Ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v = v_0 + a t$$

α=σταθερό

$$v^2 = v_0^2 + 2a\,(x - x_0)$$

Για ελεύθερη πτώση σωμάτων έχω σταθερή επιτάχυνση:

$$\alpha = g = 9{,}81 m/s^2$$

$$x = x_o + \upsilon_o t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = \upsilon_o + g t$$

$$\upsilon^2 = \upsilon_o^2 + 2g(x - x_o)$$

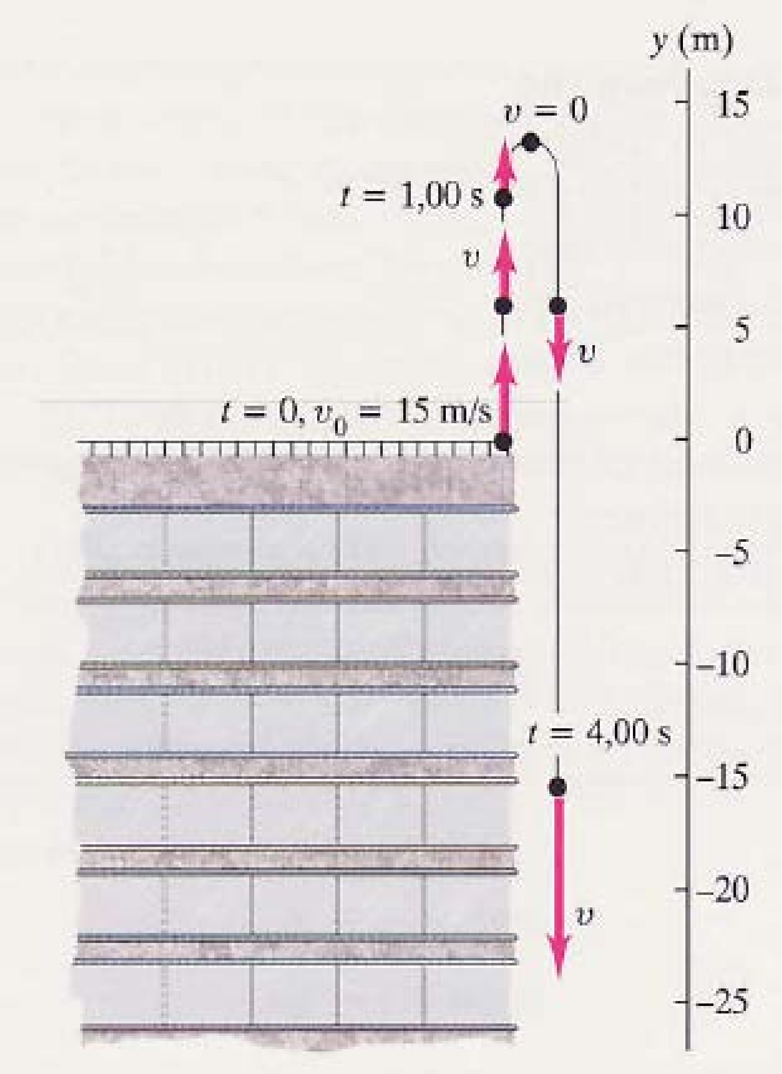
Ελεύθερη πτώση σωμάτων

Για τη γη: $g=9,81 m/s^2$

Σελήνη: $g=1,62 m/s^2$

ήλιος: $g=274 m/s^2$

Υποθέστε ότι ρίχνετε μια μπάλα κατακόρυφα προς τα πάνω από την ταράτσα ψηλού κτιρίου. Η μπάλα φεύγει από το χέρι σας στο ύψος του κάγκελου της ταράτσας με ταχύτητα 15,0 m/s προς τα πάνω. Καθώς η μπάλα ξαναπέφτει προς τα κάτω μόλις και δε χτυπάει το κάγκελο. Βρείτε a) τη θέση και την ταχύτητα της μπάλας 1,00 s και 4,00 s αφού αυτή έφυγε από το χέρι σας· b) την ταχύτητά της, όταν η μπάλα βρίσκεται 5,00 m πάνω από τα κάγκελα· c) το μέγιστο ύψος, που έφτασε η μπάλα και την αντίστοιχη χρονική στιγμή.



$$v = v_0 + at = 15{,}0\ \text{m/s} + (-9{,}80\ \text{m/s}^2)t.$$

$$y = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 = (15{,}0\ \text{m/s})t + \tfrac{1}{2}(-9{,}80\ \text{m/s}^2)t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ay = (15{,}0\ \text{m/s})^2 + 2(-9{,}80\ \text{m/s}^2)y$$

Όταν $t = 1{,}00$ s $\quad y = +10{,}1$ m, $\quad v = +5{,}2$ m/s.

