4η Εβδομάδα
Εφαρμογή Νόμων του Νεύτωνα

- Ισορροπία υλικού σημείου
- Τριβή
- Αντίσταση του αέρα

Ένα υλικό σημείο ισορροπεί όταν η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που δρουν πάνω του είναι ίση με μηδέν

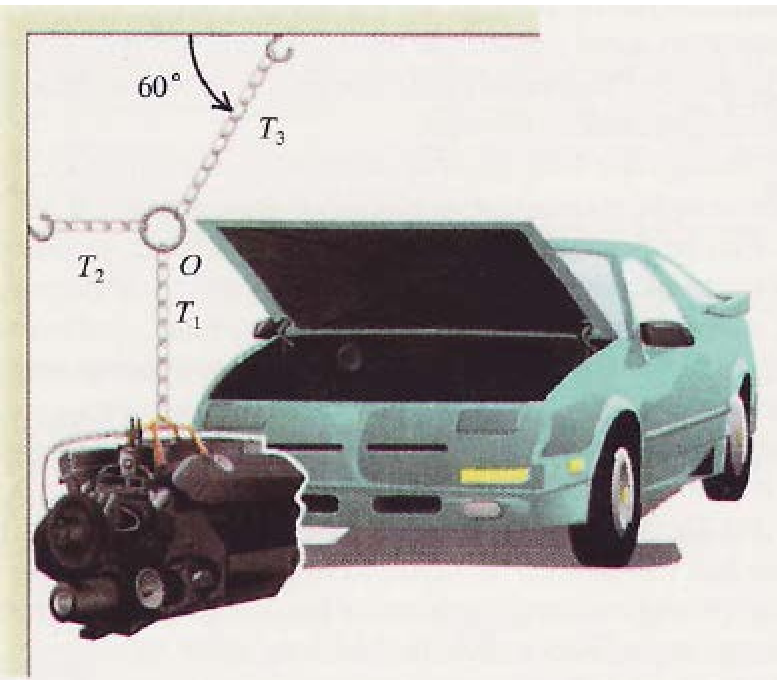
$$\Sigma \vec{F} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \Sigma F_x = \Sigma F_y = \Sigma F_z = 0$$

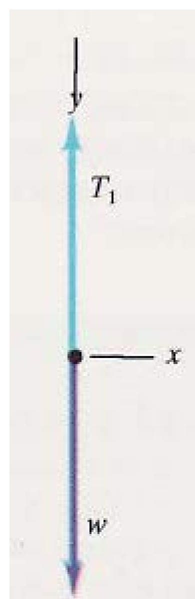
Αντίστροφα αν ισχύει η παραπάνω σχέση τότε το υλικό σημείο ισορροπεί

Ισορροπία σε 2 διαστάσεις

Κινητήρας βάρους w=2200N αναρτάται με αλυσίδα που συνδέεται στον κρίκο Ο με 2 άλλες αλυσίδες όπως φαίνεται στο σχήμα. Βρείτε τις τάσεις στις 3 αλυσίδες θεωρώντας το βάρος τους αμελητέο.



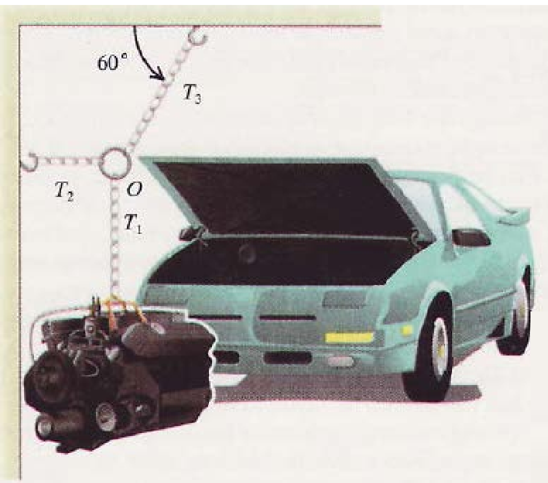
Δυνάμεις που ασκούνται στην μηχανή.



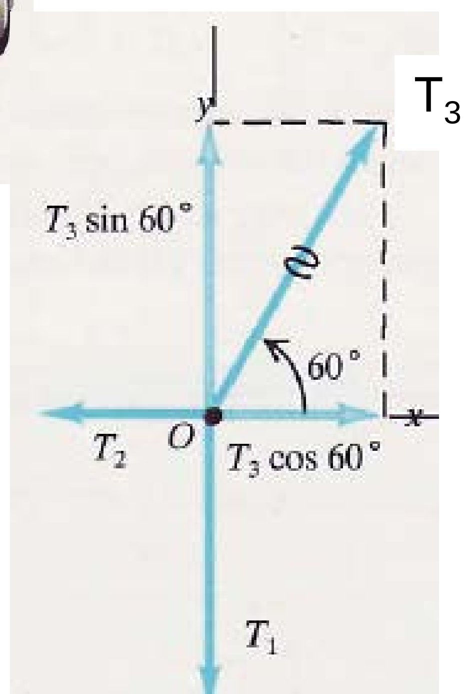
$$T_1 = w \Leftrightarrow T_1 = 2200N$$

Ισορροπία σε 2 διαστάσεις

Κινητήρας βάρους w=2200N αναρτάται με αλυσίδα που συνδέεται στον κρίκο Ο με 2 άλλες αλυσίδες όπως φαίνεται στο σχήμα. Βρείτε τις τάσεις στις 3 αλυσίδες θεωρώντας το βάρος τους αμελητέο.



