιο πόλο στο εσωτερικό της μηχανής.
- Αν εφαρμόσουμε στο τύλιγμα ένα 3φ σύστημα τάσεων, τα αντίστοιχα ρεύματα των συστάδων θα είναι:

$$i_{aa'}(t) = I_M \sin \omega t$$

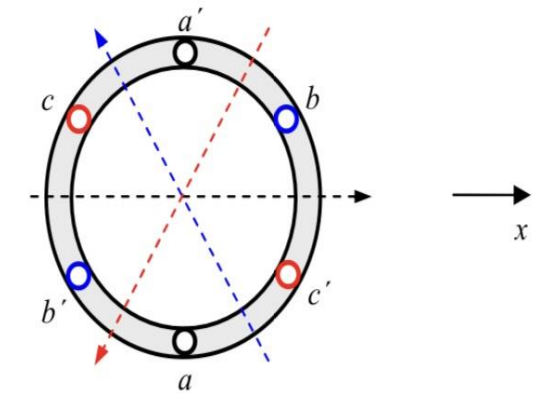
$$i_{bb'}(t) = I_M \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$i_{cc'}(t) = I_M \sin(\omega t - 240^\circ)$$

- Οι μαγνητικές επαγωγές που παράγουν τα παραπάνω ρεύματα είναι: $\mathbf{B}_{aa'}(t) = B_M \sin \omega t \angle 0^\circ$

$$\mathbf{B}_{bb'}(t) = B_M \sin(\omega t - 120^\circ) \angle 120^\circ$$

$$\mathbf{B}_{cc'}(t) = B_M \sin(\omega t - 240^\circ) \angle 240^\circ$$



Τριφασικό τύλιγμα και οι αντίστοιχοι μαγνητικοί άξονες

Στρεφόμενο Μαγνητικό Πεδίο 3φ μηχανής (2)

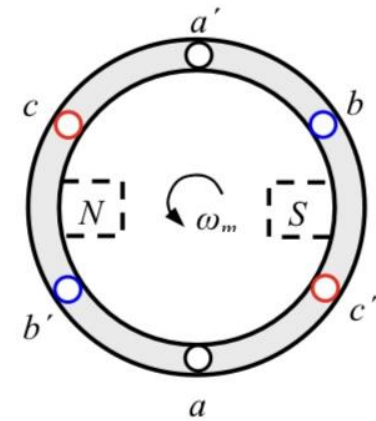
- Οι διευθύνσεις των τριών παραπάνω διανυσμάτων σχηματίζουν και αυτές μεταξύ τους γωνίες 120° και ταυτίζονται με τις διευθύνσεις των μαγνητικών αξόνων
- Προσθέτοντας τις τρεις συνιστώσες του πεδίου προκύπτει η συνισταμένη μαγνητική επαγωγή, B_{net} :

$$\mathbf{B}_{net}(t) = B_{aa'} + B_{bb'} + B_{cc'}$$

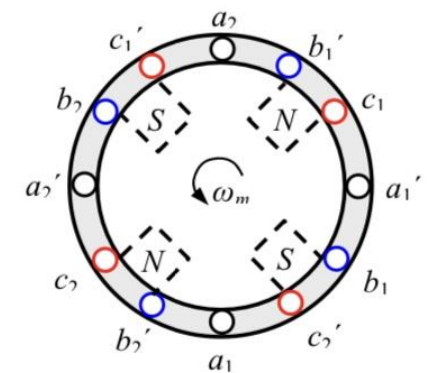
$$\mathbf{B}_{net}(t) = 1,5B_M \sin(\omega t) \hat{\mathbf{x}} - 1,5B_M \cos(\omega t) \hat{\mathbf{y}}$$

