

Ανάλυση Διακύμανσης

(Analysis of Variance – ANOVA)

Συσχέτιση:

Περιπτώσεις (ανάλογα με τον τύπο των ερωτήσεων)

- 1. Ποιοτική με Ποσοτική**
- 2. Ποσοτική με Ποσοτική**
- 3. Ποιοτική με Ποιοτική**

Περίπτωση 1: Ποιοτική με Ποσοτική

- Έστω ότι η μία ερώτηση Q1 είναι **ποιοτική** (ονομαστική ή διατάξιμη) και η Q2 είναι **ποσοτική**
- Τότε **ΣΧΕΣΗ** μεταξύ των ερωτήσεων, σημαίνει πως οι απαντήσεις στην Q2, κατά μέσο όρο, είναι διαφορετικές ανάμεσα στις κατηγορίες της Q1
- Δηλαδή??

Ποια είναι η κατάλληλη διαδικασία;
(Περίπτωση 1- ποιοτική με ποσοτική μεταβλητή)

Αν έχουμε να εξετάσουμε τη σχέση μια ποσοτικής με μια ποιοτική μεταβλητή, ή κατάλληλη διαδικασία, εξαρτάται από το ΠΟΣΕΣ ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ έχει η ποιοτική μεταβλητή

1. Αν έχει μόνο 2 κατηγορίες (π.χ. άνδρας-γυναίκα), χρησιμοποιούμε **t-TEST**
2. Αν έχει από 3 κατηγορίες και πάνω, χρησιμοποιούμε **ANOVA**

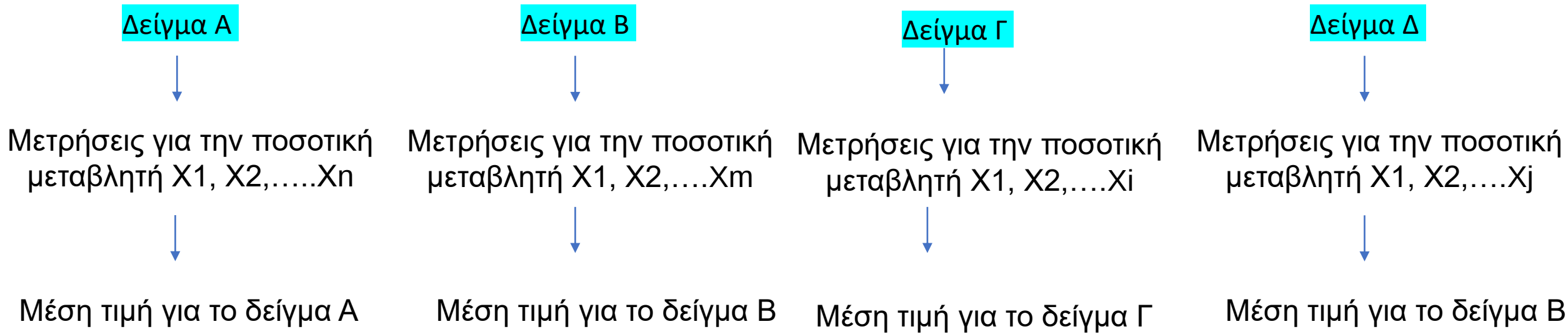
Παραδείγματα

κατηγορική μεταβλητή (ποιοτική μεταβλητή), με περισσότερες από 2 κατηγορίες

Π.χ. με 4 κατηγορίες:

- περιοχές κατοικίας – Αθήνα, Πάτρα, Ηράκλειο, Λάρισα
- ηλικιακές ομάδες – Α=μικρότεροι από 21 ετών, Β=από 22 μέχρι 40 ετών, Γ=από 41 μέχρι 60 ετών και Δ= από 61 ετών και πάνω
- Η ακόμα – Μορφωτικό Επίπεδο (Δημοτικό, Γυμνάσιο, Λύκειο, Πανεπιστήμιο, Μεταπτυχιακά) – αυτή έχει 5 κατηγορίες

