ΤΕΙ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΟΥΣΙΚΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ ΑΚΟΥΣΤΙΚΗΣ

ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ Ι

Συμπληρωματικές Σημειώσεις Θεωρίας
Ιούνιος 2010

Ν. Στεφανάκης

ΤΟ ΗΧΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΣΤΟ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΔΩΜΑΤΙΟ

Το ορθογώνιο δωμάτιο αποτελεί το πιο αντιπροσωπευτικό παράδειγμα κλειστού χώρου για τη μελέτη των στάσιμων κυμάτων. Ο λόγος είναι ότι το ηχητικό πεδίο, δηλαδή η χωρική κατανομή της ακουστικής πίεσης σε κάθε συχνότητα, μπορεί να υπολογιστεί με αναλυτικό τρόπο, κάτι που είναι πολύ δύσκολο για χώρους πολύπλοκης γεωμετρίας. Θεωρώντας ένα ορθογώνιο δωμάτιο με άκαμπτα τοιχώματα και διαστάσεις *L*x, *L*y και *L*z, οι ιδιοσυχνότητες μπορούν να υπολογιστούν με βάση την εξίσωση

$$f_n = \left(n_x, n_y, n_z\right) = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{n_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{L_z}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{L_z}\right)^2}\,, \qquad (1)$$

όπου οι δείκτες n_x, n_y και n_z μπορούν θεωρητικά να πάρουν όλες τις θετικές ακέραιες τιμές από 0 έως άπειρο. Αν λοιπόν *Lx* είναι η μεγαλύτερη διάσταση του δωματίου, η χαμηλότερη ιδιοσυχνότητα που έχουμε είναι αυτή που αντιστοιχεί στην τριάδα (1,0,0), δηλαδή $f_1 = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{Lx}\right)^2} = \frac{c}{2Lx}$.

1) Ιδιομορφές σε ορθογώνιο δωμάτιο

Κάθε ιδιοσυχνότητα στο ορθογώνιο δωμάτιο σχετίζεται με μία ιδιομορφή. Η ιδιομορφή περιγράφει τη σχετική διακύμανση του πλάτους του εκάστοτε τρόπου ταλάντωσης. Το ηχητικό πεδίο σε κάποια συχνότητα είναι το αποτέλεσμα της συνεισφοράς όλων των τρόπων ταλάντωσης, καθένας δε τρόπος ταλάντωσης συμβάλει με διαφορετική ένταση στη διαμόρφωση της ηχητικής στάθμης μέσα στο χώρο Ανάλογα με το ποιοι τοίχοι του δωματίου συμβάλουνε στη δημιουργία του τρόπου ταλάντωσης, οι ιδιομορφές χωρίζονται σε αξονικές, εφαπτομενικές ή πλάγιες (βλ. παλιό φυλλάδιο).

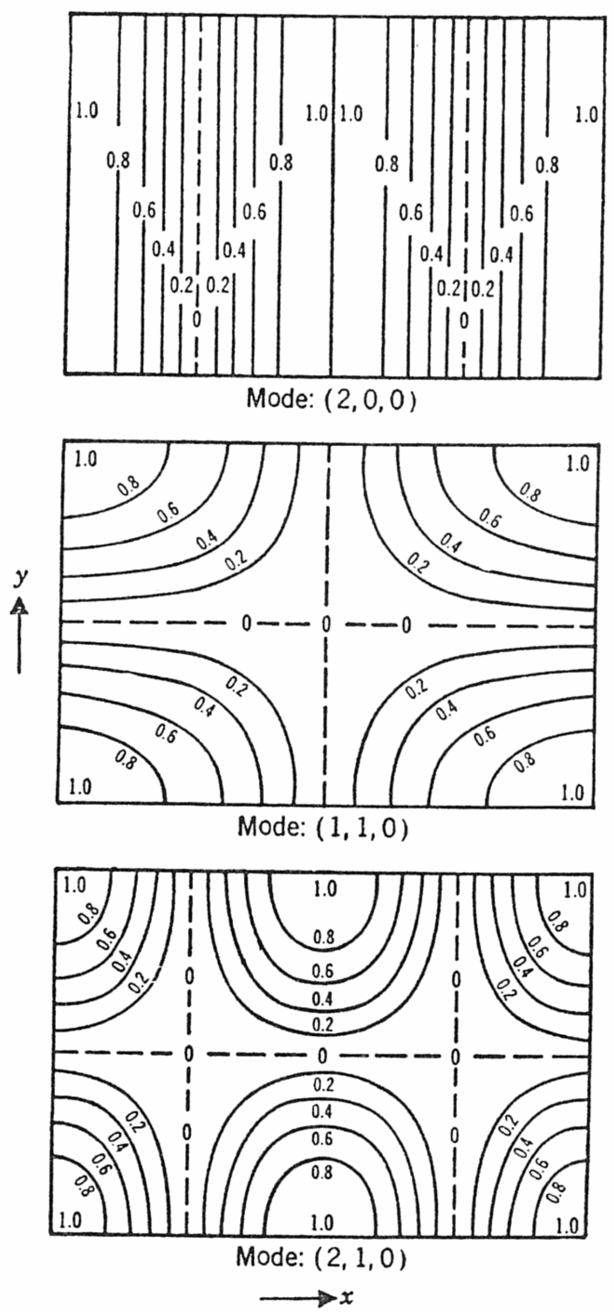
Υπάρχουν διαφορετικοί τρόποι απεικόνισης των ιδιομορφών σε ένα δωμάτιο. Ο πιο κοινός και απλός τρόπος απεικόνισης είναι με τις ισοφασικές καμπύλες που φαίνονται στο σχήμα 1, όπου απεικονίζονται οι ιδιομορφές (2,0,0), (1,1,0) και (2,1,0). Οι ισοφασικές καμπύλες ορίζονται από τον γεωμετρικό τόπο των σημείων του χώρου όπου η σχετική πίεση έχει το ίδιο μέτρο και φάση. Σε κάθε καμπύλη παρατηρούμε ότι αναγράφεται ένας αριθμός που μπορεί να κυμαίνεται από 0 έως 1. Οι τιμές αυτές είναι κανονικοποιημένες ούτως ώστε το 1 να αντιστοιχεί σε σημεία μεγίστης πίεσης και το 0 σε σημεία ελαχίστης πίεσης. Πρέπει λοιπόν να γίνει κατανοητό ότι οι καμπύλες αυτές μας πληροφορούν για τη <u>σχετική τιμή της ηχητικής πίεσης</u>. Για παράδειγμα, αν διεγείρουμε το χώρο στη συγκεκριμένη ιδιοσυχνότητα που αναφέρεται το κάθε διάγραμμα και τοποθετήσουμε ένα δέκτη πάνω στην καμπύλη με τιμή 0.2, το μέτρο της ακουστικής πίεσης που θα ανιχνεύει ο δέκτης θα είναι το μισό (ή -6 dB) από αυτό που θα μετρήσουμε αν μετακινήσουμε το δέκτη στην καμπύλη με τιμή 0.4 και υποτετραπλάσιο (ή -12 dB) από το μέτρο της ακουστικής πίεσης πάνω στην καμπύλη 0.8.

Παρατηρείστε ότι οι καμπύλες μηδενικής ηχητικής πίεσης (με την τιμή 0) είναι πάντα ευθείες γραμμές παράλληλες σε κάποιον από τους άξονες του δωματίου. Οι γραμμές αυτές ονομάζονται *κομβικές γραμμές* ή γραμμές *ελαχίστης πίεσης*. Πρέπει βέβαια να πούμε ότι στην πράξη, σε ένα τρισδιάστατο δωμάτιο τα σημεία ελαχίστης πίεσης ορίζουνε ένα δυσδιάστατο επίπεδο, το οποίο για τα παραδείγματα του σχήματος 1 είναι κάθετο στο επίπεδο xy (και στο επίπεδο της σελίδας). Κατ' αυτήν την έννοια, είναι πιο σωστό να μιλάμε για κομβικά επίπεδα παρά για κομβικές γραμμές.

Παρατηρούμε ότι οι ιδιομορφές στο ορθογώνιο δωμάτιο είναι συμμετρικές. Είναι πολύ εύκολο βλέποντας μια ιδιομορφή να βρούμε σε ποια ιδιοσυχνότητα αντιστοιχεί (κάνοντας χρήση της σχέσης (1)) αλλά και όταν μας δίνεται μια ιδιοσυχνότητα στη μορφή (α,β,γ) να μπορούμε να σχεδιάζουμε τη θέση των κομβικών γραμμών. Παρατηρείστε ότι η ιδιομορφή (2,0,0) έχει δύο κομβικές γραμμές κάθετες στον άξονα των x. Η ιδιομορφή (2,1,0) έχει τρεις κομβικές γραμμές, δύο κάθετες στον άξονα των x και μία κάθετη στον άξονα των y. Αν λοιπόν έχουνε μια ιδιομορφή (α,β,γ) αυτό σημαίνει ότι θα έχουμε α κομβικές γραμμές κάθετες στον άξονα των x, β κομβικές γραμμές κάθετες στον άξονα των y και γ κάθετες στον άξονα των z. Όσο απομακρυνόμαστε από τις κομβικές γραμμές, τόσο αυξάνεται το μέτρο της ηχητικής πίεσης, εκτός αν απομακρυνόμενοι πλησιάζουμε πάλι σε κομβική γραμμή οπότε η σχετική ηχητική πίεση ελαττώνεται σταδιακά μέχρι να ξαναμηδενιστεί. Στο σχήμα 2 φαίνεται ένας εναλλακτικός τρόπος απεικόνισης του ηχητικού πεδίου με τρισδιάστατο γράφημα και με λογαριθμική αποτύπωση του μέτρου της ηχητικής πίεσης. Τα διαγράμματα αυτά έχουν προκύψει διεγείροντας το χώρο με συχνότητες που συμπίπτουν με τις ιδιοσυχνότητες της (1,0,0) και (2,1,0) ιδιομορφής.

