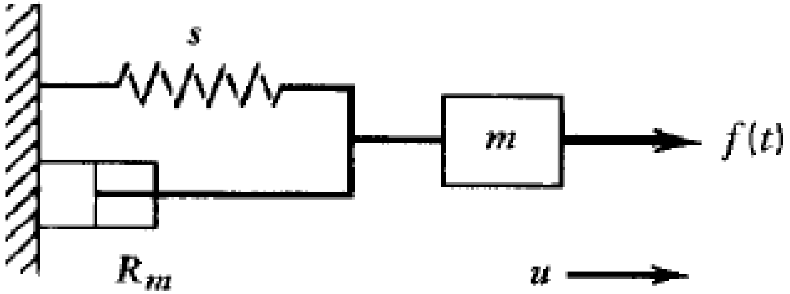


Figure 1.7.1 Schematic representation of a damped, forced oscillator consisting of a mass m driven by a force $f(t)$ attached to a spring of spring constant s and a dashpot with mechanical resistance R_m.

Εφαρμογές

- Δυναμικά συστήματα
  - Μηχανικά – Ηλεκτρικά συστήματα
  - Φυσικά συστήματα
  - Βιολογία
  - Οικονομία

- Μηχανικά συστήματα
  - Διαπασών
  - Ταλαντώσεις κατασκευών
  - Ηλεκτροδυναμικά ηχεία
  - Ακουστικός συντονισμός σε κλειστούς χώρους

- Ηλεκτρονικά κυκλώματα
  - Αναλογικά φίλτρα

Undamped oscillation	Ανεμπόδιστη ταλάντωση
Damped oscillation	Αποσβένουσα ταλάντωση
Forced oscillation	Εξαναγκασμένη ταλάντωση
Mass, spring, mechanical resistance	Μάζα, ελατήριο, μηχανική αντίσταση
Transient response	Μεταβατική απόκριση
Steady response	Μόνιμη απόκριση