Αν η ποιοτική ερώτηση αν έχει 4 δυνατές απαντήσεις, χωρίζει το δείγμα μας σε ομάδες Α, Β, Γ, Δ – οπότε με το σχήμα παρακάτω είναι σαν να έχουμε 4 δείγματα, στα οποία μετρήσαμε την ποσοτική μεταβλητή



ΣΥΓΚΡΙΣΗ – ΕΙΝΑΙ ΙΣΕΣ ΟΙ ΤΕΣΣΕΡΙΣ ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ;

Μια επιλογή που έχουμε (...όχι καλή !!)

Να συγκρίνουμε τις 4 κατηγορίες ανά δύο με t-test

1. Δηλαδή συγκρίνω την A με την B ---- Βρίσκω τιμή p --- και αν $p < 0,05$ αποφασίζω ότι είναι σημαντική η διαφορά των A και B
2. Δηλαδή συγκρίνω την A με την Γ ---- Βρίσκω τιμή p --- και αν $p < 0,05$ αποφασίζω ότι είναι σημαντική η διαφορά των A και Γ
3. Δηλαδή συγκρίνω την A με την Δ ---- Βρίσκω τιμή p --- και αν $p < 0,05$ αποφασίζω ότι είναι σημαντική η διαφορά των A και Δ
4. Δηλαδή συγκρίνω την B με την Γ ---- Βρίσκω τιμή p --- και αν $p < 0,05$ αποφασίζω ότι είναι σημαντική η διαφορά των B και Γ
5. Δηλαδή συγκρίνω την B με την Δ ---- Βρίσκω τιμή p --- και αν $p < 0,05$ αποφασίζω ότι είναι σημαντική η διαφορά των B και Δ
6. Δηλαδή συγκρίνω την Γ με την Δ ---- Βρίσκω τιμή p --- και αν $p < 0,05$ αποφασίζω ότι είναι σημαντική η διαφορά των Γ και Δ

- Αν έχουμε 3 ομάδες για σύγκριση, χρειαζόμαστε 3 t-tests
- Αν έχουμε 4 ομάδες για σύγκριση, χρειαζόμαστε 6 t-tests
- Αν έχουμε 5 ομάδες για σύγκριση, χρειαζόμαστε 10 t-tests
- Αν έχουμε 6 ομάδες για σύγκριση, χρειαζόμαστε 15 t-tests

....

Το στατιστικό μας σφάλμα αυξάνεται υπερβολικά όταν κάνουμε πολλά τεστ. Οι τιμές p που θα βρούμε περιέχουν μεγάλο ρίσκο να είναι μικρότερες από το 5% λόγω λάθους!

Οπότε;;

Ανάλυση Διακύμανσης (ANOVA)

Χρησιμοποιούμε την μέθοδο «Ανάλυση Διακύμανσης» και παίρνουμε ως αποτέλεσμα ΜΙΑ μόνο τιμή p , την οποία χρησιμοποιούμε να απαντήσουμε στο ερώτημα:

«Υπάρχουν πράγματι διαφορές ανάμεσα σε κάποιες μέσες τιμές από τις ομάδες που χρησιμοποιήσαμε;» $(p < 0,05)$

ή αντίθετα

«Οι διαφορές που βρήκαμε είναι τυχαίες συνεπώς στους πληθυσμούς οι μέσες τιμές των ομάδων είναι ίσες;» $(p > 0,05)$

Παράδειγμα

Μελετήσαμε την **ικανοποίηση από την εργασία** (ποσοτική μεταβλητή, μετρήθηκε σε μια κλίμακα – σκόρ από 0 μέχρι 80) και θέλαμε να συγκρίνουμε μεταξύ τους τους εργαζομένους τεσσάρων διαφορετικών φορέων (φορέας Α, φορέας Β, φορέας Γ και φορέας Δ)

	N	Μέση τιμή	Τυπ. Απόκλιση
Φορέας Α	23	57,8	6,3
Φορέας Β	40	56,1	7,5
Φορέας Γ	28	45,5	7,1
Φορέας Δ	32	36,2	5,8