2) Δυσδιάστατο δωμάτιο.

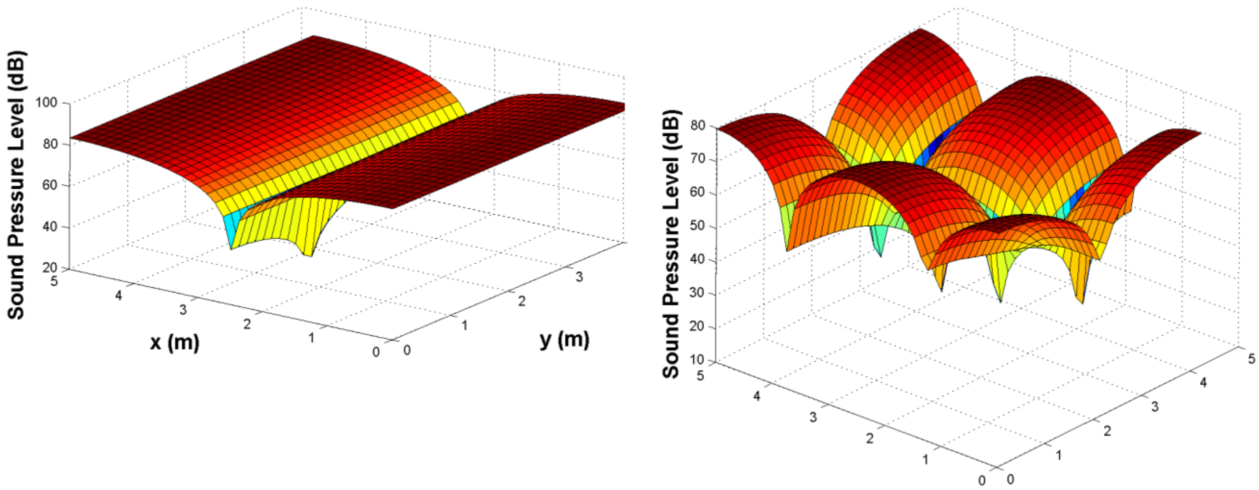
Αξίζει σε αυτό το σημείο να εξετάζουμε την έννοια του δυσδιάστατου χώρου, την οποία και θα χρησιμοποιούμε από εδώ και στο εξής, λόγω της απλότητας του σε σχέση με τον τρισδιάστατο. Δυσδιάστατο ορθογώνιο δωμάτιο, και κατά επέκταση δυσδιάστατο ηχητικό πεδίο έχουμε αν μέχρι κάποιο αξιόλογο συχνοτικό όριο το ηχητικό πεδίο δεν εξαρτάται από την τρίτη συντεταγμένη, η οποία για λόγους ευκολίας στην απεικόνιση θεωρούμε ότι είναι η z. Τέτοια περίπτωση μπορούμε να έχουμε αν θεωρήσουμε ότι το ύψος του δωματίου (Lz) είναι πολύ μικρότερο σε σχέση με τις άλλες δύο διαστάσεις (μήκος - Lx και πλάτος - Ly). Σε μια τέτοια περίπτωση μπορούμε να δούμε από την εξίσωση (1) ότι η πρώτη αξονική ιδιομορφή που εξαρτάται από την απόσταση μεταξύ πατώματος



Σχήμα 1. Μια αξονική και δύο εφαπτομενικές ιδιομορφές σε ένα ορθογώνιο δωμάτιο.

και ταβανιού (δηλαδή η (0,0,1) παίρνει πολύ μεγάλες τιμές συχνότητας σε σχέση με τις τιμές που παίρνουν οι ιδιομορφές της μορφής (n_x, n_y,0).

Για παράδειγμα, αν έχουμε ένα δωμάτιο με διαστάσεις 4x5x0.2 m, η (0,0,1) ιδιομορφή εμφανίζεται στη συχνότητα 860 Hz. Μέχρι εκείνη τη συχνότητα το ηχητικό πεδίο εξαρτάται εξολοκλήρου από τις ιδιομορφές (n_x,0,0), (0,n_y,0) και του συνδυασμούς (n_x, n_y,0). Με άλλα λόγια, σε ένα δυσδιάστατο δωμάτιο αποφεύγουμε τις πλάγιες ιδιομορφές και έτσι η μελέτη και η απεικόνισή τους γίνεται ευκολότερη.



Σχήμα 2. Το ηχητικό πεδίο σε ένα ορθογώνιο δωμάτιο κατά τη διέγερση του χώρου με συχνότητες που συμπίπτουν με την (1,0,0) και (2,1,0) ιδιομορφή. Το μέτρο της ηχητικής πίεσης αποδίδεται σε λογαριθμική κλίμακα (dB).

3) Σχεδιασμός των σημείων ελαχίστης και μεγίστης πίεσης μιας ιδιομορφής.

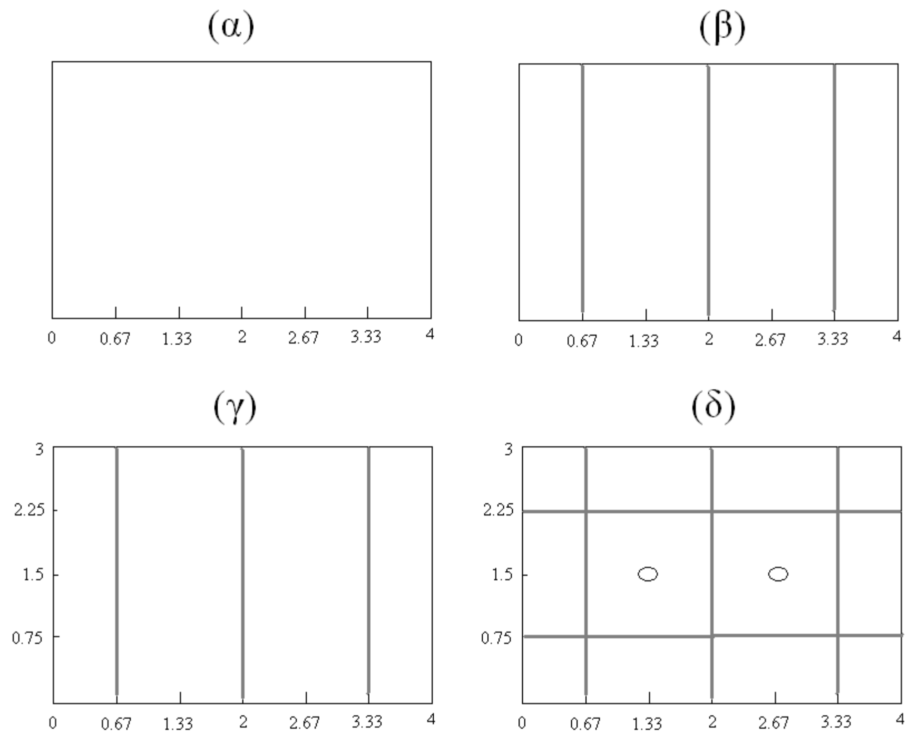
Υπάρχει ένας πολύ απλός τρόπος αν μας δίνεται κάποια ιδιομορφή υπό τη μορφή (α,β,γ) να σχεδιάζουμε τις κομβικές γραμμές και να προβλέπουμε τα σημεία μεγίστης πίεσης και τη διακύμανση της σχετικής πίεσης γενικά. Για λόγους απλότητας στο σχεδιασμό, αυτή η μεθοδολογία παρουσιάζεται για δισδιάστατους χώρους, οπότε και το ηχητικό πεδίο μεταβάλλεται μόνο συναρτήσει των συντεταγμένων x, y και όχι της z. Έστω λοιπόν ότι μας δίνεται η ιδιομορφή (α,β,0) και οι διαστάσεις του δωματίου *Lx* και *Ly* (η *Lz* θεωρούμε ότι είναι πολύ μικρότερη από τις άλλες διαστάσεις οπότε δεν τη λαμβάνουμε υπόψιν). Για να σχεδιάσουμε τις κομβικές γραμμές ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα.