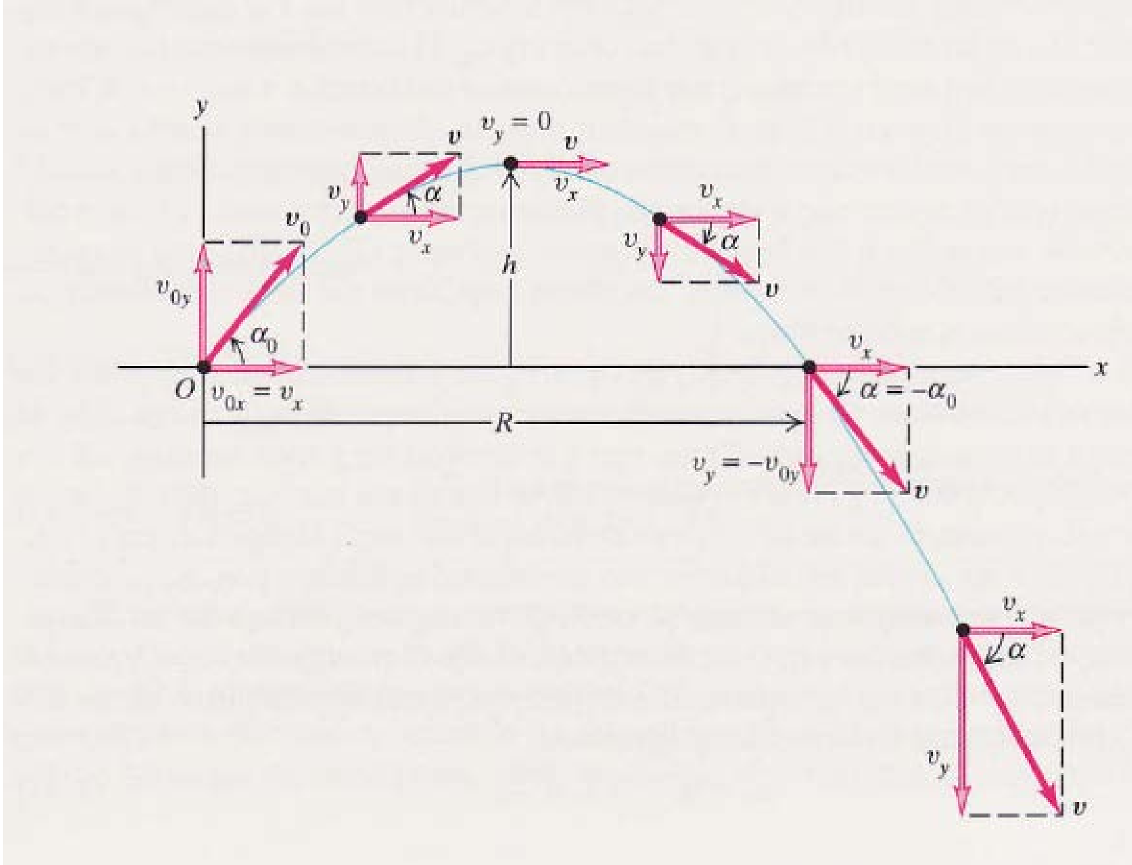
Όταν $t = 4{,}00$ s, $\quad y = -18{,}4$ m, $\quad v = -24{,}2$ m/s

$$v^2 = (15{,}0\ \text{m/s})^2 + 2(-9{,}80\ \text{m/s}^2)(5{,}00\ \text{m}) = 127\ \text{m}^2/\text{s}^2,$$
$$v = \pm 11{,}3\ \text{m/s}.$$

στο ψηλότερο σημείο $v = 0$

$$0 = (15{,}0\ \text{m/s})^2 - (19{,}6\ \text{m/s}^2)y, \qquad y = 11{,}5\ \text{m}.$$

$$0 = 15{,}0\ \text{m/s} + (-9{,}80\ \text{m/s}^2)t_1,$$
$$t_1 = 1{,}53\ \text{s}.$$



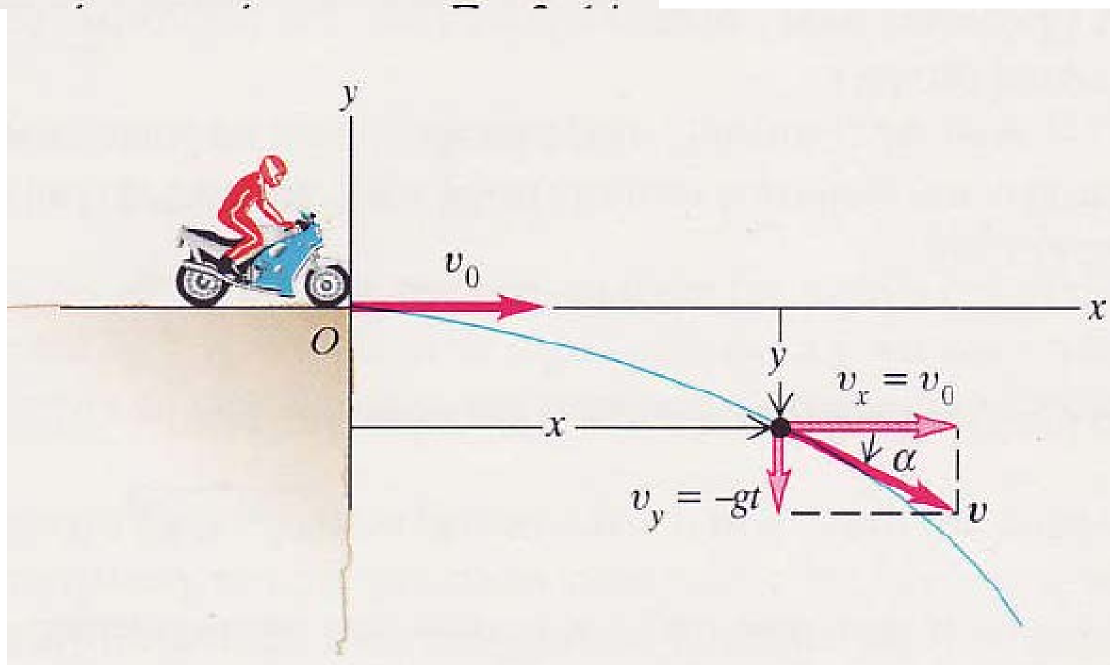
$$x = (v_0 \cos \alpha_0)t,$$

$$y = (v_0 \sin \alpha_0)t - \tfrac{1}{2}gt^2.$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha_0,$$

