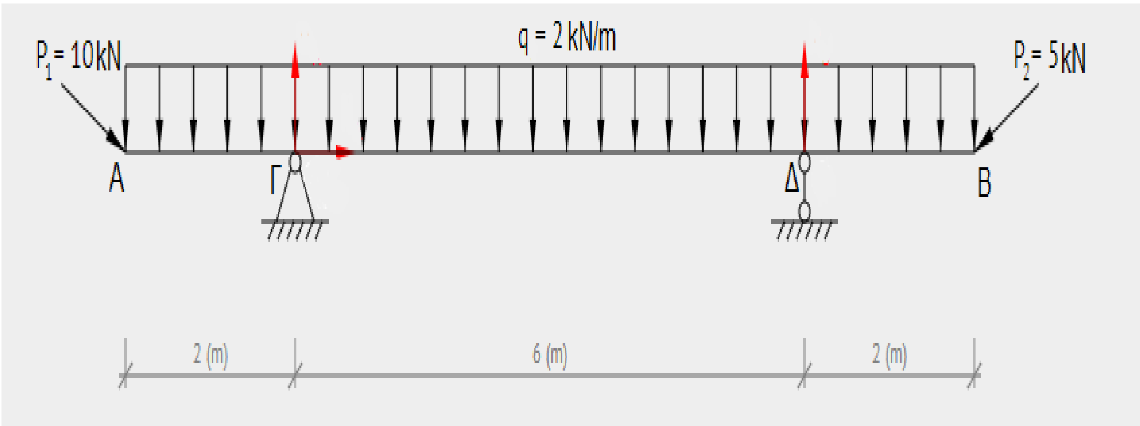
Αντοχή Υλικών

Εργαστηριακή Άσκηση 6

Τίτλος Άσκησης: Έλεγχος και Διαστασιολόγηση δοκού
Ονοματεπώνυμο: Μαγγιώρος Βασίλειος
Ημερομηνία: 08/12/18
Σκοπός: Ο έλεγχος αντοχής αμφιπροέχουσας δοκού

Εκφώνηση

Δίνεται η αμφιπροέχουσα δοκός του σχήματος που έχει ορθογωνική διατομή και ισχύει h=4*b. Η δοκός έχει $\sigma_{\varepsilon\pi.}$ 12 MPa και διατμητική επιτρεπόμενη τάση.
α) να προσδιοριστούν οι διαστάσεις της διατομής έτσι ώστε να αντέχει σε κάμψη και διάτμηση
β) αν στο ελεύθερο άκρο Β της δοκού ασκείται στρεπτική ροπή M_T = -2kNm και η επιτρεπόμενη τάση λόγω στρέψης είναι $T_{\varepsilon\pi.}$ = 8MPa, να βρεθεί αν η δοκός αντέχει σε στρέψη



Επίλυση

$P_{1x} = P_1 * \cos(30) = 10 * 0,866 \Rightarrow P_{1x} = 8,66$ kN
$P_{1ψ} = P_1 * \sin(30) = 10 * 0,5 \Rightarrow P_{1x} = 5$ kN
$P_{2x} = P_2 * \cos(30) = 5 * 0,866 \Rightarrow P_{2x} = 4,33$ kN
$P_{2ψ} = P_2 * \sin(30) = 5 * 0,5 \Rightarrow P_{2ψ} = 2,5$ kN

•Αρχικά, θα υπολογίσουμε τις τιμές των ροπών στα επιμέρους τμήματα (Δ-Β, Α-Γ, Γ-Δ), ώστε να φτιάξουμε το διάγραμμα των ροπών.

Τμήμα Δ-Β

$M_{προβ.} = M_B = -(\frac{G*L^2}{2}) - (P_{2ψ}*L) = -(\frac{2*2^2}{2}) - (2,5 * 2) = -4-5 = -9$ kNm

$f_{Δ\text{-}B} = \frac{g*L^2}{8} = \frac{2*2^2}{8} = 1$ kNm

Τμήμα Α-Γ

$M_{προβ.} = M_Γ = -(\frac{G*L^2}{2}) - (P_{1ψ}*L) = -(\frac{2*2^2}{2}) - (5 * 2) = -4 - (5*2) = -14$ kNm

$f_{A\text{-}Γ} = \frac{g*L^2}{8} = \frac{2*2^2}{8} = 1$ kNm

Τμήμα Γ-Δ

Αφού έχουμε βρει τη ροπή στα σημεία Γ και Δ (δυο άκρα) ενώνω με διακεκομμένη γραμμή (κλείουσα) τις τιμές της ροπής στο κομμάτι Γ-Δ και στη μέση της κλείουσας με φορά κατακόρυφη <<κρεμάω>> το διάγραμμα της υποκατάστατης δοκού.

