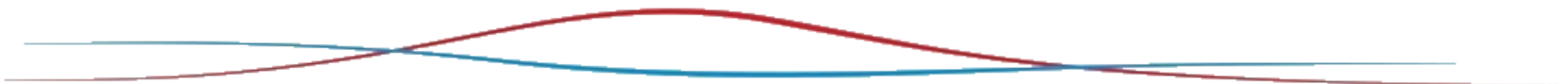




Ένα παράδειγμα επίλυσης προβλήματος τυρβώδους ροής

*Υπολογιστική Ρευστομηχανική
Ενεργειακή Κατεύθυνση
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών*

Γεώργιος Μιχ. Σταυρακάκης
Επίκουρος Καθηγητής



Τα βασικά βήματα προσομοίωσης CFD

Βήμα 1: Προ-επεξεργασία (Pre-processing) – Το στήσιμο του προβλήματος

- Ανάπτυξη ρεαλιστικής γεωμετρίας
- Γένεση του κατάλληλου πλέγματος (σε συνάρτηση με το επιλεγέν μοντέλο τύρβης)
- Επιβολή οριακών (και αρχικών) συνθηκών
- Ρυθμίσεις μοντέλου (ιδιότητες ρευστού, μοντέλο τύρβης, κατώφλια σύγκλισης, αλγόριθμος σύζευξης ταχύτητας-πίεσης, χρονικό βήμα, υποχαλάρωση)

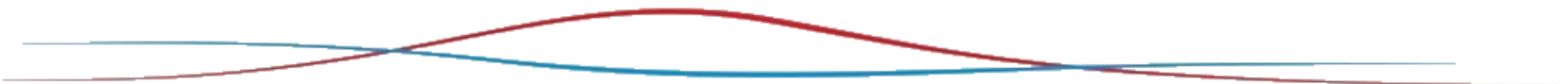
Βήμα 2: Επίλυση (Solving) – Εκτέλεση επαναληπτικής λύσης και παρακολούθηση

- Ανεξαρτησία λύσεως από το πλέγμα-Επιλογή βέλτιστου πλέγματος
- Παρακολούθηση υπολοίπων
- Αξιολόγηση χρόνου επίλυσης
- Καταγραφή/σημείωση προβλημάτων π.χ. ταλαντώσεων των υπολοίπων

Βήμα 3: Επεξεργασία αποτελεσμάτων (Post-processing)

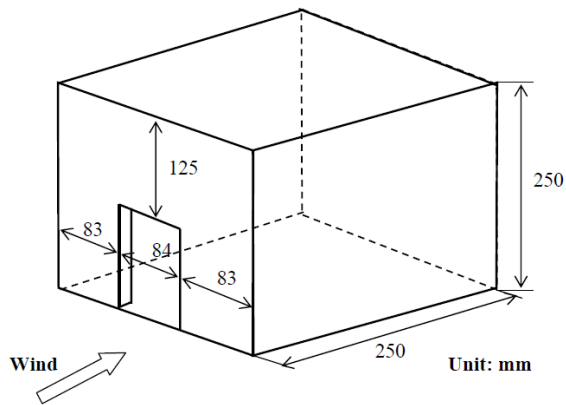
- Αξιολόγηση με σύγκριση με διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα
- Αναπαραγωγή κατανομών π.χ. σε μορφή ισοϋψών
- Προτάσεις/σκέψεις βελτίωσης του μοντέλου

Ας δούμε τα παραπάνω βήματα μέσα από την παρουσίαση ενός παραδείγματος.



Το πρόβλημα

Επίλυση του τυρβώδους ισοθερμοκρασιακού πεδίου ροής φυσικού αερισμού κτιρίου σε κλίμακα αεροσήραγγας.

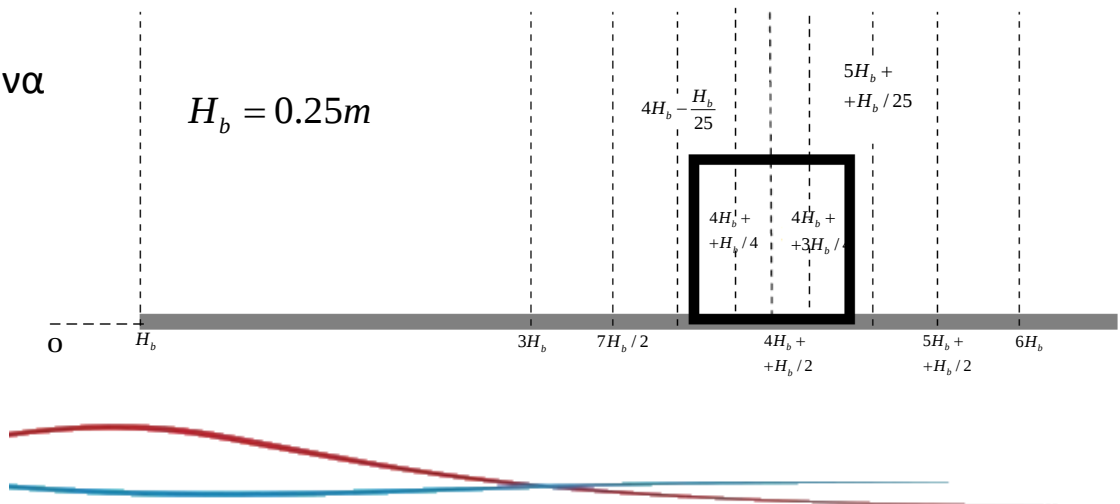


Πάχος οριακού στρώματος			
δ (m)	0,5		
Ταχύτητα αναφοράς (ταχύτητα στο ύψος δ)			
U_{ref} (m/s)	12		
Ένταση της τύρβης στην είσοδο			
$Tu(\%)$	2,60%		

Θέσεις με διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα

Name (Figure 2)	Experimental position ^a
Pos1	H_b
Pos2	$3H_b$
Pos3	$7H_b/2$
Pos4	$4H_b - H_b/25$
Pos5	$4H_b + H_b/4$
Pos6	$4H_b + H_b/2$
Pos7	$4H_b + 3H_b/4$
Pos8	$5H_b + H_b/25$
Pos9	$5H_b + H_b/2$
Pos10	$6H_b$

^a Distance from the inlet boundary.





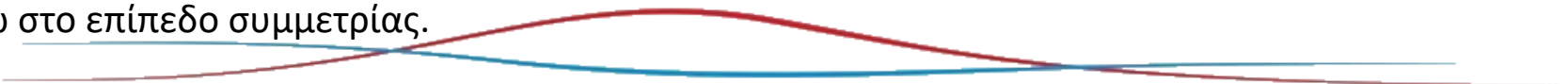
Pre-processing: Ανάπτυξη υπολογιστικού πεδίου

Το υπολογιστικό πεδίο σχεδιάζεται με βάση θεωρητικές υποδείξεις που αφορούν στην ρεαλιστική επίλυση φαινομένων που συμβαίνουν μέσα και γύρω από το εμπόδιο. Θέλουμε να «πιάσουμε» όσο καλύτερα γίνεται τα φαινόμενα που αφορούν στην αποκόλληση του επερχόμενου οριακού στρώματος ανάντη του εμποδίου και τις ανακυκλοφορίες του απόρρου που θα συμβούν στα κατόντη του εμποδίου. Πρόκειται για κλασικό πρόβλημα «πεταλοειδούς δίνης» (horse-shoe vortex) που μας ενδιαφέρει η ορθή επίλυση της ανακοπής της ροής και αποκόλλησής της ανάντη του κτιριακού μοντέλου και το σημείο επανακόλλησης κατόντη.