Σχέση μεταξύ μετατόπισης, ταχύτητας και επιτάχυνσης

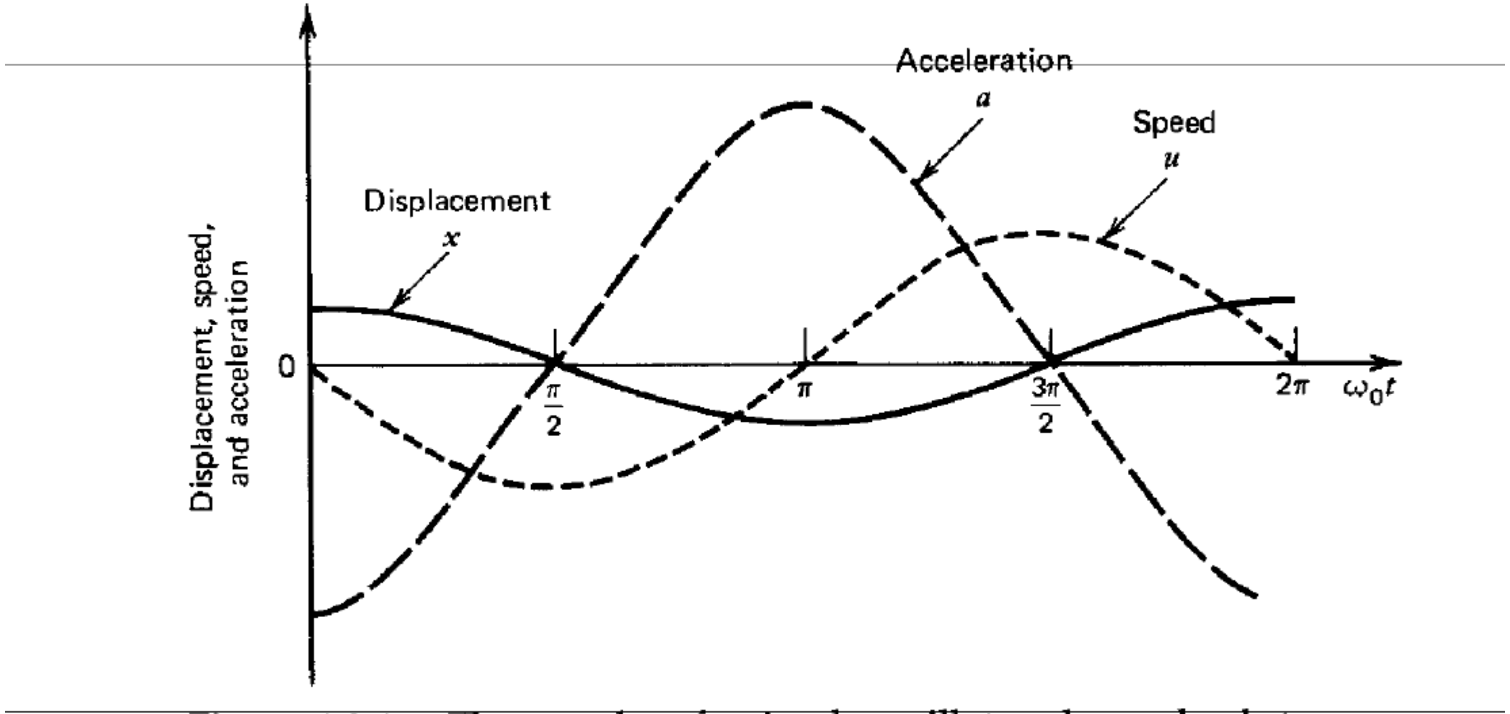


Figure 1.3.1 The speed u of a simple oscillator always leads to the displacement x by 90°. Acceleration a and displacement x are always 180° out of phase with each other. Plotted curves correspond to $\phi = 0°$

link

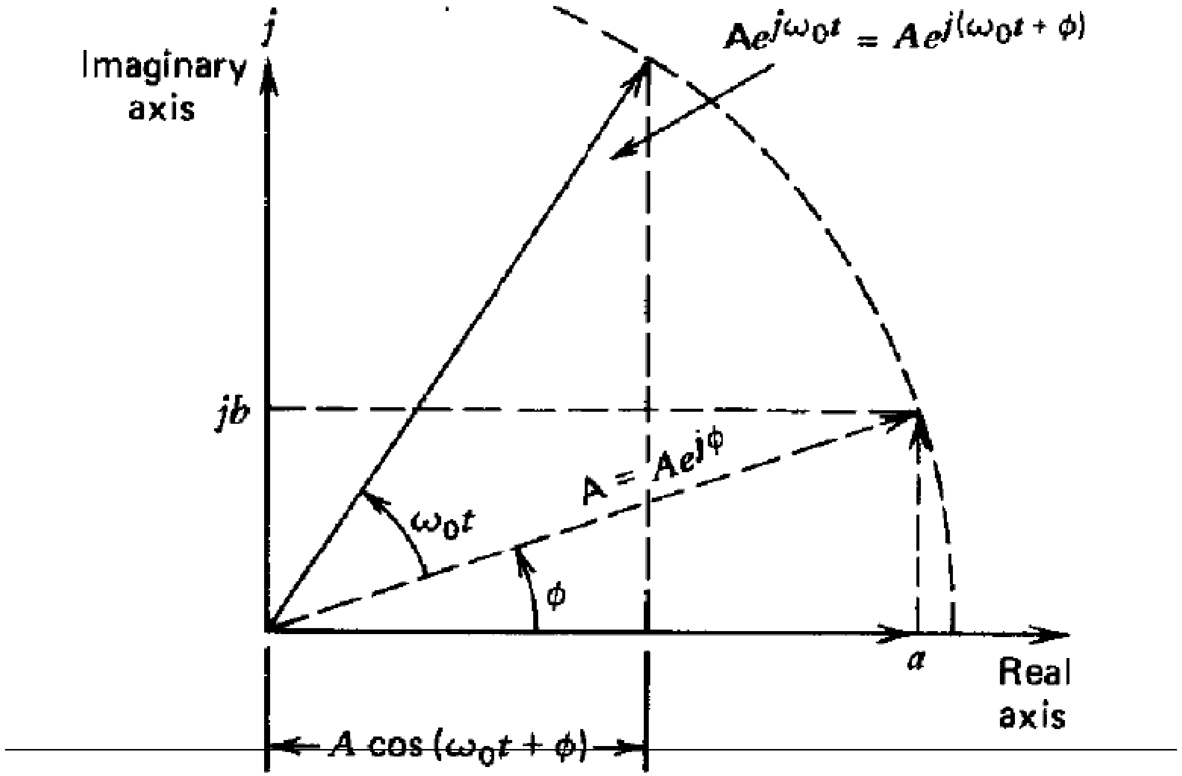


Figure 1.5.1 Physical representation of a phasor $A\exp[j(\omega_0 t + \phi)]$.