Σχέση Ταχύτητας Περιστροφής Μαγνητικού Πεδίου με την Ηλεκτρική Συχνότητα

- Σε κάθε ηλεκτρική περίοδο του εφαρμοζόμενου ρεύματος οι μαγνητικοί πόλοι κάνουν μια πλήρη περιστροφή.
- Η ταχύτητα περιστροφής του μαγνητικού πεδίο εκφραζόμενη σε rps (revolutions per second) είναι ίση με τη συχνότητα του ρεύματος σε Hz: $f_{se} = f_{sm}$
 - f_{sm} : μηχανική ταχύτητα περιστροφής σε rps
 - f_{se} : ηλεκτρική συχνότητα σε Hz
- Όταν σε στάτη **4^{ων} πόλων** εφαρμόζεται ένα τριφασικό σύστημα ρευμάτων, προκύπτουν δύο ζεύγη πόλων, οπότε στη διάρκεια μιας ηλεκτρικής περιόδου ο ένας από τους δύο πόλους διαγράφει το μισό της περιμέτρου του στάτη. Δηλαδή, για 360° ηλεκτρικής γωνίας η αντίστοιχη μηχανική θα είναι 180°.
- Για **4^{ων} πόλων**, η σχέση μεταξύ ταχύτητας περιστροφής του μαγνητικού πεδίο και συχνότητας ρεύματος είναι $f_{se} = 2f_{sm}$



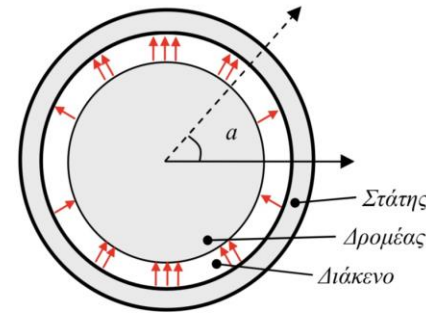
Τύλιγμα στάτη δύο πόλων



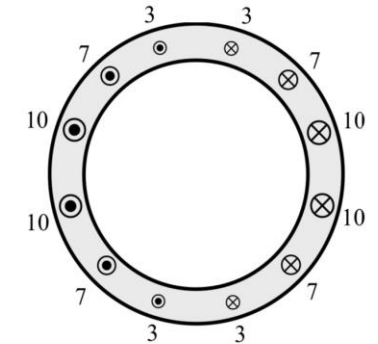
Τύλιγμα στάτη τεσσάρων πόλων

Κατανομή της Μαγνητεγερτικής Δύναμης και Μαγνητικής ροής

- Η μαγνητική επαγωγή που παράγει κάποιο τύλιγμα της μηχανής θεωρήθηκε κάθετη στο επίπεδο του τυλίγματος και με φορά που προσδιορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού
- Το μαγνητικό πεδίο μιας πραγματικής μηχανής δεν συμπεριφέρεται με αυτόν τον τρόπο επειδή
 - I. στο εσωτερικό της υπάρχει ο δρομέας
 - II. υπάρχει μικρό διάκενο μεταξύ δρομέα και στάτη
- Ο δρομέας μιας τέτοιας μηχανής μπορεί να είναι
 - Κυλινδρικός (χωρίς διακεκριμένους πόλους)
 - Έκτυπους πόλους (οι πόλοι προεξέχουν)



Ημιτονοειδής κατανομή του πεδίου σε μηχανή ΕΡ με κυλινδρικό δρομέα



Κατανομή των αγωγών με $N_c = 10$ σε μηχανή ΕΡ με κυλινδρικό δρομέα

Κυλινδρικός Δρομέας

- Για να παραχθεί ημιτονοειδής τάση πρέπει η μαγνητική επαγωγή B να μεταβάλλεται ημιτονοειδώς κατά μήκος της επιφάνειας του διακένου
- Αυτό συμβαίνει μόνο όταν η ένταση του μαγνητικού πεδίου, H , μεταβάλλεται ημιτονοειδώς κατά μήκος της επιφάνειας του διακένου και κατ' επέκταση και η μαγνητεγερτική δύναμη \mathcal{F} .
- Η ημιτονοειδής κατανομή των αγωγών του τυλίγματος της μηχανής σε αυλάκια της εσωτερικής επιφάνειας του στάτη είναι ο πιο αποτελεσματικός τρόπος για την παραγωγή της μαγνητεγερτικής δύναμης.
- Αριθμός των αγωγών του τυλίγματος που τοποθετούνται στο κάθε αυλάκι είναι

$$n_c = N_c \cos a$$

όπου N_c αριθμός αγωγών που τοποθετούνται στο αυλάκι που αντιστοιχεί σε γωνία θ^0

