

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Κατεύθυνση Κατασκευαστικού τομέα

081380040 – Ανάλυση κατασκευών II

Εαρινό Εξάμηνο 2023



Εργασία 2: δισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία

Όνομα Φοιτητή: Δημήτριος Σεντουξής

email Φοιτητή: sent.dimitris@gmail.com

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Κατεύθυνση Κατασκευαστικού τομέα

081380040 – Ανάλυση κατασκευών II

Χειμερινό Εξάμηνο 2022



ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1	Περιγραφή Εργασίας	2
2	Τα προγράμματα rect2d και ex1rect2d	2
3	Αποτελέσματα.....	9
4	Βιβλιογραφία	11

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Κατεύθυνση Κατασκευαστικού τομέα

081380040 – Ανάλυση κατασκευών II

Χειμερινό Εξάμηνο 2022



1 Περιγραφή Εργασίας

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η προσομοίωση ενός γραμμικού στοιχείου με χρήση του προγράμματος **matlab** ώστε να παρατηρηθεί η καμπτική συμπεριφορά του. Το πρόγραμμα είναι κατάλληλα γραμμένο ώστε να ασκούνται στο άκρο του κατάλληλα φορτία τα οποία προκαλούν την παραμόρφωση του. Το πρόγραμμα χωρίζει την δοκό σε υποδεέστερα ισοκατανεμημένα τμήματα, στη συγκεκριμένη περίπτωση σε επίπεδα τετράγωνα.

2 Τα προγράμματα `rect2d` και `ex1rect2d`

Από τα έγγραφα στο e class χρησιμοποιήθηκαν δύο προγράμματα με έτοιμο τον κώδικα εντολών με τα ονόματα `rect2d` και `ex1rect2d` αντίστοιχα. Δημιουργούνται από την γραμμή εργασιών δύο καινούργια **script** ώστε να εισαχθεί ο κώδικας. Παρακάτω φαίνεται το περιεχόμενό τους.

`rect2d`

```
function K = rect2d(E,nu,t,P1,P2,P3)
```

```
% RECT2D
```

```
%
```

```
% This command generates the 8 x 8 stiffness matrix for a two
```

```
% dimensional rectangular plate element, subjected to in-plane
```

```
% forces only, in global coordinates. We emphatically remind the
```

```
% user that this is not a general quadrilateral plate element,
```

```
% but simply a rectangular one. The local y coordinate is assumed
```

```
% to run along the line connecting points P1 and P2, and the local
```

```
% x direction runs along the line connecting points P1 and P4.
```

```
% It does not matter whether the user defines the corners of the
```

```
% rectangle going clockwise, or counterclockwise, around the
```

```
% element, as long as things are done consistently. The
```

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Κατεύθυνση Κατασκευαστικού τομέα

081380040 – Ανάλυση κατασκευών II

Χειμερινό Εξάμηνο 2022



```
% formulation being used here is described in detail on
% Przemieniecki, J.S., "Theory of Matrix Structural Analysis",
% McGraw-Hill, 1968 (Section 5.8, pp. 89-102). It should also be
% pointed out the element is generated using the
% linear-edge-displacement assumption. The syntax is:
%      K = rect2d(E,nu,t,P1,P2,P3)
% where: E is the Young's modulus;
%      nu is the Poisson's ratio;
%      t is the thickness of the plate;
%      P1, P2 and P3 are vectors of the {x,y} coordinates of
%      three vertices of the rectangle (in the global
%      coordinate system), taken sequentially either
%      clockwise or counterclockwise around the element.

a = norm(P3-P2);      % Find direction cosines.
lqr = (P3(1)-P2(1))/a;
mqr = (P3(2)-P2(2))/a;
b = norm(P2-P1);
lpq = (P2(1)-P1(1))/b;
mpq = (P2(2)-P1(2))/b;

lam = [lqr mqr; lpq mpq];      % Build up lambda matrix.
zz = [0 0; 0 0];
lambda = [lam zz zz zz; zz lam zz zz; zz zz lam zz; zz zz zz lam];
```

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Κατεύθυνση Κατασκευαστικού τομέα

081380040 – Ανάλυση κατασκευών II

Χειμερινό Εξάμηνο 2022



beta = b/a; % Create local matrix.