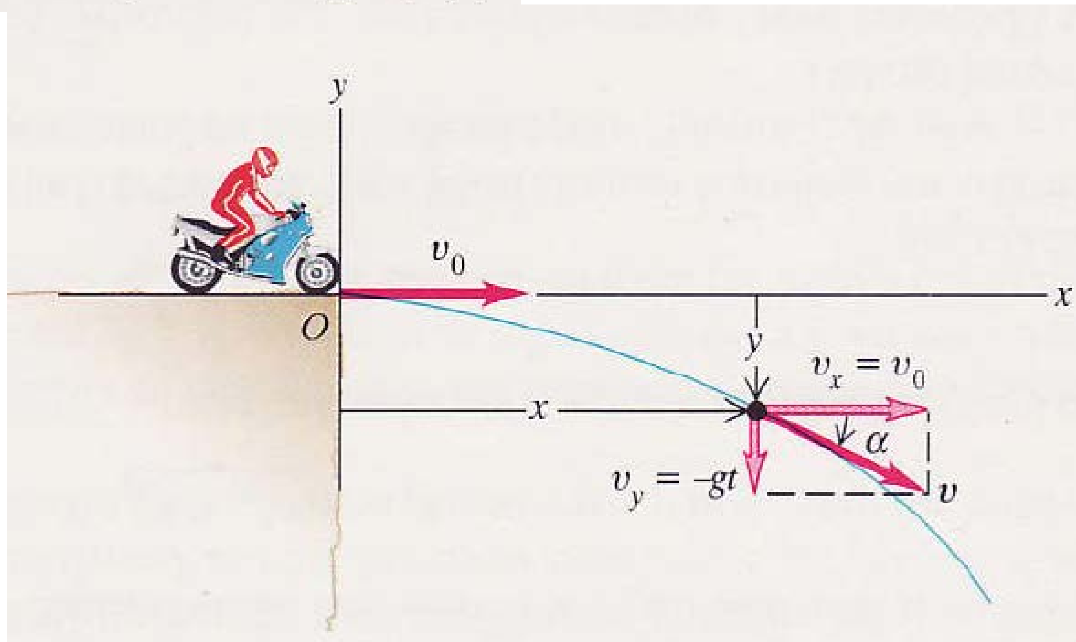
$$v_y = v_0 \sin \alpha_0 - gt.$$

Οριζόντια βολή σώματος. Ένας ριψοκίνδυνος μοτοσυκλετιστής πηδάει από την άκρη ενός γκρεμού. Ακριβώς στην άκρη του γκρεμού η ταχύτητά του είναι οριζόντια και έχει μέτρο 5,0 m/s. Βρείτε τη θέση και την ταχύτητα του μοτοσυκλετιστή μετά από $\frac{1}{4}$ s.

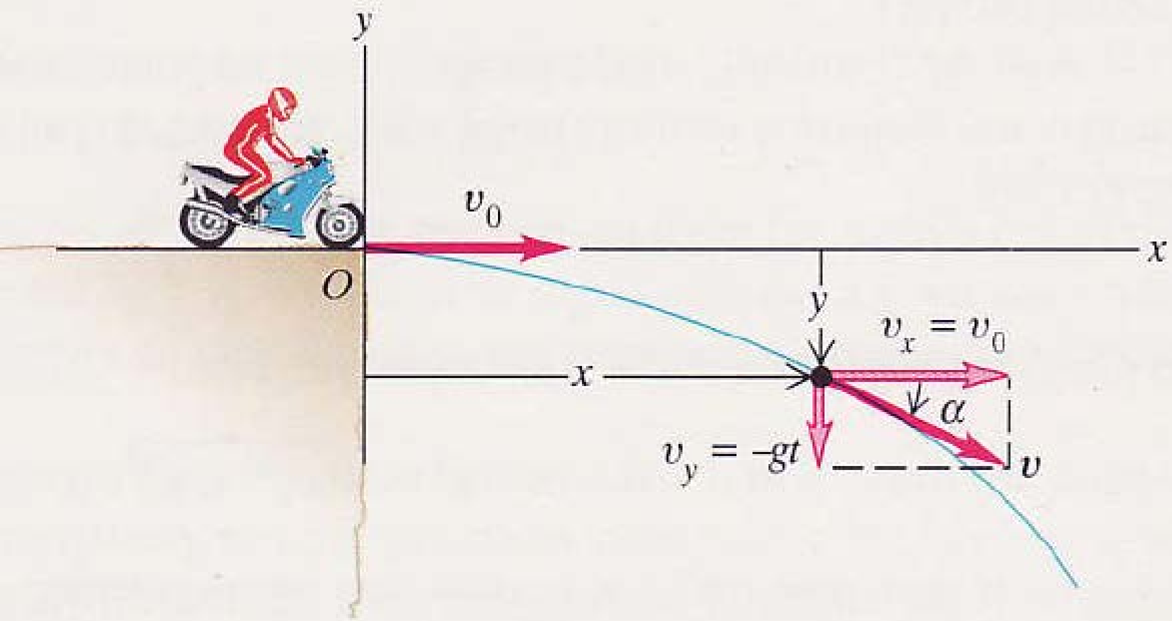


1) **Καθορίζω το αντικείμενο που θα μελετήσω που εδώ είναι η μοτοσυκλέτα και φτιάχνω σχήμα**
2) **Διαλέγω σύστημα συντεταγμένων. Εδώ τοποθετώ την αρχή των αξόνων στην άκρη του γκρεμού.**
3) **Διαλέγω τη χρονική στιγμή t=0 όταν η μοτοσυκλέτα πηδά από την άκρη του γκρεμού.**

Οριζόντια βολή σώματος. Ένας ριψοκίνδυνος μοτοσυκλετιστής πηδάει από την άκρη ενός γκρεμού. Ακριβώς στην άκρη του γκρεμού η ταχύτητά του είναι οριζόντια και έχει μέτρο 5,0 m/s. Βρείτε τη θέση και την ταχύτητα του μοτοσυκλετιστή μετά από $\frac{1}{4}$ s.



