

Άσκηση 15

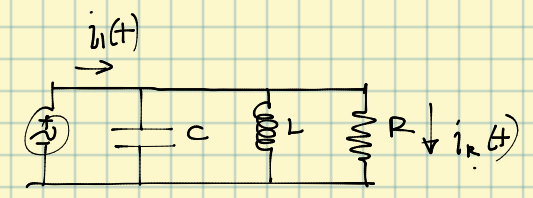
Δεδομένα :

$$\omega = 100 \text{ rad/sec}$$

$$C = 40 \mu\text{F}$$

$$L = 1 \text{ H}$$

$$R = 400 \Omega$$



Λύση

* Μετασχηματίζω το κύκλωμα στο πεδίο της συχνότητας :

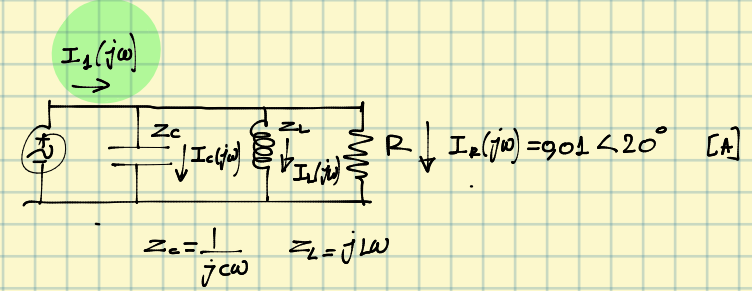
$$I_R(j\omega) = 0,01 \angle 20^\circ$$

rms τιμή [A]

$$i_1(t) \rightarrow I_1(j\omega)$$

$$i_R(t) \rightarrow I_R(j\omega)$$

Συνοψίζω: $i_1(t) = j$



* Από το νόμο του Kirchhoff για τα ρεύματα στο πεδίο της συχνότητας :

$$I_1(j\omega) = I_C(j\omega) + I_L(j\omega) + I_R(j\omega) \Rightarrow$$

το φάσμα

$$\hat{I} = I_C + I_L + I_R \quad (1)$$

* Η τάση στα άκρα της αντίστασης είναι ίδια με αυτή του πηκτω και του πυκνωτή και είναι ίση με : $V_R = I_R R = (0,01 \angle 20^\circ) \cdot (400 \angle 0^\circ) = 4 \angle 20^\circ = V_L = V_C$ [V]

Αλλά $\hat{I}_L = \frac{V_R}{Z_L} = \frac{I_R R}{j\omega L} = \left[-j \frac{R}{\omega L} I_R \right]$

$$\hat{I}_C = \frac{V_R}{Z_C} = \frac{I_R R}{\frac{1}{j\omega C}} = \left[j R C \omega I_R \right]$$

Ενθάρυνω (1) $\Rightarrow I_1 = j R C \omega I_R - j \frac{R}{\omega L} I_R + I_R \Rightarrow$

$$I_1 = I_R \left(1 + j \left(R C \omega - \frac{R}{\omega L} \right) \right) \quad (2)$$

* Παρατηρώ ότι το I_R είναι σε ποσοτική μορφή, ιδανική για πολλαπλασιασμό, οπότε μετατρέπω τον φασοειδή αριθμό που είναι σε αλγεβρική μορφή σε ποσοτική :

δηλαδή: $1 + j \left(R C \omega - \frac{R}{\omega L} \right) = \sqrt{1^2 + \left(R C \omega - \frac{R}{\omega L} \right)^2} \angle \tan^{-1} \left(\frac{R C \omega - \frac{R}{\omega L}}{1} \right)$

Άρα από (2) $\Rightarrow$

$$I_1 = 0,01 \cdot \sqrt{1 + \left(R C \omega - \frac{R}{\omega L} \right)^2} \angle 20^\circ + \tan^{-1} \left(R C \omega - \frac{R}{\omega L} \right)$$

* Μετασχηματίζω στο πεδίο του χρόνου το αποτέλεσμα :

$$i_1(t) = \sqrt{2} \cdot 0,01 \sqrt{1 + \left(R C \omega - \frac{R}{\omega L} \right)^2} \cdot \cos \left(\omega t + 20^\circ + \tan^{-1} \left(R C \omega - \frac{R}{\omega L} \right) \right)$$

Σε τιμή με αντικατάσταση των δεδομένων έχω

$$i_1(t) = 0,0583 \cdot \cos(100t + 20^\circ - 75,95^\circ)$$

$-55,95^\circ$
 $-99,95^\circ$

Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζω και $i_C(t)$

$$i_L(t)$$

Παρατήρηση!

Το cos στην παραπάνω σχέση στο πεδίο του χρόνου το επέλεξα αυθαίρετα επειδή δεν μου δίνει για έλεγχο ή υπολογισμούς και τρέχει. Αν δίνεται η υφασματική τιμή τρέχει ως cos ή sin τότε χρησιμοποιώ αυτό για το μετασχηματισμό από το π. συχνότητας στο π. του χρόνου.