

## Αντοχή Υλικών Εργαστηριακή Άσκηση 1

Τίτλος Άσκησης: Επίλυση Αμφιπροέχουσας Δοκού

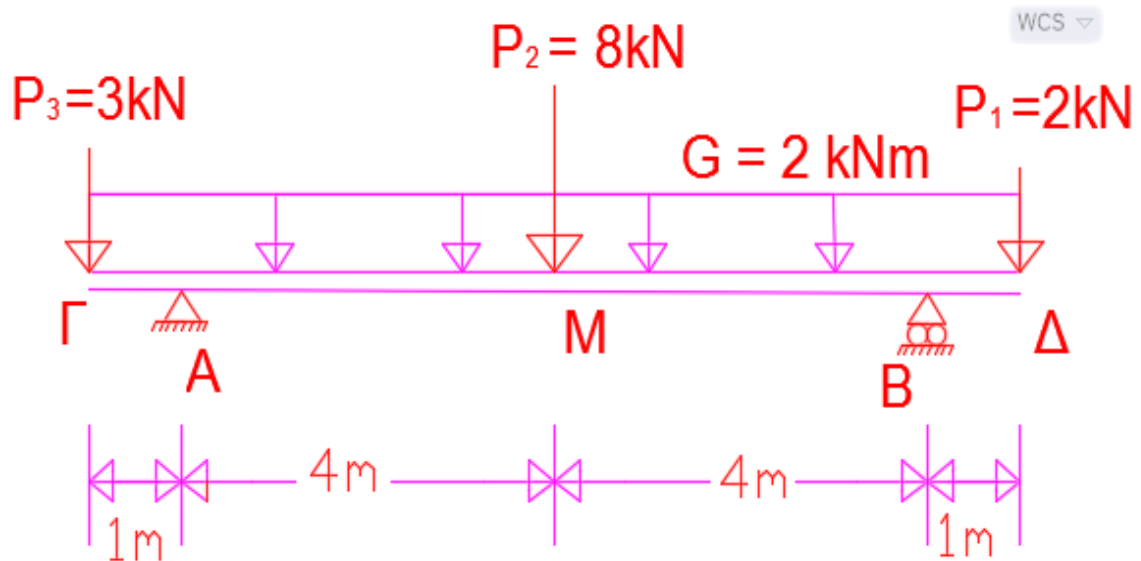
Όνοματεπώνυμο: Μαγγιώρος Βασίλειος

Ημερομηνία: 18/10/18

Σκοπός: Η δημιουργία των Διαγραμμάτων  $M$ ,  $Q$  και η εύρεση της μέγιστης θετικής και αρνητικής ροπής.

### Εκφώνηση

Δίνεται η αμφιπροέχουσα δοκός (σχήμα 1). Ζητούνται τα διαγράμματα  $M$ ,  $Q$  και η μέγιστη θετική και αρνητική ροπή.



(σχήμα 1)

Επίλυση Θέματος

- Αρχικά θα υπολογίσουμε τις τιμές των ροπών στα επιμέρους τμήματα (B-Δ, Γ-A, A-B), ώστε να φτιάξουμε το διάγραμμα των ροπών.

Τμήμα Β-Δ :

$$M_{\text{προβ.}} = M_B = -\left(\frac{G \cdot L^2}{2}\right) - (P \cdot L) = -\left(\frac{2 \cdot 1^2}{2}\right) - (2 \cdot 1) = -3 \text{ kNm}$$

$$f_{B-\Delta} = \frac{G \cdot L^2}{8} = \frac{2 \cdot 1^2}{8} = 0,25 \text{ kNm}$$

Τμήμα Γ-A :

$$M_{\text{προβ.}} = M_\Gamma = -\left(\frac{G \cdot L^2}{2}\right) - (P \cdot L) = -\left(\frac{2 \cdot 1^2}{2}\right) - (3 \cdot 1) = -4 \text{ kNm}$$

$$f_{\Gamma-A} = \frac{G \cdot L^2}{8} = \frac{2 \cdot 1^2}{8} = 0,25 \text{ kNm}$$

Τμήμα Α-Β :

Αφού έχουμε βρει τη ροπή στα σημεία Α και Β (δυο άκρα) ενώνω με διακεκομμένη γραμμή ( κλείουσα ) τις τιμές της ροπής στο κομμάτι Α-Β και στη μέση της κλείουσας με φορά κατακόρυφη <<κρεμάω>> το διάγραμμα της υποκατάστατης δοκού.

