

Στατιστικές Υποθέσεις

*(Ερευνητικά Ερωτήματα / Υποθέσεις προς
επιβεβαίωση)*

Συσχετίσεις μεταξύ μεταβλητών (ερωτήσεων)

Ερευνητικά ερωτήματα

- Πριν να κάνουμε μια μελέτη (π.χ. πτυχιακή εργασία) έχουμε στο μυαλό μας κάποια ερωτήματα, που θα εξεταστούν στη διάρκεια της μελέτης
- Π.χ. έχει σχέση το φύλο με την κατάθλιψη, η ηλικία με το βαθμό άγχους, η κατανάλωση αλκοόλ με την κατάθλιψη;....
- Σχέση – Συσχέτιση

Τι είναι Συσχέτιση;

- Έστω ότι έχουμε δύο ερωτήσεις Q1, Q2
- Θέλουμε να δούμε αν αυτές οι ερωτήσεις έχουν κάποια σχέση μεταξύ τους
- Σχέση σημαίνει πως οι απαντήσεις στην Q1, επηρεάζουν, καθορίζουν ή μπορεί και να προβλέπουν σε κάποιο βαθμό και τις απαντήσεις στην Q2
- Π.χ. αν η μια ερώτηση αφορά το κάπνισμα και η άλλη το αλκοόλ, θέλουμε να δούμε αν όσοι καπνίζουν περισσότερο, μήπως καταναλώνουν και περισσότερο αλκοόλ (ή λιγότερο);

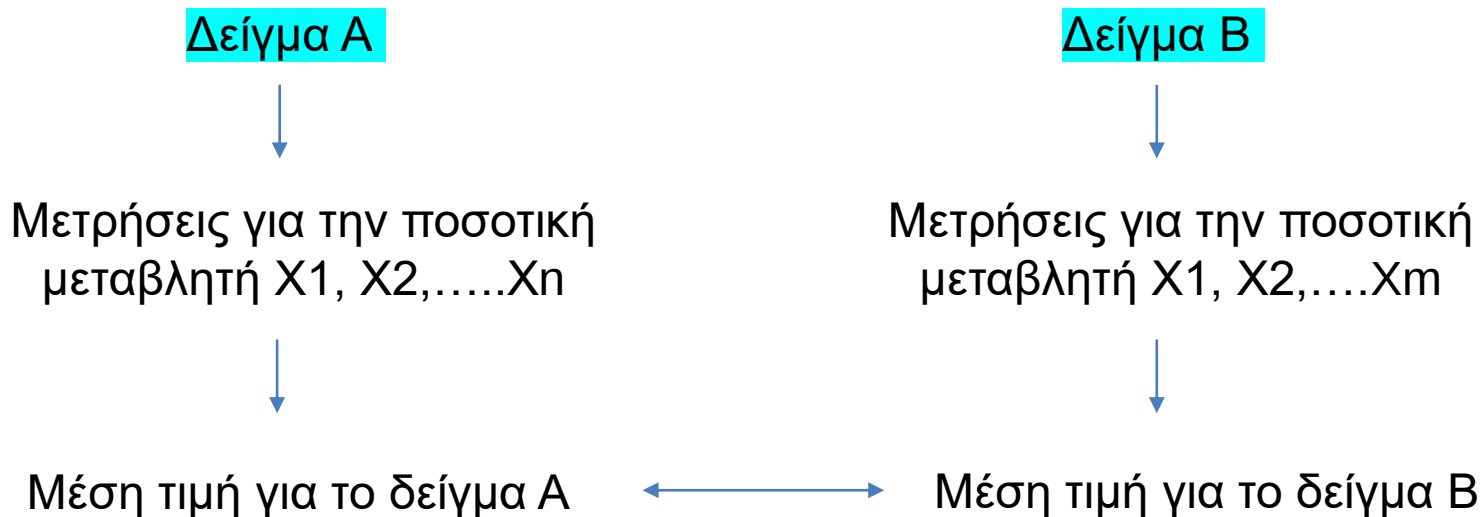
Περιπτώσεις (ανάλογα με τον τύπο των ερωτήσεων)