$M_{μέση} = (\frac{G*L^2}{8}) = (\frac{2*6^2}{8}) = 9$ kNm

$M_M = -11,5 + 9 = 2,5$ kNm

• Εφόσον βρήκαμε τις τιμές των ροπών, θα βρούμε τις τιμές των τεμνουσών δυνάμεων για κάθε κομμάτι ξεχωριστά, δηλαδή τα τμήματα (Α-Γ, Γ-Δ, Δ-Β) χρησιμοποιώντας τη σχέση $ΔQ = \frac{Mτελ.-Mαρχ.}{L}$

Τμήμα Δ-Β

$ΔQ = \frac{Mτελ.-Mαρχ.}{L} = \frac{0-(-9)}{2} = +4,5$ kN

$\frac{G*L}{2} = \frac{2*2}{2} = 2$ kN και $-\frac{G*L}{2} = -\frac{2*2}{2} = -2$ kN

Τμήμα Γ-Δ

$ΔQ = \frac{Mτελ.-Mαρχ.}{L} = \frac{(-9)-(-14)}{6} = +0,83$ kN

$\frac{G*L}{2} = \frac{2*6}{2}$ = 6 kN και $-\frac{G*L}{2} = -\frac{2*6}{2}$ = -6 kN

Τμήμα Α-Γ

ΔQ = $\frac{M\tau\varepsilon\lambda.-M\alpha\rho\chi.}{L} = \frac{(-14)-0}{2}$ = - 7 kN

$\frac{G*L}{2} = \frac{2*2}{2}$ = 2 kN και $-\frac{G*L}{2} = -\frac{2*2}{2}$ = -2 kN

Παρατηρούμε στο τμήμα Γ-Δ η τέμνουσα δύναμη Q κόβει τον άξονα των Χ που σημαίνει ότι στο τμήμα αυτό θα έχουμε τη μέγιστη τιμή της ροπής η οποία μας ενδιαφέρει για την εύρεση της επιτρεπόμενης τάσης. Η τιμή της ροπής δίνεται από την σχέση $M_{max} = \frac{Q\gamma^\wedge 2}{2*g}$, όπου $Q_Γ$ = 6,83 kN. Από την σχέση αυτή προκύπτει ότι M_{max} = -2,33 kNm και σε απόσταση από το σημείο Γ x = $\frac{Q\gamma}{g}$ = 3,415m.

- Στη συνέχεια θα υπολογίσουμε τις τιμές των αξονικών δυνάμεων στα επιμέρους τμήματα (Α-Γ, Γ-Δ, Δ-Β)

Τμήμα Α-Γ

N_A = -8,66

$N_Γ$ = -4,33

α) Αφού βρέθηκαν οι τιμές των διαγραμμάτων M,Q,N θα διαστασιολογήσουμε τη δοκό.

W = $\frac{Mmax}{\sigma\varepsilon\pi} = \frac{14}{12} = 10^{-3}$m^3= 0,001 m^3

Η διατομή είναι ορθογωνική επομένως ισχύει η σχέση:

$$W = \frac{I}{\frac{H}{2}} = \frac{\frac{b*H^3}{12}}{\frac{H}{2}} = \frac{b*h^2}{6} = 2{,}666 * b^3 \Rightarrow \frac{0{,}001}{2{,}666} \Rightarrow b=0{,}07m$$

Άρα το **b= 0,1m** και το **h=0,4m**

Θα επαναϋπολογιστεί το W για τη διατομή που βρέθηκε:

$$W = \frac{I}{\frac{H}{2}} = \frac{\frac{b*H^3}{12}}{\frac{H}{2}} = \frac{b*h^2}{6} \Rightarrow W = \frac{0{,}1*0{,}4^2}{6} = 0{,}002\ m^3$$

Θα ελεγχθεί αν η δοκός αντέχει σε κάμψη με τις διαστάσεις που επέλεξα. Ο έλεγχος σε κάμψη είναι $\sigma < \sigma_{\varepsilon\pi.}$

$$\sigma = \frac{|Mmax|}{W} + \frac{|Nmax|}{A} = \frac{|14|}{0{,}002} + \frac{|8{,}66|}{0{,}04} = 7.000+216{,}5 = 7{,}2165\ MPa$$

Θα γίνει έλεγχος σε διάτμηση $T < T_{\varepsilon\pi.}$ όπου $T_{υπάρχ.} = 1{,}5 * \frac{Qmax}{A}$

$T_{υπάρχ.} = 1{,}5 * \frac{9}{0{,}04}$ = 3375 Mpa < 8 MPa επομένως η υπάρχουσα διατομή δεν οδηγεί τη δοκό σε θραύση.

β) Θα γίνει έλεγχος σε στρέψη με τις υπάρχουσες διατομές. Η διατμητική τάση λόγω στρέψης ισούται με $\tau = \frac{Mt}{Ip} * r$. Όπου M_t είναι η ροπή λόγω στρέψης κατά απόλυτη τιμή. Όπου I_p η πολική ροπή αδράνειας που ισούται με $I_p=I_X + I_y$ γιατί η διατομή είναι ορθογωνική. Όπου r είναι η ακτίνα στροφής της διατομής.