Μετατόπιση συναρτήσει του χρόνου για διάφορες τιμές του λόγου β/ω_0.

link

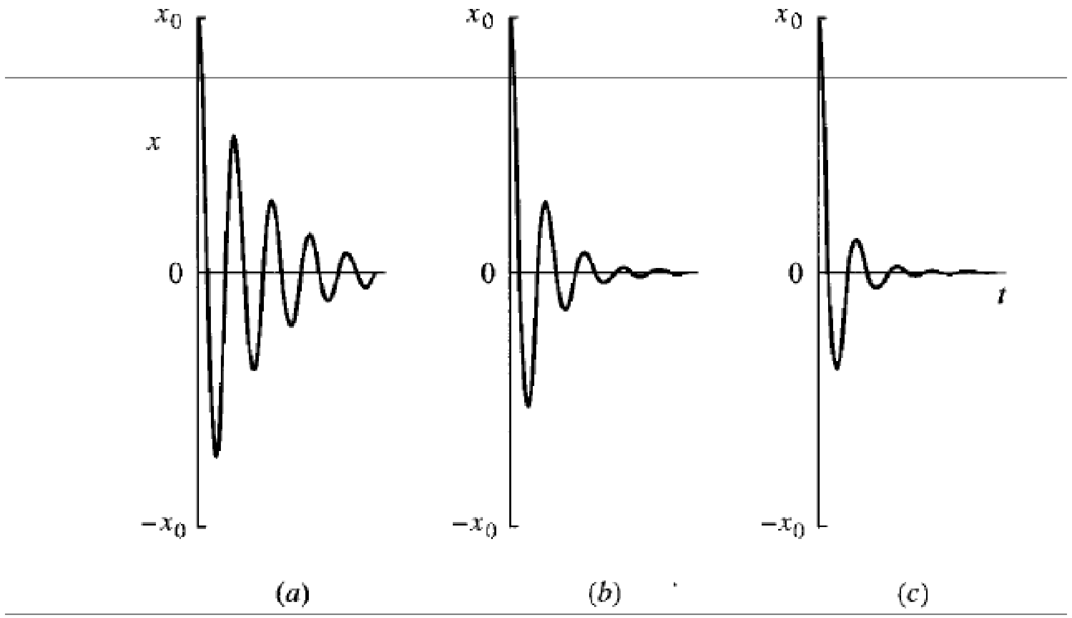
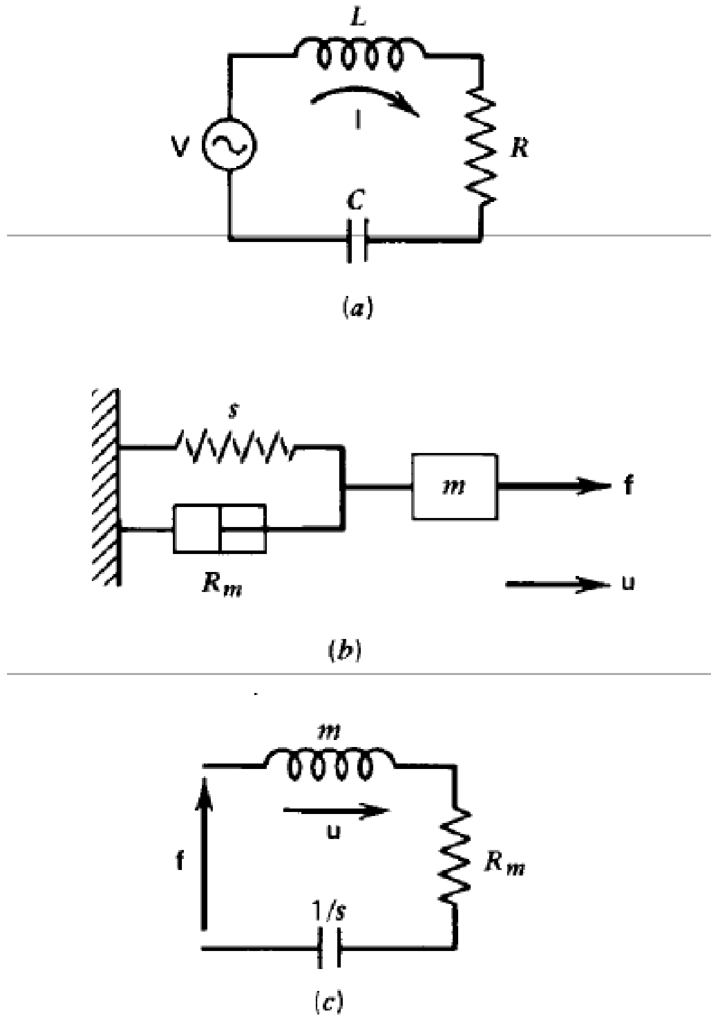


Figure 1.6.2 Decay of an underdamped, free oscillator. Initial conditions: $x_0 = 1$ and $u_0 = 0$. (*a*) $\beta/\omega_0 = 0.1$. (*b*) $\beta/\omega_0 = 0.2$. (*c*) $\beta/\omega_0 = 0.3$.

