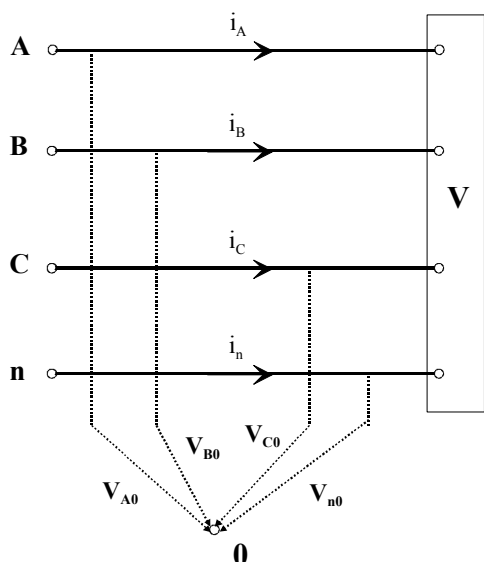


## Μάθημα 16<sup>ο</sup>

### Μέτρηση ισχύος σε τριφασικά συστήματα

#### 16.1 Θεώρημα Blondel

Προτού προχωρήσουμε στις διαδικασίες μέτρησης της ισχύος σε διάφορα τριφασικά



Σχήμα 16.1 n-φασικό σύστημα

συστήματα, ας εξετάσουμε πρώτα το θεώρημα Blondel, με βάση το οποίο, σε ένα σύστημα n φάσεων απαιτούνται n-1 βαττόμετρα για την μέτρηση της ολικής ισχύος. Έστω ένα n-φασικό σύστημα συνδεδεμένο με καταναλωτές μέσω n αγωγών, οι οποίοι διαρρέονται από χρονομεταβαλλόμενο ρεύμα (σχήμα 16.1). Στο σύστημα αυτό θα ισχύει με βάση το 1<sup>ο</sup> νόμο Kirchhoff :

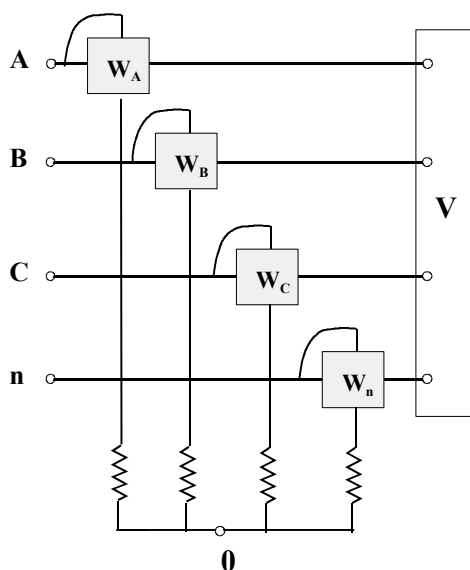
$$i_A + i_B + i_C + \dots + i_n = 0 \quad (16.1)$$

Αν τα δυναμικά των γραμμών είναι  $v_A, v_B, \dots, v_n$ , η στιγμιαία ισχύς που θα

μεταφέρεται από τον αγωγό n θα δίνεται από τη σχέση:

$$P_n = v_n i_n \cos(\varphi_n) \quad (16.2)$$

Αν θεωρήσουμε ένα σημείο 0 εκτός των n αγωγών, τότε οι στιγμιαίες τάσεις ως προς το σημείο n θα είναι:  $V_{A0} = v_A - v_0, V_{B0} = v_B - v_0, \dots, V_{n0} = v_n - v_0$ .