1. Ποιοτική με Ποσοτική
2. Ποσοτική με Ποσοτική
3. Ποιοτική με Ποιοτική

Περίπτωση 1: Ποιοτική με Ποσοτική

- Έστω ότι η μία ερώτηση Q1 είναι **ποιοτική** (ονομαστική ή διατάξιμη) και η Q2 είναι **ποσοτική**
- Τότε **ΣΧΕΣΗ** μεταξύ των ερωτήσεων, σημαίνει πως οι απαντήσεις στην Q2, κατά μέσο όρο, είναι διαφορετικές ανάμεσα στις κατηγορίες της Q1
- Δηλαδή??

Αν η ποιοτική ερώτηση αν έχει 2 δυνατές απαντήσεις, χωρίζει το δείγμα μας σε ομάδες A και B – οπότε με το σχήμα παρακάτω είναι σαν να έχουμε 2 δείγματα, στα οποία μετρήσαμε την ποσοτική μεταβλητή



ΣΥΓΚΡΙΣΗ – ΕΙΝΑΙ ΙΣΕΣ ΟΙ ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ;

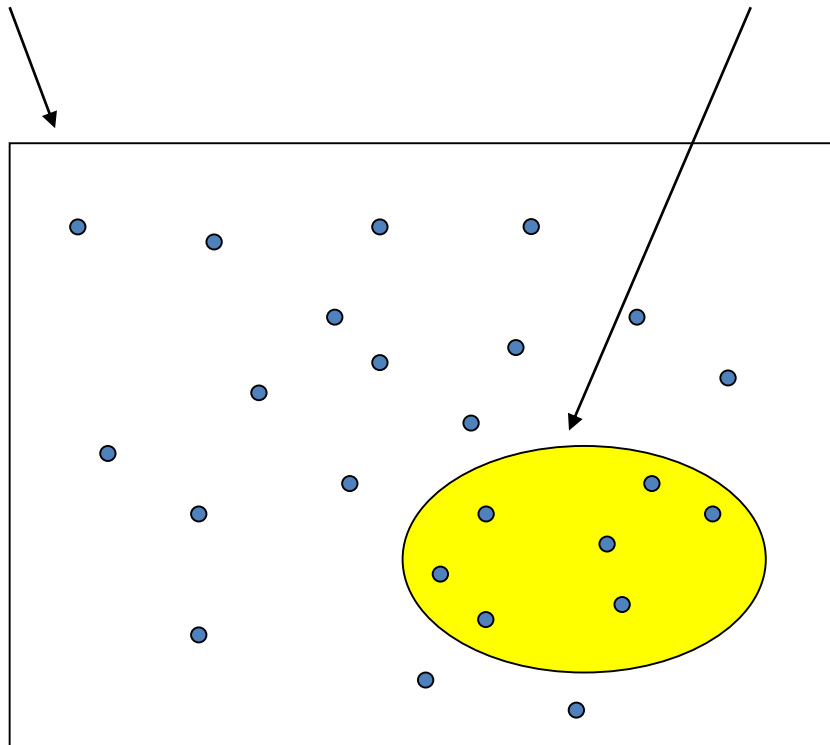
Παράδειγμα 1.