Ηλεκτρικό ανάλογο μηχανικού συστήματος



Εξαναγκασμένη ταλάντωση

Διεγείρουσα δύναμη

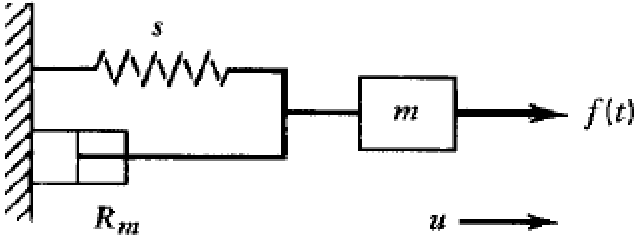


Figure 1.7.1 Schematic representation of a damped, forced oscillator consisting of a mass m driven by a force $f(t)$ attached to a spring of spring constant s and a dashpot with mechanical resistance R_m.

Συχνότητα διεγείρουσας δύναμης

$$\boxed{m\frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2} + R_m\frac{d\mathbf{x}}{dt} + s\mathbf{x} = Fe^{j\omega t}}$$

Εξαναγκασμένη ταλάντωση (μόνιμη κατάσταση)

$$\boxed{m\frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2} + R_m\frac{d\mathbf{x}}{dt} + s\mathbf{x} = Fe^{j\omega t}}$$

complex displacement

$$\mathbf{x} = \frac{1}{j\omega}\frac{Fe^{j\omega t}}{R_m + j(\omega m - s/\omega)}$$

complex speed

$$\mathbf{u} = \frac{Fe^{j\omega t}}{R_m + j(\omega m - s/\omega)}$$

Εξαναγκασμένη ταλάντωση (μόνιμη κατάσταση)

complex displacement

$$\mathbf{x} = \frac{1}{j\omega} \frac{Fe^{j\omega t}}{R_m + j(\omega m - s/\omega)}$$

complex speed

$$\mathbf{u} = \frac{Fe^{j\omega t}}{R_m + j(\omega m - s/\omega)}$$

$$\boxed{\mathbf{Z}_m = \mathbf{f}/\mathbf{u}}$$

complex mechanical input impedance $\mathbf{Z}_m$ of the system

$$\mathbf{Z}_m = R_m + jX_m$$

where the *mechanical reactance* X_m is

$$X_m = \omega m - s/\omega$$

Εξαναγκασμένη ταλάντωση (μεταβατική απόκριση)

Γενικά $\omega_d \neq \omega$

$$x = Ae^{-\beta t}\cos(\omega_d t + \phi) + (F/\omega Z_m)\sin(\omega t - \Theta)$$