Γνωρίζουμε τα παρακάτω μεγέθη: $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $v_{0x} = 5{,}0$ m/s, $v_{0y} = 0$, $a_x = 0$, $a_y = -g = -9{,}8$ m/s^2.

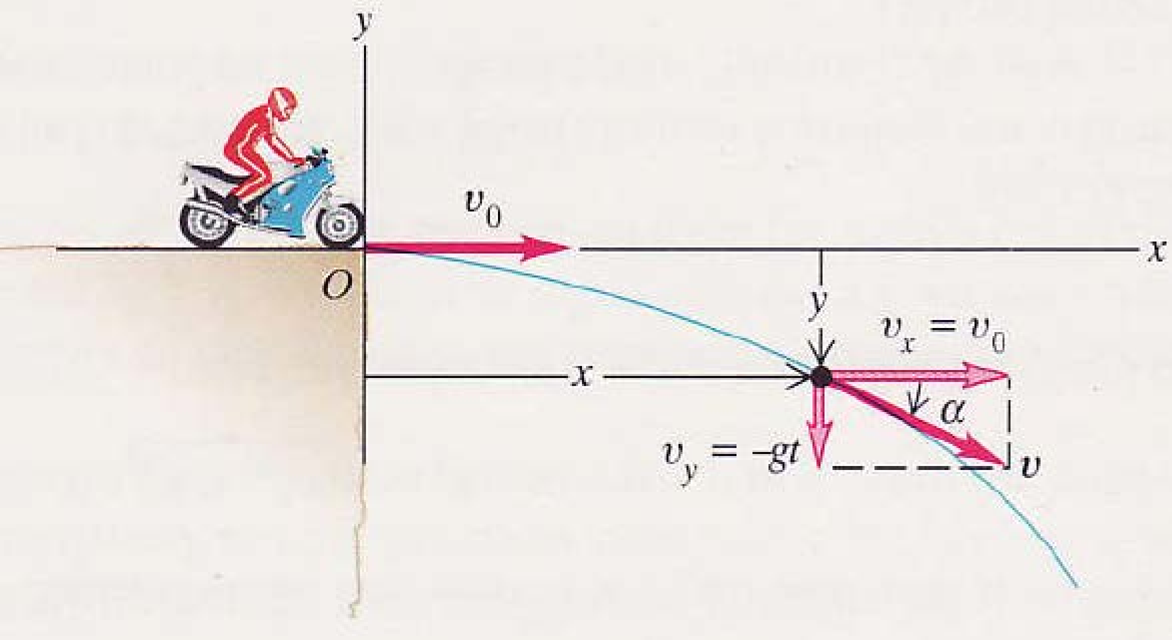


$$x = v_{0x}t = (5{,}0\ \mathrm{m/s})(\tfrac{1}{4}\ \mathrm{s}) = \mathbf{1{,}25\ m}$$

$$y = -\tfrac{1}{2}gt^2 = -\tfrac{1}{2}(9{,}8\ \mathrm{m/s^2})(\tfrac{1}{4}\ \mathrm{s})^2 = -0{,}31\ \mathrm{m}.$$

Απόσταση του μοτοσυκλετιστή από την αρχή:

$$\boldsymbol{r} = \sqrt{\boldsymbol{x}^2 + \boldsymbol{y}^2} = \sqrt{(1{,}25\boldsymbol{m})^2 + (-0{,}31\boldsymbol{m})^2} = 1{,}3\boldsymbol{m}$$



$$v_x = v_{0x} = 5{,}0\ \text{m/s},$$
$$v_y = -gt = (-9{,}8\ \text{m/s}^2)(\tfrac{1}{4}\ \text{s}) = -2{,}4\ \text{m/s}.$$

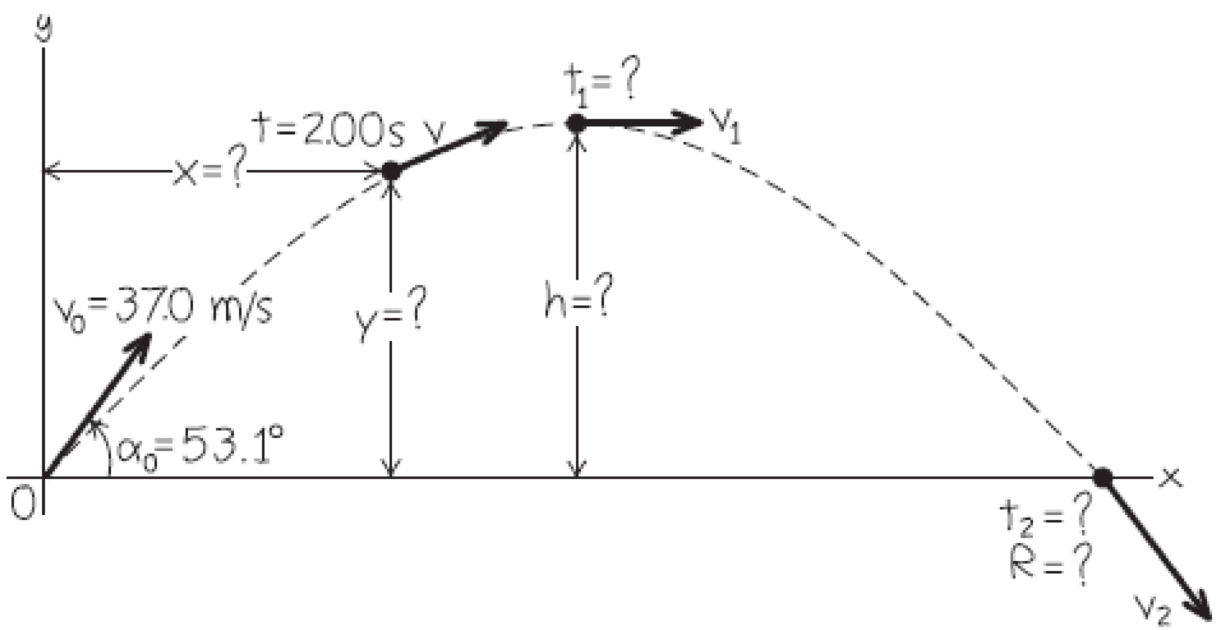
$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x{}^2 + v_y{}^2} \\ &= 5{,}5\ \text{m/s}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \arctan \frac{v_y}{v_x} \\ &= \arctan \frac{-2{,}4\ \text{m/s}}{5{,}0\ \text{m/s}} = -26°. \end{aligned}$$