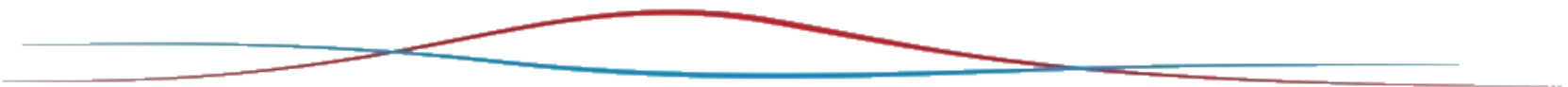
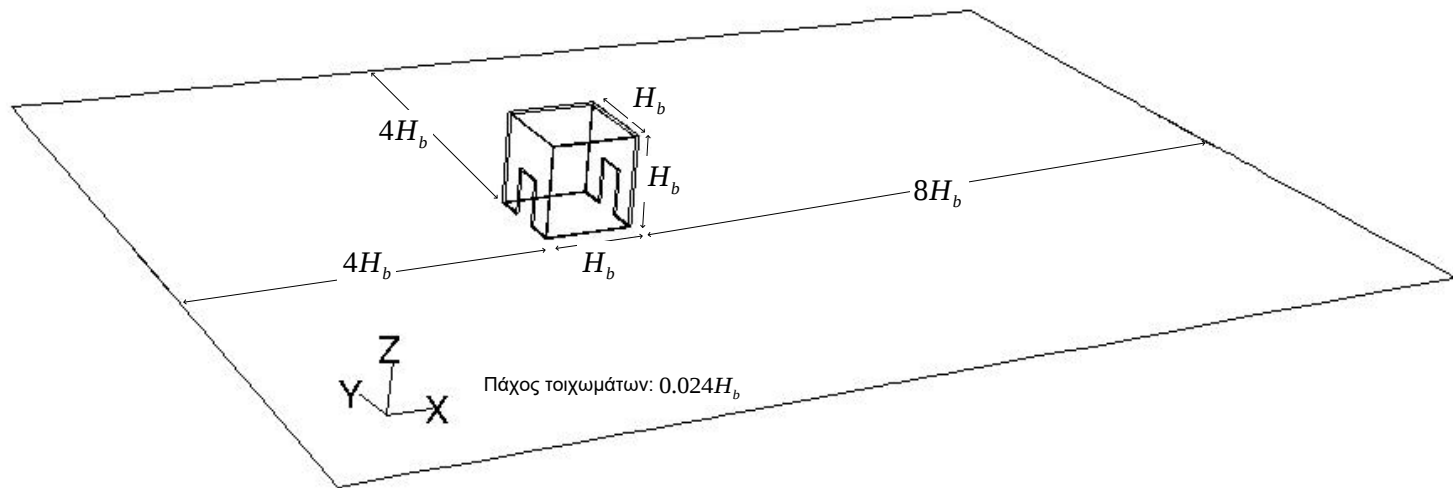
Γενικός κανόνας ανάπτυξης της γεωμετρίας:

1. Απόσταση ορίου εισόδου από το εμπόδιο: Τουλάχιστον 4 ύψη του εμποδίου.
2. Απόσταση πλευρικών ορίων από το εμπόδιο: Τουλάχιστον 4 ύψη του εμποδίου.
3. Απόσταση άνω ορίου από το εμπόδιο: Τουλάχιστον 4 ύψη του εμποδίου.
4. Απόσταση ορίου εξόδου: Τουλάχιστον 8 ύψη του εμποδίου.

Εναλλακτικός τρόπος για υπολογιστική οικονομία: Στη μόνιμη κατάσταση και για πλήρως ανεπτυγμένη τύρβη, η ροή είναι συμμετρική εκατέρωθεν του κατακόρυφου επιπέδου που τέμνει κάθετα την διεύθυνση y στο μέσον της y διάστασης του πεδίου. Συνεπώς θα μπορούσε να επιλυθεί μόνο το μισό πεδίο ροής με όριο συμμετρίας το προαναφερόμενο επίπεδο, ή ακόμα και το διδιάστατο πρόβλημα επάνω στο επίπεδο συμμετρίας.



Pre-processing: Ανάπτυξη υπολογιστικού πεδίου



Pre-processing: Γένεση πλέγματος-χωρική διακριτοποίηση

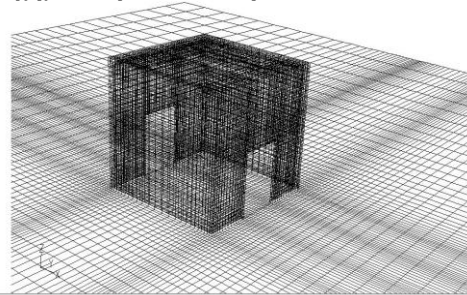
Λόγω της ορθογωνικότητας της γεωμετρίας επιλέγεται καρτεσιανό δομημένο (εξάεδρα) ανομοιόμορφο πλέγμα (με σταδιακή πύκνωση κοντά στα όρια). Για την επιλογή του βέλτιστου πλέγματος ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία:

1. Το πρόβλημα επιλύεται αρχικά με ένα λογικό πλέγμα.
2. Το πρόβλημα επιλύεται ξανά με ένα πιο πυκνό πλέγμα με πύκνωση πιο κοντά στα στερεά όρια.
3. Το πρόβλημα επιλύεται με ένα πολύ πυκνό πλέγμα.

Παρατήρηση: Ο αλγόριθμος CFD υπολογίζει το y^+ , που ανάλογα με το μοντέλο τύρβης που επιλέγουμε αυτό θα πρέπει να ικανοποιεί κάποιο περιορισμό σε σχέση και με τις συναρτήσεις τοίχου. Στην περίπτωση επίλυσης με το k-ε μοντέλο, τότε το βέλτιστο πλέγμα θα πρέπει να δώσει τιμές $y^+ < 500$, παντού ή έστω στο μεγαλύτερο ποσοστό των στερεών επιφανειών. Για το συγκεκριμένο πρόβλημα, το βέλτιστο ανεξάρτητο της λύσης πλέγμα, με χρήση του k-ε μοντέλου, είναι:

Χαρακτηριστικά
Επίλυση σε ολόκληρο
το πεδίο,
476,536 κελιά,
 $11.5 < y^+ < 200$,
Συναρτήσεις τοίχου
ισορροπίας.

Σχηματική απεικόνιση





Pre-processing: Διατύπωση του προβλήματος

Κυβερνούσες εξισώσεις που επιλύονται

Εξίσωση συνέχειας

$$\operatorname{div}(\rho \vec{u}) = 0$$

Εξισώσεις ορμής

$$\rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right]$$

Εξίσωση κινητικής ενέργειας της τύρβης

$$\rho u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \varepsilon + S_k$$

Εξίσωση απορρόφησης της κινητικής ενέργειας

$$\rho u_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_1 P_k - C_2 \rho \varepsilon) + S_\varepsilon$$

Όπου S_k και S_ε είναι οι όροι πηγής/καταβόθρας και P_k είναι ο ρυθμός παραγωγής της κινητικής ενέργειας λόγω βαθμίδων ταχύτητας, που υπολογίζεται με βάση την υπόθεση Boussinesq [122]:

$$P_k = \mu_t S^2$$

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$$

Και οι εμπειρικές σταθερές:

$$C_1 = 1.44, C_2 = 1.92,$$

$$C_\mu = 0.09, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3$$



Pre-processing: Ρυθμίσεις υπολογιστικού μοντέλου

Μέθοδος: Μέθοδος πεπερασμένων όγκων ελέγχου.

Αλγόριθμος σύζευξης ταχύτητας-πίεσης: SIMPLE

Ιδιότητες ρευστού: Τυπικές ιδιότητες αέρα (πυκνότητα, μοριακό ιξώδες, κτλ.)