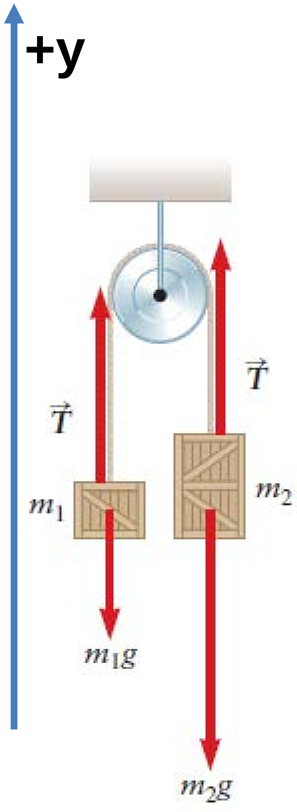
Δυνάμεις που ασκούνται στον κρίκο.



$$\boldsymbol{T}_1 = \boldsymbol{T}_3 \sin 60^{\boldsymbol{o}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{T}_3 = \frac{\boldsymbol{T}_1}{\sin 60^{\boldsymbol{o}}} = 2540\,\boldsymbol{N}$$

$$\boldsymbol{T}_2 = \boldsymbol{T}_3 \cos 60^{\boldsymbol{o}} = 1270\,\boldsymbol{N}$$



Τροχαλίες

Στα δύο σκοινιά είναι κρεμασμένα σώματα με μάζες $m_1<m_2$. Βρείτε την επιτάχυνση του συστήματος και την τάση του νήματος.

Γράφω το 2ο νόμο του Νεύτωνα για κάθε σώμα ξεχωριστά. Υποθέτω για το m_1 επιτάχυνση α προς τα πάνω.

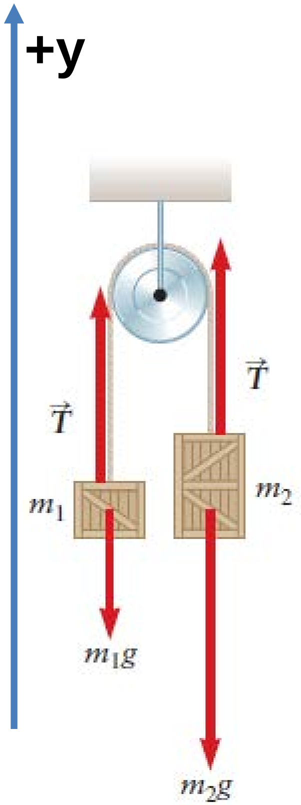
$$T - m_1 g = m_1 a \qquad 1^{o} \text{ σώμα}$$

$$T - m_2 g = -m_2 a \Leftrightarrow -T + m_2 g = m_2 a \qquad 2^{o} \text{ σώμα}$$

Προσθέτω κατά μέλη οπότε απαλείφεται το Τ και βρίσκω την κοινή επιτάχυνση α των 2 σωμάτων.

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}$$

Προσέξτε εδώ που $m_2>m_1$ το α βγαίνει θετικό.
Σε αντίθετη περίπτωση θα έβγαινε αρνητικό



Τροχαλίες

Στα δύο σκοινιά είναι κρεμασμένα σώματα με μάζες $m_1<m_2$. Βρείτε την επιτάχυνση του συστήματος και την τάση του νήματος.

Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα για το 1ο σώμα αντικαθιστώντας την επιτάχυνση α με την τιμή που βρήκαμε:

$$T - m_1 g = m_1 a$$

1ο σώμα

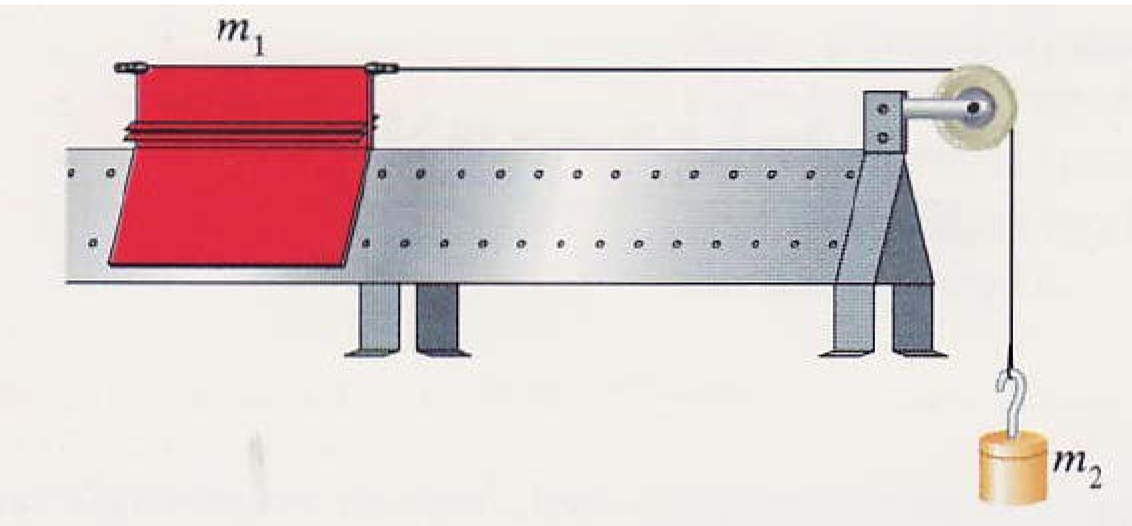
$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}$$

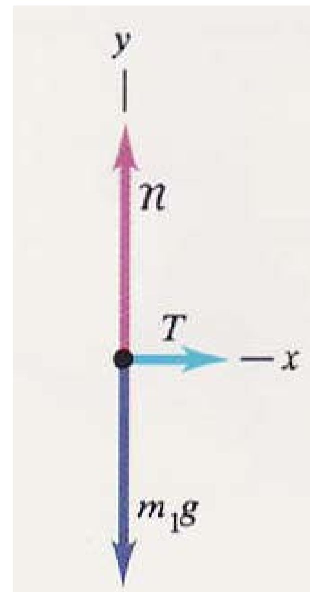
$$T = m_1 g + m_1 \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2} \Leftrightarrow$$

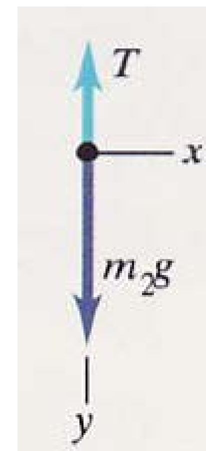
$$\Leftrightarrow T = \frac{2 m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$$

Πείραμα στο εργαστήριο για επαλήθευση 2ου νόμου Νεύτωνα

Στο Σχ. 5–11 ένας ολισθητής έχει μάζα m_1 και κινείται σε οριζόντια αεροτροχιά, χωρίς τριβή, σε φοιτητικό εργαστήριο φυσικής. Συνδέεται με αναρτώμενα βάρη μάζας m_2, με τη βοήθεια μη εκτατού, εύκαμπτου νήματος που διέρχεται από μικρή τροχαλία χωρίς τριβές. Βρείτε την επιτάχυνση του καθενός σώματος και την τάση του νήματος.