- Αν η ιδιομορφή είναι εφαπτομενική, τη σπάμε στις δύο αξονικές της συνιστώσες (α,0,0) και (0,β,0) και μελετάμε κάθε περίπτωση χωριστά.
- Έστω ότι μελετάμε τώρα την (α,0,0) ιδιομορφή. Χωρίζουμε τον μήκος του δωματίου σε $2\cdot\alpha$ ισομήκη τμήματα. Οι συντεταγμένες αυτών των σημείων θα εμφανίζονται προφανώς ως εξής: πρώτο σημείο: x =0, δεύτερο σημείο $x = 1\frac{Lx}{2a}$, τρίτο σημείο $x = 2\frac{Lx}{2a}$, τέταρτο σημείο $x = 3\frac{Lx}{2a}$, … προτελευταίο σημείο $x = (2a-1)\frac{Lx}{2a}$ m και τελευταίο σημείο $x=Lx$.

- Οι κομβικές γραμμές θα είναι κάθετες στον άξονα των x και θα περνάνε από τα σημείο που είναι περιττά πολλαπλάσια της υποδιαίρεσης $\frac{Lx}{2a}$, δηλαδή από τα $\frac{Lx}{2a}$, $x=3\frac{Lx}{2a}$, …, και $x=(2a-1)\frac{Lx}{2a}$.
- Κάνουμε το ίδιο για την (*0,β*,0) ιδιομορφή και σχεδιάζουμε τις κομβικές γραμμές μαζί με τις προηγούμενες.

Παράδειγμα: Σχεδιάστε τις κομβικές γραμμές της (3,2,0) ιδιομορφής σε ένα δωμάτιο διαστάσεων 4x3 m. Υποδείξετε δύο διαφορετικά σημεία μεγίστης πίεσης τα οποία είναι μακριά από τις περατωτικές επιφάνειες του χώρου.

Απάντηση: Χωρίζουμε το μήκος του δωματίου σε 6 ισομήκη τμήματα. Οι συντεταγμένες των σημείων θα είναι x=0, x=1*4/6=0.67, x=2*4/6=1.33, x=3*4/6=2, x=4*4/6=2.67, x=5*4/6=3.33 και x=4 m. Αυτό το βήμα φαίνεται στο σχήμα 3(α). Τραβάμε τις κάθετες γραμμές στις περιττές υποδιαιρέσεις σύμφωνα με το σχήμα 3(β). Χωρίζουμε το πλάτος του δωματίου σε 4 ισομήκη τμήματα. Οι συντεταγμένες των σημείων θα είναι y=0, y=1*3/4=0.75, y=2*3/4=1.5, y=3*3/4=2.25 και y=3 m (βλ. σχήμα 3(γ)).Τραβάμε τις κάθετες γραμμές στις περιττές υποδιαιρέσεις σύμφωνα με το σχήμα 3(δ). Έχουμε τελικά σχεδιάζει τις κομβικές γραμμές.



Σχήμα 3. Παράδειγμα για το σχεδιασμό των κομβικών γραμμών σε ένα δισδιάστατο δωμάτιο.

Η εύρεση των σημείων μεγίστης πίεσης είναι εύκολη αν αναλογιστούμε ότι θα έχουμε μέγιστο στο μέσο μεταξύ δύο κομβικών γραμμών. Τα δύο σημεία μέγιστης πίεσης μακριά από του τοίχους του χώρου είναι αυτά με συντεταγμένες (1.33, 1.5) m και (2.67, 1.5) m, τα οποία σημειώνονται με ένα οβάλ στο σχήμα 3(δ). Υπάρχουν άλλα 10 σημεία μεγίστης πίεσης, πάνω στα τοιχώματα του χώρου, τα οποία καλείται να βρει ο φοιτητής.

4) Η κανονική συνάρτηση στο ορθογώνιο δωμάτιο.

Μέχρι τώρα έχουμε εισάγει έναν εμπειρικό τρόπο για τον προσδιορισμό των κομβικών γραμμών μιας ιδιομορφής και για την εύρεση των σημείων μεγίστης πίεσης στο χώρο. Είδαμε ότι έχουμε μια ομαλή μετάβαση από ένα σημείο ελαχίστης πίεσης σε ένα σημείο μεγίστης πίεσης και επομένως μπορούμε διαισθητικά να αντιληφθούμε τη διακύμανση του πλάτους ταλάντωσης στο χώρο, δεδομένου ότι αναφερόμαστε σε συγκεκριμένη ιδιοσυχνότητα ω_n. Η *κανονική συνάρτηση* είναι μία συνάρτηση που παίρνουμε για κάθε ιδιομορφή και η οποία μας προσδιορίζει με αναλυτικό τρόπο τη διακύμανση του πλάτους κάθε τρόπου ταλάντωσης μέσα στο δωμάτιο. Η γενική μορφή της κανονικής συνάρτησης μιας πλάγιας ιδιομορφής (n_x,n_y,n_z) σε ένα τρισδιάστατο δωμάτιο είναι η

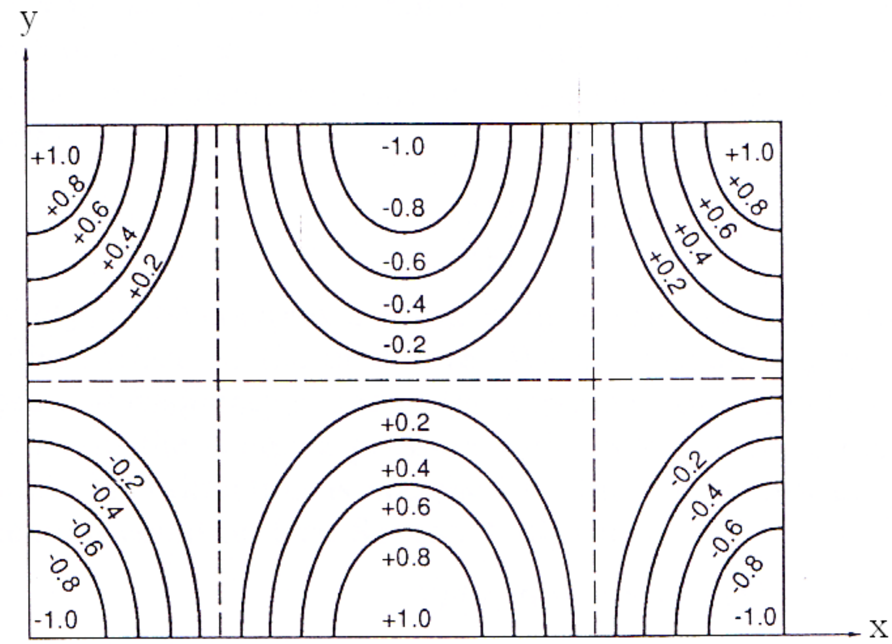
$$\Psi_n = \Psi_n(x,y,z) = \cos\left(\frac{n_x \pi x}{L_x}\right)\cos\left(\frac{n_y \pi y}{L_y}\right)\cos\left(\frac{n_z \pi z}{L_z}\right). \qquad (2)$$

Βλέπουμε ότι η εξίσωση (2) είναι μια συνάρτηση τριών μεταβλητών x,y και z. Για δισδιάστατο δωμάτιο, η κανονική συνάρτηση μιας ιδιομορφής είναι το πολύ δύο μεταβλητών (x και y)

$$\Psi_n = \Psi_n(x,y) = \cos\left(\frac{n_x \pi x}{L_x}\right)\cos\left(\frac{n_y \pi y}{L_y}\right). \qquad (3)$$

Αν η ιδιομορφή είναι αξονική (έστω x-αξονική ιδιομορφή) η κανονική συνάρτηση είναι συνάρτηση μίας μεταβλητής $\Psi_n = \Psi_n(x) = \cos\left(\frac{n_x \pi x}{L_x}\right)$. Ανάλογα λοιπόν με τη θέση στο χώρο (συντεταγμένες x και y), η κανονική συνάρτηση μας δίνει την πληροφορία για τη σχετική ηχητική πίεση που ανιχνεύει ένας δέκτης στο χώρο κατ΄ ισοδυναμία με τα ισοφασικά διαγράμματα που είδαμε προηγουμένως . Από το γεγονός όμως ότι έχουμε ημιτονική συνάρτηση, τη συνάρτηση *cos*(), παρατηρούμε ότι η σχετική πίεση θα παίρνει και αρνητικές τιμές. Αυτό συμβαίνει διότι κανονική συνάρτηση μας δίνει και την πληροφορία <u>της φάσης</u> της ηχητικής πίεσης, εκτός από το μέτρο.

Αν λοιπόν απεικονίσουμε τις τιμές της σχετικής ηχητικής πίεσης για την (2,1,0) ιδιομορφή στο χώρο με τη χρήση ισοφασικών καμπυλών θα πάρουμε κάτι σαν το σχήμα 4. Παρατηρείστε ότι τώρα η σχετική πίεση κυμαίνεται μεταξύ -1 και 1, αντί μεταξύ 0 και 1 που βλέπαμε για παράδειγμα στο σχήμα 1. Τόσο το 1 όσο και το -1 αντιστοιχούν σε σημεία μεγίστης πίεσης αλλά αντίθετης φάσης. Ο λόγος που το σχήμα 1 δε μας δίνει αρνητικές τιμές έχει να κάνει με το ότι για το συγκεκριμένο διάγραμμα ο συγγραφέας αποφάσισε να δίνει πληροφορία μόνο για το μέτρο της ηχητικής πίεσης και όχι για τη φάση. Αυτό είναι εξάλλου και το πιο συνηθισμένο σκεπτικό που ακολουθείται κατά την κατάστρωση τέτοιων διαγραμμάτων, χωρίς αυτό όμως να σημαίνει ότι δεν υπάρχει μεταβολή στη φάση του ηχητικού πεδίου.