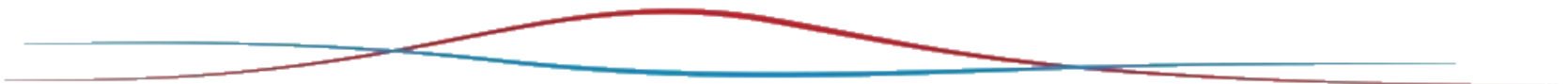
Μοντέλο τύρβης: k-ε

Κριτήριο σύγκλισης: Υπόλοιπο – Residual: 10^{-5} για την πίεση, και 10^{-4} για τις συνιστώσες ταχύτητας και της ιδιότητες της τύρβης k και ε.

Υποχαλάρωση: 0.8 για την πίεση, 0.4 για τις ταχύτητες και τα k και ε.

Χρονική εξάρτηση: Επιλύεται σε μόνιμη κατάσταση. Από διαθέσιμα πειραματικά προκύπτει πλήρως ανεπτυγμένη τύρβη σχετικά γρήγορα.

Επαναληπτική μέθοδος επίλυσης: Πολυπλεγματική μέθοδος (multigrid).



Pre-processing: Ρυθμίσεις υπολογιστικού μοντέλου

Οριακές συνθήκες

Τοιχώματα:

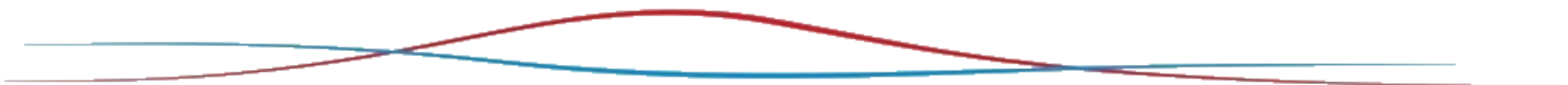
Συνθήκη μη ολίσθησης (το ρευστό στο τοίχωμα λαμβάνει την ταχύτητα του τοιχώματος)

Εφαρμογή συναρτήσεων τοίχου (wall functions) για την προσομοίωση της αλληλεπίδρασης μεταξύ της ιξώδους και τυρβώδους περιοχής.

Έξοδος (Κατάντη όριο):

συνθήκη Neumann για όλες τις μεταφερόμενες ποσότητες, $\frac{\partial \phi}{\partial x_{jj}} = 0$ ($\vec{jj} \parallel \vec{n}$, όπου $\vec{jj}$

είναι το διάνυσμα διεύθυνσης της ταχύτητας και $\vec{n}$ είναι το μοναδιαίο διάνυσμα ορισμού του συνόρου εξόδου). Η συνθήκη αυτή συνεπάγεται μη αντιστροφή της ροής διαμέσου του συνόρου εξόδου και μηδενική μεταβολή των κατανομών εξόδου, συνεπώς εφαρμόζεται μετά το σημείο επανακόλλησης της ροής κατάντη του κτιρίου. Για την διασφάλιση αδιατάρακτης ροής, το σύνορο τοποθετείται συνήθως $8-12H_b$ κατάντη του υπολογιστικού πεδίου.



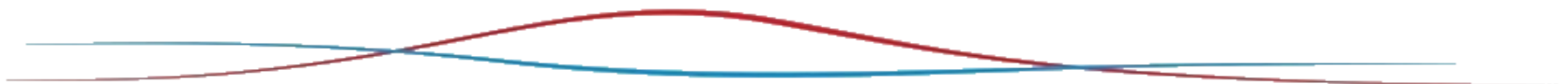
Pre-processing: Ρυθμίσεις υπολογιστικού μοντέλου

Οριακές συνθήκες

Άνω και πλευρικά όρια:

Τα πλευρικά και το κορυφαίο άνω του κτιρίου όριο, δηλ. τα επίπεδα που είναι παράλληλα προς την κύρια διεύθυνση της ροής, μεταχειρίζονται ως σύνορα συμμετρίας. Αυτό σημαίνει ότι οι κάθετες προς τα σύνορα αυτά συνιστώσες ταχύτητας καθώς και οι κάθετες χωρικές βαθμίδες των λοιπών μεταβλητών τίθενται ίσες με μηδέν, δηλ. $\frac{\partial \phi}{\partial x_{jj}} = 0$, $u_{jj} = 0$. Στην πραγματικότητα συμβαίνει ροή διαμέσου

των παράλληλων προς τη ροή συνόρων, όμως η διαχείρισή τους ως ελεύθερα όρια (Pressure-outlets) επιβραδύνει τη σύγκλιση. Αντίθετα, με την παραδοχή των ορίων συμμετρίας επιταχύνεται η σύγκλιση, αρκεί να τοποθετούνται σε αρκετά μεγάλη απόσταση από το κτίριο.





Pre-processing: Ρυθμίσεις υπολογιστικού μοντέλου

Οριακές συνθήκες

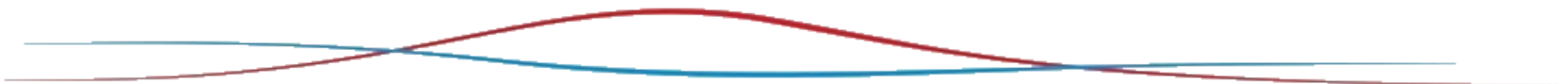
Όριο εισόδου:

Στην είσοδο του υπολογιστικού πεδίου έχουμε ήδη πλήρως ανεπτυγμένη τύρβη. Η επιβολή μιας σταθερής ταχύτητας και η αναμονή μέχρι την «αυθόρμητη» ανάπτυξη του οριακού στρώματος πάνω από την πλάκα θα σημαίνει μεγαλύτερη προέκταση του υπολογιστικού πεδίου ανάντη του κτιρίου, συνεπώς άσκοπη αύξηση του υπολογιστικού κόστους. Ο ορθός τρόπος είναι να δώσουμε στην είσοδο, όχι σταθερές τιμές της ταχύτητας και των ιδιοτήτων της τύρβης, αλλά τις εξισώσεις του τυρβώδους οριακού στρώματος.

Ταχύτητα: Εφαρμογή του παραβολικού προφίλ σύμφωνα με τον λογαριθμικό νόμο:

$$u(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)$$

Όπου u_* είναι η ταχύτητα τριβής, $\kappa=0.4187$ είναι η σταθ. Von Karman, z_0 (m) είναι η αεροδυναμική τραχύτητα. Η ταχύτητα τριβής και η αεροδυναμική τραχύτητα δεν είναι δεδομένα από το πρόβλημα. Έχουμε όμως την κατανομή ταχύτητας εισόδου από πειραματικές μετρήσεις.



Pre-processing: Ρυθμίσεις υπολογιστικού μοντέλου

Οριακές συνθήκες

Όριο εισόδου:

Ταχύτητα: Καταρχήν, η εξίσωση μπορεί να γραφτεί:

$$u(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln z - \frac{u_*}{\kappa} \ln z_0$$

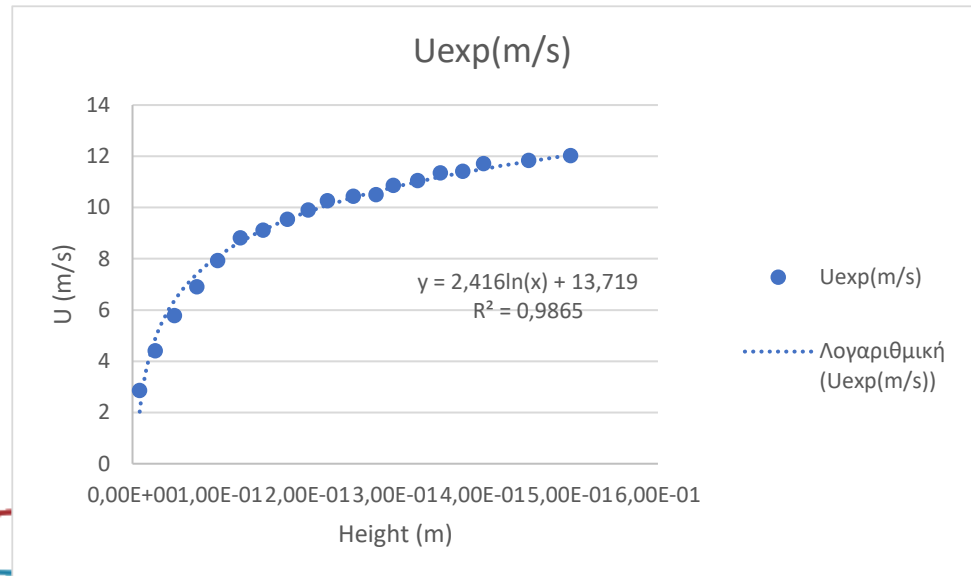
Μία προσέγγιση είναι η επεξεργασία των πειραματικών τιμών εισόδου κατά τρόπο ώστε μέσω γραμμικής παλινδρόμησης να προσαρμοστεί μία λογαριθμική συνάρτηση στις πειραματικές τιμές.