Επαγόμενη Τάση 3φ Μηχανών

- Ας θεωρήσουμε πως ο δρομέας μιας μηχανής ΕΡ περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω , παράγοντας ένα ημιτονοειδώς κατανομημένο στο διάκενο μαγνητικό πεδίο με μέτρο $B = B_0 \sin(\omega t - \alpha)$ (α είναι η γωνία που αντιστοιχεί σε κάθε θέση) και διεύθυνση ακτινική.
- Αναζητώντας την τάση που επάγεται σε ένα από τα τυλίγματα του στάτη, διαπιστώνεται πως η σχέση $e_{ind} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l}$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σε αυτήν την περίπτωση.
- Ακολουθώντας τη μεθοδολογία που παρουσιάστηκε, για τον υπολογισμό της τάσης σε κάθε πλευρά του πλαισίου ξεχωριστά και άθροιση των επιμέρους τιμών, προκύπτει ότι η τάση που παράγεται σε πλαίσιο αποτελούμενο από N_c αγωγούς είναι $e_{ind} = N_c \Phi \omega \sin(\omega t)$

Επαγόμενη Τάση 3φ Μηχανών (2)

- Αντίστοιχα, αν το τύλιγμα είναι τριφασικό τότε οι αντίστοιχα επαγόμενες τάσεις συνθέτουν και αυτές ένα τριφασικό σύστημα

$$e_{aa'} = N_c \Phi \omega \sin(\omega t)$$

$$e_{bb'} = N_c \Phi \omega \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$e_{cc'} = N_c \Phi \omega \sin(\omega t - 240^\circ)$$

- Το πλάτος της τάσης σε καθεμιά από τις τρεις φάσεις είναι ίσο με

$$E_0 = N_c \Phi \omega = 2\pi N_c f$$

- Ενεργός τιμή κάθε φάσης:

$$E_A = \frac{2\pi N_c \Phi f}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\pi N_c \Phi f = 4,44 N_c \Phi f$$

Επαγόμενη Ροπή 3φ Μηχανών

- Στη συνέχεια θεωρούμε πως στο εσωτερικό της μηχανής συνυπάρχουν δύο μαγνητικά πεδία, του δρομέα και του στάτη.
- Αν B_R είναι η μαγνητική επαγωγή του πρώτου και B_S του δεύτερου, η ροπή που επάγεται θα είναι $\tau_{ind} = k \mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_S$
- Ισοδύναμα, αν $\mathbf{B}_{net} = \mathbf{B}_R + \mathbf{B}_S$ είναι το άθροισμα των δύο πεδίων, τότε αποδεικνύεται ότι