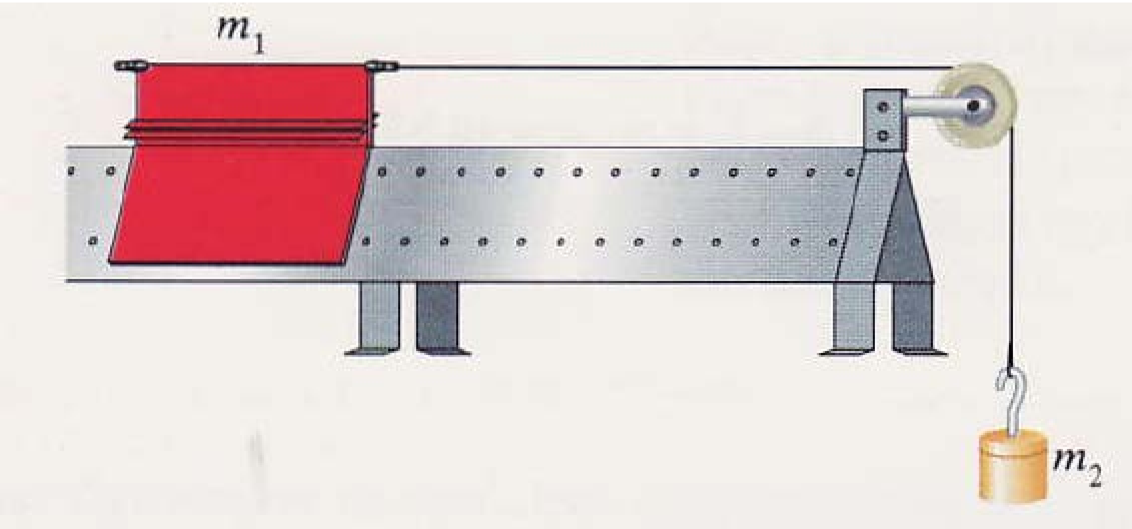
2ος νόμος του Νεύτωνα για κάθε σώμα:

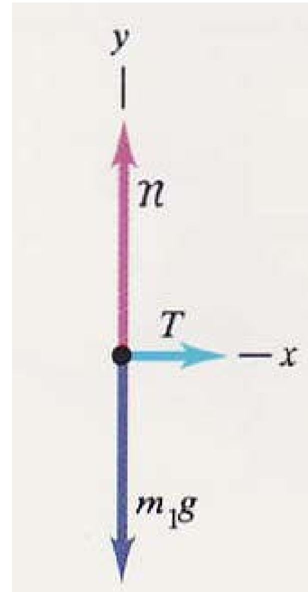
$$\left.\begin{aligned} T &= m_1 a \\ m_2 g - T &= m_2 a \end{aligned}\right\}$$

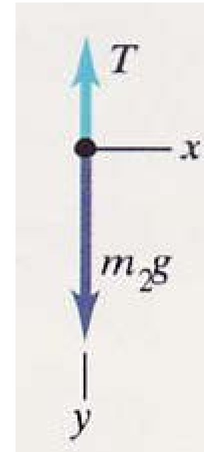
$$a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g$$

$$T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

Πείραμα στο εργαστήριο για επαλήθευση $2^{ου}$ νόμου Νεύτωνα







$$\boldsymbol{a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g}$$

$$\boldsymbol{T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g}$$

Αν $m_2 = 0$ $\quad T = a = 0$

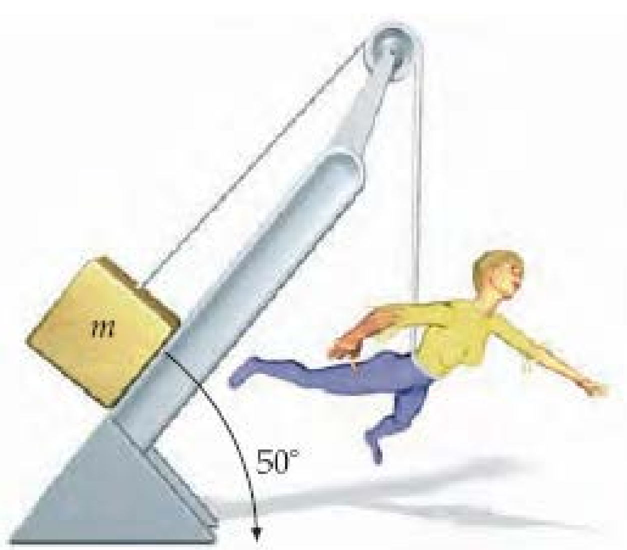
Αν $m_1 = 0$ $\quad T = 0 \quad a = g$

Αν $\boldsymbol{m_2 \ll m_1}$ $\quad T = m_2 g = w_2$

$2^{ος}$ νόμος του Νεύτωνα για το σώμα m_1 : $\boldsymbol{T = m_1 a}$

Τροχαλία + 1^{ος} νόμος Νεύτωνα

Σε θεατρική σκηνή παίζουν τον Πήτερ Παν. Ο ηθοποιός μάζας m_p=50Kgr που τον υποδύεται πρέπει να κατέβει κατακόρυφα στη σκηνή σε απόσταση 3,2m σε 2,2s για να δέσει με τη μουσική υπόκρουση. Για να επιτευχθεί αυτό πίσω από τη σκηνή υπάρχει ο μηχανισμός που φαίνεται στην εικόνα, ένα κεκλιμένο επίπεδο γωνίας θ=50^o και σύνδεση του Πήτερ Παν μέσω τροχαλίας με μάζα m. Είσαι ο υπεύθυνος μηχανικός για να αγοράσεις σκοινί που να αντέχει και σώμα μάζας m. Υπολόγισε τη μάζα m που πρέπει να χρησιμοποιηθεί και την τάση του σχοινιού.