Βλ. Excel “παράδειγμα τυρβώδους ροής”

Από την εξίσωση στο γράφημα:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{u_*}{\kappa} = 2.416 \\ \frac{u_*}{\kappa} \ln z_0 = -13.719 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} u_* = 0.99 \text{ m/s} \\ z_0 = 0.0034 \text{ m} \end{array}$$

Τώρα μπορεί να τεθεί το λογαριθμικό
Προφίλ στην είσοδο





Pre-processing: Ρυθμίσεις υπολογιστικού μοντέλου

Οριακές συνθήκες

Όριο εισόδου:

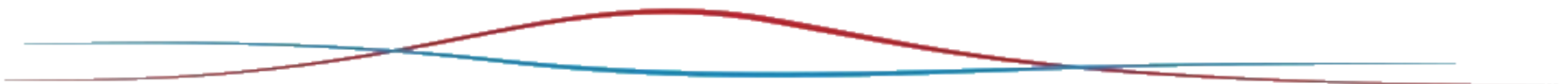
Ταχύτητα: Έχοντας βρει την ταχύτητα τριβής για το συγκεκριμένο πρόβλημα, μπορεί να αξιοποιηθεί ώστε να κάνουμε έναν προκαταρκτικό έλεγχο σε σχέση με το πλέγμα, μέσω της εκτίμησης του μέγιστου επιτρεπόμενου y^+ ώστε να δουλέψουν σωστά οι συναρτήσεις τοίχου και συνεπώς συνολικά το τυρβώδες μοντέλο.

Από την εξίσωση του y^+ :

$$y^+ = \frac{\rho u_* y}{\mu} \text{ (όπου για τον αέρα } \rho=1.2 \text{ kg/m}^3 \text{ και } \mu=10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s})$$

Με γνωστή την ταχύτητα τριβής υπολογίζεται το μέγιστο επιτρεπόμενο ύψος y του κελιού κοντά στον τοίχο ώστε το y^+ μόλις που να μην υπερβαίνει το κατώφλι του λογαριθμικού στρώματος $y^+=500$. Έτσι υπολογίζεται: $y \approx 4 \text{ mm}$.

Με γνώμονα το παραπάνω y , κατασκευάζουμε το πλέγμα για την επίλυση.



Pre-processing: Ρυθμίσεις υπολογιστικού μοντέλου

Οριακές συνθήκες

Όριο εισόδου:

Κινητική ενέργεια της τύρβης:

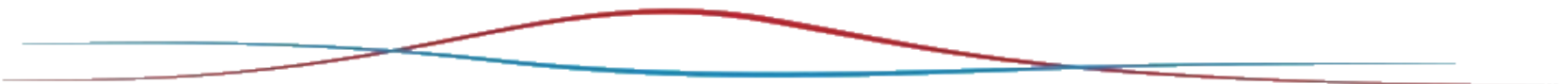
Για την είσοδο υιοθετούνται οι κάτωθι παραδοχές (παραδοχές Richards-Hoxey για το Ατμοσφαιρικό οριακό στρώμα):

- Η κατακόρυφη συνιστώσα ταχύτητας είναι μηδενική.
- Η πίεση είναι σταθερή.
- Η διατμητική τάση είναι σταθερή: $\tau_w = \rho u_*^2 = \mu_t \frac{du}{dz}$

Η ΜΔΕ μεταφοράς της κινητικής ενέργειας της τύρβης λύνεται αναλυτικά και δίνει:

$$k = \frac{u_*^2}{\sqrt{C_\mu}} \left(1 - \frac{z}{\delta}\right)$$

Η οποία τίθεται ως οριακή συνθήκη εισόδου. Όπου δ είναι το πάχος του οριακού στρώματος (ύψος που σταθεροποιείται η ταχύτητα U_{ref}). Για το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι $\delta=0.5m$





Pre-processing: Ρυθμίσεις υπολογιστικού μοντέλου

Οριακές συνθήκες

Όριο εισόδου:

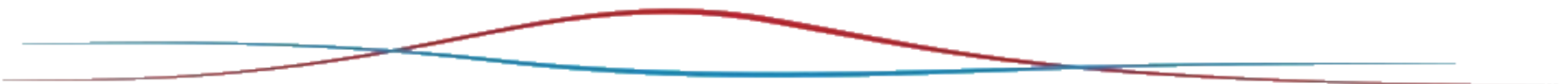
Ρυθμός απορρόφησης της Κινητικής ενέργειας της τύρβης:

Για την είσοδο υιοθετούνται οι κάτωθι παραδοχές (παραδοχές Richards-Hoxey για το Ατμοσφαιρικό οριακό στρώμα):

- Η κατακόρυφη συνιστώσα ταχύτητας είναι μηδενική.
- Η πίεση είναι σταθερή.
- Η διατμητική τάση είναι σταθερή: $\tau_w = \rho u_*^2 = \mu_t \frac{du}{dz}$

Η ΜΔΕ μεταφοράς του ρυθμού απορρόφησης λαμβάνοντας υπόψη την κατανομή της κινητικής ενέργειας της τύρβης στην είσοδο, λύνεται αναλυτικά και δίνει:

$$\varepsilon = \frac{u_*^3}{KZ}$$





Solving: Επίλυση – Παρακολούθηση της λύσης

Ανεξαρτησία λύσεως από το πλέγμα

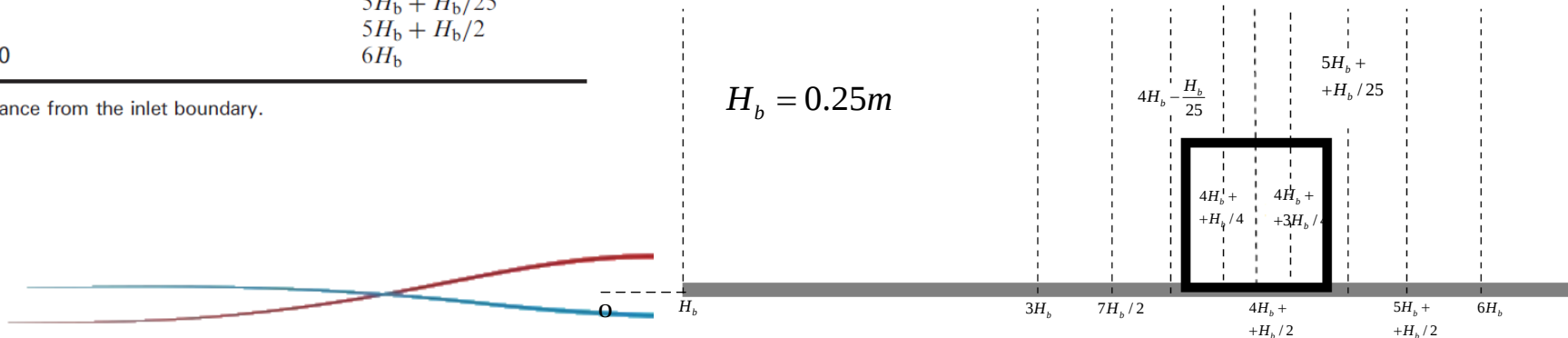
Ένα πολύ σημαντικό θέμα είναι να βρούμε ποιο είναι το βέλτιστο πλέγμα για το πρόβλημα. Το βέλτιστο πλέγμα αντιστοιχεί σε αυτό που αν το πυκνώσουμε παραπάνω, η λύση σε σημεία με υψηλές αναμενόμενες βαθμίδες (π.χ. κοντά και μέσα στο κτιριακό μοντέλο) δεν θα αλλάξει ή τουλάχιστον θα αλλάξει αλλά κατά πολύ λίγο.