$$M_{\text{μέση}} = \left(\frac{G \cdot L^2}{8}\right) + \left(\frac{P \cdot L}{4}\right) = \left(\frac{2 \cdot 8^2}{8}\right) + \left(\frac{8 \cdot 8}{4}\right) = 16 + 16 = 32 \text{ kNm}$$

$$M_M = -3,5 + 32 = 28,5 \text{ kNm}$$

- Εφόσον βρήκαμε τις τιμές των ροπών, θα βρούμε τις τιμές των τεμνουσών δυνάμεων για κάθε κομμάτι ξεχωριστά, δηλαδή τα τμήματα ( Β-Δ, Μ-Β, Α-Γ, Γ-Α) χρησιμοποιώντας τη σχέση  $\Delta Q = \frac{M_{τελ.} - M_{αρχ.}}{L}$

Τμήμα Β-Δ :

$$\Delta Q = \frac{M_{τελ.} - M_{αρχ.}}{L} = \frac{0 - (-3)}{1} = +3 \text{ kN}$$

$$\frac{G*L}{2} = \frac{2*1}{2} = 1 \text{ kN} \quad \text{και} \quad -\frac{G*L}{2} = -\frac{2*1}{2} = -1 \text{ kN}$$

Τμήμα Μ-Β :

$$\Delta Q = \frac{M_{τελ.} - M_{αρχ.}}{L} = \frac{-3 - 28,5}{4} = -7,875 \text{ kN}$$

$$\frac{G*L}{2} = \frac{2*4}{2} = 4 \text{ kN} \quad \text{και} \quad -\frac{G*L}{2} = -\frac{2*4}{2} = -4 \text{ kN}$$

Τμήμα Α-Μ :

$$\Delta Q = \frac{M_{τελ.} - M_{αρχ.}}{L} = \frac{28,5 + 4}{4} = +8,125 \text{ kN}$$

$$\frac{G*L}{2} = \frac{2*4}{2} = 4 \text{ kN} \quad \text{και} \quad -\frac{G*L}{2} = -\frac{2*4}{2} = -4 \text{ kN}$$

Τμήμα Γ-Α :

$$\Delta Q = \frac{M_{τελ.} - M_{αρχ.}}{L} = \frac{-4 - 0}{1} = -4 \text{ kN}$$

$$\frac{G*L}{2} = \frac{2*1}{2} = 1 \text{ kN} \quad \text{και} \quad -\frac{G*L}{2} = -\frac{2*1}{2} = -1 \text{ kN}$$

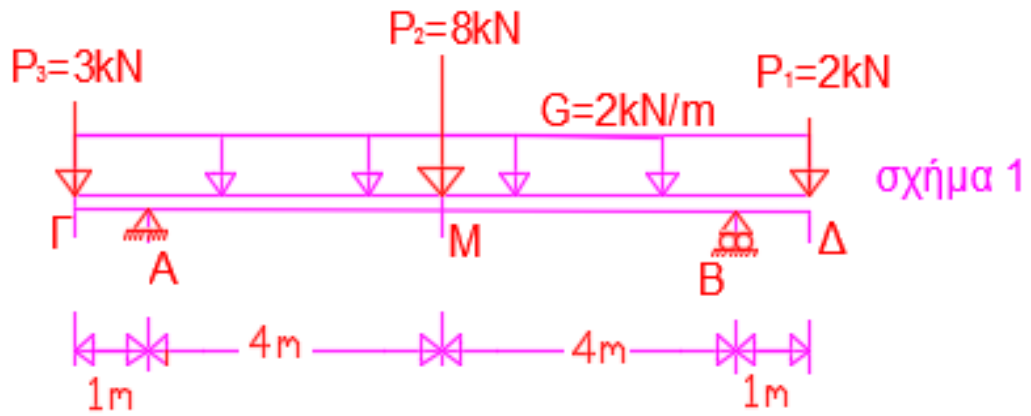
- Οι τιμές της μέγιστης θετικής και αρνητικής ροπής είναι  $M = + 28,5 \text{ kNm}$  και  $M = - 4 \text{ kNm}$  .