Με ποια επιτάχυνση θα κατεβαίνει ο Πήτερ Παν;

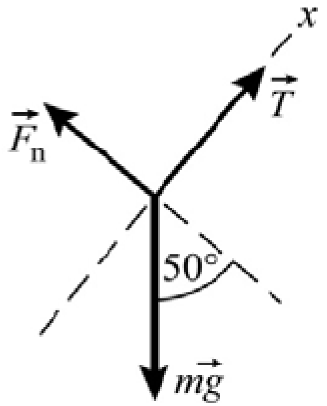
$$y = \upsilon_o t + \frac{1}{2}at^2 \Leftrightarrow y = 0 + \frac{1}{2}at^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{2y}{t^2} \Leftrightarrow a = \frac{2\cdot 3{,}2m}{(2{,}2s)^2} \Leftrightarrow a = 1{,}32\frac{m}{s^2}$$

Επιτάχυνση με την οποία κατεβαίνει ο Πήτερ Παν ίδια με αυτή του σώματος μάζας m στο κεκλιμένο επίπεδο.

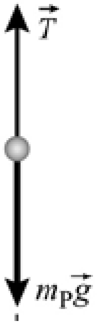
Τροχαλία + 1^{ος} νόμος Νεύτωνα

Δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα m:



$$T - mg\sin(50^o) = ma \Leftrightarrow T = m[a + g\sin(50^o)]$$

Δυνάμεις που ασκούνται στον Πήτερ Παν:

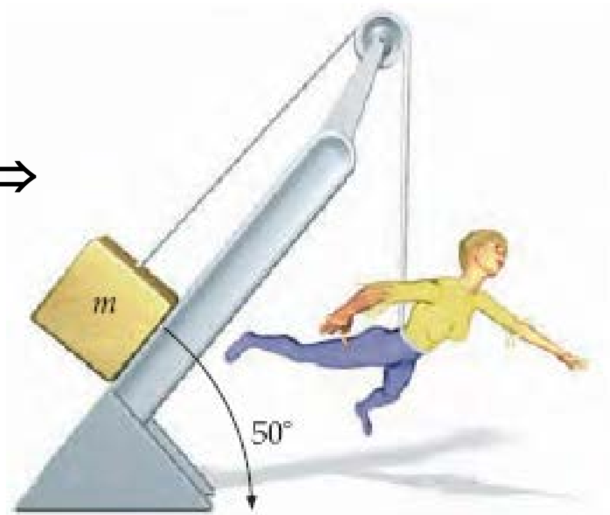


$$m_p g - T = m_p a \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow m_p g - m[a + g\sin(50^o)] = m_p a \Leftrightarrow$$

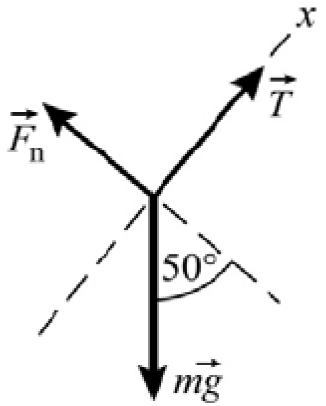
$$\Leftrightarrow m = \frac{m_p(g-a)}{a + g\sin(50^o)} \Leftrightarrow m = \frac{50Kgr\left(9{,}8\frac{m}{s^2} - 1{,}32\frac{m}{s^2}\right)}{1{,}32\frac{m}{s^2} + 9{,}8\frac{m}{s^2}\sin(50^o)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow m = 48Kgr$$



Τροχαλία + 1ος νόμος Νεύτωνα

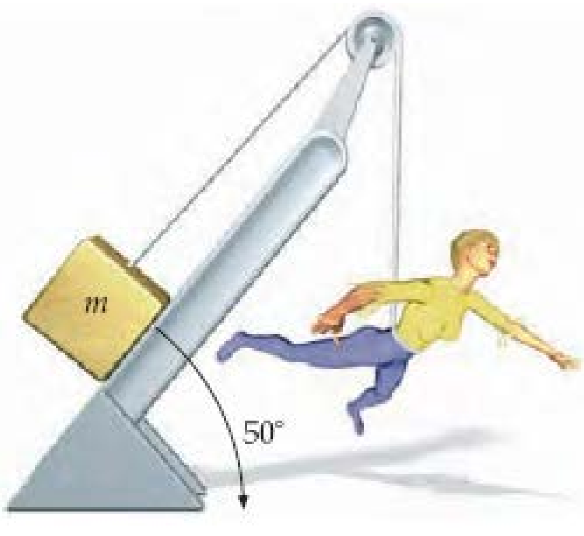
Δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα m:



$$T - mg\sin\left(50^o\right) = ma \Leftrightarrow T = m\left[a + g\sin\left(50^o\right)\right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow T = 48Kgr\left[1{,}32\frac{m}{s^2} + 9{,}8\frac{m}{s^2}\sin\left(50^o\right)\right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow T = 424N$$



Τοποθετούμε νόμισμα στο εξώφυλλο βιβλίου. Ανασηκώνουμε το εξώφυλλο σιγά σιγά μέχρι το νόμισμα να αρχίσει να ολισθαίνει. Δείξτε πως αν μετρήσουμε τη γωνία θ του εξώφυλλου με το οριζόντιο επίπεδο μπορούμε να προσδιορίσουμε το συντελεστή στατικής τριβής.

$$f_s \leq \mu_s F_n$$

Στην διεύθυνση κάθετα στο κεκλιμένο επίπεδο:

$$F_n = mg\cos(\theta)$$

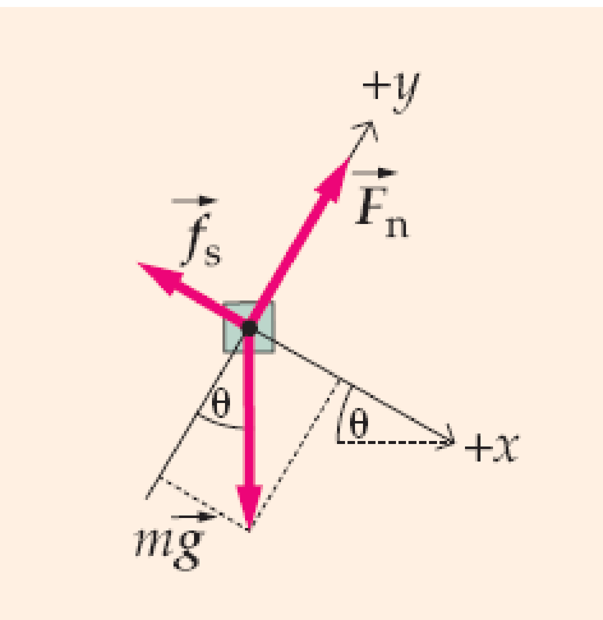
Άρα $$f_s \leq \mu_s mg\cos(\theta)$$

Στην διεύθυνση του κεκλιμένου επίπεδου:

$$f_s = mg\sin(\theta)$$

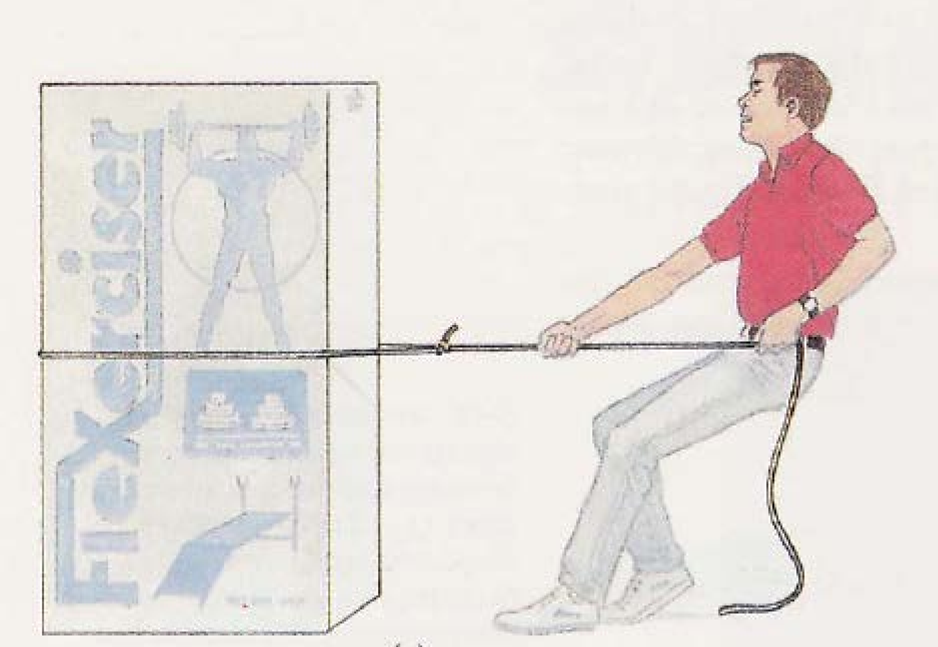
Άρα $$mg\sin(\theta) \leq \mu_s mg\cos(\theta) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tan(\theta) \leq \mu_s$$

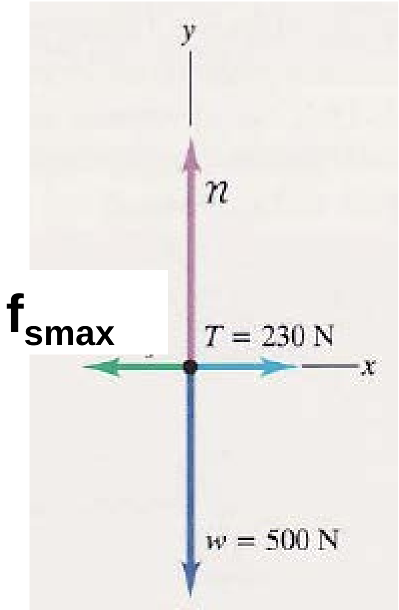


Τριβή

Τριβή σε οριζόντια κίνηση Κάποια εταιρεία μεταφορών μόλις έχει ξεφορτώσει στον ιδιωτικό δρόμο της κατοικίας σας ένα κιβώτιο 500 N γεμάτο με όργανα γυμναστικής για το σπίτι (Σχ. 5–16a). Βρίσκετε ότι για να πετύχετε την εκκίνηση του κιβωτίου προς τον χώρο στάθμευσης και επισκευών (γκαράζ), πρέπει να το έλξετε με οριζόντια δύναμη μέτρου 230 N. Από τη στιγμή που «απελευθερώνεται» ξεκινώντας, μπορείτε να το διατηρήσετε σε κίνηση με σταθερή ταχύτητα ασκώντας δύναμη μέτρου 200 N μόνο. Βρείτε τους συντελεστές στατικής και κινητικής τριβής.



(a)



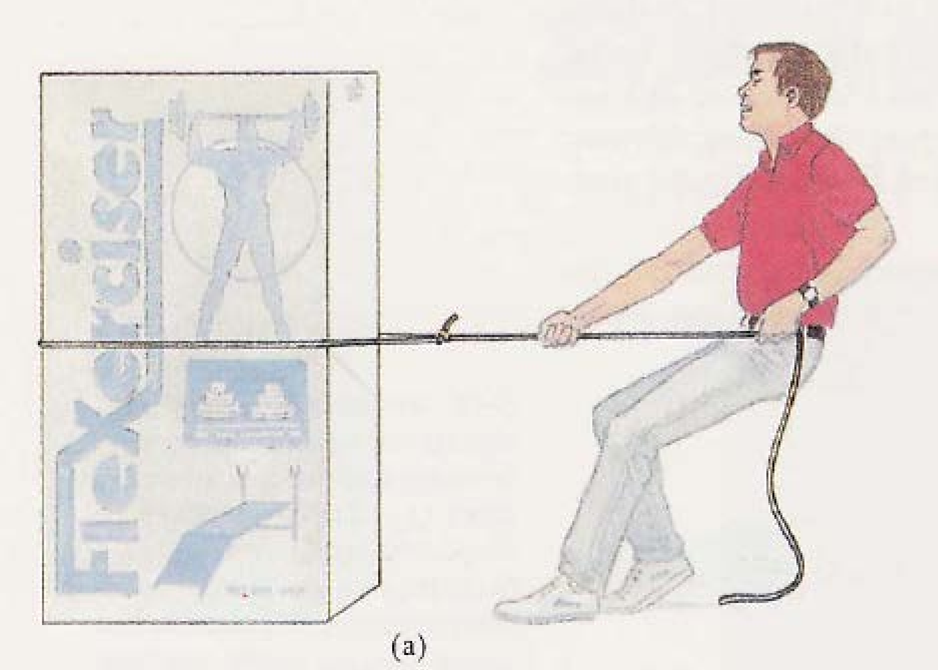
y κατεύθυνση: $\boldsymbol{n = w \Rightarrow n = 500N}$