Σχήμα 4. Αναπαράσταση της (2,1,0) ιδιομορφής με ισοφασικές καμπύλες και με ακριβής απεικόνιση της φάσης.

Ας θεωρήσουμε δισδιάστατο δωμάτιο για λόγους απλότητας και ας παρατηρήσουμε την εξίσωση (3), θεωρώντας ότι έχουμε την εφαπτομενική ιδιομορφή (2,1,0). Η κανονική εξίσωση για αυτήν την ιδιομορφή θα είναι $\Psi_{(2,1,0)} = \Psi_{(2,1,0)}(x,y) = \cos\left(\frac{2\pi x}{L_x}\right)\cos\left(\frac{1\pi y}{L_y}\right)$, όπου προφανώς το x παίρνει όλες τις τιμές μεταξύ 0 και *Lx* και το y όλες τις τιμές μεταξύ 0 και *Ly*. Καθώς λοιπόν το x κινείται μεταξύ 0 και *Lx*, η συνάρτηση $\cos\left(\frac{2\pi x}{L_x}\right)$ θα μηδενίζεται 2 φορές, όταν το όρισμα $\frac{2\pi x}{L_x}$ θα ισούται με περιττό πολλαπλάσιο του π/2. Όντως, όταν $x = \frac{Lx}{4}$ και $x = 3\frac{Lx}{4}$, τότε το όρισμα ισούται με π/2 και 3π/2, οπότε η συνάρτηση *cos*() μηδενίζεται. Αντίστοιχα, η συνάρτηση $\cos\left(\frac{1\pi y}{L_y}\right)$ θα μηδενίζεται μία φορά, όταν το y ισούται με *Ly*/2. Βλέπουμε λοιπόν ότι οι θέσεις των κομβικών γραμμών μπορούν να εξαχθούν και από την κανονική συνάρτηση. Ωστόσο, ο τρόπος που επιδείξαμε σε προηγούμενη παράγραφο είναι πιο γρήγορος και πρακτικός, και αποφεύγει τη χρήση των χαρακτηριστικών τιμών τριγωνομετρικών συναρτήσεων.

Άλλη σημαντική παρατήρηση έχει να κάνει με τις χαρακτηριστικές τιμές του συνάρτησης *cos*() όταν το *x* και το *y* τείνει στις τιμές 0 ή *Lx* και *Ly* αντίστοιχα. Αυτό προφανώς θα συμβαίνει όταν είμαστε κοντά στις περατωτικές επιφάνειες του χώρου. Σε μια τέτοια περίπτωση, το όρισμα της συνάρτησης *cos*() θα γίνεται ίσο με ακέραιο πολλαπλάσιο του π, οπότε θα παίρνουμε τιμές κοντά στο 1 και στο -1. Με άλλα λόγια, κοντά στις περατωτικές επιφάνειες του χώρου θα έχουμε μεγάλη πιθανότητα να βρεθούμε σε σημείο μεγίστης πίεσης, εκτός αν βρισκόμαστε κοντά ή πάνω σε κομβική γραμμή. Αντίστοιχα, στις τέσσερις γωνίες του χώρου με συντεταγμένες (0,0), (*Lx*,0), (0,*Ly*) και (*Lx*, *Ly*) θα έχουμε πάντα μέγιστα ηχητικής πίεσης διότι και οι δύο όροι $\cos\left(\frac{n_x \pi x}{L_x}\right)$ και $\cos\left(\frac{n_y \pi y}{L_y}\right)$ θα παίρνουνε μέγιστα πλάτη (1 ή -1), καθώς το όρισμα του συνημίτονου θα αντιστοιχεί σε ακέραια πολλαπλάσια του π. Αυτός είναι και ο λόγος που στις γωνίες του χώρου η στάθμη της ηχητικής πίεσης αυξάνεται, κάτι που είναι πιο αισθητό στις χαμηλές κυρίως συχνότητες.

5) Η σημασία της θέση του δέκτη στο δωμάτιο.

Από όσα έχουν ειπωθεί έως τώρα για το ορθογώνιο δωμάτιο γίνεται αντιληπτή η μεγάλη διαφορά στην ακουστική μεταξύ μεγάλων και μικρών κλειστών χώρων. Είδαμε ότι στους μεγάλους κλειστούς χώρους όπου υπάρχει διάχυτο ηχητικό πεδίο η ένταση του ήχου σε κάποιο σημείο του χώρου εξαρτάται από την απόσταση από την ηχητική πηγή (και τη γωνία με τον άξονα της πηγή αν η τελευταία έχει κατευθυντική συμπεριφορά) και όχι από τη αυτή καθεαυτή θέση του δέκτη μέσα στο χώρο. Από την άλλη, στους μικρούς χώρους και ιδιαίτερα στις χαμηλές συχνότητες όπου επικρατούν οι έντονες διακριτές ιδιομορφές, η ένταση του ήχου σε κάποιο σημείο εξαρτάται σε μεγαλύτερο βαθμό από τη θέση του δέκτη μέσα στο χώρο και από τη συχνότητα, παρά από την απόσταση από την ηχητική πηγή. Αν ο δέκτης είναι σε σημείο ελαχίστης πίεσης για κάποια ιδιομορφή, τότε, στη συγκεκριμένη ιδιοσυχνότητα θα μετράμε σχετικά μικρά πλάτη ηχητικής πίεσης. Μπορεί όμως, για μια άλλη συχνότητα, η θέση αυτή να αποτελεί σημείο μεγίστης πίεσης, οπότε να έχουμε μεγάλα πλάτη ηχητικής πίεσης. Αυτός είναι και ο λόγος που το φάσμα (η συχνοτική απόκριση όπως λέγεται) που παίρνουμε σε ένα μικρό κλειστό χώρο είναι τόσο ανομοιόμορφο και ο λόγος που το φάσμα αυτό αλλάζει δραματικά κατά τη μετακίνηση από το ένα σημείο στο άλλο.

Σε αυτό το σημείο, ορίζεται ένας τύπος προβλημάτων όπου μας ζητάτε να υπολογίζουμε τη σχετική διαφορά μεταξύ του μέτρου ή της στάθμης (σε dB) της ηχητικής πίεσης κατά τη μετακίνηση του δέκτη από ένα σημείο του χώρου με συντεταγμένες (x_1, y_1) σε ένα άλλο με συντεταγμένες (x_2, y_2) κάνοντας χρήση της κανονικής συνάρτησης για τη n-ιοστή ιδιομορφή.

Παράδειγμα: Υπολογίστε τις τρεις πρώτες ιδιοσυχνότητες σε ένα δισδιάστατο δωμάτιο με διαστάσεις 4x3 m. Έπειτα, υπολογίστε τη <u>διαφορά</u> στην ένταση της ηχητικής πίεσης σε κάθε ιδιοσυχνότητα κατά τη μετακίνηση του δέκτη από τη θέση (1.2, 1) m στη θέση (0.3, 0.3) m. Δίνεται η ταχύτητα του ήχου ίση με 344 m/sec.

Απάντηση: Προφανώς η μικρότερη ιδιοσυχνότητα είναι αυτή που αντιστοιχεί στην ιδιομορφή (1,0,0). Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) βρίσκουμε f_1 =344/(2*4)=43 Hz. Η επόμενη ιδιοσυχνότητα είναι η (0,1,0) και ισούται με f_2 =344/(2*3)=57.3 Hz. Η f_3 αντιστοιχεί στην ιδιομορφή (1,1,0) και ισούται με $f_3 = \frac{344}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} = 71.7$ Hz. Για την (1,0,0) ιδιομορφή η κανονική συνάρτηση