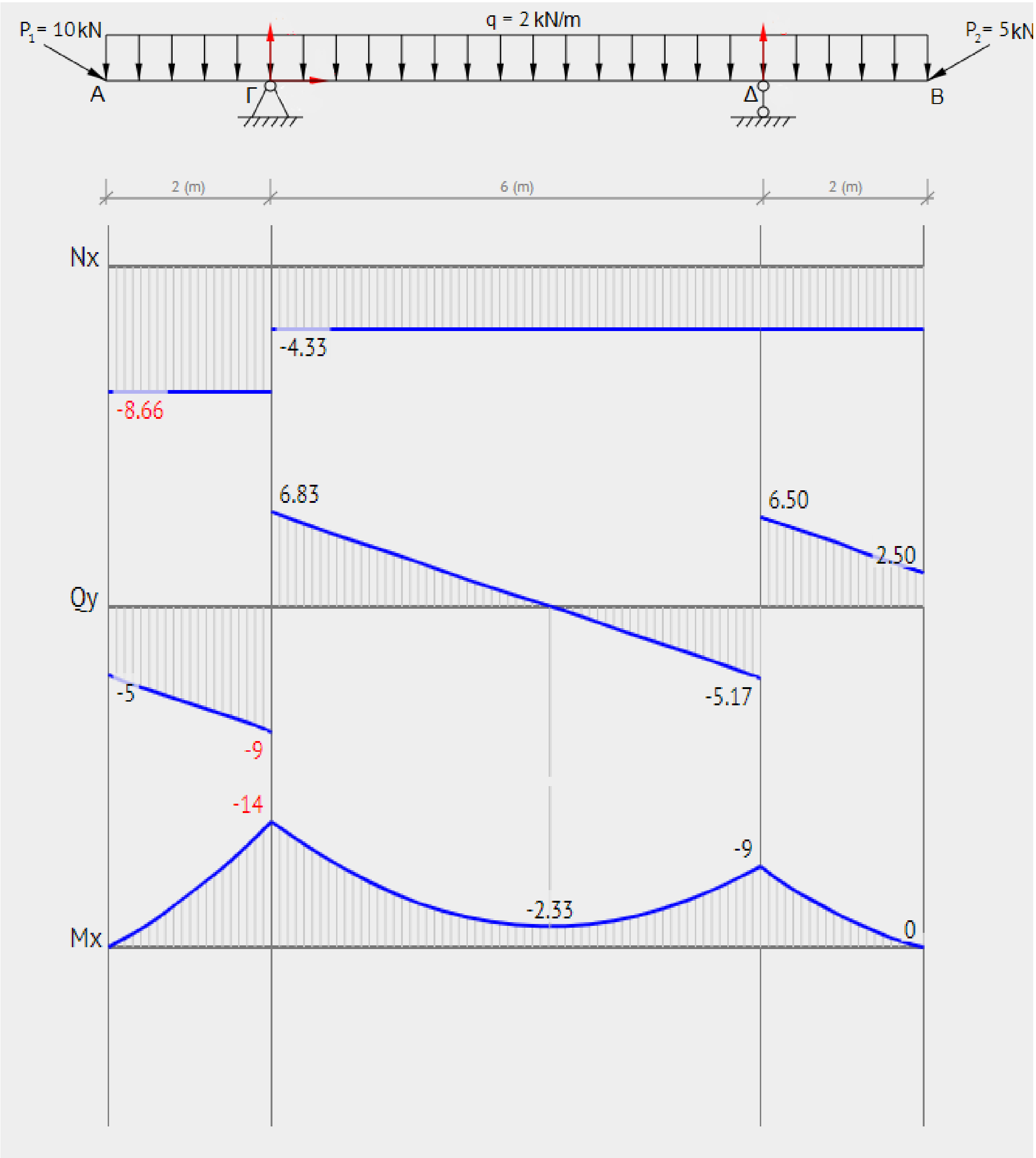
r = $\frac{h}{2}$ = 0,2m

$I_p = I_X + I_y = \frac{\mathrm{b*h^3}}{12} + \frac{\mathrm{h*b^3}}{12} = \frac{0{,}1*0{,}4^3}{12} + \frac{0{,}4*0{,}1^3}{12} = 0{,}000567\mathrm{m}^4$

$\tau = \frac{Mt}{Ip} * r = \frac{2}{0{,}000567} * 0{,}2 \Rightarrow \tau = 0{,}7054\ Mpa < 8\ \mathrm{MPa}$

<u>Συμπέρασμα:</u>

Η διατομή που επιλέγχθηκε είναι b=0,1m και h=0,4m και σύμφωνα με τους ελέγχους που προηγήθηκαν αντέχει σε κάμψη, εφελκυσμό, διάτμηση και στρέψη.



P1 = 10kN
q = 2 kN/m
P2 = 5kN
A
Γ
Δ
B
2 (m)
6 (m)
2 (m)
Nx
-4.33
-8.66
Qy
6.83
6.50
2.50
-5
-9
-5.17
Mx
-14
-9
-2.33
0