$$\tau_{ind} = k \mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_{net}$$

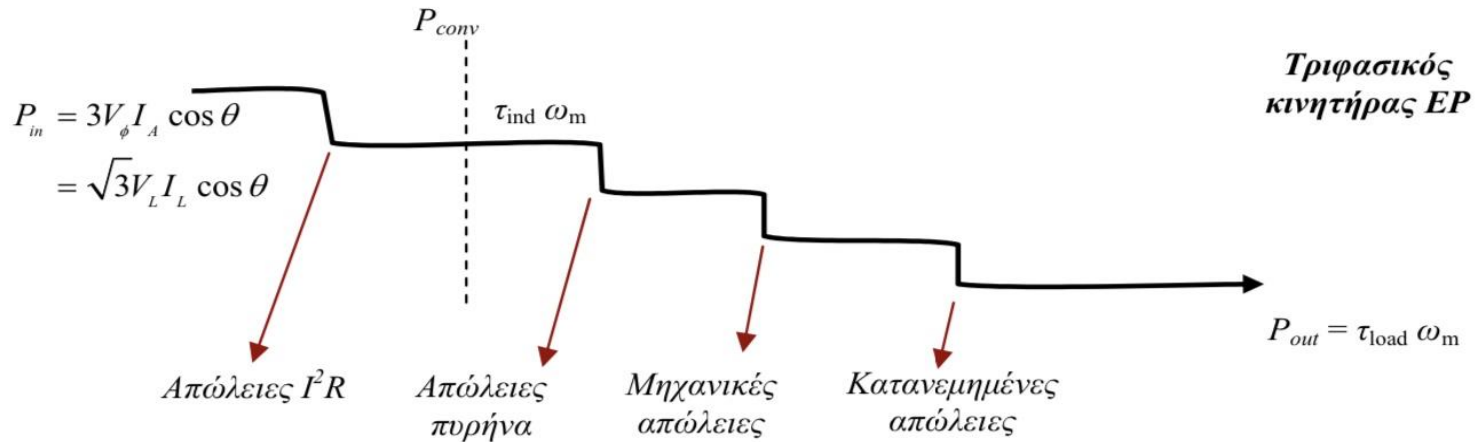
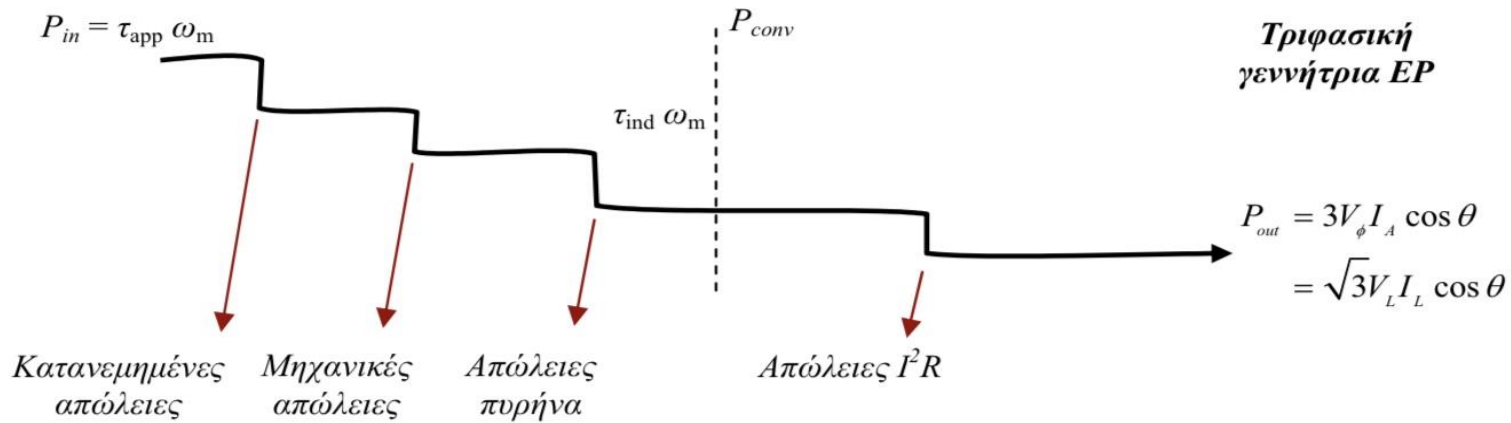
με μέτρο $\tau_{ind} = kB_R B_{net} \sin \delta$, όπου δ η γωνία μεταξύ των πεδίων \mathbf{B}_R και \mathbf{B}_{net}

Ροή Ισχύος και Απώλειες

- Στις ηλεκτρικές μηχανές εναλ. ρεύματος, οι απώλειες χωρίζονται στις εξής κατηγορίες
 - Απώλειες Χαλκού (ηλεκτρικές απώλειες που αντιστοιχούν στα κυκλώματα του στάτη και δρομέα)
 - Στάτης: $P_S = 3I_A^2 R_A$
 - Δρομέας: $P_R = I_F^2 R_F$
 - Απώλειες Πυρήνα (χωρίζονται σε απώλειες υστέρησης και δινορρευμάτων)
 - Μηχανικές Απώλειες (σχετίζονται με μηχανικά φαινόμενα όπως η τριβή και ο εξαερισμός)
 - Κατανεμημένες Απώλειες (δεν υπάγονται σε καμία από τις παραπάνω κατηγορίες και λαμβάνονται συνήθως ίσες με το 1% του πλήρους φορτίου)
 - Παρόμοια με τις μηχανές ΣΡ, το άθροισμα των **μηχανικών** απωλειών και των απωλειών **πυρήνα** χαρακτηρίζονται ως Απώλειες Περιστροφής
- Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής ΕΡ

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \cdot 100\% = \frac{P_{in} - P_{loss}}{P_{in}} \cdot 100\%$$

Διαγράμματα Ροής Ισχύος



Σχετικό υλικό

- Από το βιβλίο «Ηλεκτρικές Μηχανές AC-DC», Stephen J. Chapman, εκδ. Τζιόλα, 5^η έκδοση
 - Κεφάλαιο 3