Σχήμα 16.2 Μέτρηση ισχύος σε σύστημα n-φάσεων

Έστω ότι για την μέτρηση της στιγμιαίας ισχύος που μεταφέρεται από τις n γραμμές, χρησιμοποιούμε n βαττόμετρα (Σχήμα 16.2), με το πηνίο ρεύματος για κάθε βαττόμετρο να συνδέεται σε σειρά με την κάθε γραμμή, ενώ το πηνίο τάσης, μεταξύ της γραμμής και του εξωτερικού σημείου 0. Με την σύνδεση αυτή, η συνολική στιγμιαία ισχύς που θα μεταφέρεται από το n-φασικό σύστημα θα είναι:

$$P = \sum_{j=1}^n v_j i_j = \sum_{j=1}^n (V_{j0} + v_0) i_j \quad (16.3)$$

Με βάση τα προηγούμενα θα ισχύει:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n (V_{j0} + v_0) i_j &= \sum_{j=1}^n (V_{j0} i_j + v_0 i_j) = \\ &= \sum_{j=1}^n V_{j0} i_j + v_0 \sum_{j=1}^n i_j = \sum_{j=1}^n V_{j0} i_j = \sum_{j=1}^n P_j \end{aligned} \quad (16.4)$$

Η τελευταία ποσότητα στην εξίσωση (16.4) αντιστοιχεί στο άθροισμα των ενδείξεων των  $n$  βαττομέτρων. Άρα, το άθροισμα των ενδείξεων των βαττομέτρων μας δίνει την συνολική στιγμιαία ισχύ που μεταφέρεται από το  $n$ -φασικό σύστημα.

Αν τώρα το σημείο 0 ληφθεί πάνω σε μία από τις γραμμές, τότε η ένδειξη του αντίστοιχου βαττόμετρου θα είναι μηδέν. Επομένως, για την μέτρηση της ισχύος θα απαιτούνται  $n-1$  βαττόμετρα. Σαν παράδειγμα, σε τριφασικό σύστημα με ουδέτερο, απαιτούνται τρία βαττόμετρα για την μέτρηση της ισχύος (σχήμα 16.3).

### 16.2 Ισχύς στο τριφασικό

Επειδή στο τριφασικό έχω τρία φορτία, η συνολική ισχύς θα δίνεται από:

$$P_{ολ} = P_{\phi 1} + P_{\phi 2} + P_{\phi 3} = V_{\phi 1} I_{\phi 1} \cos \varphi_{\phi 1} + V_{\phi 2} I_{\phi 2} \cos \varphi_{\phi 2} + V_{\phi 3} I_{\phi 3} \cos \varphi_{\phi 3} \quad (16.5)$$

Αν ο καταναλωτής είναι συμμετρικός τότε:

$$P_{ολ} = 3P_{\phi 1} = 3V_{\phi 1} I_{\phi 1} \cos \varphi_{\phi 1} = 3V_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi \quad (16.6)$$

Όμως, σε σύνδεση αστέρα,  $V_{\pi} = V_{\phi} \sqrt{3}$ , οπότε η εξίσωση (16.6) γίνεται:

$$P_{ολ} = 3V_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi = 3 \frac{V_{\pi}}{\sqrt{3}} I_{\pi} \cos \varphi = \sqrt{3} V_{\pi} I_{\pi} \cos \varphi \quad (16.7)$$

Αντίστοιχα, σε σύνδεση τριγώνου,  $I_{\pi} = I_{\phi} \sqrt{3}$ , οπότε η εξίσωση (16.6) γίνεται:

$$P_{ολ} = 3V_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi = 3V_{\pi} \frac{I_{\pi}}{\sqrt{3}} \cos \varphi = \sqrt{3} V_{\pi} I_{\pi} \cos \varphi \quad (16.8)$$

Δηλαδή, σε συμμετρικό καταναλωτή ισχύει:

$$P_{ολ} = 3V_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi = \sqrt{3} V_{\pi} I_{\pi} \cos \varphi \quad (16.9)$$

Αντίστοιχα, για την άεργη και την φαινόμενη ισχύ ισχύει:

$$Q_{ολ} = 3V_{\phi} I_{\phi} \eta_{\mu \phi} = \sqrt{3} V_{\pi} I_{\pi} \eta_{\mu \phi} \quad (16.10)$$

$$S_{ολ} = 3V_{\phi} I_{\phi} = \sqrt{3} V_{\pi} I_{\pi} \quad (16.11)$$

### Παράδειγμα:

Τριφασικός καταναλωτής αποτελείται από τρία όμοια πηνία συνδεδεμένα κατά αστέρα. Μετράμε:  $I_{\text{γραμμής}} = 25\text{A}$ ,  $S = 20\text{kVA}$ ,  $P = 11\text{kW}$ . Να βρεθούν η πολική τάση, η φασική τάση, η άεργος ισχύς και τα  $R$ ,  $x_L$  κάθε φάσης.