x κατεύθυνση: $f_{s\max} = T \Rightarrow f_{s\max} = 230N$

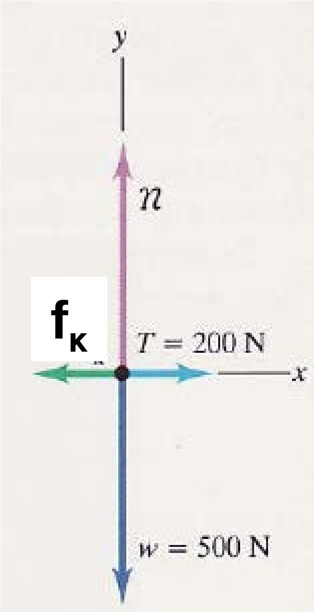
$$\mu_s = \frac{f_{s\max}}{n} \Rightarrow \mu_s = \frac{230N}{500N} \Rightarrow \mu_s = 0{,}46$$

Τριβή

Τριβή σε οριζόντια κίνηση Κάποια εταιρεία μεταφορών μόλις έχει ξεφορτώσει στον ιδιωτικό δρόμο της κατοικίας σας ένα κιβώτιο 500 N γεμάτο με όργανα γυμναστικής για το σπίτι (Σχ. 5–16a). Βρίσκετε ότι για να πετύχετε την εκκίνηση του κιβωτίου προς τον χώρο στάθμευσης και επισκευών (γκαράζ), πρέπει να το έλξετε με οριζόντια δύναμη μέτρου 230 N. Από τη στιγμή που «απελευθερώνεται» ξεκινώντας, μπορείτε να το διατηρήσετε σε κίνηση με σταθερή ταχύτητα ασκώντας δύναμη μέτρου 200 N μόνο. Βρείτε τους συντελεστές στατικής και κινητικής τριβής.



(a)

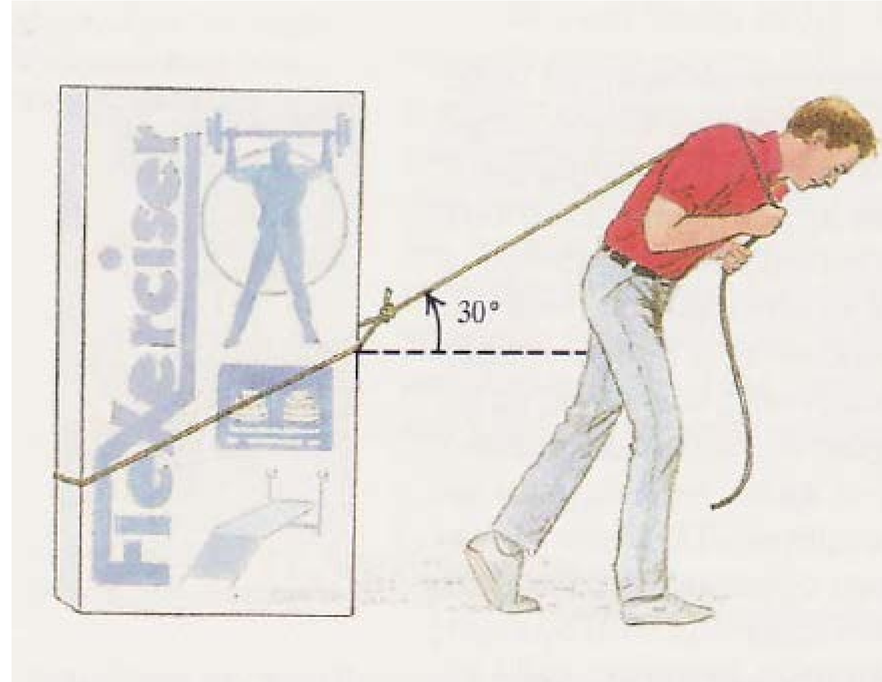


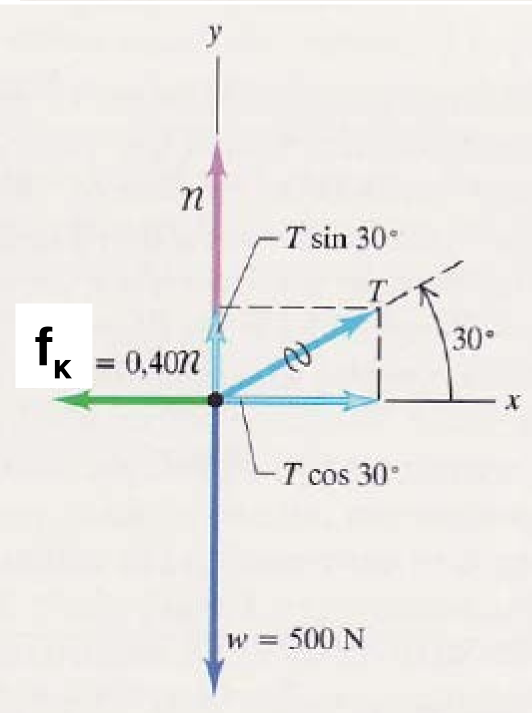
y κατεύθυνση: $$n = w \Rightarrow n = 500\,N$$

x κατεύθυνση: $$f_\kappa = T \Rightarrow f_\kappa = 200\,N$$

$$\mu_\kappa = \frac{f_\kappa}{n} \Rightarrow \mu_\kappa = \frac{200\,N}{500\,N} \Rightarrow \mu_\kappa = 0,4$$

Υποθέστε ότι προσπαθείτε να μετακινήσετε το κιβώτιο που είναι γεμάτο με όργανα γυμναστικής, του Παρ. 5–13. Το περιδένετε με σχοινί και το έλκετε προς τα πάνω ενώ το σχοινί σχηματίζει γωνία 30° με την οριζόντιο (Σχ. 5–18a). Με πόση δύναμη πρέπει να έλκετε το σχοινί για να διατηρήσετε το κιβώτιο σε οριζόντια κίνηση με σταθερή (διανυσματική) ταχύτητα; Ο τρόπος αυτός μετακίνησης είναι ευκολότερος ή δυσκολότερος από την μετακίνηση με οριζόντια έλξη; Θυμηθείτε ότι w = 500 N και μ_κ = 0,40.