link

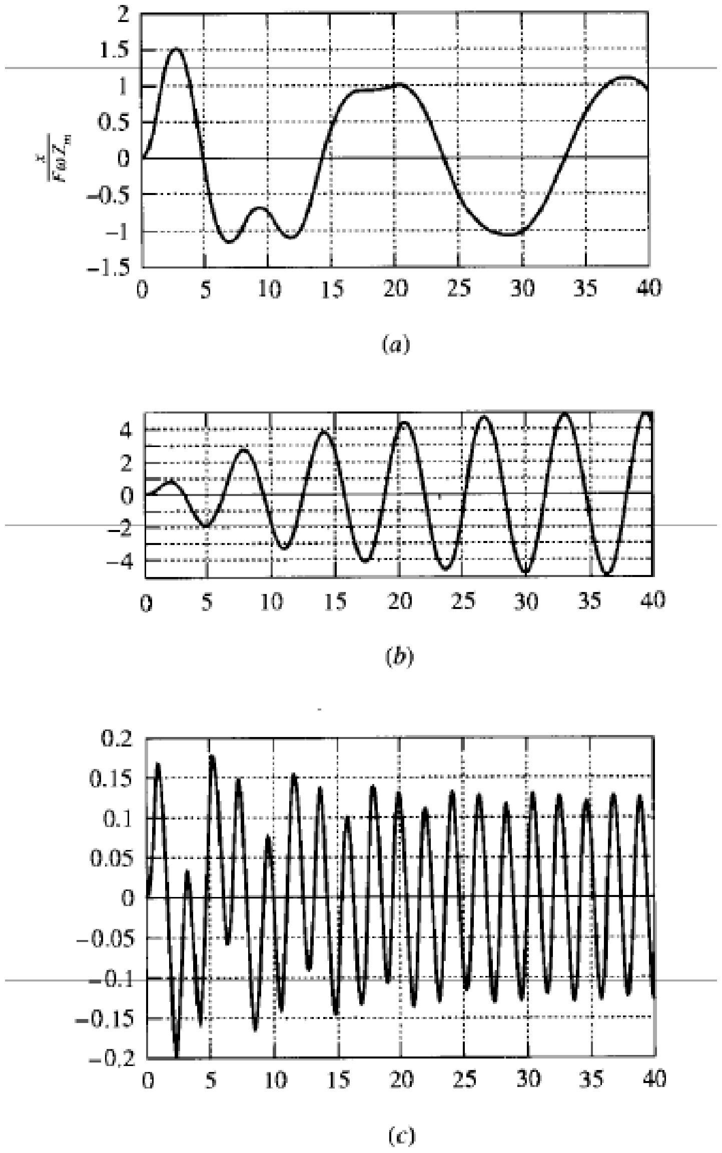


Figure 1.8.1 Transient response of a damped, forced oscillator with $\beta/\omega_d = 0.1$, $x_0 = 0$, and $u_0 = 0$. (a) $\omega/\omega_d = \frac{1}{3}$. (b) $\omega/\omega_d = 1$. (c) $\omega/\omega_d = 3$.

Συντονισμός

Συμβαίνει όταν η μιγαδική ανάδραση γίνεται ίση με 0, δηλαδή όταν $\omega = \sqrt{s/m} = \omega_0$.

Σε αυτήν την περίπτωση, η μετατόπιση και η ταχύτητα δίνονται από τους τύπους:

$$u(t) = \frac{F}{R_m} cos\omega_0 t$$

$$x(t) = \frac{F}{\omega_0 R_m} sin\omega_0 t$$

complex mechanical input impedance $\mathbf{Z}_m$ of the system

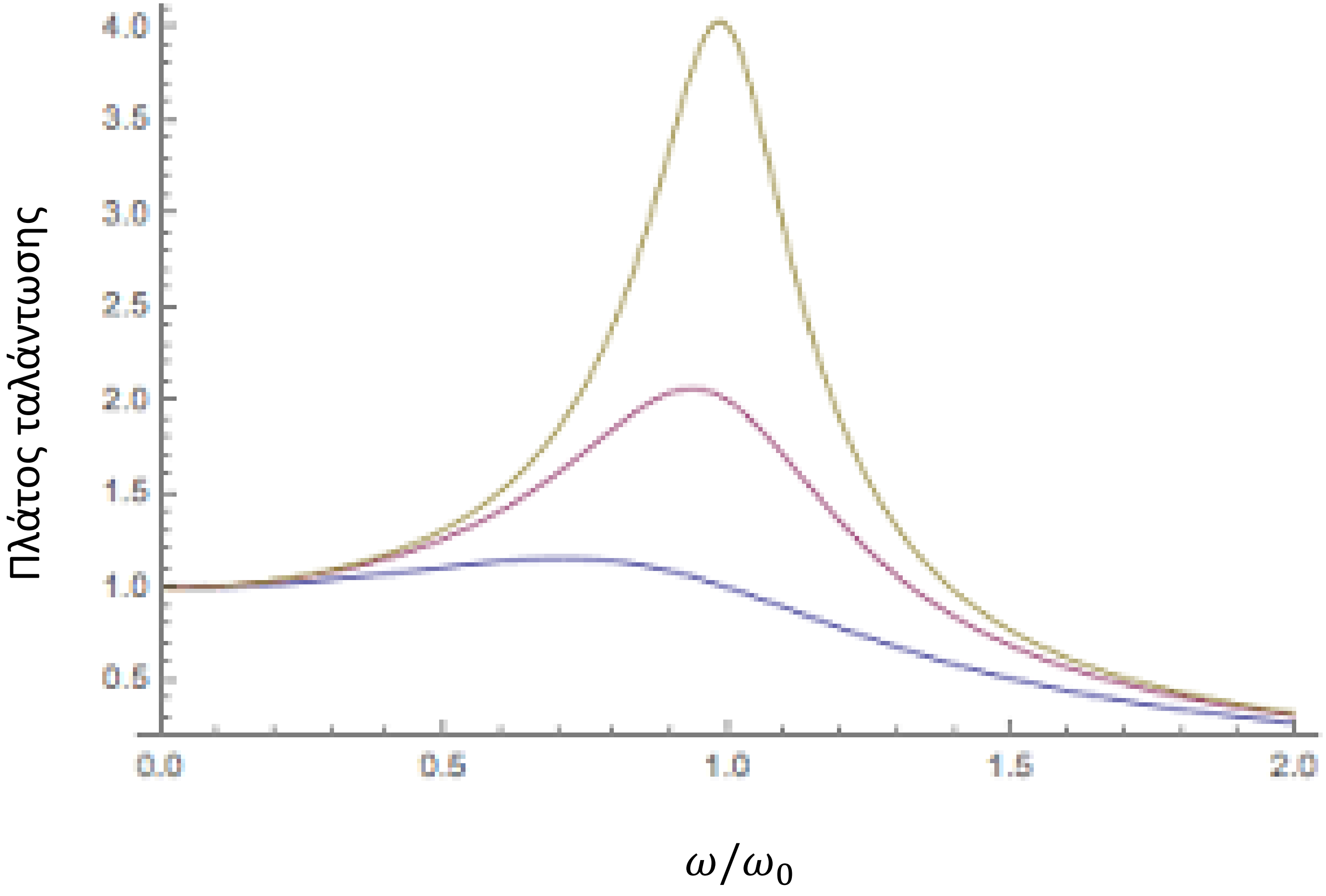
$$\mathbf{Z}_m = R_m + jX_m$$

where the *mechanical reactance* X_m is

$$X_m = \omega m - s/\omega$$

Συντονισμός

Η οξύτητα (sharpness) του συντονισμού εξαρτάται από το λόγο $\frac{R_m}{m}$. Όσο πιο μικρός ο λόγος, τόσο πιο οξύς ο συντονισμός.



Άσκηση:

Σας δίνεται ένα αρχείο python (mechanical_oscillations.py) το οποίο προσομοιώνει μηχανικό σύστημα με μάζα, ελατήριο και μηχανική αντίσταση, παράγοντας διαγράμματα της θέσης και ταχύτητας του σώματος συναρτήσει του χρόνου.

Με βάση το αρχείο python που σας δίνεται:

1) Τροποποιήστε τις τιμές της μάζας, ενδοτικότητας ή μηχανικής αντίστασης ώστε το σώμα να μην εκτελεί ταλάντωση αλλά να επιστρέφει ασυμπτωτικά στο σημείο ηρεμίας. Παραθέστε τα σχετικά διαγράμματα που απεικονίζουν αυτή τη συμπεριφορά και επιβεβαιώστε με βάση τη θεωρία το λόγο που αυτή η συμπεριφορά είναι αναμενόμενη.

2) Έχοντας θέσει m=0,1, s=1000 και Rm=0.1, τροποποιήστε τον κώδικα ώστε το δυναμικό σύστημα να έχει μηδενικές αρχικές συνθήκες και να δέχεται μια διεγείρουσα δύναμη η οποία να ξεκινάει τη χρονική στιγμή t=0 και να τελειώνει τη χρονική στιγμή t=4 s. Η διεγείρουσα να περιγράφεται συναρτήσει του χρόνου από τη συνάρτηση 0.1cos(ωt) για γωνιακή ταχύτητα ω=140rad/s. Καταστρώστε το γράφημα με την μετατόπιση και ταχύτητα του συστήματος συναρτήσει του χρόνου και εξηγείστε με βάση αυτό αν επιβεβαιώνεται η θεωρία. Κάνετε έπειτα ακριβώς το ίδιο για την περίπτωση που η γωνιακή ταχύτητα της διεγείρουσας δύναμης είναι ω=100rad/s.

Python

- python3 preferred to python2
- Google “install python3 with anaconda”
- Editors: many choices, I would suggest spyder (comes with anaconda)
- Numpy basics: https://www.oreilly.com/library/view/python-for-data/9781449323592/ch04.html

Sound synthesis based on ODEs

- https://www.jstor.org/stable/43829277
- http://users.ics.forth.gr/nstefana/cmj2015