Κτυπάμε μπάλα του μπέιζμπολ με μπαστούνι και της δίνουμε αρχική ταχύτητα με μέτρο $υ_o$=37m/s που σχηματίζει γωνία $α_0$=53,1° με το έδαφος.

a) Θα βρούμε τη θέση της μπάλας καθώς επίσης το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητάς της όταν $t = 2$ s.

1) **Φτιάχνω σχήμα**
2) **Διαλέγω σύστημα συντεταγμένων. Εδώ τοποθετώ την αρχή των αξόνων στη θέση της μπάλας αμέσως μετά το κτύπημα .**
3) **Διαλέγω τη χρονική στιγμή t=0 αμέσως μετά το κτύπημα της μπάλας**



Κτυπάμε μπάλα του μπέιζμπολ με μπαστούνι και της δίνουμε αρχική ταχύτητα με μέτρο $υ_o$=37m/s που σχηματίζει γωνία αο 53,1° γωνία με το έδαφος.

a) Θα βρούμε τη θέση της μπάλας καθώς επίσης το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητάς της όταν $t = 2$ s.

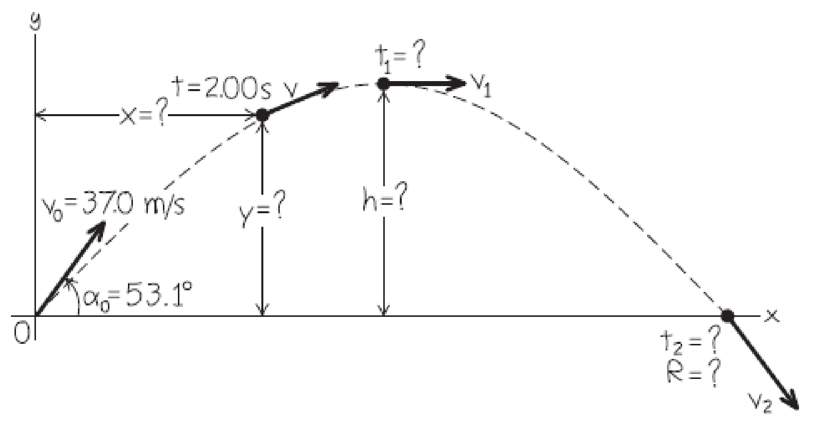
$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha_0 = (37.0\ \mathrm{m/s})\cos 53.1^\circ = 22.2\ \mathrm{m/s}$$
$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha_0 = (37.0\ \mathrm{m/s})\sin 53.1^\circ = 29.6\ \mathrm{m/s}$$

$$x = v_{0x}t = (22.2\ \mathrm{m/s})(2.00\ \mathrm{s}) = 44.4\ \mathrm{m}$$

$$\begin{aligned} y &= v_{0y}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \\ &= (29.6\ \mathrm{m/s})(2.00\ \mathrm{s}) - \tfrac{1}{2}(9.80\ \mathrm{m/s^2})(2.00\ \mathrm{s})^2 \\ &= 39.6\ \mathrm{m} \end{aligned}$$

$$v_x = v_{0x} = 22.2\ \mathrm{m/s}$$

$$\begin{aligned} v_y &= v_{0y} - gt = 29.6\ \mathrm{m/s} - (9.80\ \mathrm{m/s^2})(2.00\ \mathrm{s}) \\ &= 10.0\ \mathrm{m/s} \end{aligned}$$



Κτυπάμε μπάλα του μπέιζμπολ με μπαστούνι και της δίνουμε αρχική ταχύτητα με μέτρο $υ_ο$=37m/s που σχηματίζει γωνία αο 53,1° γωνία με το έδαφος.

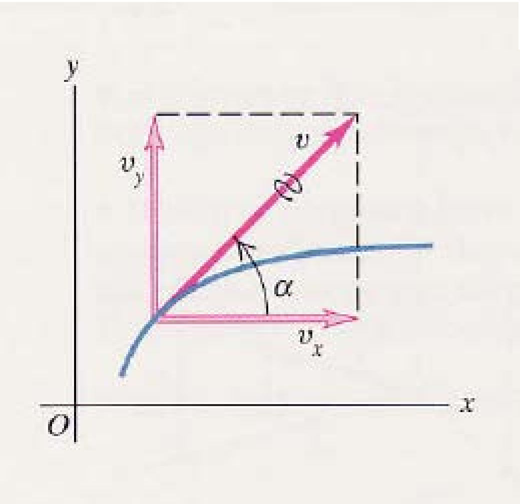
a) Θα βρούμε τη θέση της μπάλας καθώς επίσης το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητάς της όταν $t = 2$ s.