Θέλουμε να δούμε αν το **ΦΥΛΟ** (Ποιοτική) έχει σχέση με το **ΒΑΡΟΣ** των ατόμων μιας περιοχής (Ποσοτική)

Αν πράγματι υπάρχει κάποια σχέση, αυτό θα σημαίνει πως ο μέσος όρος του βάρους διαφέρει ανάμεσα στις κατηγορίες της ποιοτικής μεταβλητής

Δηλαδή αν υπάρχει σχέση, ο μέσος όρος βάρους ανδρών και γυναικών είναι διαφορετικός

Πληθυσμός & Δείγμα



n = μέγεθος δείγματος

Συλλογή δειγμάτων

- Πήραμε ένα δείγμα από 122 άνδρες (δείγμα A)
- Και ένα δείγμα από 128 γυναίκες (δείγμα B)

Μετρήσαμε δηλαδή συνολικά 250 βάρη, και σε δύο διαφορετικά δείγματα (ανεξάρτητα δείγματα!)

Βρήκαμε με τη βοήθεια του προγράμματος.....

Μέσες τιμές στα δύο δείγματα:

- Μέσο βάρος ανδρών = 72,8 κιλά
- Μέσο βάρος γυναικών = 71 κιλά

Βλέπουμε δηλαδή πως στο **ΔΕΙΓΜΑ** υπάρχει μια σχέση ανάμεσα στο ΦΥΛΟ και το ΒΑΡΟΣ, αφού τα μέσα βάρη είναι διαφορετικά, το ένα 72,8 και το άλλο 71.

Έχουμε περίπου 2 κιλά διαφορά (1,8 ακριβώς).

Ερώτηση:

- Υπάρχουν πράγματι διαφορές και στους πληθυσμούς; Έχουν δηλαδή κάποια σχέση οι ερωτήσεις μεταξύ τους;

ή το αντίθετο:

- οι διάφορες που βρήκαμε στο δείγμα μας ανάμεσα στις ομάδες είναι τυχαίες; Μήπως δηλαδή οι ερωτήσεις τελικά δεν έχουν καμία σχέση μεταξύ τους αν μετράγαμε ολόκληρο τον πληθυσμό;

Έχει νόημα η ερώτηση αυτή;

Ας δώσουμε ένα απλοϊκό παράδειγμα με μικρούς πληθυσμούς και δείγματα
Ας πούμε δηλαδή ότι έχουμε αυτούς τους 2 πληθυσμούς
(πχ. Άνδρες – Γυναίκες)

πληθυσμός Α						πληθυσμός Β				
75	80	62	61	75		75	60	70	60	79
74	62	63	81	71		74	62	70	62	71
82	78	64	66	88		82	65	59	81	87
71	74	58	78	82		64	66	64	80	62
79	75	69	74	55		66	75	62	81	63
66	76	80	71	64		79	76	80	78	64
60	76	82	75	68		81	76	66	70	68
64	90	57	74	68		84	88	59	70	68
65	55	65	72	69		56	92	74	72	62
62	59	62	70	77		62	59	71	70	61

- Η μέση πληθυσμού Α = 70,5 κιλά
- Η μέση πληθυσμού Β = 70,5 κιλά

Είναι δηλαδή ΙΣΕΣ στους πληθυσμούς

Ας πάρουμε τώρα δείγματα από τους πληθυσμούς

πληθυσμός A						πληθυσμός B				
75	80	62	61	75		75	60	70	60	79
74	62	63	81	71		74	62	70	62	71
82	78	64	66	88		82	65	59	81	87
71	74	58	78	82		64	66	64	80	62
79	75	69	74	55		66	75	62	81	63
66	76	80	71	64		79	76	80	78	64
60	76	82	75	68		81	76	66	70	68
64	90	57	74	68		84	88	59	70	68
65	55	65	72	69		56	92	74	72	62
62	59	62	70	77		62	59	71	70	61

Παίρνω μικρά δείγματα για ευκολία, 10 άτομα από τον A και άλλα 10 άτομα από τον B (τα κίτρινα!)