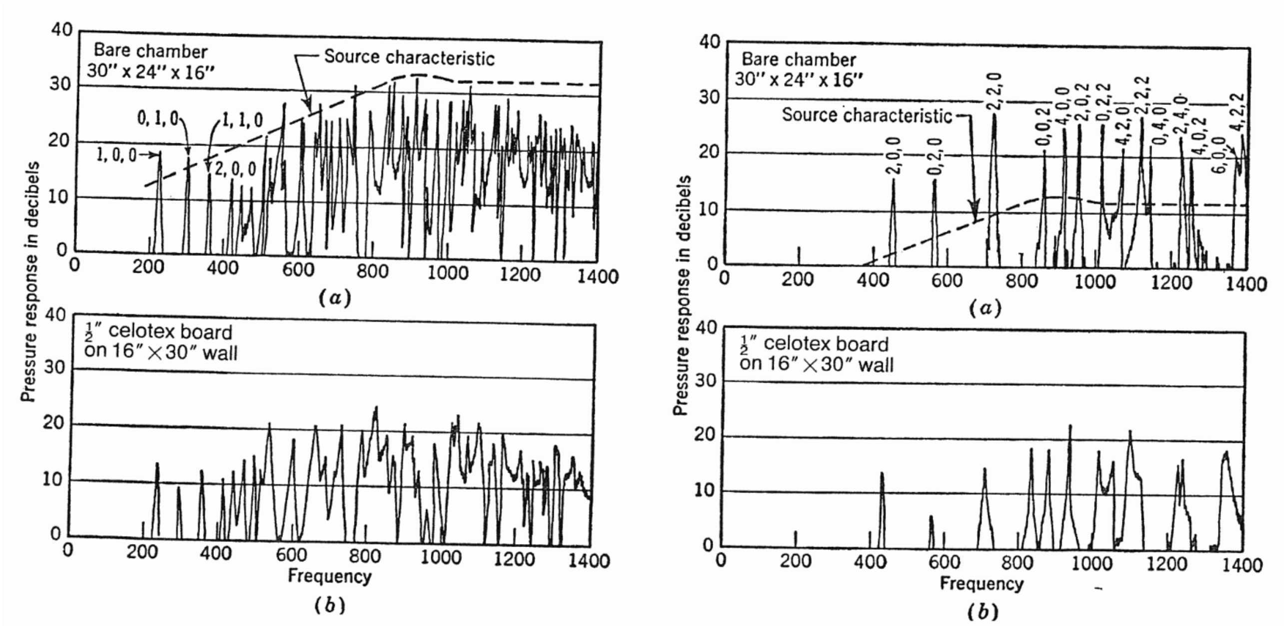
εξαρτάται μόνο από το x και ισούται με $\Psi_1(x=1.2)=\cos\left(\frac{1.2\pi}{4}\right)=0.588$. Κατά τη μετακίνηση στη θέση (0.3, 0.3) η κανονική συνάρτηση παίρνει την τιμή $\Psi_1(x=0.3)=\cos\left(\frac{0.3\pi}{4}\right)=0.97$. Επομένως, η στάθμη ηχητικής πίεσης αυξάνεται κατά $20\log\frac{0.97}{0.58}=4.47$ dB. Για την (0,1,0) ιδιομορφή η κανονική συνάρτηση μας δίνει $\Psi_2(y=1)=\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)=0.5$. Κατά τη μετακίνηση στη θέση (0.3, 0.3) η κανονική συνάρτηση παίρνει την τιμή $\Psi_2(y=0.3)=\cos\left(\frac{0.3\pi}{3}\right)=0.95$. Άρα, έχω πάλι μια αύξηση της στάθμης της πίεσης κατά $20\log\frac{0.95}{0.5}=5.58$ dB. Τέλος, για την εφαπτομενική ιδιομορφή η κανονική εξίσωση στην πρώτη θέση μας δίνει
$\Psi_3(x=1.2,y=1)=\cos\left(\frac{1.2\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{1\pi}{3}\right)=0.29$, ενώ στη δεύτερη θέση θα έχουμε

$\Psi_3(x=0.3,y=0.3)=\cos\left(\frac{0.3\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{0.3\pi}{3}\right)=0.92$, που αντιστοιχεί σε αύξηση $20\log\frac{0.92}{0.29}=10$ dB. Παρατηρείστε ότι η στάθμη ηχητικής πίεσης αυξάνεται για όλες τις ιδιοσυχνότητες σε σχέση με την πρώτη θέση του δέκτη. Αυτό προφανώς έχει να κάνει με τη μετακίνηση του δέκτη κοντά σε γωνιά του δωματίου, όπου όπως είπαμε όλες οι ιδιομορφές εμφανίζουν μέγιστα πίεσης.

Σημείωση: Για να εκτελεστούν σωστά οι παραπάνω πράξεις σε μία αριθμομηχανή έχουμε δύο περιπτώσεις. 1) Αν στο όρισμα της συνάρτησης cos() η αριθμομηχανή θεωρεί ότι εισάγουμε ακτίνια (rad), μπορούμε να εισάγουμε το *π* πατώντας το κουμπί EXP ή πληκτρολογώντας τον αριθμό 3.14 στη θέση του *π*. Αν η αριθμομηχανή θεωρεί ότι εισάγουμε μοίρες (deg), τότε στη θέση του *π* θα πρέπει να βάζουμε τον αριθμό 180.

6) Η σημασία της θέσης της ηχητικής πηγής στο δωμάτιο.

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε τοποθετήσει ένα δέκτη σε κάποια γωνία του δωματίου και εξετάζουμε τη στάθμη ηχητικής πίεσης που καταγράφεται στο δέκτη σε κάθε συχνότητα σε σχέση με τη θέση της ηχητικής πηγής στο δωμάτιο. Για αυτό το πείραμα θεωρείται ότι η ένταση της πηγής είναι σταθερή σε κάθε θέση και ότι η πηγή έχει επίπεδο φάσμα απόκρισης. Με άλλα λόγια, η πηγή δεν εισάγει φασματικούς χρωματισμούς στο εκπεμπόμενο ηχητικό σήμα. Ένα τέτοιο πείραμα έγινε σε ένα τρισδιάστατο δωμάτιο. Μια ηχητική πηγή διέγειρε το χώρο σε όλες τις συχνότητες με λευκό θόρυβο και η συχνοτική απόκριση σε ένα δέκτη τοποθετημένο σε μια από τις γωνίες του χώρου καταγράφηκε για τέσσερεις διαφορετικές περιπτώσεις στο σχήμα 5.



Σχήμα 5. Συχνοτική απόκριση σε τρισδιάστατο ορθογώνιο δωμάτιο για ένα δέκτη τοποθετημένο σε γωνία του δωματίου. Στη μία περίπτωση η πηγή τοποθετείται στην απέναντι γωνία (αριστερά διαγράμματα) και στην άλλη, στο κέντρο του δωματίου (δεξιά διαγράμματα).

Στο πάνω αριστερά διάγραμμα (*a*) βλέπουμε τη στάθμη ηχητικής πίεσης σε σχέση με τη συχνότητα όταν η πηγή βρίσκεται στην απέναντι από το δέκτη γωνία του χώρου. Στο ακριβώς από κάτω διάγραμμα (*b*), αυτό που άλλαξε είναι ότι τοποθετήθηκε απορροφητικό υλικό σε ένα μέρος του τοίχου και βλέπουμε ότι η οξύτητα και το πλάτος των συντονισμών ελαττώθηκε . Στο πάνω δεξιά διάγραμμα, η πηγή έχει μεταφερθεί ακριβώς στο κέντρο του δωματίου με συντεταγμένες (*Lx*/2, *Ly*/2, *Lz*/2). Το σημείο εκείνο είναι σημείο τομής πολλών κομβικών γραμμών με αποτέλεσμα πολλές ιδιομορφές να εμφανίζουν ελάχιστα πίεσης με αποτέλεσμα να μη διεγείρονται από την ηχητική πηγή. Συγκεκριμένα, για να μην έχουμε ελάχιστο πίεσης στο σημείο (*Lx*/2, *Ly*/2, *Lz*/2), θα πρέπει όλες οι τιμές εντός της τριάδας (n_x,n_y,n_z) να είναι ζυγές. Μπορεί να δει κανείς ότι αν έστω ένα από τα n_x, n_y, n_z είναι περιττός αριθμός, τότε ένας τουλάχιστον από τους όρους του γινομένου

$$\Psi_n = \Psi_n(x,y,z) = \cos\left(\frac{n_x \pi x}{L_x}\right)\cos\left(\frac{n_y \pi y}{L_y}\right)\cos\left(\frac{n_z \pi z}{L_z}\right) \tag{4}$$

θα ισούται με 0, καθότι τουλάχιστον ένα από τα ορίσματα του cos() θα γίνεται περιττό πολλαπλάσιο του π/2. Στο κάτω αριστερά διάγραμμα βλέπουμε το ίδιο φαινόμενο πάλι με περισσότερη απορρόφηση.

Το προηγούμενο πείραμα κάνει φανερή την εξάρτηση του ηχητικού πεδίου από τη θέση της ηχητικής πηγής μέσα στο δωμάτιο. Για την ακρίβεια, ο βαθμός διέγερσης της κάθε ιδιομορφής ανάλογα με τη θέση της ηχητικής πηγής μεταβάλλεται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο που μεταβάλλεται και η σχετική πίεση που καταγράφει ο δέκτης. Αν η πηγή είναι πάνω σε κομβική γραμμή, τότε η συγκεκριμένη ιδιομορφή δεν θα διεγερθεί σχεδόν καθόλου και θα αποφευχθεί κάποιο συχνοτικό μέγιστο. Αντίθετα, αν η πηγή βρίσκεται μακριά από κομβική γραμμή, η ιδιομορφή θα διεγερθεί και θα δούμε πολλά συχνοτικά μέγιστα όπως στο πάνω αριστερά διάγραμμα του σχήματος 5. Ο βαθμός διέγερσης της κάθε ιδιομορφής ανάλογα με τις συντεταγμένες (x,y,z) της πηγής εκφράζεται μαθηματικά από την γνωστή πλέον κανονική συνάρτηση (σχέση (4)). Οι ισοφασικές καμπύλες που είδαμε λοιπόν πριν μας πληροφορούνε ταυτόχρονα όχι μόνο για το βαθμό ανίχνευσης της ιδιομορφής από το δέκτη, αλλά και για το βαθμό διέγερσης της ιδιομορφής από την πηγή! Παρόμοια με την περίπτωση του δέκτη, τοποθέτηση της ηχητικής πηγής κοντά στις περατωτικές επιφάνειες του χώρου εξασφαλίζει τη διέγερση όλων των ιδιομορφών που εν τέλει συνεπάγεται αύξηση της στάθμης της ηχητικής πίεσης στο χώρο. Βλέπουμε λοιπόν το λόγο για τον οποίο προτεινόμενες θέσεις για την τοποθέτηση ενός sub woofer είναι όσο το δυνατόν πιο κοντά σε γωνία του χώρου.