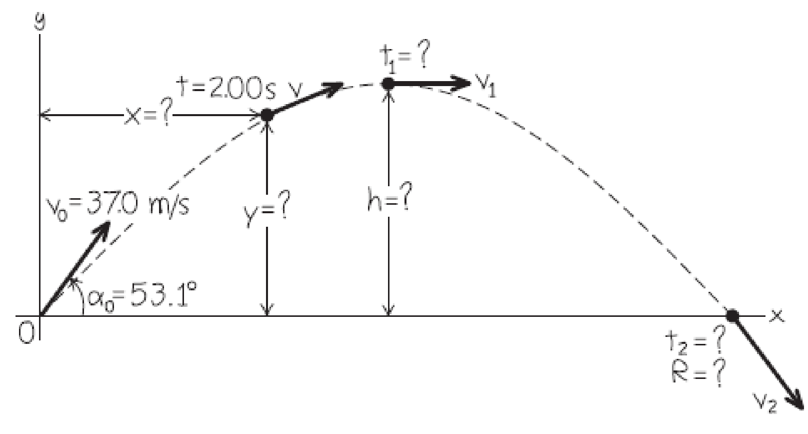
$$v_x = v_{0x} = 22.2\ \text{m/s}$$

$$v_y = v_{0y} - gt = 29.6\ \text{m/s} - (9.80\ \text{m/s}^2)(2.00\ \text{s}) = 10.0\ \text{m/s}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(22.2\ \text{m/s})^2 + (10.0\ \text{m/s})^2} = 24.4\ \text{m/s}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{10.0\ \text{m/s}}{22.2\ \text{m/s}}\right) = \arctan 0.450 = 24.2^\circ$$





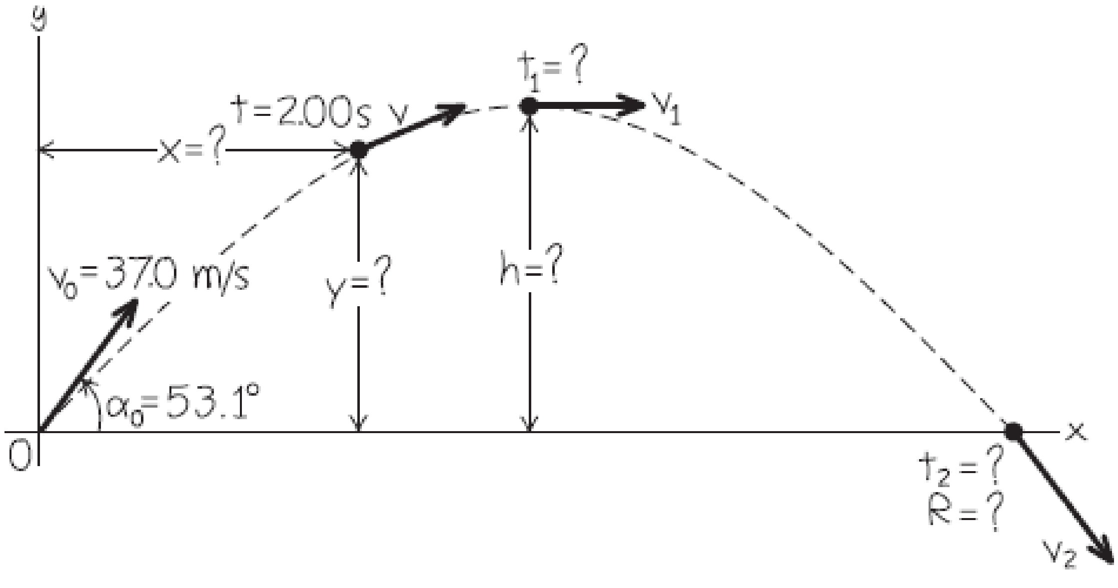
Κτυπάμε μπάλα του μπέιζμπολ με μπαστούνι και της δίνουμε αρχική ταχύτητα με μέτρο $υ_o$=37m/s που σχηματίζει γωνία αο 53,1° γωνία με το έδαφος.

b) Θα βρούμε σε πόσο χρόνο η μπάλα φτάνει στο μέγιστο ύψος της και πόσο είναι αυτό το ύψος.

Στο μέγιστο ύψος της η μπάλα θα έχει $υ_y$=0 τη χρονική στιγμή t_1.

$$v_y = v_{0y} - gt_1 = 0$$

$$t_1 = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{29.6\ \mathrm{m/s}}{9.80\ \mathrm{m/s^2}} = 3.02\ \mathrm{s}$$



Κτυπάμε μπάλα του μπέιζμπολ με μπαστούνι και της δίνουμε αρχική ταχύτητα με μέτρο $υ_o$=37m/s που σχηματίζει γωνία αο 53,1° γωνία με το έδαφος.