Οι θέσεις με διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα είναι:

Name (Figure 2)	Experimental position ^a
Pos1	H_b
Pos2	$3H_b$
Pos3	$7H_b/2$
Pos4	$4H_b - H_b/25$
Pos5	$4H_b + H_b/4$
Pos6	$4H_b + H_b/2$
Pos7	$4H_b + 3H_b/4$
Pos8	$5H_b + H_b/25$
Pos9	$5H_b + H_b/2$
Pos10	$6H_b$

^a Distance from the inlet boundary.

Οι θέσεις με αναμενόμενες μεγάλες βαθμίδες μπορούν να εκληφθούν οι: pos4, pos6, pos8.





Solving: Επίλυση – Παρακολούθηση της λύσης

Ανεξαρτησία λύσεως από το πλέγμα

Επομένως, θα λύσουμε το πρόβλημα για διάφορα πλέγματα, ξεκινώντας από ένα λογικό πλέγμα (ιδανικά να ικανοποιεί $y^+ < 500$) και σταδιακά πυκνώνουμε και ξαναλύνουμε μέχρι να δούμε σε ποιο πλέγμα η λύση στις κρίσιμες θέσεις σταθεροποιείται με την περαιτέρω πύκνωση.

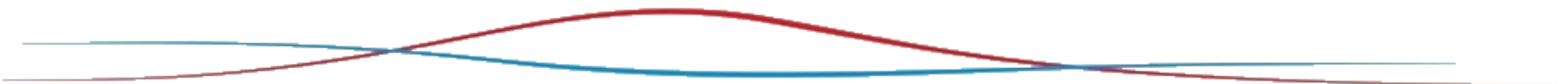
Στο παράδειγμα κατασκευάζεται ένα ανομοιόμορφο (κελιά με διαφορετικές διαστάσεις λόγω σταδιακής πύκνωσης προς τα τοιχώματα) καρτεσιανό δομημένο πλέγμα (εξάεδρα) για το τρισδιάστατο πρόβλημα. Το πρόβλημα επιλύεται για πλέγματα:

156.824 κελιά,

476.536 κελιά, και

812.214 κελιά.

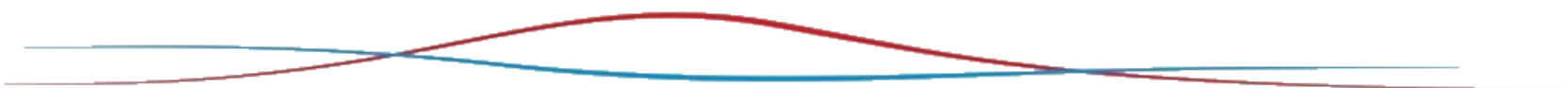
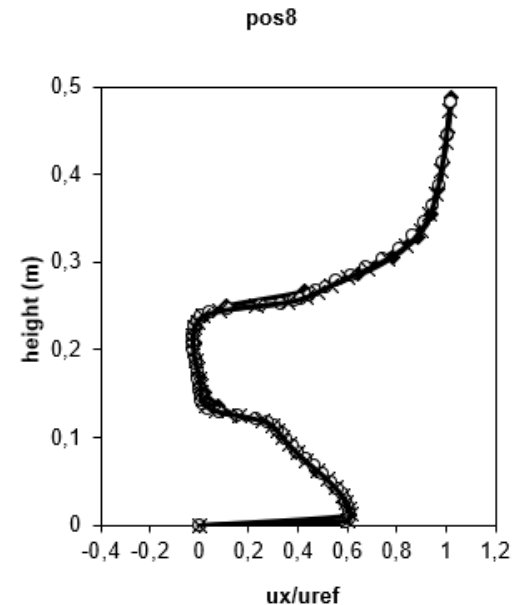
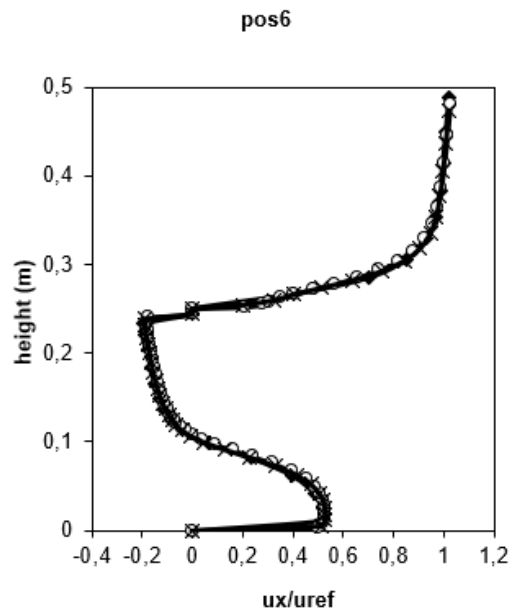
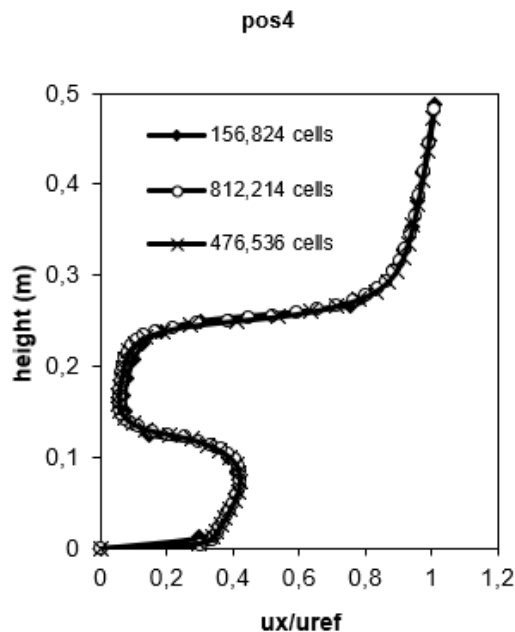
Σε τεχνική αναφορά/έκθεση παρατίθεται και η αντίστοιχη διάρκεια επίλυσης μέχρι τη σύγκλιση και η υπολογιστική υποδομή που χρησιμοποιήθηκε, δηλ. RAM και CPU.