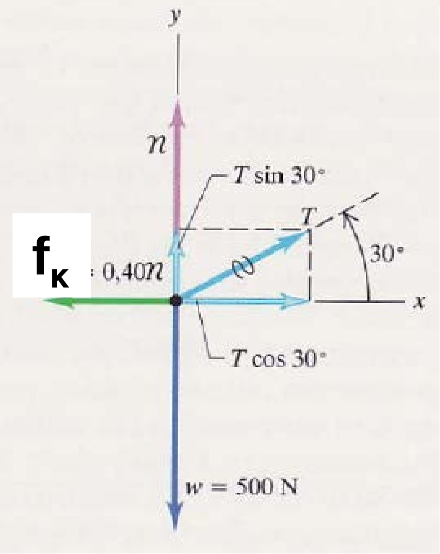


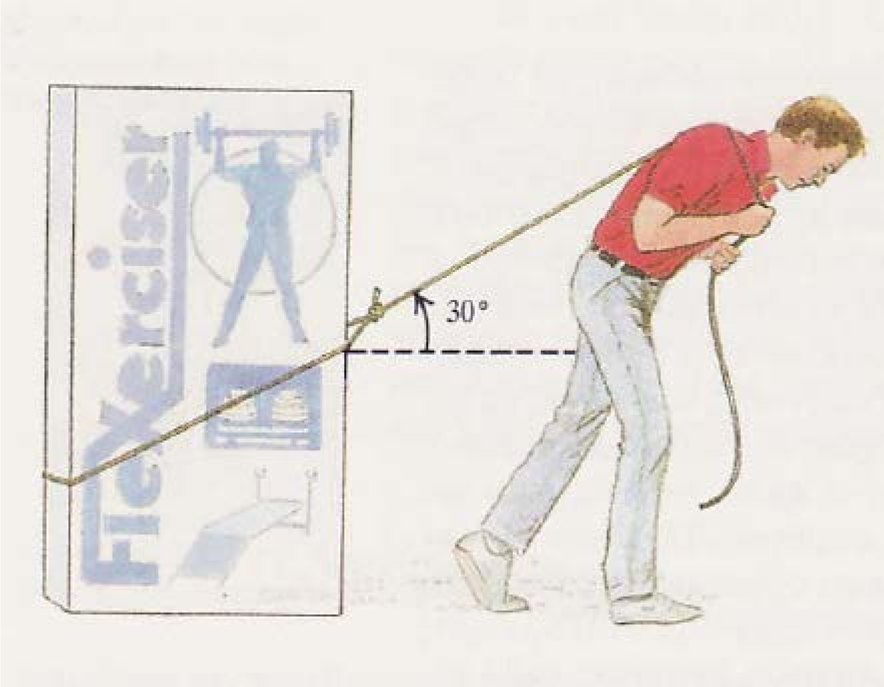


x κατεύθυνση: $$T\cos(30^o) - f_\kappa = T\cos(30^o) - 0{,}4n = 0$$

y κατεύθυνση: $$T\sin(30^o) + n - 500 = 0$$

Υποθέστε ότι προσπαθείτε να μετακινήσετε το κιβώτιο που είναι γεμάτο με όργανα γυμναστικής, του Παρ. 5–13. Το περιδένετε με σχοινί και το έλκετε προς τα πάνω ενώ το σχοινί σχηματίζει γωνία 30° με την οριζόντιο (Σχ. 5–18a). Με πόση δύναμη πρέπει να έλκετε το σχοινί για να διατηρήσετε το κιβώτιο σε οριζόντια κίνηση με σταθερή (διανυσματική) ταχύτητα; Ο τρόπος αυτός μετακίνησης είναι ευκολότερος ή δυσκολότερος από την μετακίνηση με οριζόντια έλξη; Θυμηθείτε ότι $w = 500$ N και $\mu_k = 0{,}40$.





$$\boldsymbol{T}\cos(30^o) - f_\kappa = \boldsymbol{T}\cos(30^o) - 0{,}4\boldsymbol{n} = 0$$

$$\boldsymbol{T}\sin(30^o) + \boldsymbol{n} - 500 = 0 \Rightarrow \boldsymbol{n} = 500 - \boldsymbol{T}\sin(30^o)$$

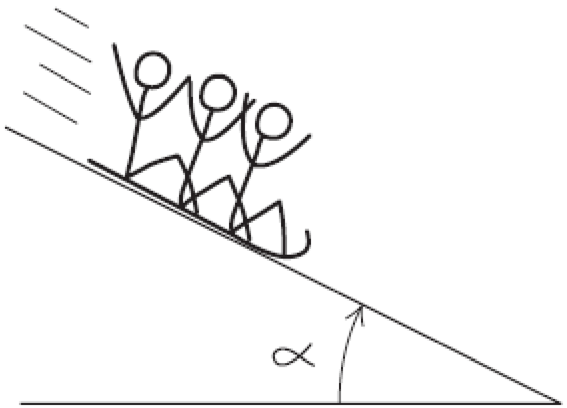
$$T\cos 30^\circ - 0{,}40\,(500\text{ N} - T\sin 30^\circ) = 0$$

