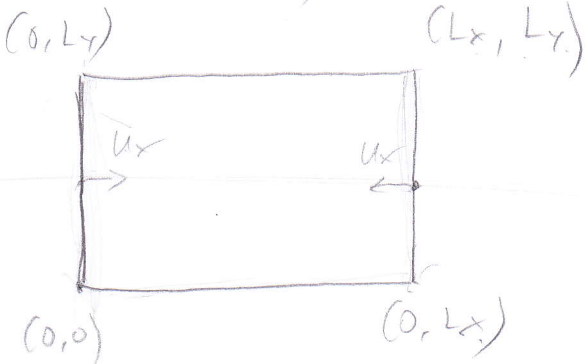
# Μάθημα 9ο 22/12/21

Κυματική εξίσωση

(1) $$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z} = k^2 p \quad \left(k = \frac{\omega}{c}\right)$$

Ορθογώνιο δωμάτιο:




Συνοριακές συνθήκες

$u_x = 0$ άρα $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ για $x = 0$ και $x = L_x$

$u_y = 0$ άρα $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ για $y = 0$ και $y = L_y$

$u_z = 0$ άρα $\frac{\partial p}{\partial z} = 0$ για $z = 0$ και $z = L_z$

Διαχωρισμός των μεταβλητών $P(x, y, z, \omega, t) =$

$$P(x, y, z, t) = X(x)Y(y)Z(z)e^{j\omega t}$$

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} Y(y) Z(z) e^{j\omega t} \\
\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} X(x) Z(z) e^{j\omega t} \\
\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} &= \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} X(x) Y(y) e^{j\omega t}
\end{aligned}\right\} = k^2 X(x) Y(y) Z(z) e^{j\omega t}$$

Πολλαπλασιάζω και τα δύο μέλη με $\frac{1}{X(x)Y(y)Z(z)}$

$$\frac{1}{X(x)}\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2}+\frac{1}{Y(z)}\frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2}+\frac{1}{Z(z)}\frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2}=k^2$$

σταθερός!

άρα $\frac{1}{X(x)}\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2}=k_x^2$

$\frac{1}{Y(y)}\frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2}=k_y^2$ έτσι ώστε $k_x^2+k_y^2+k_z^2=k^2$

$\frac{1}{Z(z)}\frac{\partial^2 Z(z)}{\partial y^2}=k_z^2$

Λύση της διαφορικής $\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}=a^2 f(x)$

Άρα, για την

$$\boxed{\begin{aligned} X(x) &= A_x\cos(k_x x+\varphi)\\ Y(y) &= A_y\cos(k_y y+\varphi)\\ Z(z) &= A_z\cos(k_z z+\varphi)\end{aligned}}$$

Αξιοποιώ τις συνοριακές συνθήκες

Για $x=0$ ή $x=L_x$ $\frac{\partial X(x)}{\partial x}=0$ (2)

$$A_x k_x \sin(k_x x+\varphi)=0$$

Για $x=0$ $A k_x \sin(0+\varphi)=0$ άρα $\varphi=0$

Για $x=L_x$ $k_x L_x = n\pi$ όπου $n=0,1,2,\dots,N$

$k_x = \frac{n\pi}{L_x}$, $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$

$k_y = \frac{n\pi}{L_y}$, $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Δεν περιέχει όρους της μορφής $e^{-jkx}$ ή $e^{-jkr}$

$k_z = \frac{n\pi}{L_z}$, $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Άρα έχουμε μερικές λύσεις της μορφής

$$p_{n_x, n_y, n_z}(x, y, z, t) = A \cos\left(\frac{n_x \pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{n_y \pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{n_z \pi z}{L_z}\right) e^{j\omega t}$$

στάσιμο κύμα

$(n_x, n_y, n_z)$

$$f_{(n_x, n_y, n_z)} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{L_z}\right)^2}$$

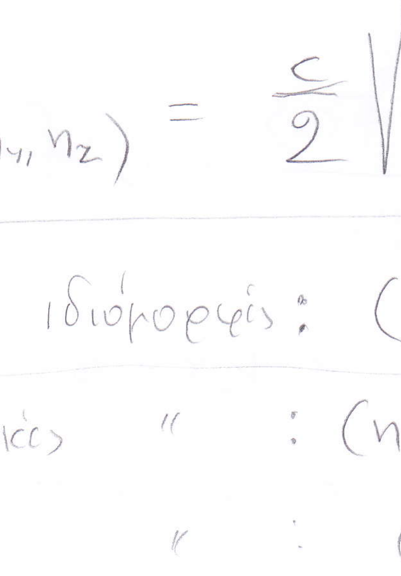
---

αξονικές ιδιομορφές: $(n_x, 0, 0)$ ή $(0, n_y, 0)$ ή $(0, 0, n_z)$

εφαπτομενικές " : $(n_x, n_y, 0)$ ή $(n_x, 0, n_z)$ ή $(0, n_y, n_z)$

πλάγιες " : $(n_x, n_y, n_z)$

α = συντ. απορρόφησης




$$10 \log \frac{D(1-\alpha)^2}{D(1-\alpha)^4}$$

$$10 \log D(1-\alpha)^2 - 10 \log D(1-\alpha)^4$$

$D(1-\alpha)(1-\alpha)(1-\alpha)$

$D(1-\alpha)^N$

KUBOS

$L_x = L_y = L_z$

$f(n,0,0) =$
$f(0,n,0) =$
$f(0,0,n)$

80 (1,0,0)
80 (0,1,0)
80 (0,0,1)

$L_x = 2L_y$

$f(1,0,0) = f(0,2,0)$

$f(2,0,0) = f(0,4,0)$

Ομοιόμορφη κατανομή

$$\frac{L_y}{L_z} = \frac{1.28}{1} \qquad \frac{L_x}{L_z} = \frac{1.54}{1}$$