Solving: Επίλυση – Παρακολούθηση της λύσης

Ανεξαρτησία λύσεως από το πλέγμα

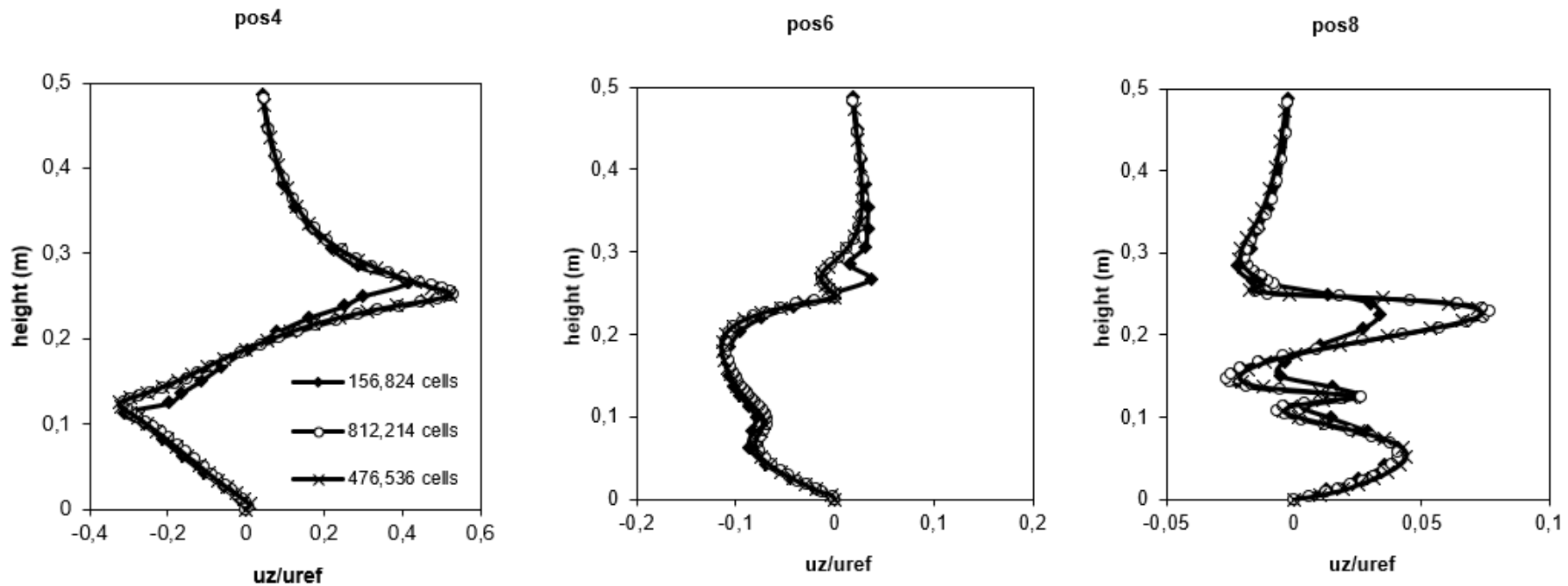
Αποτελέσματα οριζόντιας συνιστώσας ταχύτητας στις κρίσιμες θέσεις:



Solving: Επίλυση – Παρακολούθηση της λύσης

Ανεξαρτησία λύσεως από το πλέγμα

Αποτελέσματα κατακόρυφης συνιστώσας ταχύτητας στις κρίσιμες θέσεις:



Συμπέρασμα: Η λύση με 476.536 κελιά σχεδόν ταυτίζεται με αυτήν που προκύπτει με σχεδόν διπλάσιο πλέγμα (812.214 κελιά), άρα το πλέγμα με **476.536 κελιά** είναι το ανεξάρτητο πλέγμα.



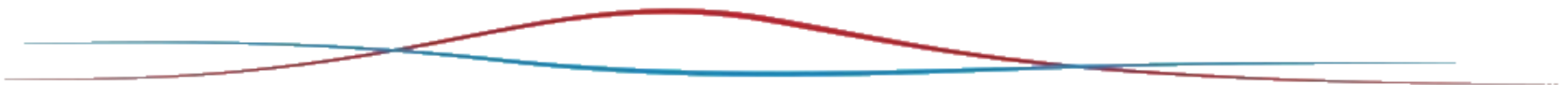


Post-processing: Αποτελέσματα – Έλεγχος αξιοπιστίας της λύσης

Συνηθέστατα η αξιοπιστία ελέγχεται μέσα από συγκρίσεις με διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα. Αντίθετα με τις περιπτώσεις απλών προβλημάτων (όπως τα παραδείγματα που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο των πεπερασμένων όγκων ελέγχου) όπου η αξιοπιστία ελέγχεται με σύγκριση με την μαθηματικά αποδεδειγμένη αναλυτική λύση, σε ρεαλιστικά προβλήματα δεν υπάρχει ή είναι εξαιρετικά πολύπλοκο να προκύψει αναλυτική λύση.

Σε τέτοιες περιπτώσεις αναζητούμε πολύ παρόμοια φυσικά προβλήματα που παρέχουν πειραματικά αποτελέσματα και η αξιοπιστία προκύπτει μέσα από τη σύγκριση με διαθέσιμες πειραματικές τιμές στις διάφορες θέσεις του πεδίου ροής. Στη συνέχεια το επαληθευμένο μοντέλο μπορεί με σχετική ασφάλεια να αξιοποιηθεί για τον σχεδιασμό του προβλήματός μας.

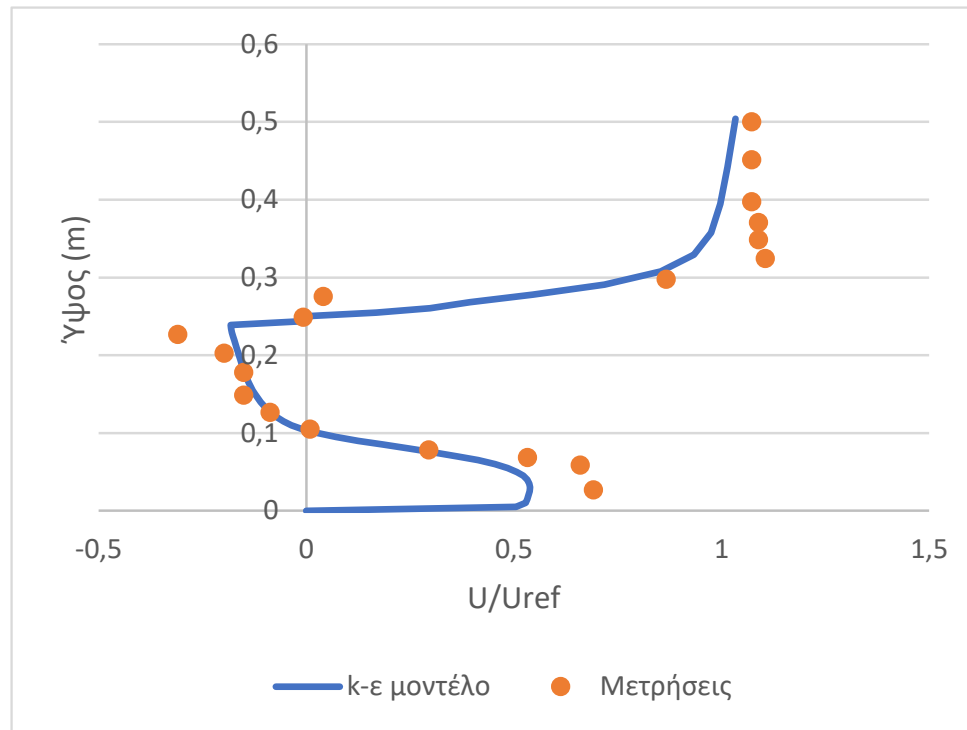
Στο συγκεκριμένο παράδειγμα υπάρχουν διαθέσιμες πειραματικές τιμές για την οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα ταχύτητας, οπότε η αξιοπιστία ελέγχεται μέσω του υπολογισμού του σφάλματος της λύσης από το μοντέλο σε σχέση με τις διαθέσιμες πειραματικές τιμές.



Post-processing: Αποτελέσματα – Έλεγχος αξιοπιστίας της λύσης

Για την οπτικοποίηση της απόκλισης του μοντέλου μπορούμε να αναπαραστήσουμε σε μορφή γραφήματος το μετρούμενο μέγεθος και το μέγεθος που υπολογίστηκε από το μοντέλο CFD σε κοινό σύστημα αξόνων Μέγεθος-Ύψος για κάθε θέση που έχουμε πειραματικά δεδομένα.