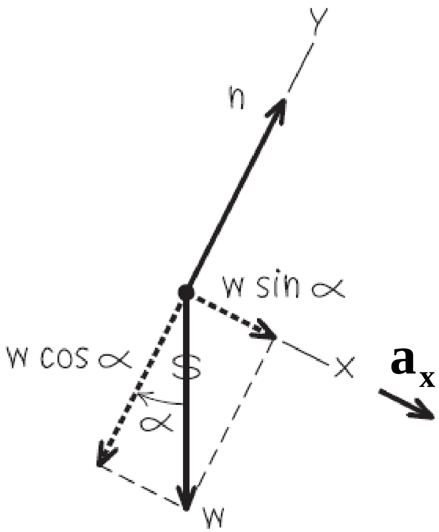
$$T = 188\text{ N}$$

$$n = 406\text{ N}$$

Επιτάχυνση σε κεκλιμένο επίπεδο χωρίς τριβή

Παρέα παιδιών πάνω σε έλκηθρο κατεβαίνουν τσουλήθρα με κλίση α όπου έχει απλωθεί γράσο. Ποια η επιτάχυνσή τους;





y κατεύθυνση: $n - w\cos\alpha = m\mathbf{a}_y \Leftrightarrow n - w\cos\alpha = 0$

x κατεύθυνση: $w\sin\alpha = m\mathbf{a}_x \Leftrightarrow mg\sin\alpha = m\mathbf{a}_x \Leftrightarrow \mathbf{a}_x = g\sin\alpha$

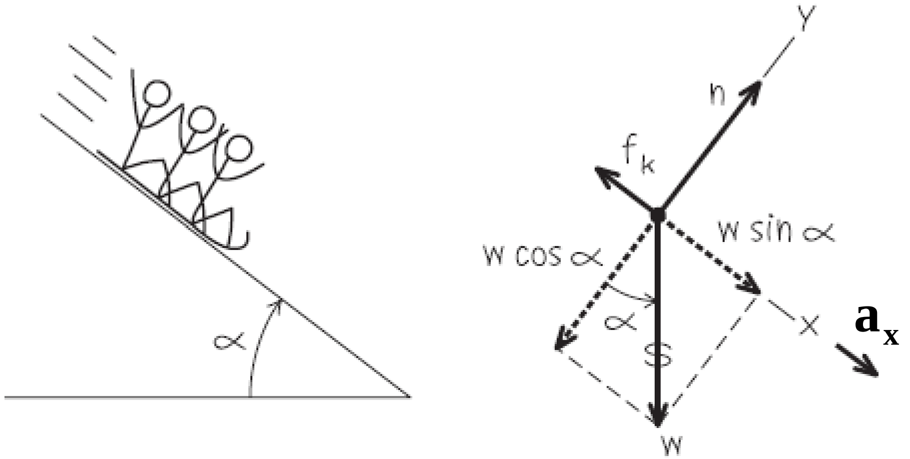
Παρατήρηση 1η : **Η επιτάχυνση του έλκηθρου είναι ανεξάρτητη της μάζας του.**

Παρατήρηση 2η : **Η επιτάχυνση του έλκηθρου είναι μικρότερη του g.**

Αν η γωνία κλίσης είναι 90^o πόση η επιτάχυνση; Αν η γωνία είναι 0^o ;

Επιτάχυνση σε κεκλιμένο επίπεδο με τριβή

Παρέα παιδιών πάνω σε έλκηθρο κατεβαίνουν τσουλήθρα με κλίση α όπου έχει καθαριστεί το γράσσο. Ποια η επιτάχυνσή τους αν ο συντελεστής κινητικής τριβής μεταξύ έλκυθρου και κεκλιμένου επιπέδου είναι μ_κ;



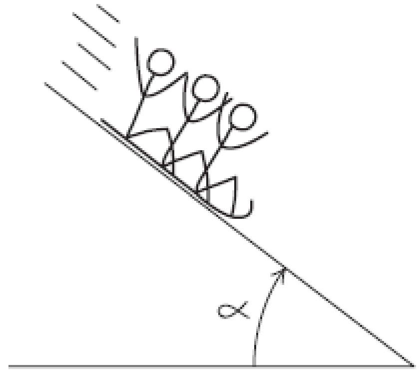
y κατεύθυνση: $$n - w\cos\alpha = m\mathbf{a}_y \Leftrightarrow n - w\cos\alpha = 0 \Leftrightarrow n = mg\cos\alpha$$

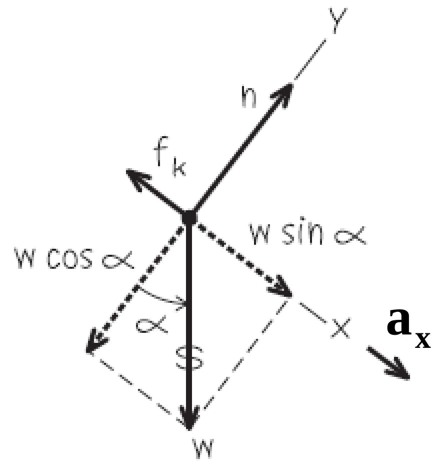
x κατεύθυνση: $$w\sin\alpha - f_\kappa = m\mathbf{a}_x \Leftrightarrow mg\sin\alpha - \mu_\kappa mg\cos\alpha = m\mathbf{a}_x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{a}_x = g(\sin\alpha - \mu_\kappa\cos\alpha)$$

Παρατήρηση : **Η επιτάχυνση του έλκηθρου είναι πάλι ανεξάρτητη της μάζας του.**

Επιτάχυνση σε κεκλιμένο επίπεδο με τριβή





y κατεύθυνση: $\boldsymbol{n} - \boldsymbol{w}\cos\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{m}\mathbf{a}_{y} \Leftrightarrow \boldsymbol{n} - \boldsymbol{w}\cos\boldsymbol{\alpha} = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{n} = \boldsymbol{mg}\cos\boldsymbol{\alpha}$

x κατεύθυνση: $\boldsymbol{w}\sin\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{f}_{\kappa} = \boldsymbol{m}\mathbf{a}_{x} \Leftrightarrow \boldsymbol{mg}\sin\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\mu}_{\kappa}\boldsymbol{mg}\cos\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{m}\mathbf{a}_{x} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \mathbf{a}_{x} = \boldsymbol{g}(\sin\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\mu}_{\kappa}\cos\boldsymbol{\alpha})$$

Τι θα συμβεί αν α=90° ; **Ελεύθερη πτώση**

Είναι δυνατόν να κατεβαίνουν με σταθερή ταχύτητα; **Ναι αν :** $\mu_{\kappa} = \tan(\alpha)$

Υπό ποια συνθήκη θα κάνουν επιβραδυνόμενη κίνηση; $(\sin\alpha - \mu_{\kappa}\cos\alpha) < 0$

Αν μ_{κ}=0;