Παράδειγμα Γ – Συμπεράσματα

Η Ανάλυση Διακύμανσης μας έδωσε $F=3,56$ και το αντίστοιχο p (SIG.) ίσο με 0,016, δηλ.

$$p=0,016 < 0,05$$

Οπότε συμπεραίνουμε ότι η επαγγελματική ικανοποίηση έχει σχέση με τον φορέα απασχόλησης

Θυμίζουμε ότι σχέση σημαίνει διαφοροποίηση μέσω των τιμών ανά κατηγορία (ανά φορέα δηλαδή), άρα υπάρχουν διαφορές στην επαγγελματική ικανοποίηση ανάμεσα στους 4 φορείς.

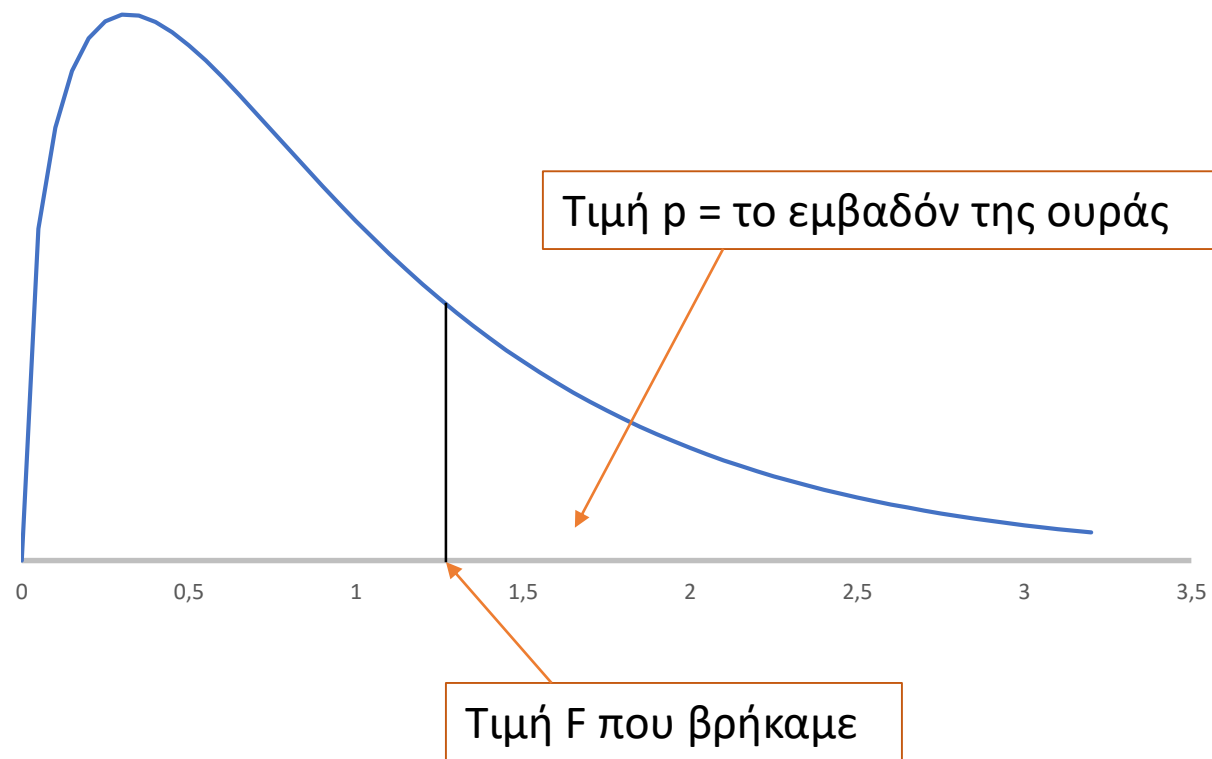
Ερώτημα: Αυτό ήταν και τέλος;;; Είναι αρκετό αυτό;;;