kl(1,1) = 4*beta + 2*(1-nu)/beta;

kl(2,1) = 1.5*(1+nu);

kl(2,2) = 4/beta + 2*(1-nu)*beta;

kl(3,1) = 2*beta - 2*(1-nu)/beta;

kl(3,2) = -1.5*(1-3*nu);

kl(3,3) = kl(1,1);

kl(4,1) = -kl(3,2);

kl(4,2) = -4/beta + (1-nu)*beta;

kl(4,3) = -kl(2,1);

kl(4,4) = kl(2,2);

kl(5,1) = -2*beta - (1-nu)/beta;

kl(5,2) = -kl(2,1);

kl(5,3) = -4*beta + (1-nu)/beta;

kl(5,4) = kl(3,2);

kl(5,5) = kl(1,1);

kl(6,1) = -kl(2,1);

kl(6,2) = -2/beta - (1-nu)*beta;

kl(6,3) = -kl(3,2);

kl(6,4) = 2/beta - 2*(1-nu)*beta;

kl(6,5) = kl(2,1);

kl(6,6) = kl(2,2);

kl(7,1) = kl(5,3);

kl(7,2) = -kl(3,2);

kl(7,3) = kl(5,1);

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Κατεύθυνση Κατασκευαστικού τομέα

081380040 – Ανάλυση κατασκευών II

Χειμερινό Εξάμηνο 2022



$$kl(7,4) = kl(2,1);$$

$$kl(7,5) = kl(3,1);$$

$$kl(7,6) = kl(3,2);$$

$$kl(7,7) = kl(1,1);$$

$$kl(8,1) = kl(3,2);$$

$$kl(8,2) = kl(6,4);$$

$$kl(8,3) = kl(2,1);$$

$$kl(8,4) = kl(6,2);$$

$$kl(8,5) = -kl(3,2);$$

$$kl(8,6) = kl(4,2);$$

$$kl(8,7) = -kl(2,1);$$

$$kl(8,8) = kl(2,2);$$

for i = 1:7

 for j = i+1:8

$$kl(i,j) = kl(j,i);$$

 end

end

$$klocal = E*t/(12*(1-nu^2))*kl;$$

K = lambda'*klocal*lambda; % Create matrix in global coordinates

Ex1rect2d

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Κατεύθυνση Κατασκευαστικού τομέα

081380040 – Ανάλυση κατασκευών II

Χειμερινό Εξάμηνο 2022



```
%% example
% Copyright: G of rect2d element
%
% a program for the automatic solution of a rectangular plane stress
% problem by using rectangular finite elements
%
.E. Stavroulakis (2004)
%
% automatic preparation of a rectangular area
% length and number of segments in x direction
lx = 10; ix = 20;
%% length and number of segments in y direction
ly = 10; iy = 20;
% number of nodes
nnodes = (ix+1)*(iy+1);
% number of elements
nelements = ix*iy;
% nodes
xnode=zeros(nnodes,1);
ynode=zeros(nnodes,1);
iel=0
for j=1:iy+1
    for i=1:ix+1
        iel=iel+1;
        xnode(iel)=(lx/ix)*(i-1);
        ynode(iel)=(ly/iy)*(j-1);
    end
end
%% elements
% connectivity
cnct = zeros(nelements,4);
iel=0;
for i=1:ix
    for j=1:iy
        iel=(j-1)*ix+i;
        cnct(iel,1)=(j-1)*(ix+1)+i;
        cnct(iel,4)=(j-1)*(ix+1)+i+1;
        cnct(iel,2)=j*(ix+1)+i;
        cnct(iel,3)=j*(ix+1)+i+1;
    end
end
%% material constants
E = 100000;
nu = 0.2;
t=1;
%% sides
% saving indices of left, right, bottom and top side
% in vectors indexside, indexrside, indexbside and indextside resp
```

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Κατεύθυνση Κατασκευαστικού τομέα

081380040 – Ανάλυση κατασκευών II

Χειμερινό Εξάμηνο 2022



```
indexlside = zeros(iy+1,1);
indexrside = zeros(iy+1,1);
indexbside = zeros(ix+1,1);
indextside = zeros(ix+1,1);
%
for i=1:ix+1
    indexbside(i) = i;
    indextside(i) = iy*(ix+1)+i;
end
for i=1:iy+1
    indexrside(i) = ix+1+(i-1)*(ix+1);
    indexlside(i) = 1+(i-1)*(ix+1);
end
%% loading
% total number of loads
nuload = iy+1;
% number of node, x - y loadings
loads = zeros(nuload,3);
for i=1:nuload
    loads(i,1) = indexrside(i);
    loads(i,2) = 1000;
    loads(i,3) = -1500;
end
%% boundary conditions
% total number of boundary conditions
nubcs = iy+1;
% number of node, x - y displs (code 1 = 0, code 0 = free)
bcs = zeros(nubcs,3);
for i=1:nubcs
    bcs(i,1) = indexlside(i);
    bcs(i,2) = 1;
    bcs(i,3) = 1;
end
%
%% preparation
% stiffness matrix
Ktotal = zeros(2*nnodes,2*nnodes);
% loading vector
Ftotal = zeros(2*nnodes,1);
%% solution
Uttotal = zeros(2*nnodes,1);
% space for local stiffness matrix
Kelm = zeros(8,8);
%
%% assembly of stiffness matrix
maxdifference=0;
% for all elements
for i=1:nelements
```


ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Κατεύθυνση Κατασκευαστικού τομέα

081380040 – Ανάλυση κατασκευών II

Χειμερινό Εξάμηνο 2022



```
% for element i
% first node number cnct(i,1)
% first node coordinates xnode(cnct(i,1)), ynode(cnct(i,1))
P1 = [ xnode(cnct(i,1)), ynode(cnct(i,1)) ];
P2 = [ xnode(cnct(i,2)), ynode(cnct(i,2)) ];
P3 = [ xnode(cnct(i,3)), ynode(cnct(i,3)) ];
% local 8x8 stiffness matrix
Kelm = rect2d(E,nu,t,P1,P2,P3);
% assembly in global Ktotal stiffness matrix
for i1=1:4
    for j1=1:4
        Ktotal((cnct(i,i1)-1)*2+1:(cnct(i,i1)-1)*2+2,(cnct(i,j1)-1)*2+1:(cnct(i,j1)-1)*2+2)= ...
        Ktotal((cnct(i,i1)-1)*2+1:(cnct(i,i1)-1)*2+2,(cnct(i,j1)-1)*2+1:(cnct(i,j1)-1)*2+2)+...
        Kelm((i1-1)*2+1:(i1-1)*2+2,(j1-1)*2+1:(j1-1)*2+2);
    end
end
% finding maximum of difference in numbering of nodes
% for the calculation of the bandwidth of the matrix Ktotal
maxdifel=0;
for i1=1:3
    for j1=i1+1:4
        maxdifel=max(cnct(i,i1)-cnct(i,j1),maxdifel);
    end
end
maxdifference=max(maxdifference,maxdifel);
end
%
%% preparation of loading vector
%
for i=1:nuload
    % load at node loads(i,1) with x-y contribution equal to loads(i,2), loads(i,3)
    Ftotal(2*(loads(i,1)-1)+1)=loads(i,2);
    Ftotal(2*(loads(i,1)-1)+2)=loads(i,3);
end
%% implementation of boundary conditions
for i=1:nubcs
    % for node bcs(i,1) check x-y supports
    % if bcs(i,2)=1 then x displacement is fixed equal to zero
    % if bcs(i,3)=1 then y displacement is fixed equal to zero
    if bcs(i,2)==1
        Ktotal(2*(bcs(i,1)-1)+1,:)=0;
        Ktotal(:,2*(bcs(i,1)-1)+1)=0;
        Ktotal(2*(bcs(i,1)-1)+1,2*(bcs(i,1)-1)+1)=1;
    end
    if bcs(i,3)==1
        Ktotal(2*(bcs(i,1)-1)+2,:)=0;
        Ktotal(:,2*(bcs(i,1)-1)+2)=0;
        Ktotal(2*(bcs(i,1)-1)+2,2*(bcs(i,1)-1)+2)=1;
    end
end
```

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Κατεύθυνση Κατασκευαστικού τομέα

081380040 – Ανάλυση κατασκευών II

Χειμερινό Εξάμηνο 2022



```
end
end
%
%% solution of system
% matrix Ktotal is sparse (banded) with bandwidth equal to
% 2*(maxdifference+1)
Utotal=Ktotal\Ftotal;
%% printing of the solution
%
newplot
hold on
for i=1:nelements

x = [xnode(cnct(i,1)) xnode(cnct(i,2)) xnode(cnct(i,3)) xnode(cnct(i,4)) xnode(cnct(i,1))];
y=[ynode(cnct(i,1)) ynode(cnct(i,2)) ynode(cnct(i,3)) ynode(cnct(i,4)) ynode(cnct(i,1))];
plot(x,y,'b--')
% displacements of nodes
xdispl=[Utotal(2*(cnct(i,1)-1)+1) Utotal(2*(cnct(i,2)-1)+1) Utotal(2*(cnct(i,3)-1)+1)
Utotal(2*(cnct(i,4)-1)+1) Utotal(2*(cnct(i,1)-1)+1)];
ydispl=[Utotal(2*(cnct(i,1)-1)+2) Utotal(2*(cnct(i,2)-1)+2) Utotal(2*(cnct(i,3)-1)+2)
Utotal(2*(cnct(i,4)-1)+2) Utotal(2*(cnct(i,1)-1)+2)];
plot(x+xdispl,y+ydispl,'r')
end
title('Initial and deformed shape')
hold off
```