- Έλεγχος Αποτελεσμάτων

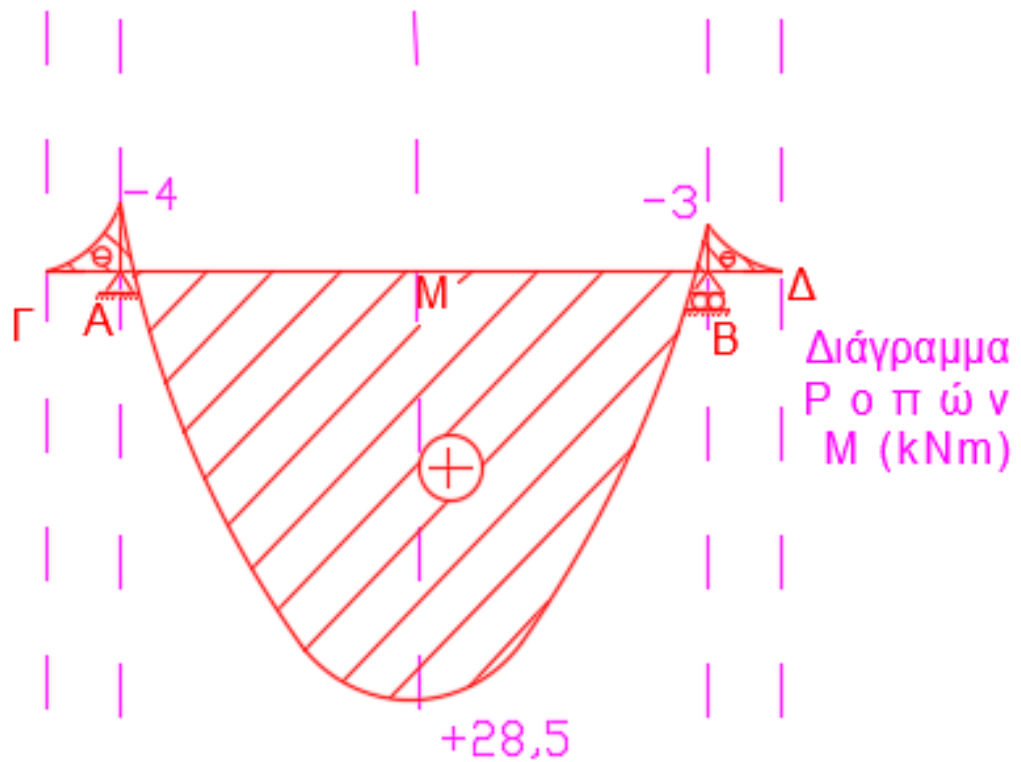
$$A_{\psi} + B_{\psi} = 3 + 8 + 2 + 2*(1 + 8 + 1) = 33 \text{ kN}$$

$$(12,125 + 5) + (11,875 + 4) = 17,125 + 15,875 = 33 \text{ kN}$$

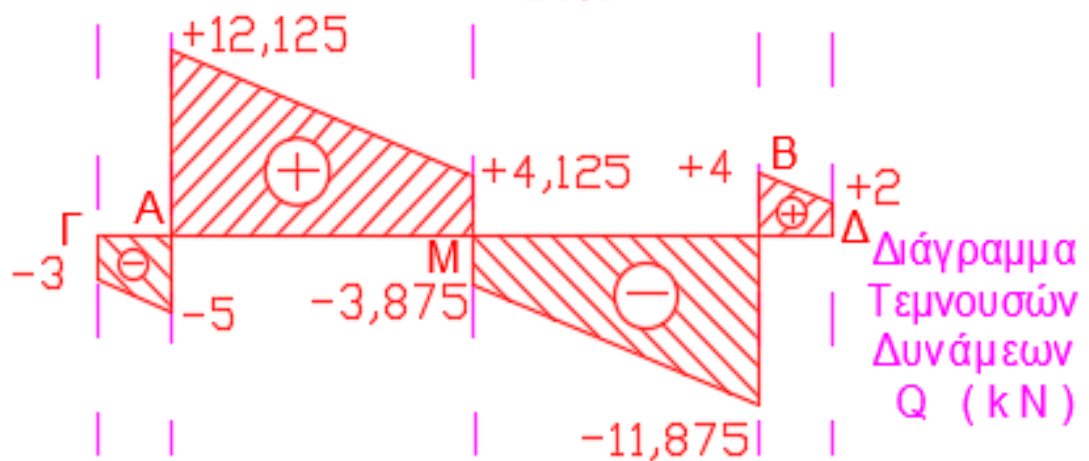
Επομένως τα αποτελέσματα των πράξεων είναι σωστά, καθώς οι διαφορά μεταξύ των δυο τιμών που προκύπτουν ισούται με 0 .



σχήμα 1



Διάγραμμα  
Ροπήων  
 $M$  ( $\text{kNm}$ )



Διάγραμμα  
Τεμνουσών  
Δυνάμεων  
 $Q$  ( $\text{kN}$ )