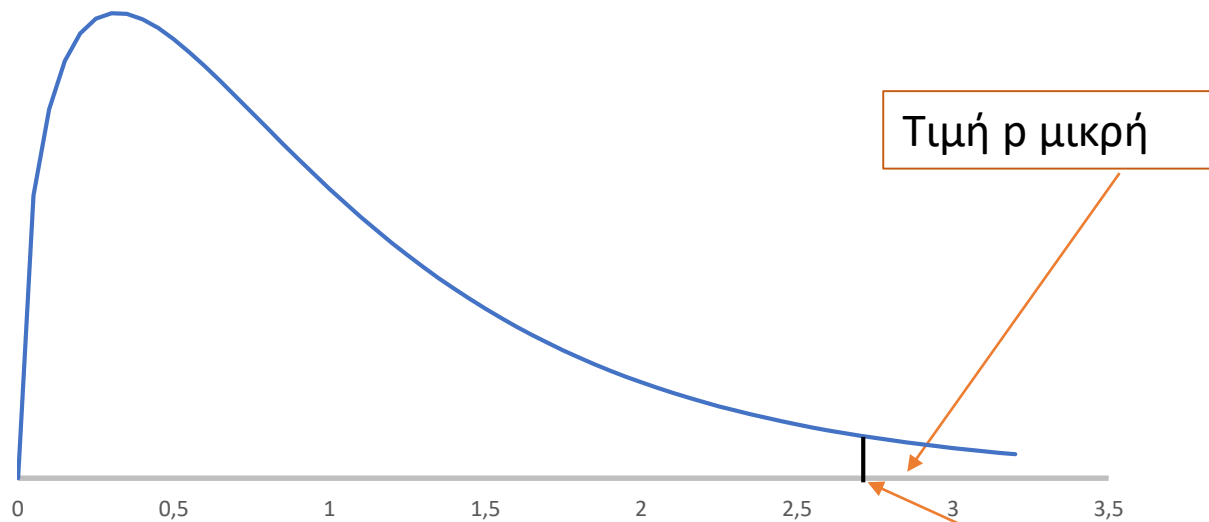
Απάντηση: παρακάτω....

Πώς βρίσκεται το p ;