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{20^2 - 11^2} = 16.7 \text{ kVAR}$$

$$\text{συνφ} = P/S = 11/20$$

$$P = \sqrt{3} V_{\pi} I_{\pi} \text{συνφ} \Rightarrow V_{\pi} = \frac{P}{\sqrt{3} I_{\pi} \text{συνφ}} = \frac{11.000}{\sqrt{3} \times 25 \times (11/20)} = 462 \text{ V}$$

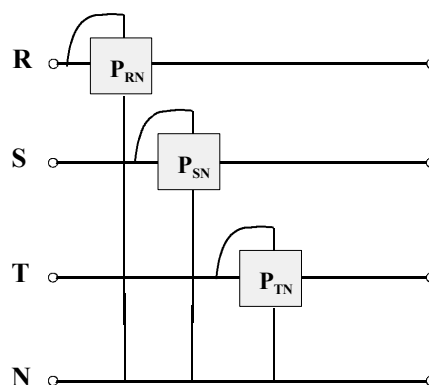
$$V_{\phi} = \frac{V_{\pi}}{\sqrt{3}} = 267 \text{ V}$$

$$R_{\phi} = Z_{\phi} \text{συνφ} = \frac{V_{\phi}}{I_{\phi}} \text{συνφ} = \frac{267}{25} \frac{11}{20} = 5.87 \Omega$$

$$X_{L\phi} = Z_{\phi} \eta\mu\phi = \frac{V_{\phi}}{I_{\phi}} \sqrt{1 - \text{συν}^2\phi} = \frac{267}{25} \sqrt{1 - \left(\frac{11}{20}\right)^2} = 8.97 \Omega$$

### 16.3 Μέτρηση ισχύος σε τριφασικό σύστημα τεσσάρων αγωγών

Σε τριφασικό σύστημα τεσσάρων αγωγών (τρεις φάσεις και ο ουδέτερος) απαιτούνται τρία βαττόμετρα για την μέτρηση της ισχύος. Ως κοινό σημείο για την σύνδεση τους μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε ο ουδέτερος είτε μία από τις φάσεις. Ας εξετάσουμε αρχικά τον κοινό ουδέτερο:

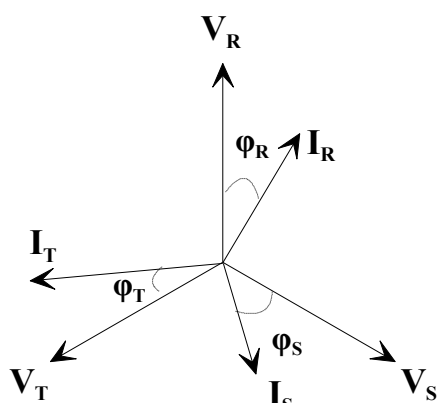


Σχήμα 16.3 Μέτρηση ισχύος σε σύστημα 4 αγωγών με κοινό ουδέτερο

#### A) Κοινός ουδέτερος

Το κύκλωμα για την περίπτωση αυτή

φαίνεται στο Σχήμα 16.3, όπου όλα τα πηνία τάσης δέχονται την φασική τάση. Για τα τρία βαττόμετρα, με βάση το Σχήμα 16.4, θα ισχύει:



Σχήμα 16.4

$$\begin{aligned} P_{RN} &= V_{RN} I_R \text{συνφ}_R \\ P_{SN} &= V_{SN} I_S \text{συνφ}_S \\ P_{TN} &= V_{TN} I_T \text{συνφ}_T \end{aligned} \quad (16.12)$$

$$P_{\text{ολ}} = P_{RN} + P_{SN} + P_{TN}$$

όπου  $V_{jN}$  είναι φασική τάση,  $I_j$  το ρεύμα της γραμμής  $j$  και  $\phi_j$  η διαφορά φάσης ρεύματος-τάσης στην γραμμή  $j$ . Επομένως, για να βρούμε

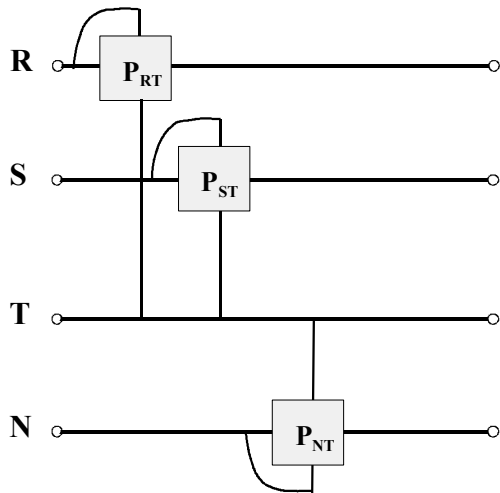
την ολική ισχύ προσθέτουμε τις ενδείξεις των τριών βαττομέτρων. Το άθροισμα αυτό όμως είναι αλγεβρικό, δηλαδή, αν ένα βαττόμετρο δείχνει αρνητικά, αντιστρέφουμε

την σύνδεση στο πηνίο τάσης και η ένδειξη αφαιρείται.

Αν το φορτίο είναι συμμετρικό, τότε θα ισχύει:  $|I_R|=|I_S|=|I_T|=I$  και  $\varphi_R=\varphi_S=\varphi_T=\varphi$  και η ολική ισχύς θα δίνεται από:

$$P_{ολ}=3P_{RN}=3VI\cos\varphi. \quad (16.13)$$

Δηλαδή, μετράμε την ισχύ σε ένα αγωγό και πολλαπλασιάζουμε επί τρία.



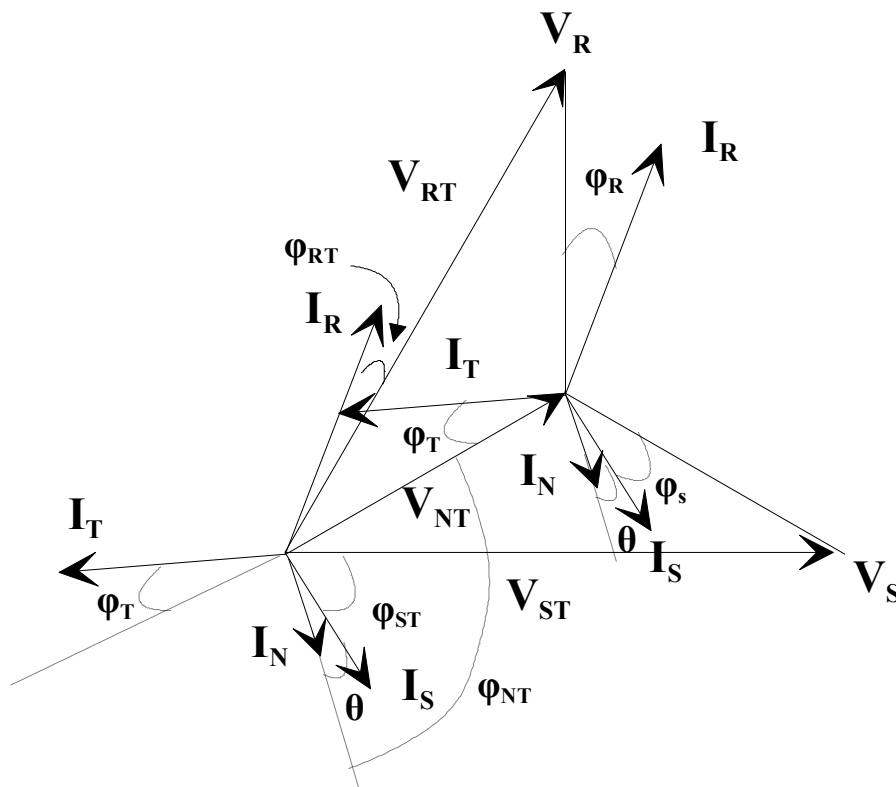
Σχήμα 16.5α Μέτρηση ισχύος σε σύστημα 4 αγωγών με κοινή μία φάση