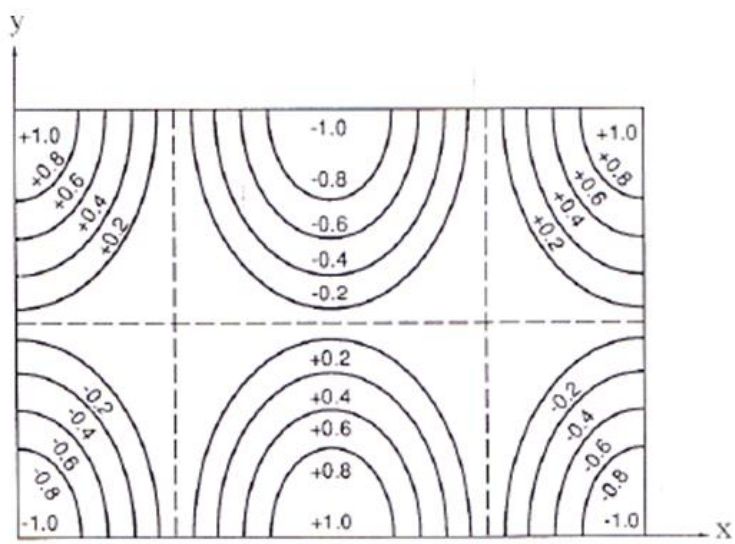
Στην πράξη, η ένταση της ηχητικής πίεσης στο δέκτη δεδομένου και της θέσης της ηχητικής πηγής σε κάθε ιδιοσυχνότητα *n*, είναι ανάλογη του γινομένου

$$\Psi_n(x_\pi, y_\pi, z_\pi)\Psi_n(x_\delta, y_\delta, z_\delta), \tag{5}$$

όπου (x_π , y_π ,z_π) οι συντεταγμένες της πηγής και (x_δ , y_δ ,z_δ) οι συντεταγμένες του δέκτη. Από αυτήν την εξίσωση βλέπουμε ότι αν η πηγή και ο δέκτης ανταλλάξουν θέση, τότε η τιμή του γινομένου, και άρα της ηχητικής έντασης θα παραμείνει η ίδια σε όλες τις συχνότητες.

7) Χάρτης μεταβολής της φάσης σε ορθογώνιο χώρο

Είδαμε ότι η θέση της ηχητικής πηγής μέσα στο ορθογώνιο δωμάτιο παίζει σημαντικό ρόλο στο πόσο θα διεγερθεί η εκάστοτε ιδιομορφή, ανάλογα με το ένταση που χαρακτηρίζει την ιδιομορφή στο συγκεκριμένο σημείο. Οι ισουψείς καμπύλες σε αυτήν την περίπτωση μας δίνουν όλη την πληροφορία που χρειαζόμαστε για να εκτιμήσουμε το βαθμό με τον οποίο θα διεγερθεί κάποια ιδιομορφή. Ωστόσο, πρέπει να γίνει κατανοητό και το πως μπορεί να αξιοποιηθεί και πληροφορία αναφορικά με τη φάση του ηχητικού πεδίου. Μία τέτοια πληροφορία μπορούμε να την παίρνουμε με διαφορούς τρόπους, όπως πχ από ισουψείς καμπύλες οι οποίες όμως διαθέτουν και πρόσημο (+ ή -) εκτός από μέτρο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



Σχήμα 6. Ισουψείς καμπύλες με πρόσημο θετικό η αρνητικό μας δίνουν και πληροφορία σχετικά με τη φάση με την οποία διεγείρεται μία συγκεκριμένη ιδιομορφή.

Η φάση της ιδιομορφής δεν είναι κάτι που είναι σημαντικό από ψυχοακουστικής πλευράς, αφού το αυτί δεν είναι ευαίσθητο όσον αφορά τη φάση. Όταν όμως έχουμε παραπάνω δύο ή και παραπάνω πηγές (ηχεία) που είναι συσχετισμένες μεταξύ τους (όπως για παραδειγμα όταν δέχονται ακριβώς το ίδιο σήμα εισόδου), τότε οι τιμές που παίρνει η φάση της ιδιομορφής στη θέση της κάθε πηγής παίζει σημαντικό ρόλο στο πόσο θα διεγερθεί η ιδιομορφή. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε δύο πηγές συνδεδεμένες με την ίδια ηλεκτρική πηγή μέσα στο χώρο, σε τέτοια σημεία ώστε κάθε μία να διεγείρει κάποια συγκεκριμένη ιδιομορφή στον ίδιο βαθμό. Αν στα συγκεκριμένα σημεία το πρόσημο της φάσης της ιδιομορφής είναι το ίδιο, τότε οι δύο πηγές θα συμβάλουν δημιουργικά, και η στάθμη του ηχητικού πεδίου στο χώρο (για τη συγκεκριμένη ιδιοσυχνότητα που μελετάμε) μπορεί να αυξηθεί εώς και +6 dB (διπλασιασμός της ηχητικής πίεσης). Αν όμως τα δύο ηχεία βρίσκονται σε σημεία με αντίθετη φάση, τότε θα έχουμε καταστροφική συμβολή και η συγκεκριμένη ιδιομορφή μπορεί μέχρι και να ακυρωθεί τελείως, δηλαδή να μη διεγερθεί καθόλου! Αυτό δε σημαίνει ότι η στάθμη του ηχητικού πεδίου θα μηδενιστεί τελείως, αφού όπως θα δούμε και παρακάτω, θα συμβάλουν άλλες ιδιομορφές, αλλά η στάθμη στη συγκεκριμένη συχνότητα θα πάρει όντως μια πολύ χαμηλότερη τιμή σε σχέση με πριν.

Ένα βασικό χαρακτηριστικό της φάσης στα στάσιμα κύματα είναι ότι δε μεταβάλλεται γραμμικά με την απόσταση όπως στο ελεύθερο πεδίο, αλλά αλλάζει απότομα από θετική σε αρνητική περνώντας από τα σημεία ελαχίστης ταλάντωσης. Εν τέλει, αν υποθέσουμε ότι η απόσβεση είναι πολύ μικρή, τότε μπορούμε να υποθέσουμε ότι σε μικρή απόσταση από κομβικές γραμμές η φάση είναι στατική και το μόνο που τη χαρακτηρίζει είναι το πρόσημο (+ ή -).

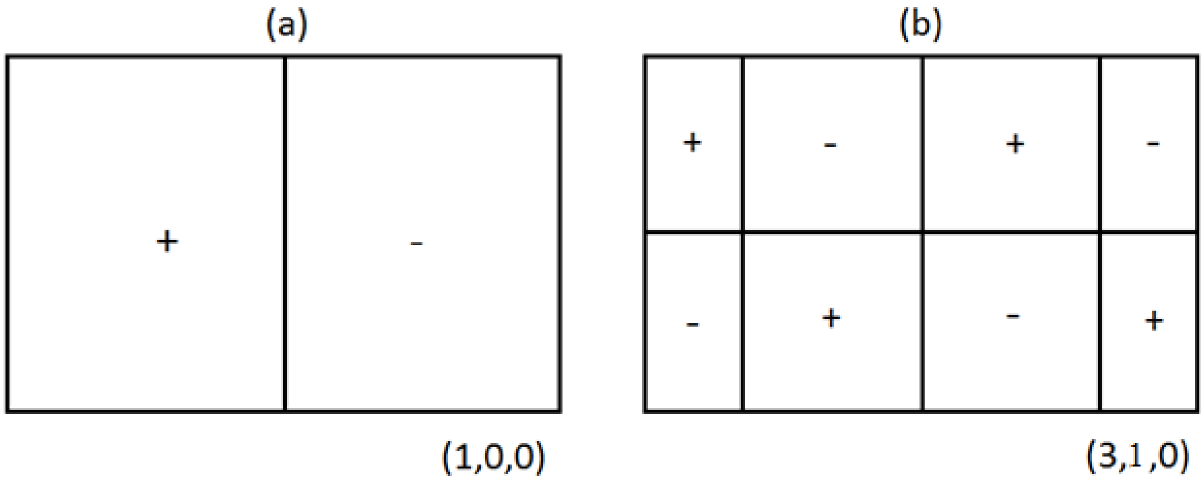
Είναι πολύ εύκολο να σχεδιάζουμε ένα διάγραμμα που να φανερώνει πως μεταβάλλεται η φάση για δεδομένη ιδιομορφή σε ένα ορθογώνιο χώρο. Αυτό μπορεί να γίνει ακολουθωντας τα εξής βήματα:

1) Σχεδιάζουμε τις γραμμές ελαχίστης ταλάντωσης που αφορούν τη συγκεκριμένη ιδιομορφή, αυτό προφανώς θα χωρίσει το ορθογώνιο σε κάποιο αριθμό από μικρότερα ορθογώνια

2) Δίνουμε τα πρόσημα «+» ή «-« σε κάθε μικρό ορθογώνιο με τέτοιο τρόπο ώστε να μην υπάρχουνε ορθογώνια με το ίδιο πρόσημο εκατέρωθεν από την ίδια γραμμή ελαχίστης ταλάντωσης. Δεν έχει σημασία από ποιο προσημο θα ξεκινήσει κανείς.