- Μέση τιμή δείγματος A = 72,8 κιλά
- Μέση τιμή δείγματος B = 71 κιλά

Είναι δηλαδή ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ στα δείγματα

Δηλαδή τελικά:

- Μπορούμε να βρούμε διαφορές στα δείγματα, ενώ στην πραγματικότητα στους πληθυσμούς ΔΕΝ υπάρχουν διαφορές!
- Οπότε τι κάνουμε;
- Μπορούμε να γενικεύσουμε ή όχι;
- Μπορούμε να ισχυριστούμε ότι αυτό που βρήκαμε στο δείγμα μας ισχύει και στον πληθυσμό;

Το αντίθετο μπορεί να συμβεί;

- Δηλαδή να υπάρχουν διαφορές στους πληθυσμούς κι εμείς να μην βρούμε καμία διαφορά στα δείγματα;
- Φυσικά και αυτό είναι πιθανόν να συμβεί;
- Οπότε τι κάνουμε τελικά;

Ο αριθμός p

- Στη Στατιστική υπάρχει ένα «μαγικό» νούμερο, που μας δίνει την ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ τα αποτελέσματα που βρήκαμε στα δείγματα, να ήταν τυχαία (να μην ισχύουν στους πληθυσμούς δηλαδή).
- **p-value (τιμή p)**
- **(στο SPSS αναφέρεται SIG. = significance)**

- Όταν η τιμή p είναι **μεγάλη**, είναι πιθανόν οι διαφορές που βρήκαμε στα δείγματά μας να οφείλονται στην τύχη (σε σφάλμα δειγματοληψίας όπως λέμε) και να μην υπάρχουν διαφορές δηλαδή στους πληθυσμούς.
- Όταν η τιμή p είναι **μικρή**, τότε μπορούμε να ισχυριστούμε με αρκετή ασφάλεια ότι οι διαφορές που βρήκαμε στα δείγματα, υπάρχουν και στους πληθυσμούς

- Τι σημαίνει μικρό p και τι σημαίνει μεγάλο p ;
- Ποιο θα είναι το όριο που καθορίζει ποιο p θα είναι μεγάλο και ποιο θα είναι μικρό;

Το όριο το βάζουμε στο 5%, ή αλλιώς στην
πιθανότητα 0,05

οπότε:

Η Απόφαση μας (Κανόνας):

- Αν το $p < 0,05$ (πιο μικρό από το 5%) τότε οι διαφορές ΔΕΝ είναι τυχαίες
- Δηλαδή οι διαφορές που βρήκαμε στα δείγματα, επιβεβαιώνονται πιθανότατα και στους πληθυσμούς
- (π.χ. οι άνδρες είναι έχουν μεγαλύτερο βάρος από τις γυναίκες κατά μέσο όρο, δηλαδή το ΦΥΛΟ και το ΒΑΡΟΣ έχουν κάποια σχέση)
- Η πιθανότητα να έχουμε κάνει λάθος είναι p (δηλαδή ΠΟΛΥ ΜΙΚΡΗ)

Πως βρίσκουμε το p ;

- Επιλέγουμε την κατάλληλη διαδικασία, ανάλογα με το είδος της συσχέτισης που έχουμε ή ανάλογα με το ερευνητικό πρόβλημα που θέσαμε και
- «τρέχουμε» τη διαδικασία αυτή με τον υπολογιστή (ή με το χέρι μας – συνήθως έχουμε αρκετές πράξεις!!)
- Διαβάζουμε στα αποτελέσματα την **τιμή p** (sig. Ονομάζεται πολλές φορές)

ΓΕΝΙΚΑ - Πως από το Δείγμα, βγάζουμε συμπέρασμα για ΟΛΟΚΛΗΡΟ τον πληθυσμό?