3 Αποτελέσματα

Τα δεδομένα εισάγονται σε δύο ξεχωριστά αρχεία στα οποία δίνονται τα παραπάνω δύο ονόματα αντίστοιχα και έπειτα εισάγονται σε έναν γενικό φάκελο με κατανοητό όνομα, σχετικό με το θέμα κάθε φορά.

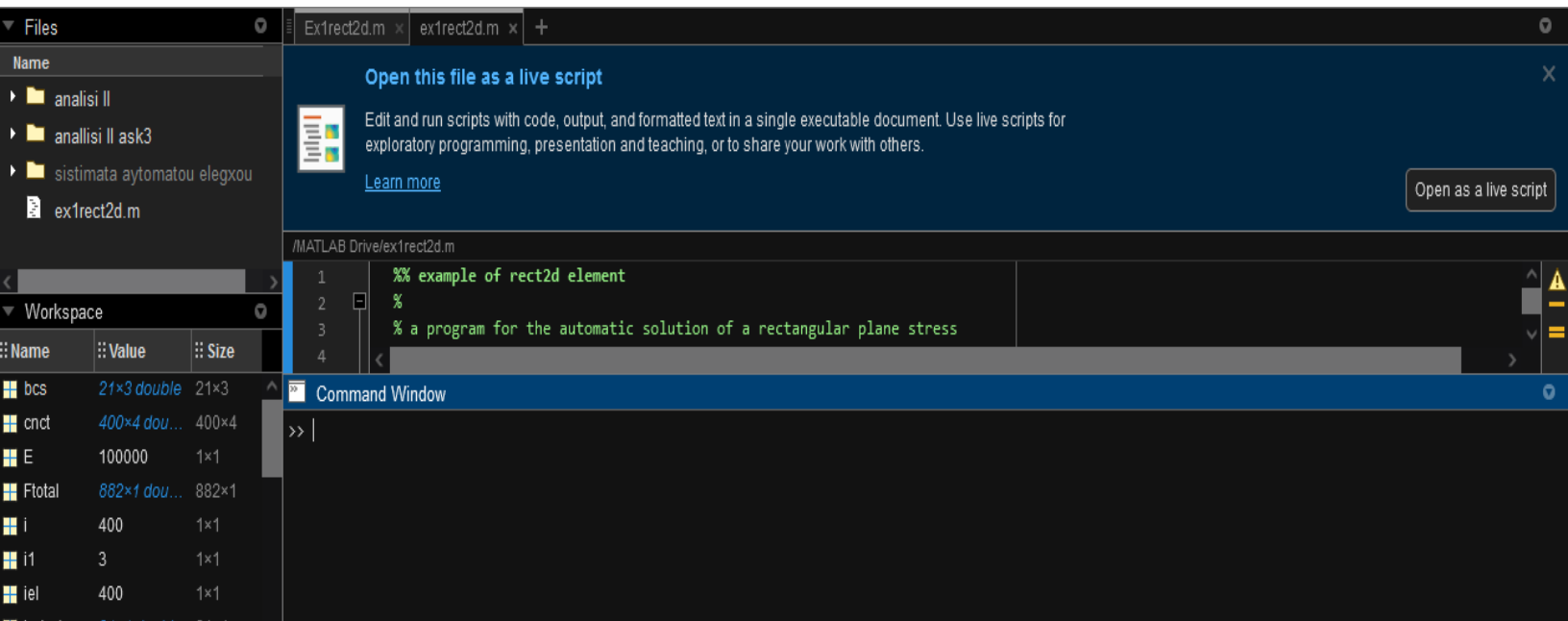
Έπειτα εισάγεται από τα δεδομένα της εργασίας το πρόγραμμα με τίτλο Ex1rect2d.m και στη συνέχεια αποθηκεύεται με τίτλο, τον παραπάνω στον ίδιο φάκελο. Τότε μέσα από την γραμμή εντολών του matlab καλείται η εντολή **live script**, η οποία ταξινομεί το παρόν πρόγραμμα σε κατηγορίες και το τρέχει. Τα αποτελέσματα εμφανίζονται στην δεξιά στήλη του παραθύρου και στο κάτω μέρος της. Παρακάτω παρατίθενται τα αποτελέσματα:

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

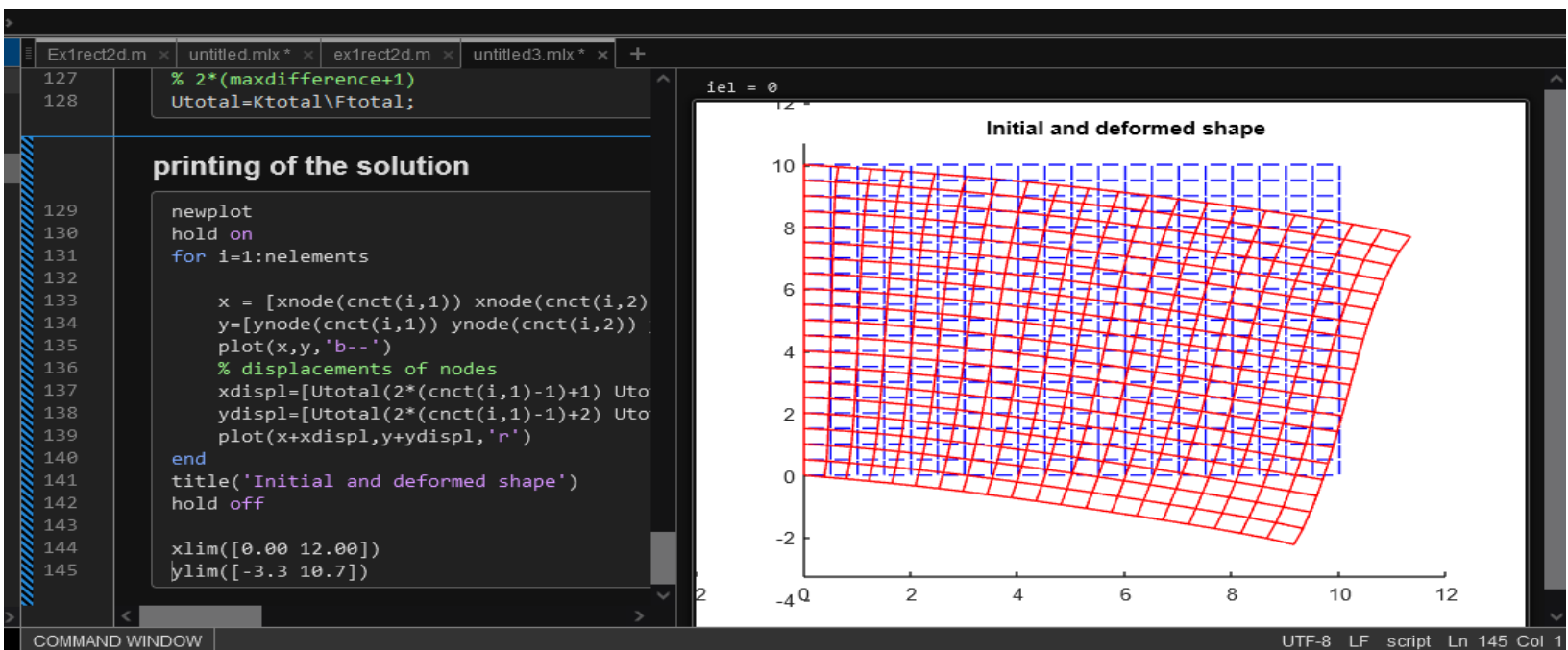
Κατεύθυνση Κατασκευαστικού τομέα

081380040 – Ανάλυση κατασκευών II

Χειμερινό Εξάμηνο 2022



εικόνα 1.: διαδικασία run μέσω του matlab ως live script



εικόνα 2.: εμφάνιση των αποτελεσμάτων με εικονική αναπαράσταση προσομοίωσης στην δεξιά πλευρά του περιβάλλοντος

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Κατεύθυνση Κατασκευαστικού τομέα

081380040 – Ανάλυση κατασκευών II

Χειμερινό Εξάμηνο 2022



4 Βιβλιογραφία

- [1] <https://eclass.hmu.gr/modules/document/file.php/MECH150/rect2d.m>
- [2] <https://eclass.hmu.gr/modules/document/file.php/MECH150/ex1rect2d.m>
- [3] <https://eclass.hmu.gr/modules/work/index.php?course=MECH150&id=24796>