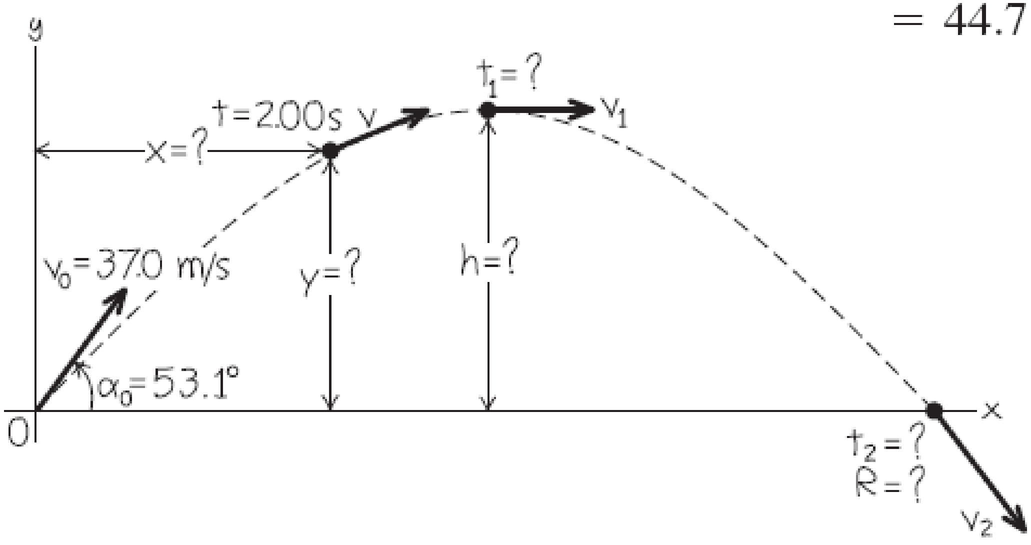
b) Θα βρούμε σε πόσο χρόνο η μπάλα φτάνει στο μέγιστο ύψος της και πόσο είναι αυτό το ύψος.

Στο μέγιστο ύψος της η μπάλα θα φτάασει για t_1.

$$t_1 = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{29.6\ \mathrm{m/s}}{9.80\ \mathrm{m/s^2}} = 3.02\ \mathrm{s}$$

Οπότε το μέγιστο ύψος θα είναι:

$$\begin{aligned} h &= v_{0y}t_1 - \tfrac{1}{2}gt_1^2 \\ &= (29.6\ \mathrm{m/s})(3.02\ \mathrm{s}) - \tfrac{1}{2}(9.80\ \mathrm{m/s^2})(3.02\ \mathrm{s})^2 \\ &= 44.7\ \mathrm{m} \end{aligned}$$



Κτυπάμε μπάλα του μπέιζμπολ με μπαστούνι και της δίνουμε αρχική ταχύτητα με μέτρο $υ_o$=37m/s που σχηματίζει γωνία αο 53,1^o γωνία με το έδαφος.

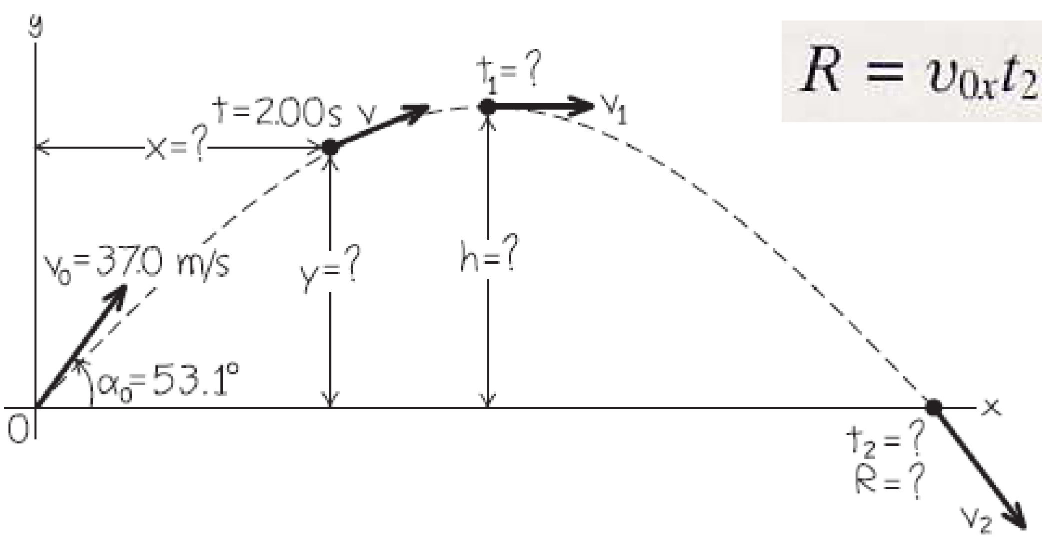
c) Θα βρούμε το *οριζόντιο βεληνεκές R*, δηλ. την οριζόντια απόσταση του σημείου στο οποίο η μπάλα πέφτει στο έδαφος από τη θέση βολής.

Όταν η μπάλα φτάσει στο έδαφος τη χρονική στιγμή t_2 θα έχουμε y=0.

$$y = 0 = v_{0y}t_2 - \frac{1}{2}g{t_2}^2 = t_2\left(v_{0y} - \frac{1}{2}gt_2\right)$$

Η εξίσωση έχει δύο λύσεις: $t_2 = 0 \quad \text{και} \quad t_2 = 6{,}04\ \text{s}$