Π.χ. για τη θέση εντός του κτιρίου pos6:



Post-processing: Αποτελέσματα – Έλεγχος αξιοπιστίας της λύσης

Δείκτες αξιολόγησης σφάλματος

Για κάθε θέση που έχουμε πειραματικές τιμές καταστρώνουμε Πίνακα πειραματικών τιμών και αποτελεσμάτων του μοντέλου στα σημεία με διαθέσιμες μετρήσεις (επειδή το μοντέλο CFD έχει πυκνωθεί οπότε οι υπολογιστικοί κόμβοι είναι σε διαφορετικά σημεία από αυτά των διαθέσιμων μετρήσεων, θα πρέπει πρώτα να εντοπιστούν τα υπολογιστικά σημεία που είναι πολύ κοντά με τα πειραματικά σημεία στην κατακόρυφη διεύθυνση για κάθε θέση).

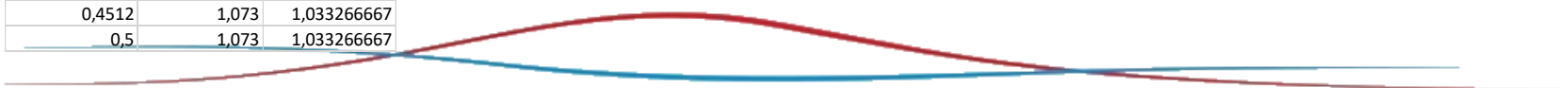
Έστω για τη θέση μέσα στο κτίριο pos6:

height experiment (m)	Measurement	Model
0,02683	0,6916	0,538355
0,05854	0,6598	0,453673333
0,06829	0,5327	0,3646125
0,07805	0,2944	0,2469575
0,1049	0,008411	-0,009030833
0,1268	-0,08692	-0,0934725
0,1488	-0,1505	-0,1233125
0,178	-0,1505	-0,149630833
0,2024	-0,1981	-0,164920833
0,2268	-0,3093	-0,179125
0,2488	-0,007477	0
0,2756	0,04019	0,545208333
0,2976	0,8664	0,853458333
0,3244	1,105	0,9334
0,3488	1,089	0,974508333
0,3707	1,089	0,996675
0,3976	1,073	1,014025
0,4512	1,073	1,033266667
0,5	1,073	1,033266667

Έχουν έρθει οι τιμές του μοντέλου από κατακόρυφα υπολογιστικά σημεία που είναι πολύ κοντά στα πειραματικά σημεία

Προτεινόμενοι δείκτες αξιολόγησης απόκλισης του μοντέλου:

- Τοπικό απόλυτο σφάλμα
- Μέσο απόλυτο σφάλμα
- Συντ. προσδιορισμού R^2



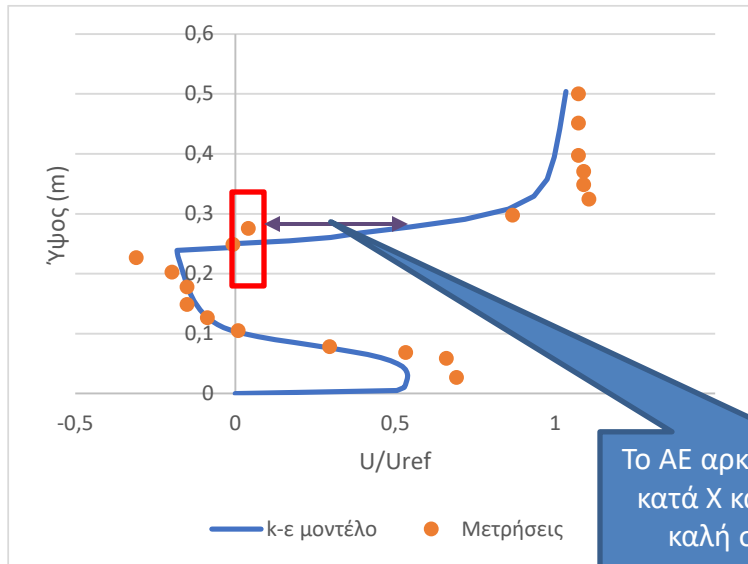
Post-processing: Αποτελέσματα – Έλεγχος αξιοπιστίας της λύσης

Δείκτες αξιολόγησης σφάλματος – Τοπικό απόλυτο σφάλμα (Absolute Error)

Υπολογίζεται ως ακολούθως:

$$AE = 100 * \left| \frac{y_i^{exp} - y_i^{pred}}{y_i^{exp}} \right| (\%)$$

Βασικό μειονέκτημα: Εξετάζει την απόκλιση
Σε μία διάσταση και δεν δίνει ορθό
Συμπέρασμα για την τάση.



Το ΑΕ αρκείται στην απόκλιση
κατά Χ και δεν “βλέπει” την
καλή σχέση στον γ (βλ.
κοκκίνο πλαίσιο)

Στη θέση pos6

height experiment (m)	Measurement	Model	Absolute error (%)
0,02683	0,6916	0,538355	22,15803933
0,05854	0,6598	0,453673333	31,24078003
0,06829	0,5327	0,3646125	31,55387648
0,07805	0,2944	0,2469575	16,11497962
0,1049	0,008411	-0,009030833	207,369318
0,1268	-0,08692	-0,0934725	7,538541187
0,1488	-0,1505	-0,1233125	18,06478405
0,178	-0,1505	-0,149630833	0,57751938
0,2024	-0,1981	-0,164920833	16,74869594
0,2268	-0,3093	-0,179125	42,08697058
0,2488	-0,007477	0	100
0,2756	0,04019	0,545208333	1256,577092
0,2976	0,8664	0,853458333	1,49372884
0,3244	1,105	0,9334	15,52941176
0,3488	1,089	0,974508333	10,51346801
0,3707	1,089	0,996675	8,477961433
0,3976	1,073	1,014025	5,496272134
	1,073	1,033266667	3,703013358
	1,073	1,033266667	3,703013358



Post-processing: Αποτελέσματα – Έλεγχος αξιοπιστίας της λύσης

Δείκτες αξιολόγησης σφάλματος – Μέσο απόλυτο σφάλμα (Mean Absolute Error)

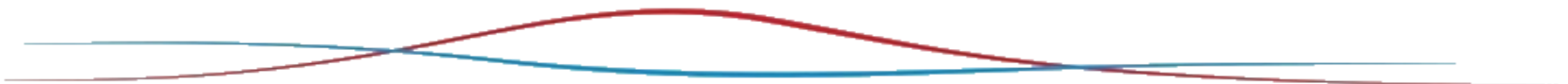
Υπολογίζεται από την σχέση:

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i^{exp} - y_i^{pred}|}{n} \text{ (Άριστη πρόβλεψη όταν } MAE \rightarrow 0)$$

Στη θέση pos6:

MAE=0.096, αρκετά καλό.

Το πλεονέκτημα είναι ότι με ένα νούμερο δίνει μία εικόνα της αποτελεσματικότητας του μοντέλου. Και πάλι όμως εξετάζει διαφορές στη μία διεύθυνση οπότε δεν λαμβάνει υπόψη την τάση.





Post-processing: Αποτελέσματα – Έλεγχος αξιοπιστίας της λύσης

Δείκτες αξιολόγησης σφάλματος – Συντελεστής προσδιορισμού (R^2)

Λαμβάνει υπόψη την ακρίβεια και την τάση δηλ. το πόσο κοντά είναι η πειραματική με την υπολογιζόμενη κατανομή.