Παράδειγμα: Σχεδιάστε ένα χάρτη που να φανερώνει το πως μεταβάλεται η φάση για την αξονική ιδιομορφή (1,0,0) και την εφαπτομενική ιδιομορφή (3,1,0).

Απάντηση: Αξιοποιώντας τη μεθοδολογία που παρατίθεται σε προηγούμενες ενότητες, σχεδιάζουμε τις γραμμές ελαχίστης ταλάντωσης για την κάθε ιδιομορφή. Η (1,0,0) θα έχει μία γραμμή ελαχίστης ταλάντωσης κάθετη στον άξονα –x, και η (3,1,0) θα έχει 3 γραμμές ελαχίστης ταλάντωσης κάθετες στον άξονα –x και 1 γραμμή ελαχίστης ταλάντωσης κάθετη στον άξονα –y. Ακολουθώντας τον κανόνα για αλλαγή του προσήμου παιρνόντας από τις κομβικές γραμμές, συμαδεύουμε με + και – το κάθε ορθογώνιο σύμφωνα με τα παρακάτω διαγράμματα.



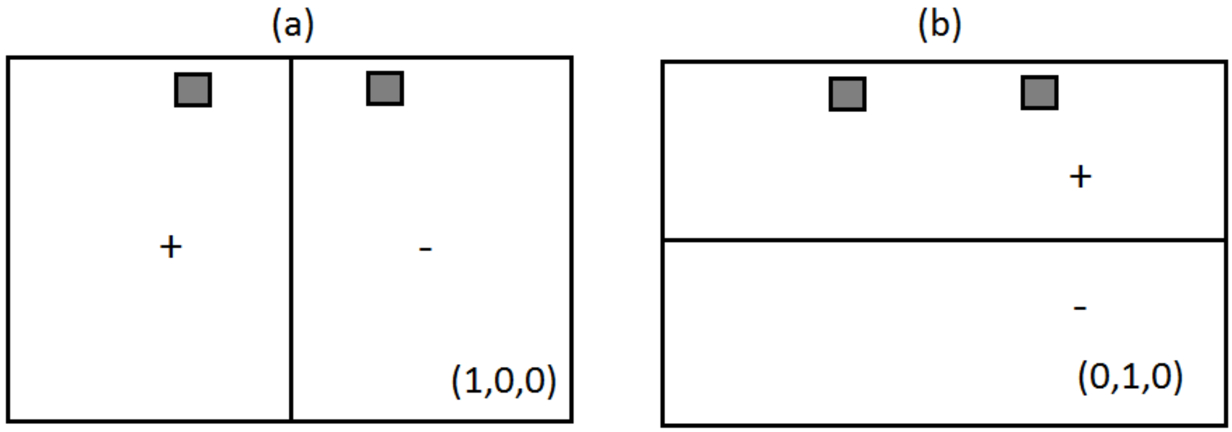
Σχήμα 7. Διάγραμμα μεταβολής της φάσης σε ένα ορθογώνιο χώρο για την (1,0,0) ιδιομορφή στο (a) και την (3,1,0) ιδιομορφή στο (b).

Παράδειγμα: Δίνεται ένα δωμάτιο διαστάσεων Lx=6, Ly=4, Lz=2,8 m. Έξετάζεται ένα σύστημα στερεοφωνικής αναπαραγωγής με δύο ίδια ηχεία τοποθετημένα στα σημεία (2, 3.5, 1.4) m και (4, 3.5, 1.4) m. Σχολιάστε το βαθμό που θα διεγείρεται κάθε μία από τις πρώτες αξονικές ιδιομορφές (1,0,0), (0,1,0) και (0,0,1).

Απάντηση: Γνωρίζοντας ότι η (1,0,0) θα έχει μία γραμμή ελαχίστης ταλάντωσης κάθετη στον άξονα –x, και ότι η (0,1,0) θα έχει μία γραμμή ελαχίστης ταλάντωσης κάθετη στον άξονα –y σχεδιάζουμε τους χάρτες μεταβολής της φάσης στο Σχήμα 8(a) και 8(b). Στα ίδια διαγράμματα, τοποθετούμε τις δύο ηχητικές πηγές. Υποθέτουμε ότι οι δύο πηγές θα έχουν το ίδιο σήμα εισόδου (αφού τροφοδοτούνται από το ίδιο πρόγραμμα) επομένως μπορούμε να υποθέσουμε ότι ισχύουν τα φαινόμενα δημιουργικής και καταστροφικής συμβολής που ξέρουμε για τις συσχετισμένες πηγές. Αναφορικά με την (1,0,0) στο (a), βλέπουμε ότι οι δύο πηγές είναι κατροπτικές ως προς τη γραμμή ελαχίστης ταλάντωσης, γεγονός που φανερώνει ότι θα διεγείρουν την (1,0,0) ακριβώς στον ίδιο βαθμό. Βλέπουμε όμως ότι βρίσκονται σε περιοχές αντίθετης φάσης, αρα η (1,0,0) θα ακυρωθεί, δηλαδή δε θα διεγερθεί καθόλου.

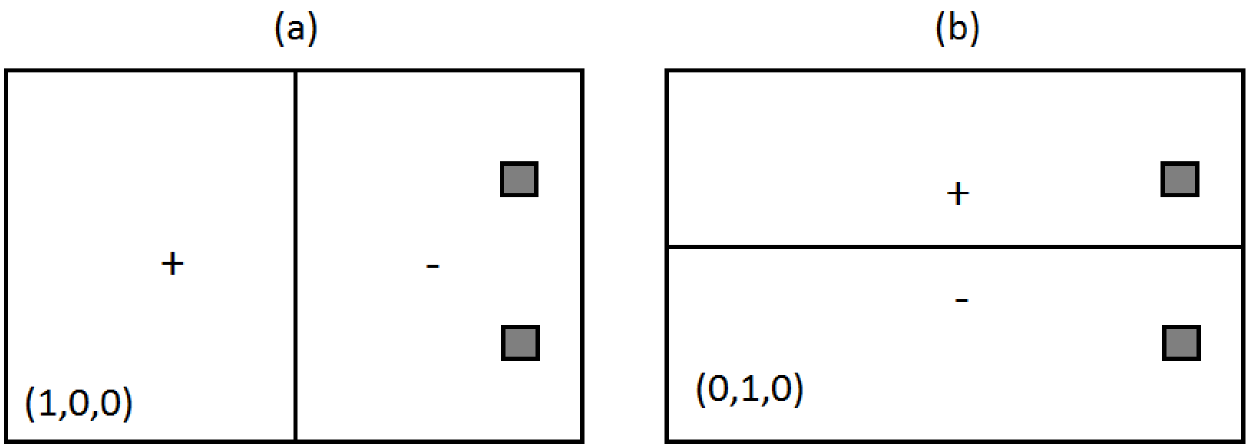
Αναφορικά με την (0,1,0) στο (β), βλέπουμε ότι οι δύο πηγές βρίσκονται στο ίδιο –y, επομένως θα διεγείρουν την (0,1,0) στον ίδιο ακριβώς βαθμό. Βρίσκονται σε περιοχές ίσης φάσης, άρα θα συμβάλουν δημιουργικά και η (0,1,0) θα διεγερθεί πλήρως.

Αναφορικά με την (0,0,1), καταλαβαίνουμε ότι πηγές θα βρίσκονται πάνω στο επίπεδο ελαχίστης ταλάντωσης της συγκεκριμένη ιδιομορφής (αφού ισχύει 1.4=Lz/2), άρα η (0,0,1) δε θα διεγείρεται καθόλου.



Σχήμα 8. Διάγραμμα μεταβολής της φάσης σε ένα ορθογώνιο χώρο για την (1,0,0) ιδιομορφή στο (a) και την (0,1,0) ιδιομορφή στο (b).

Παράδειγμα: Κάνετε το ίδιο με το προηγούμενο παράδειγμα, θεωρώντας τώρα ότι οι πηγές βρίσκονται στα σημεία (5.5, 1, 1.4) m και (5.5, 3, 1.4) m.