- Αναλύουμε τα δεδομένα με την κατάλληλη διαδικασία (με το χέρι ή με τη βοήθεια υπολογιστή), και στη συνέχεια
- Ψάχνουμε στην απάντηση για τον αριθμό p **(Τιμή p)**
- Συγκρίνουμε το **p** με το 0,05 (το 5% δηλαδή)
- Αν **$p < 0,05$** τότε οι ερωτήσεις μας έχουν σημαντική σχέση μεταξύ τους (λέμε ότι έχουμε στατιστικά σημαντικά αποτελέσματα)
- αν **$p > 0,05$** τότε οι ερωτήσεις δεν έχουν καμία σχέση και τα ευρήματα του δείγματος ήταν τυχαία (όχι σημαντικά)

Στο SPSS, το p αναφέρεται ως **SIG** (significance=σημαντικότητα)

Ποια είναι η κατάλληλη διαδικασία; (Περίπτωση 1)

Αν έχουμε να εξετάσουμε τη σχέση μια ποσοτικής με μια ποιοτική μεταβλητή, ή κατάλληλη διαδικασία, εξαρτάται από το ΠΟΣΕΣ ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ έχει η ποιοτική μεταβλητή

1. Αν έχει μόνο 2 κατηγορίες (π.χ. άνδρας-γυναίκα), χρησιμοποιούμε **t-TEST**
2. Αν έχει από 3 κατηγορίες και πάνω, χρησιμοποιούμε **ANOVA**

Αποτελέσματα (Παράδ.1)

Output:

Βάρος των ατόμων (σε κιλά)

	N	Mean (μέση τιμή)	Std. Deviation (τυπ. Απόκλιση)
Γυναίκες	128	71,0	8,0
Άνδρες	122	72,8	9,0

t	df	p
1,673	248	0,096



Συμπέρασμα: Το p είναι πιο μεγάλο από το 0,05 ($p > 0,05$)

Άρα η διαφορά ανάμεσα στα βάρη ανδρών και γυναικών είναι τυχαία.

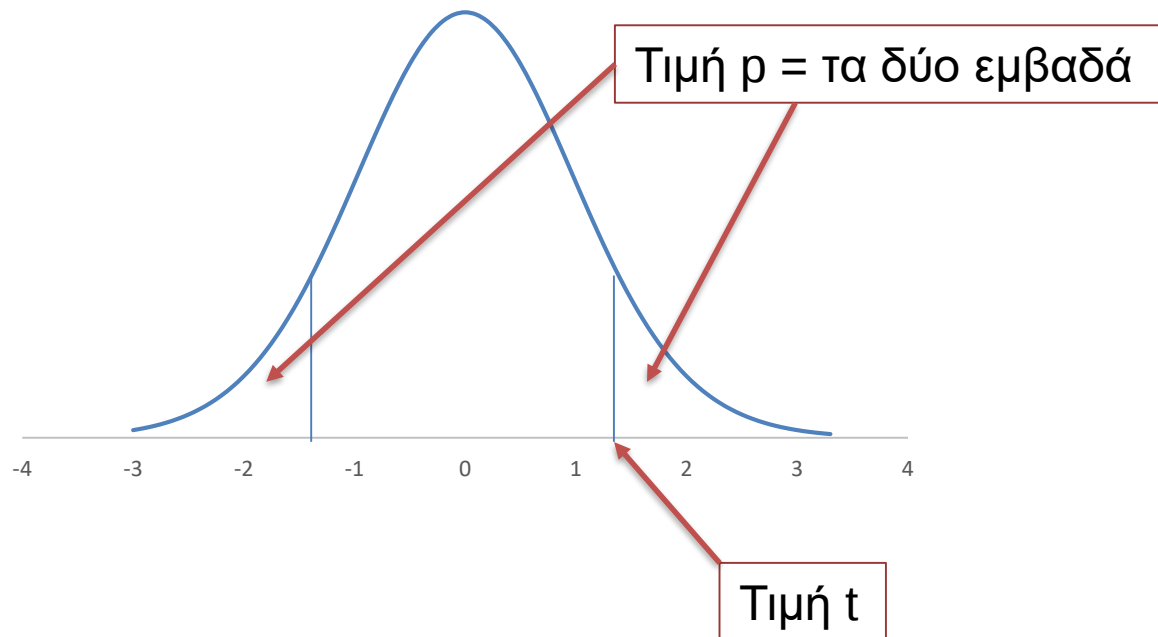
Ή με άλλα λόγια, οι μεταβλητές ΦΥΛΟ και ΒΑΡΟΣ **ΔΕΝ** έχουν κάποια σημαντική σχέση στον πληθυσμό

