

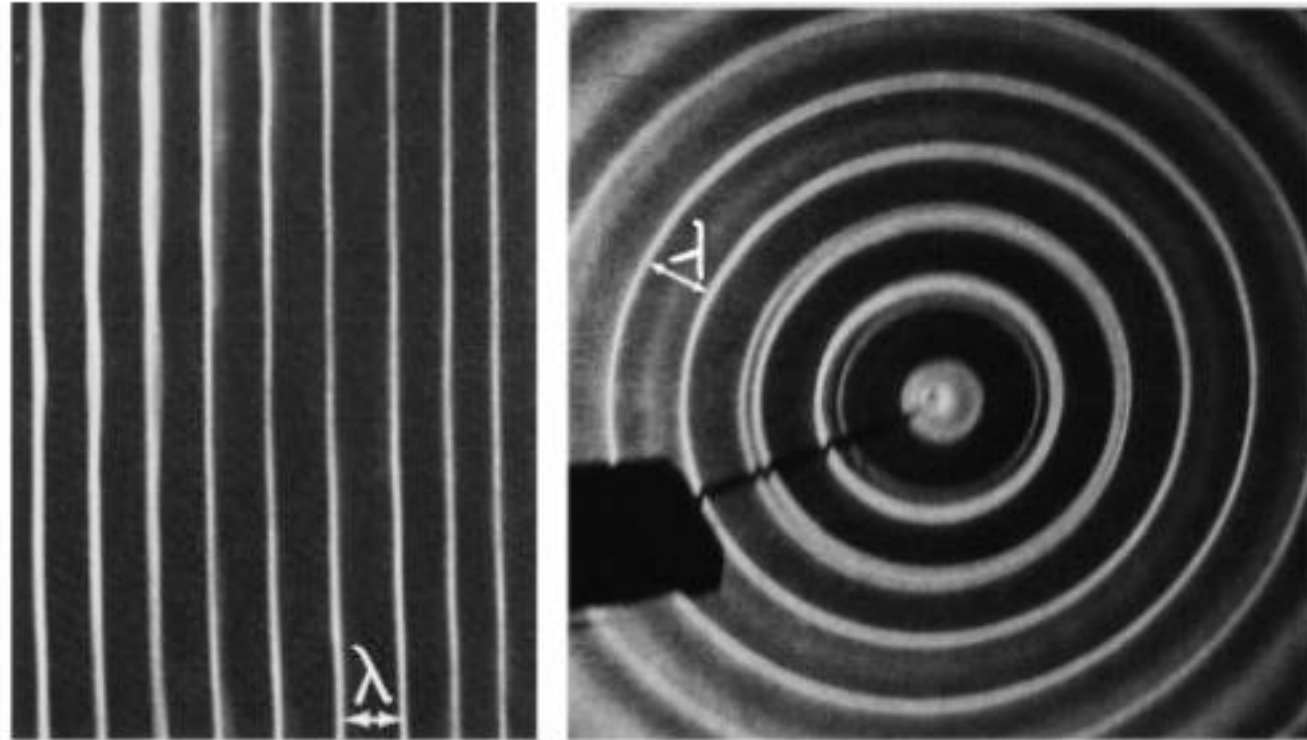
# Μάθημα 3

Κυματική εξίσωση και επίπεδα κύματα

## Άσκηση 1

Έστω ότι έχω ένα επίπεδο κύμα του οποίου η λύση δίνεται από την  $p(x, t) = p_0 e^{j(\omega t - kx)}$ . Χρησιμοποιώντας την εξίσωση Euler για επίπεδο κύμα,  $\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x}$  αποδείξτε ότι η σωματιδιακή ταχύτητα δίνεται από τον τύπο  $u(x, t) = \frac{p(x, t)}{\rho c}$ .

# Επίπεδο κύμα και σφαιρικό κύμα



# Analytical solutions of the wave equation

- [Plane wave](#)
- Spherical source
- Cylindrical source
- Circular piston in infinite baffle
- Point source(s)
- 1-D standing wave
- 2-D standing waves
- Modal behavior in rectangular room

# Επίπεδα κύματα και ανάκλαση

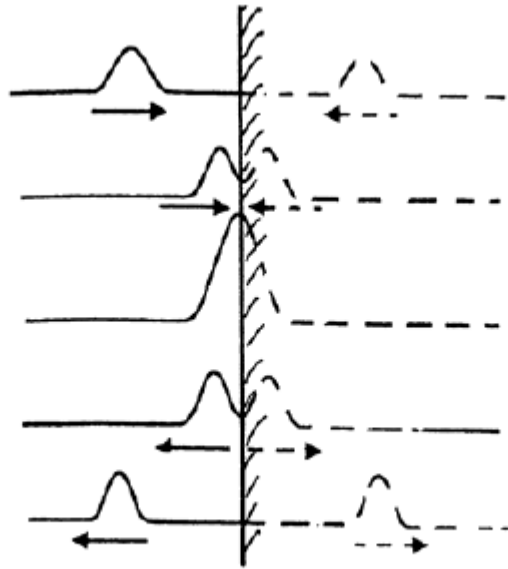


Figure 2.8 Sound pressure in a wave that is reflected from a rigid surface. (Adapted from ref. [2].)