Σχήμα 9. Διάγραμμα μεταβολής της φάσης σε ένα ορθογώνιο χώρο για την (1,0,0) ιδιομορφή στο (a) και την (0,1,0) ιδιομορφή στο (b).

8) Η μέθοδος άθροισης των ιδιομορφών

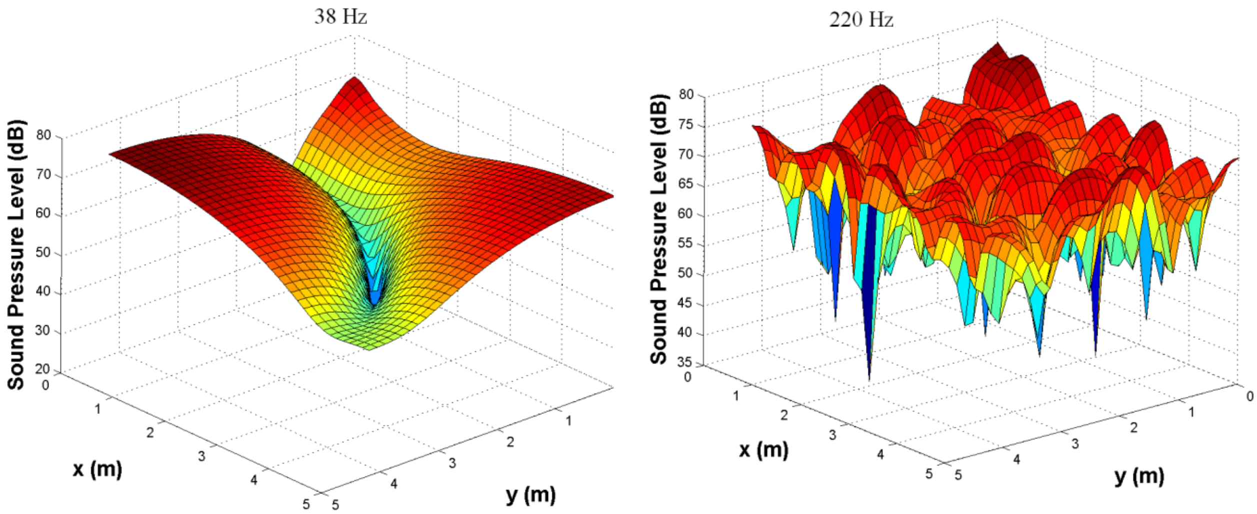
Όπως είπαμε, όλοι οι τρόποι ταλάντωσης συμβάλουνε στη δημιουργία του ηχητικού πεδίου στο ορθογώνιο δωμάτιο. Αν η πηγή λοιπόν είναι στο σημειο $\mathbf{r}_{πηγής}=(x_π , y_π ,z_π)$, και ο δέκτης στο σημείο $\mathbf{r}_{δέκτη}=(x_δ , y_δ ,z_δ)$, τότε η βαθμός διέγερσης και ο βαθμός ανίχνευσης της n-ιοστής ιδιομορφής εξαρτάται από το γινόμενο της σχέσης (5). Η ένταση με την οποία συμμετέχει η κάθε ιδιομορφή δεν είναι η ίδια. Αν η συχνότητα διέγερσης της πηγής $ω$ είναι κοντά στην ιδιοσυχνότητα $ω_n$, η συγκεκριμένη ιδιομορφή θα διεγερθεί πολύ πιο ισχυρά από τις άλλες. Η ένταση αυτή εξαρτάται από τον όρο

$$\frac{1}{2\omega_n\zeta_n + j(\omega^2 - \omega_n^2)}, \qquad (6)$$

όπου ζ_n είναι η *απόσβεση* ή *σταθερά εξασθένησης* της n-ιοστής ιδιομορφής η οποία εξαρτάται από τις ηχοαπορροφητικές ιδιότητες των τοιχωμάτων του χώρου. Όσο πιο μικρή η τιμή ζ_n τόσο μεγαλύτερη η ένταση και η οξύτητα του συντονισμού. Από τη σχέση (6) βλέπουμε ότι όσο πιο κοντά στη συχνότητα ω_n είναι η συχνότητα ω της πηγής, τόσο πιο μικρό το μέτρο του παρανομαστή και άρα τόσο μεγαλύτερη η συμμετοχή της n-ιοστής ιδιομορφής στη διαμόρφωση του ηχητικού πεδίου. Στις χαμηλές συχνότητες μάλιστα, όταν η συχνότητα της πηγής είναι ακριβώς ίδια με την ιδιοσυχνότητα n μπορούμε χωρίς μεγάλο σφάλμα να υποθέσουμε ότι το ηχητικό πεδίο εξαρτάται εξολοκλήρου από τη n-ιοστή ιδιομορφή και ότι η συμμετοχή των άλλων ιδιομορφών είναι αμελητέα, αφού για $\omega \neq \omega_n$ το μέτρο του παρανομαστή στη σχέση (6) δεν παίρνει τόσο μικρές τιμές. Για αυτό το λόγο μπορούμε να υπολογίζουμε τη σχετική μεταβολή στη στάθμη της ηχητικής πίεσης κατά τη μετακίνηση του δέκτη (ή της πηγής) από το ένα σημείο του χώρου στο άλλο παίρνοντας υπόψιν μόνο τη n-ιοστή κανονική συνάρτηση που αναφέρεται στην ιδιοσυχνότητα που μελετάμε (αυτό κάναμε στο τελευταίο παράδειγμα). Αν όμως η γωνιακή συχνότητα ω που μελετάμε δεν πέφτει ακριβώς πάνω σε κάποια ιδιοσυχνότητα ω_n, τότε θα πρέπει να ληφθεί υπόψιν ένας μεγάλος αριθμός από ιδιομορφές που έχουν ιδιοσυχνότητες κοντά στη συχνότητα διέγερσης ω. Εν τέλει, το ηχητικό πεδίο για οποιαδήποτε συχνότητα ω μπορεί να υπολογιστεί με βάση τη σχέση

$$p\left(\omega, \mathbf{r}_{\pi\eta\gamma\acute{\eta}\varsigma}, \boldsymbol{r}_{\delta\acute{\varepsilon}\kappa\tau\eta}\right) = \rho c^2 \frac{q\omega}{V} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\Psi_n(\mathbf{r}_{\pi\eta\gamma\acute{\eta}\varsigma})\Psi_n(\mathbf{r}_{\delta\acute{\varepsilon}\kappa\tau\eta})}{2\omega_n\zeta_n + j(\omega^2 - \omega_n^2)}, \qquad (7)$$

όπου βλέπουμε ότι θεωρητικά συμμετέχουν όλες οι ιδιομορφές από 0 έως άπειρο. Για την εξίσωση (7) έχει υποτεθεί ότι έχουμε σημειακή ηχητική πηγή με ηχητική δύναμη q. Το A_n, είναι μια σταθερά που καθορίζει την ενέργεια που περιέχει κάθε ιδιομορφή, αφού όπως είδαμε αξονικές, εφαπτομενικές και πλάγιες ιδιομορφές περιέχουν διαφορετική ενέργεια λόγο του τρόπου με τον οποίο δημιουργούνται. Ας σημειώσουμε τέλος ότι στην παραπάνω εξίσωση συμμετέχει και ο όγκος του δωματίου V καθώς και η πυκνότητα ρ και η ταχύτητα του ήχου c. Από την εξίσωση (7) βλέπουμε τέλος τον λόγο για τον οποίο είναι αδύνατον να συναντήσουμε μηδενική ακουστική πίεση σε κάποιο σημείο του χώρου. Αν ένας δέκτης βρίσκεται πάνω σε κομβική γραμμή της ιδιομορφής n και ρυθμίσουμε τη συχνότητα ω της πηγής να είναι ίση με την ω_n, ναι μεν θα έχουμε μηδενική συνεισφορά από τη συγκεκριμένη ιδιομορφή, αλλά θα έχουμε μη μηδενική συνεισφορά από τις υπόλοιπες κοντινές ιδιομορφές που διεγείρονται κοντά στη συχνότητα ω_n. Στα παρακάτω διαγράμματα απεικονίζεται η χωρική κατανομή της ηχητικής πίεσης σε dB σε ένα δωμάτιο για δύο συχνότητες, 38 και 220 Hz που δε συμπέφτουν με κάποια ιδιοσυχνότητα. Στα συγκεκριμένα διαγράμματα η πηγή είναι τοποθετημένη στη γωνία κοντά στο (0,0,0) m. Φαίνεται ότι το ηχητικό πεδίο διαμορφώνεται από τη συνεισφορά πολλών διαφορετικών ιδιομορφών (ειδικά στα 220 Hz) και ότι δεν είναι πλέον συμμετρικό. Το αντίθετο συμβαίνει στα διαγράμματα του σχήματος 2 όπου η συχνότητα διέγερσης συμπίπτει με ιδιοσυχνότητες του δωματίου.



Σχήμα 10. Χωρική κατανομή της ηχητικής πίεσης σε ορθογώνιο δωμάτιο για συχνότητες διέγερσης που δε συμπίπτουν με ιδιο-συχνότητες του δωματίου.