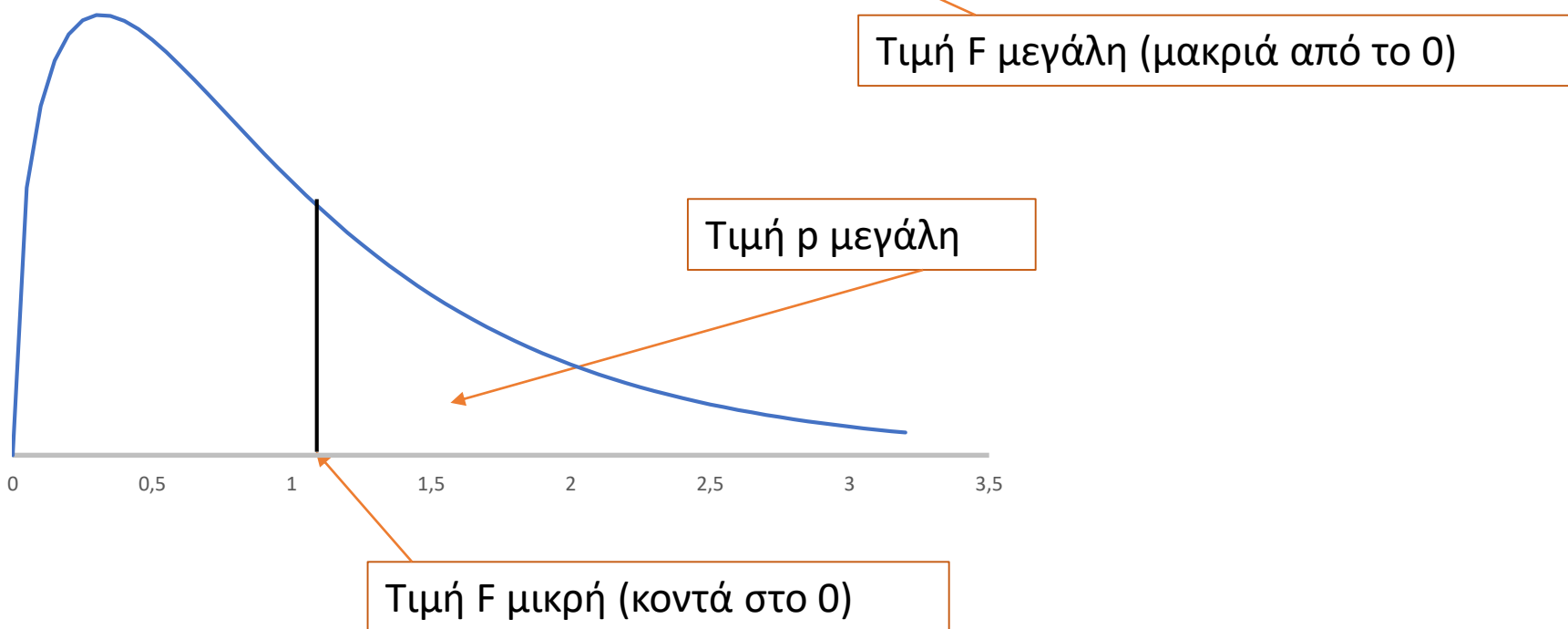
- Στο t-test ο υπολογιστής υπολογίζει μια ποσότητα (t) και μετά χρησιμοποιεί μια συμμετρική κατανομή, που ονομάζεται t κατανομή και βρίσκει το p ως το εμβαδόν από τις «ουρές» της κατανομής
- Στην ANOVA, ο υπολογιστής υπολογίζει μια άλλη ποσότητα με διαφορετικό τύπο.
- Ονομάζεται ποσότητα F ή λόγος F
- Στην συνέχεια το p υπολογίζεται ως το εμβαδόν της ουράς της Φ κατανομής, όπως στο σχήμα....

F κατανομή





F και p είναι
αντιστρόφως ανάλογα
(όπως συμβαίνει και
με το t)



Πως μπορούμε να βγάλουμε μεγάλο F
(δηλαδή μικρό p);

Το F βγαίνει μεγάλο αν

A. Υπάρχουν μεγάλες διαφορές στις μέσες τιμές

π.χ αν είναι οι μέσες τιμές των δειγμάτων 45, 54, 60 και 63

το F θα βγεί πιο μεγάλο από ότι αν ήταν 45, 47, 48 και 49

B. Οι τυπικές αποκλίσεις των ομάδων μας είναι μικρές

Γ. αν έχουμε μεγάλα δείγματα ($N \rightarrow$ μεγάλο)

ANOVA – συνέχεια....

- Τελειώσαμε με το να βρούμε το p ;
- Π.χ. στο παράδειγμα μας βρήκαμε ότι υπάρχουν διαφορές στην επαγγελματική ικανοποίηση ανάμεσα στους 4 φορείς
- Παρατηρώντας τις τέσσερις μέσες τιμές βλέπουμε ότι είναι
57,8 --- 56,1 --- 45,5 --- 36,2

Το p μας έδειξε πως δεν υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να είναι ΟΛΕΣ οι μέσες 'τιμές ίσες στους πληθυσμούς (το p βγήκε 0,016), οπότε αποφασίσαμε ότι δεν είναι ίσες οι μέσες τιμές. Όμως....