Προσέξτε ο χρόνος t_2 είναι διπλάσιος από το χρόνο ανόδου t_1



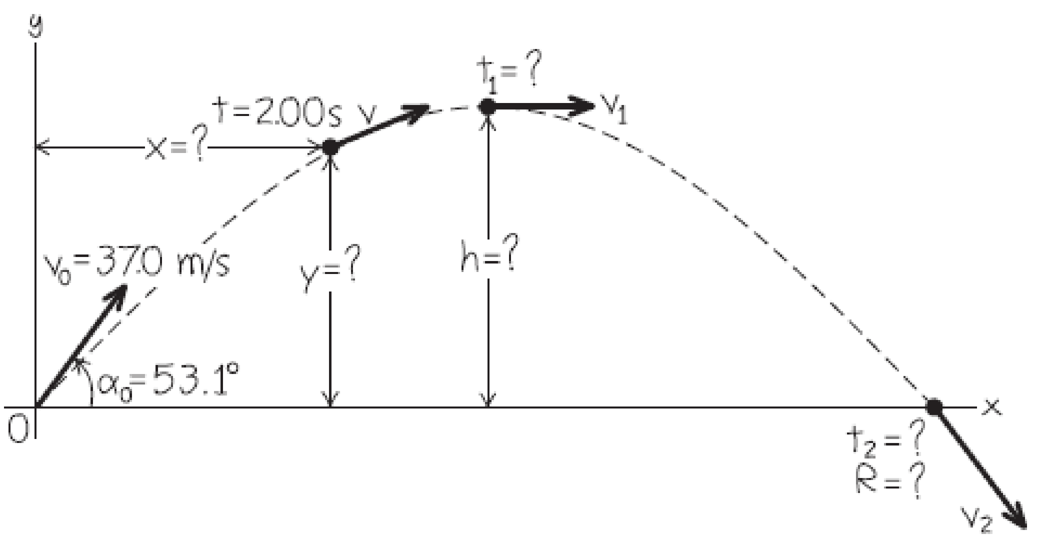
$$R = v_{0x}t_2 = (22{,}2\ \text{m/s})(6{,}04\ \text{s}) = 134\ \text{m}$$

Κτυπάμε μπάλα του μπέιζμπολ με μπαστούνι και της δίνουμε αρχική ταχύτητα με μέτρο $υ_o$=37m/s που σχηματίζει γωνία αο 53,1° γωνία με το έδαφος.

Όταν η μπάλα φτάσει στο έδαφος ποια η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας;.

$$v_y = v_{0y} - gt_2 = 29.6\ \mathrm{m/s} - (9.80\ \mathrm{m/s^2})(6.04\ \mathrm{s})$$
$$= -29.6\ \mathrm{m/s}$$

Ποια η σχέση της με την $υ_{oy}$;



Βρίσκεσαι για εργασία έξω από το διαστημικό λεωφορείο. Η προωθητική σου συσκευή σού παρέχει σταθερή δύναμη F για 3s. Στο χρονικό διάστημα αυτό μετακινήθηκες κατά 2,25m. Αν η μάζα σου είναι 68Kgr, βρες την F.

Δύναμη $\vec{F}$ σταθερή $\Rightarrow$ ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Έστω x η διεύθυνση της δύναμης F. Ισχύει:

$$x = \upsilon_o t + \frac{1}{2}at^2 \Leftrightarrow x = 0 + \frac{1}{2}at^2 \Leftrightarrow$$

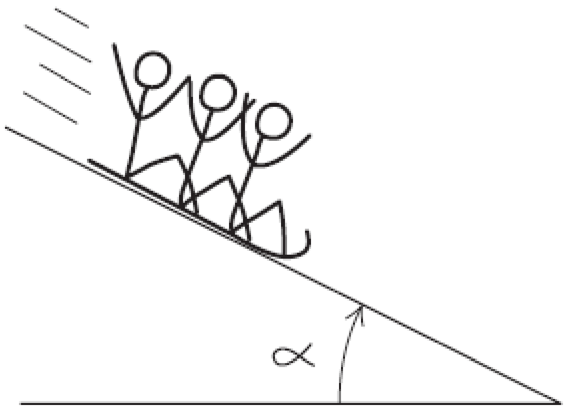
$$\Leftrightarrow a = \frac{2x}{t^2} \Leftrightarrow a = \frac{2 \cdot 2{,}25m}{(3s)^2} \Leftrightarrow a = 0{,}5\frac{m}{s^2}$$

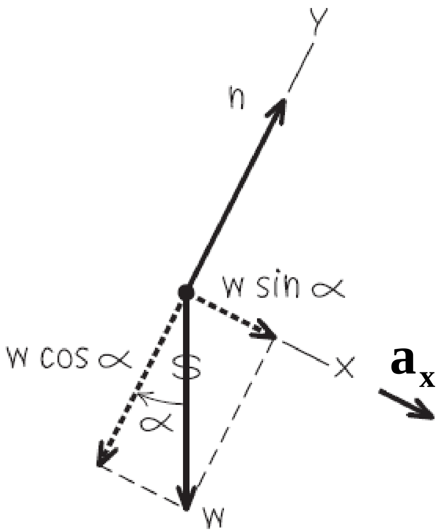
$$F = ma \Leftrightarrow F = 68Kgr \cdot 0{,}5\frac{m}{s^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow F = 34N$$

Επιτάχυνση σε κεκλιμένο επίπεδο χωρίς τριβή

Παρέα παιδιών πάνω σε έλκηθρο κατεβαίνουν τσουλήθρα με κλίση α όπου έχει απλωθεί γράσο. Ποια η επιτάχυνσή τους;





y κατεύθυνση: $\boldsymbol{n} - \boldsymbol{w}\cos\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{m}\mathbf{a}_y \Leftrightarrow \boldsymbol{n} - \boldsymbol{w}\cos\boldsymbol{\alpha} = 0$

x κατεύθυνση: $\boldsymbol{w}\sin\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{m}\mathbf{a}_x \Leftrightarrow \boldsymbol{mg}\sin\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{m}\mathbf{a}_x \Leftrightarrow \mathbf{a}_x = \boldsymbol{g}\sin\boldsymbol{\alpha}$

Παρατήρηση 1^η : **Η επιτάχυνση του έλκηθρου είναι ανεξάρτητη της μάζας του.**

Παρατήρηση 2^η : **Η επιτάχυνση του έλκηθρου είναι μικρότερη του g.**

Αν η γωνία κλίσης είναι 90^o πόση η επιτάχυνση; Αν η γωνία είναι 0^o ;