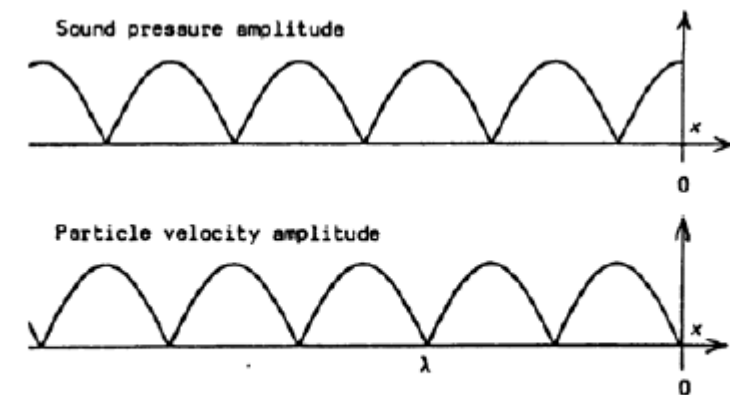


Figure 2.9 Standing wave pattern caused by reflection from a rigid surface at  $x = 0$ .

# Acoustical resonance

- The standing wave phenomenon can be observed in a tube terminated by a rigid cap. When the length of the tube  $L$  equals an odd-numbered multiple of a quarter of a wavelength the sound pressure is zero at the input, which means that it would take very little force to drive a piston here. This is an example of an acoustic resonance. In this case, it occurs at the frequency  $f_0 = \frac{c}{4L}$ , and at odd-numbered multiples of this frequency,  $3f_0, 5f_0, 7f_0$ , etc.

Χρησιμοποιώντας την εκθετική συνάρτηση δημιουργήστε κώδικα ο οποίος να αναπαριστά την μεταβολή της ακουστικής πίεσης συναρτήσει των χωρικών συντεταγμένων  $x$  και  $y$  για αρμονικό επίπεδο κύμα το οποίο ταξιδεύει κατά την κατεύθυνση  $\theta$ . Θεωρείστε ορθογώνιο πλέγμα  $0 < x < 4$  m και  $-2 < y < 2$  m.

Θεωρείστε τις παρακάτω παραμέτρους

- $t$ : χρόνος
- $f$ : συχνότητα
- $amplitude$ : πλάτος κύματος
- $c=340$ : ταχύτητα ήχου

# Χρήσιμες εντολές

- Πραγματικοί αριθμοί
  - `c=343, f=250, x=1.0, y=0.23` κλπ
- Μιγαδικοί αριθμοί
  - `z=2.0+4.0j`
  - `z.real=2, z.imag=4, np.abs(z)`
- Μοναδιαία ή μηδενικά διανύσματα ή πίνακες
  - `np.ones(5,1), np.zeros(1,4), 0.425*np.ones(5,1), 5*np.ones(15,4)`, κλπ
- Διάσταση διανύσματος ή πίνακα
  - `R=len(x), np.shape(X)`



# Χρήσιμες εντολές

- Δημιουργία πίνακα μίας διάστασης (1D)
  - `t=np.arange(t_start,t_end,step)`
  - `x=np.arange(x_start,x_end,step)`
  - `y=np.arange(y_start,y_end,step)`
- Δημιουργία πίνακα 2D  
`[X,Y]=np.meshgrid(x,y)`, με  $X, Y$  πλέον πίνακες διάστασης  $N_x \times N_y$
- Ημητονικές συναρτήσεις
  - $\cos\theta, \theta = 30^\circ$ : `np.cos(theta*np.pi/180)`
  - $\sin\theta, \theta = 30^\circ$ : `np.sin(theta*np.pi/180)`
- Exponential functions  
 $e^{j\omega t}, e^{jkx}, e^{j(\omega t - kx)}$   
`np.exp(1j*omega*t), np.exp(1j*k*x), np.exp(1j*(omega*t-k*x)),`

# Εργασία 2

Αρμονικό επίπεδο κύμα το οποίο διαδίδεται κατά την κατεύθυνση  $\vartheta$  προσπίπτει πάνω σε επίπεδη ανακλαστική επιφάνεια. Θεωρώντας ότι η επιφάνεια εκτείνεται κατά το επίπεδο  $yz$  και βρίσκεται στο  $x_R=4$  m, δημιουργείστε κώδικα που να αναπαριστά το πραγματικό μέρος και το πλάτος του ηχητικού πεδίου συναρτήσει των συντεταγμένων  $x$  και  $y$  πλησίον του επιπέδου ανάκλασης. Μεταβλητές που μπορούν να μεταβάλλονται ας είναι: ο συντελεστής ανάκλασης  $R$ , η κατεύθυνση  $\vartheta$ , το πλάτος του κύματος  $p_i$  και η γωνιακή συχνότητα  $\omega$ .

1) Για συχνότητα  $f=300$  Hz και  $R=1$ , δημιουργείστε διαγράμματα με τις διακυμάνσεις του πλάτους για  $\vartheta=\{15,60$  και  $85\}$  μοίρες και εξηγήστε με δικά σας λόγια τι παρατηρείτε.

2) Επαναλαμβάνοντας για τιμές του  $R$  μικρότερες του 1, εξηγήστε πως η τιμή του συντελεστή ανάκλασης επηρεάζει τις διακυμάνσεις του πλάτους στο ηχητικό πεδίο.

Δίνεται η εξίσωση που περιγράφει το ηχητικό πεδίο συναρτήσει του πλάτους του προσπίπτων κύματος  $p_i$ , της γωνιακής συχνότητας  $\omega$  και του συντελεστή ανάκλασης  $R$

$$p(x, y, t) = p_i (e^{j(\omega t - k_x(x - x_R) - k_y y)} + R e^{j(\omega t + k_x(x - x_R) - k_y y)})$$

Σημείωση: μαζί με τη κείμενο, ανεβάστε και τον σχετικό κώδικα που φτιάξατε στην Python.