- Τι σημαίνει δεν είναι όλες ίσες;
- Σημαίνει ότι κάποιες από τις 4 παρουσιάζουν διαφορές, αλλά μπορεί κάποιες από αυτές να είναι ίσες
- Π.χ οι τιμές 57,8 και 56,1 είναι πολύ «κοντά» μπορεί να είναι ίσες;
- Οι τιμές 57,8 και 36,2 που είναι οι πιο ακραίες φαίνεται ότι είναι διαφορετικές
- Τώρα μπορούμε να κάνουμε τα 6 τεστ που χρειάζονται και να τις συγκρίνουμε ΟΛΕΣ με ΟΛΕΣ για να δούμε που εντοπίζονται οι διαφορές και ποιες είναι ίσες.

Εκ των υστέρων έλεγχοι στην ANOVA

- Όταν βρούμε διαφορές στις μέσες τιμές (δηλαδή $p < 0,05$), τότε ζητάμε από το πρόγραμμα στον υπολογιστή να κάνει όλες τις συγκρίσεις ανα δύο και να μας δείξει ποιες δίνουν σημαντικό αποτέλεσμα και ποιες όχι
- Υπάρχουν πολλές μεθοδολογίες που μπορεί να χρησιμοποιήσει κανείς, μια από τις πιο δημοφιλείς είναι η μέθοδος Tukey.
- Στο παράδειγμα μας αφού μελετήσουμε όλες τις τιμές p για τις συγκρίσεις θα δούμε ότι:

Έλεγχος Tukey - συμπέρασμα

ότι ο φορέας Α και ο φορέας Β ΔΕΝ διαφέρουν (γιατί $p > 0,05$)

Όλες οι άλλες συγκρίσεις βγάζουν στατιστικά σημαντικό αποτέλεσμα (όλα τα υπόλοιπα p είναι μικρότερα από το 0,05)

Συνεπώς με βάσει τις μέσες τιμές μπορούμε να πούμε ότι μεγαλύτερη ικανοποίηση παρουσιάζουν οι εργαζόμενοι στον φορέα Α και στον Β (που δεν διαφέρουν μεταξύ τους), ενώ η μικρότερη παρουσιάζεται στον φορέα Δ.

Παράδειγμα 2

Για να συγκρίνουμε το σκόρ άγχους σε τρεις περιοχές κατοικίας χρησιμοποιήσαμε την κλίμακα HADS και βρήκαμε $F=0,315$ και $p=0,731$

	ΠΕΡΙΟΧΗ	N	Mean	SD	SE	
Σκορ Αγχους	Ηράκλειο	41	10.195	4.926	0.769	
	Ρέθυμνο	33	10.545	5.767	1.004	
	Χανιά	36	9.472	5.769	0.962	
One-Way ANOVA						
		F	df1	df2	p	
Σκορ Αγχους		0.315	2	68	0.731	

Συμπέρασμα

αφού $p > 0,05$ δεν υπάρχει διαφορά στο σκόρ του άγχους ανάμεσα στις τρεις περιοχές

Στην περίπτωση αυτή, ΔΕΝ συνεχίζουμε με τέστ του Tukey, γιατί ΔΕΝ θα βρούμε διαφορές.

Ήδη το p που βρήκαμε μας εξασφαλίζει πως ΔΕΝ υπάρχουν διαφορές, οπότε εκ των υστέρων έλεγχοι ΔΕΝ δίνουν τίποτα παραπάνω!

Συνοψίζοντας

- Όταν έχουμε να συσχετίσουμε μια ΠΟΙΟΤΙΚΗ με μια ΠΟΣΟΤΙΚΗ μεταβλητή, συγκρίνουμε τους μέσους όρους της ΠΟΣΟΤΙΚΗΣ για όλες τις κατηγορίες της ΠΟΙΟΤΙΚΗΣ
- Αν είναι δύο κατηγορίες, κάνουμε t-test, αν είναι περισσότερες κάνουμε ANOVA.
- Συγκρίνουμε το p (SIG) με τον αριθμό 0,05 και βγάζουμε συμπέρασμα για τη ύπαρξη σχέσης (αν $p < 0,05$) ή όχι (αν $p > 0,05$)
- Σχέση στην περίπτωση αυτή, είναι η ύπαρξη διαφορετικών μέσων τιμών σε κάθε ομάδα