Υπάρχει περίπτωση να έχουμε βγάλει λάθος συμπέρασμα;

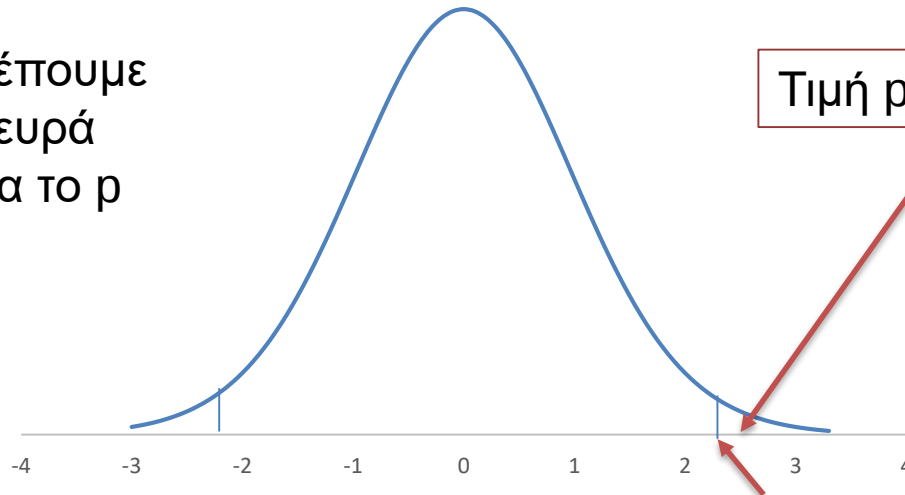
- Φυσικά υπάρχει
- Όμως αν το p που βρήκαμε δεν είναι μικρότερο από το 0,05 δεν μπορούμε να αποδείξουμε τίποτα!
- Αν π.χ. θέλαμε στην αρχή της έρευνας μας, να αποδείξουμε ότι οι άνδρες έχουν μεγαλύτερο βάρος γενικά από τις γυναίκες
- Δεν τα καταφέραμε - αποτύχαμε!

Πως ο υπολογιστής βρίσκει το p ?

- Υπολογίζει μια τιμή (στο t-test ονομάζεται t)
- Και μετά υπολογίζει το p , σαν ένα εμβαδόν σε μια καμπύλη, που ονομάζεται t-κατανομή (μοιάζει πολύ με την τυπική κανονική, Z-κατανομή)