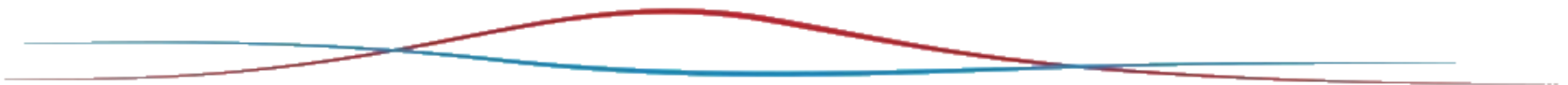
Λαμβάνει τιμές από 0 έως 1. Για $R^2 \rightarrow 1$, τότε έχουμε καλή συσχέτιση με τα πειραματικά.

Για το συγκεκριμένο πρόβλημα στη θέση pos6 ο συντελεστής προσδιορισμού μεταξύ πειραματικών και υπολογιζόμενων τιμών από το μοντέλου προκύπτει $R^2=0.925$, αρκετά καλή πρόβλεψη.

Το βασικό πλεονέκτημα είναι ότι λαμβάνει υπόψη ακρίβεια και τάση, και επιτρέπει την αξιολόγηση με ένα νούμερο.

Άλλοι δείκτες που μπορούν να χρησιμοποιηθούν: Συντελεστής συσχέτισης, Μέσο απόλυτο τετραγωνικό σφάλμα (Root Mean Squared Error-RMSE), κ.α.

Καθώς το R^2 δίνει μεγαλύτερη βαρύτητα στην αξιολόγηση της τάσης, συχνά χρησιμοποιείται και πρόσθετος δείκτης πιστοποίησης της λύσης π.χ. ο MAE ή/και RMSE.



Post-processing: Αποτελέσματα – Έλεγχος αξιοπιστίας της λύσης

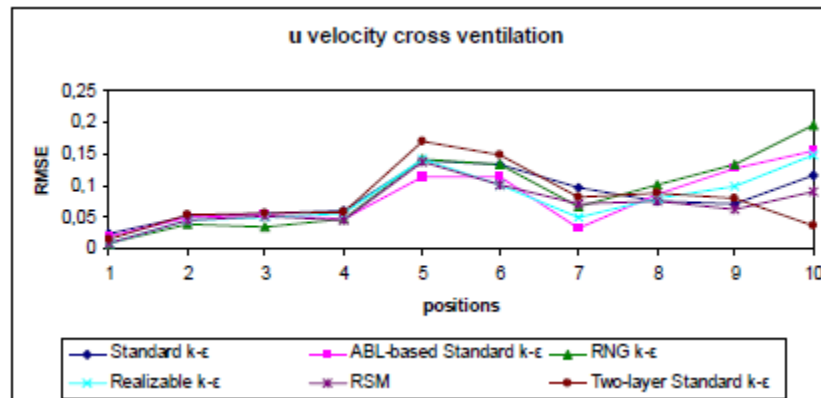
Δείκτες αξιολόγησης σφάλματος – RMSE

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{qq=1}^{NEL} [y_{exp,qq} - y_{pred,qq}]^2}{NEL}}$$

Καλή πρόβλεψη όταν $RMSE \rightarrow 0$

Στο παρόν πρόβλημα: $RMSE=0.15$ (σχετικά καλή πρόβλεψη).

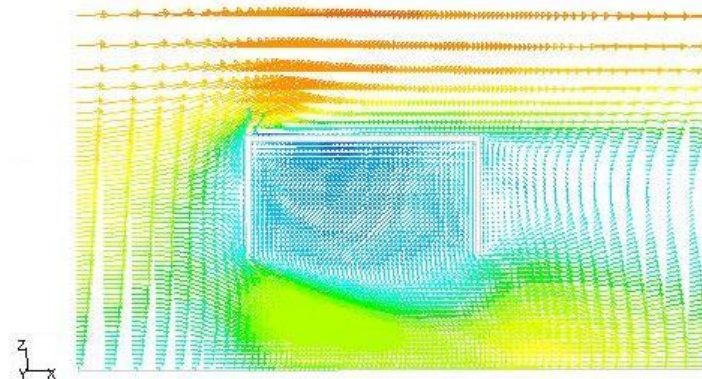
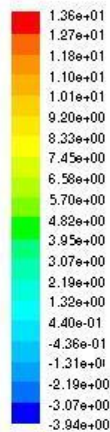
Το όφελος χρήσης δείκτη που δίνει αξιολόγηση της ακρίβειας της πρόβλεψης με μία τιμή σε κάθε θέση μπορεί να διευκολύνει την γραφική αναπαράσταση της κατανομής του σφάλματος σε κάθε οριζόντια θέση σφάλματος. Π.χ. με το RMSE (για διάφορα μοντέλα τύρβης που εξετάστηκαν):



Post-processing: Αποτελέσματα – Απεικόνιση ροής

Αφού επαληθεύτηκε το μοντέλο μπορεί να αξιοποιηθεί για την απεικόνιση και την περιγραφή της ροής. Η απεικόνιση γίνεται για όλες τις μεταβλητές ενδιαφέροντος και ακολουθεί περιγραφή των παρατηρούμενων φαινομένων.

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, μπορεί να απεικονιστεί η ταχύτητα π.χ. με όρους διανυσμάτων στο διαμήκες κατακόρυφο επίπεδο.



Post-processing: Αποτελέσματα – Περιγραφή της ροής

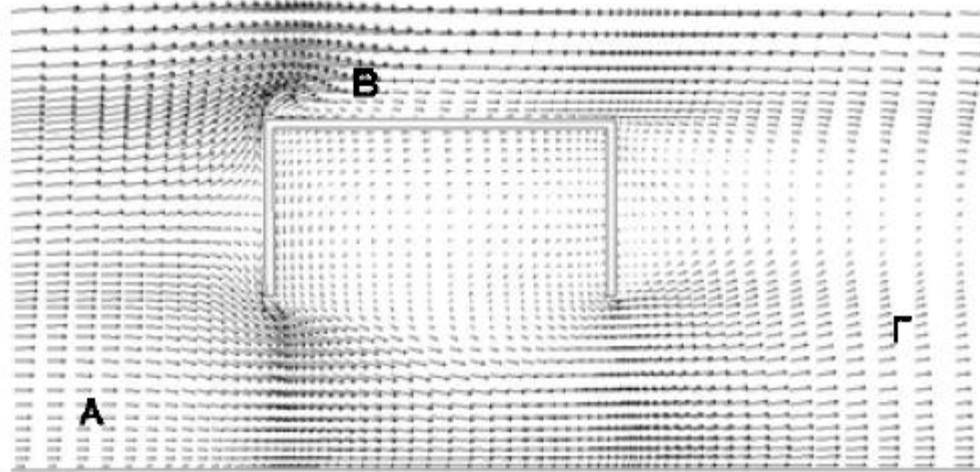
Κρίσιμες περιοχές:

(α) Δευτερεύουσα ανακοπή στα κατώτερα στρώματα (περιοχή Α) ανάντη του κτιριακού μοντέλου

(β) Ανακυκλοφορία άνω της οροφής που δεν επανακολλάται (περιοχή Β) και

(γ) Ανακυκλοφορία κατάντη του κτιριακού μοντέλου προς την περιοχή επανακόλλησης (περιοχή Γ).

Ένα σημαντικό σημείο ελέγχου της πρόβλεψης είναι η θέση επανακόλλησης της ροής (εντός της περιοχής Γ). Είναι μεγάλη πρόκληση η επίτευξη ακριβούς πρόβλεψης της θέσης επανακόλλησης στον απόρρου δηλ. η θέση μετά από την οποία το προφίλ ταχύτητας επανέρχεται όπως στη συνθήκη εισόδου.



Standard k-ε

Post-processing: Αποτελέσματα – Περιγραφή της ροής

Ίχνος «πεταλοειδούς δίνης» (“horse-shoe vortex”)

Ροϊκές γραμμές βάσει των μέσων τιμών ταχύτητας στο επίπεδο πολύ κοντά στο έδαφος (για πλήρως ανεπτυγμένη τύρβη).