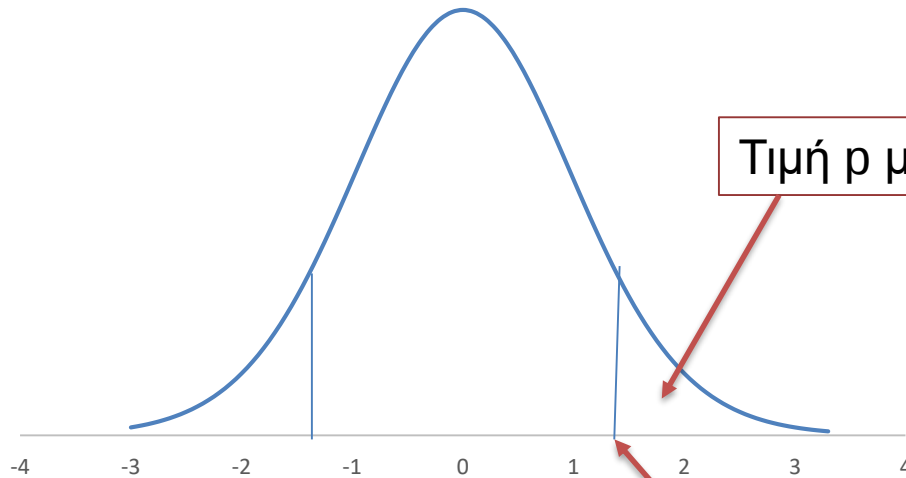


Για ευκολία, βλέπουμε
μόνο τη μια πλευρά
του εμβαδού για το p



Τιμή p μικρή

Τιμή t μεγάλη (μακριά από το 0)



Τιμή p μεγάλη

Τιμή t μικρή (κοντά στο 0)

Το p και το t είναι αντιστρόφως ανάλογα, όσο πιο μεγάλο είναι το t , τόσο πιο μικρό p βρίσκουμε

Εμπειρικά (αν δεν διαθέτουμε υπολογιστή π.χ.):

Αν το t είναι μεγαλύτερο από 2, τότε το p είναι σημαντικό (δηλαδή μικρότερο από 0,05) ενώ αν το t είναι πιο μικρό από το 2 τότε το p δεν είναι σημαντικό και τα αποτελέσματά μας είναι τυχαία.

Άρα όσο πιο μακριά είναι το t από το 2, τόσο πιο μικρό είναι το p και τόσο πιο σίγουροι είμαστε ότι υπάρχουν ΔΙΑΦΟΡΕΣ και στους πληθυσμούς!

Παράδειγμα 2

Σε μια άλλη περίπτωση μελετήσαμε την **ικανοποίηση από την εργασία** (ποσοτική μεταβλητή, μετρήθηκε σε μια κλίμακα – σκόρ από 0 μέχρι 80) και θέλαμε να συγκρίνουμε μεταξύ τους τους εργαζομένους δύο διαφορετικών φορέων (φορέας Α και φορέας Β)

Πήραμε 70 άτομα από τον φορέα Α και 58 από τον Β και είχαμε:

	N	Μέση τιμή	Τυπ. Απόκλιση
Φορέας Α	70	46,5	8,3
Φορέας Β	58	36,8	7,1

Η διαδικασία t-test, μας έδωσε

$t=9,92$ και $p=0,000...$

Το $p(SIG)$ είναι σχεδόν ίσο με το 0 , οπότε στην περίπτωση αυτή γράφουμε

$p << 0,05$

Αυτό σημαίνει πως υπάρχει διαφορά στην εργασιακή ικανοποίηση ανάμεσα στους 2 φορείς με τους εργαζόμενους στον Α να είναι κατά μέσο όρο πιο ικανοποιημένοι από τους εργαζόμενους στον Β

(με άλλα λόγια η εργασιακή ικανοποίηση έχει σχέση με τον φορέα που οι εργαζόμενοι δουλεύουν)

Από τι εξαρτάται το t (άρα και το p);

- Το t είναι ένα πηλίκον
- Στον αριθμητή έχουμε τη διαφορά των μέσων τιμών
- Στον παρονομαστή έχουμε το Σφάλμα της εκτίμησης της διαφοράς (SE), που εξαρτάται από τις τυπικές αποκλίσεις και το μέγεθος δείγματος (λίγο περίπλοκος τύπος!)
- Συνεπώς:

Στο παράδειγμα 1

- Διαφορά μέσων τιμών = $72,8 - 71 = 1,8$ κιλά
- Τυπικό Σφάλμα διαφοράς = $1,075$ κιλά
(υπολογίστηκε από το πρόγραμμα!)

$$t = 1,8 / 1,075 = 1,673 \rightarrow p > 0,05$$

Στο παράδειγμα 2

- Διαφορά μέσων τιμών = $46,5 - 36,8 = 9,7$
- Τυπικό Σφάλμα διαφοράς = $0,98$
(υπολογίστηκε από το πρόγραμμα!)

$$t = 9,7 / 0,98 = 9,92 \rightarrow p < 0,05$$

Πότε μπορούμε να έχουμε μεγάλο t (συνεπώς μικρό p);

A) **όταν η διαφορά των μέσων τιμών είναι μεγάλη**, π.χ στα βάρη βρήκαμε 1,8 κιλά διαφορά, αν βρίσκαμε 5 κιλά διαφορά, τότε και το t θα ήταν πιο μεγάλο

B) **όταν το σφάλμα των εκτιμήσεων είναι μικρό**. Το σφάλμα φυσικά όπως θυμόμαστε από τα διαστήματα εμπιστοσύνης εξαρτάται από το μέγεθος δείγματος και από τις τυπικές αποκλίσεις. Θέλουμε μεγάλα δείγματα για να έχουμε μικρό σφάλμα. Και μικρές τυπικές αποκλίσεις για να έχουμε μικρό σφάλμα

Μια μικρή διερεύνηση...

Διαφορά μέσων τιμών	Συνολικό δείγμα N	t	p	Απόφαση
1,8	80	0,945	0,347	>0,05
1,8	250	1,673	0,096	>0,05
1,8	400	2,114	0,035	<0,05
1,8	900	2,990	0,004	<<0,05

Για σταθερή διαφορά μέσων τιμών (1,8) και τις ίδιες τυπικές αποκλίσεις που είχαμε στο παράδειγμα 1, βλέπουμε ότι το t μεγαλώνει όσο μεγαλώνει το δείγμα

Διερεύνησης ...συνέχεια

Αν όμως η διαφορά των μέσων τιμών που βρίσκαμε ήταν 3 κιλά, αντί για 1,8, τότε με το δείγμα που χρησιμοποιήσαμε (250 άτομα), θα βρίσκαμε

$$t = 2,79 \text{ και } p=0,006 \text{ } (<0,05)$$

Οπότε θα βγάζαμε στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα σε άντρες και γυναίκες

1. Διατυπώνουμε την ερευνητική υπόθεση
2. Επιλέγουμε τη κατάλληλη διαδικασία (t-test)
3. Βρίσκουμε το p

$p < 0,05$

- Στατιστικά σημαντικά αποτελέσματα
- Οι ομάδες που συγκρίναμε διαφέρουν μεταξύ τους κατά μέσο όρο
- Οι ερωτήσεις μας συσχετίζονται

$p > 0,05$

- Στατιστικά μη σημαντικά αποτελέσματα
- Οι ομάδες που συγκρίναμε δεν φαίνεται να διαφέρουν μεταξύ τους κατά μέσο όρο
- Οι ερωτήσεις δεν μας συσχετίζονται
- Τα αποτελέσματα φαίνεται να είναι τυχαία

Το t-test γίνεται με 2 τρόπους:

1. Μπορούμε να συγκρίνουμε μέσες τιμές από δύο διαφορετικά δείγματα (π.χ. άνδρες – γυναίκες ή κάτω από 50 ετών – πάνω από 50 ετών, αγροτικές – αστικές περιοχές ...)
2. Μερικές φορές συγκρίνουμε μέσες τιμές στα ΙΔΙΑ άτομα, π.χ. μετράμε τη βαθμολογία σε μια κλίμακα (π.χ. κατάθλιψη) ΠΡΙΝ και ΜΕΤΑ από μια παρέμβαση κάποιων μηνών, στους ίδιους ασθενείς

- ***T-test με ανεξάρτητα δείγματα (Independent Samples T-Test)***
- ***T-test ανά ζεύγη (Paired T-Test)***

Στον υπολογιστή επιλέγουμε την κατάλληλη εντολή – Βγάζουμε τιμή p , και την συγκρίνουμε με το 5%, οπότε το συμπέρασμα βγαίνει με τον γνωστό τρόπο.....