### Β) Κοινή φάση

Ας υποθέσουμε τώρα ότι έχουμε το ίδιο κύκλωμα όπως προηγούμενα (διάγραμμα φάσεων του Σχήματος 16.4), όμως, για την μέτρηση της ισχύος χρησιμοποιούμε την συνδεσμολογία του Σχήματος 16.5α (κοινή η φάση T). Για τα τρία βαττόμετρα θα ισχύει:

$$\begin{aligned} P_{RT} &= V_{RT} I_R \cos\varphi_{RT} \\ P_{ST} &= V_{ST} I_S \cos\varphi_{ST} \\ P_{NT} &= V_{NT} I_N \cos\varphi_{NT} \end{aligned} \quad (16.14)$$

όπου  $V_{RT}$ ,  $V_{ST}$  πολικές τάσης,  $V_{NT}$  φασική τάση,  $I_j$  το ρεύμα της γραμμής j,  $\varphi_{RT}$  η



Σχήμα 16.5β

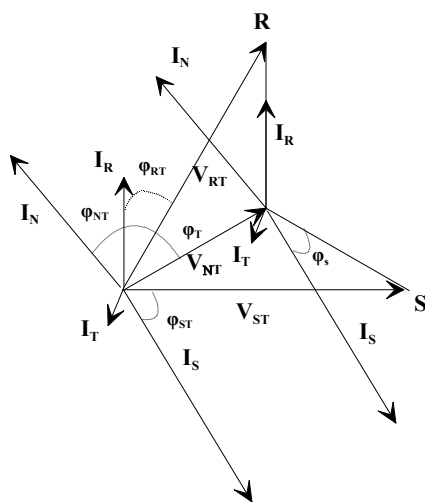
διαφορά φάσης μεταξύ  $I_R$  και  $V_{RT}$ ,  $\varphi_{ST}$  η διαφορά φάσης μεταξύ  $I_S$  και  $V_{ST}$  και  $\varphi_{NT}$  η διαφορά φάσης μεταξύ  $I_N$  και  $V_{NT}$ . Για να βρούμε την ολική ισχύ προσθέτουμε τις ενδείξεις των τριών βαττομέτρων, οπότε  $P_{ολ}=P_{RN}+P_{SN}+P_{TN}$ .

Στις εξισώσεις 16.14, έχουμε γνωστά τα  $I_R$ ,  $I_T$  καθώς και τις τρεις τάσεις. Επομένως, πρέπει να υπολογιστούν οι τρεις φάσεις  $\varphi_{RT}$ ,  $\varphi_{ST}$ ,  $\varphi_{NT}$  αλλά και το ρεύμα  $I_N$ . Για τον υπολογισμό των φάσεων, μπορεί να χρησιμοποιηθεί το διάγραμμα φάσεων στο φορτίο, όπως για παράδειγμα αυτό στο Σχήμα 16.5β, απ' όπου προκύπτει (για την συγκεκριμένη περίπτωση):

$$\begin{aligned}\varphi_{RT}+30^\circ+120^\circ+\varphi_R &= 180^\circ \Rightarrow \varphi_{RT}=30^\circ-\varphi_R \\ \varphi_{ST}+30^\circ+(120^\circ-\varphi_S) &= 180^\circ \Rightarrow \varphi_{ST}=30^\circ+\varphi_S \quad (16.15) \\ \varphi_{NT}+(120^\circ-\varphi_S-\theta) &= 180^\circ \Rightarrow \varphi_{NT}=60^\circ+\varphi_S+\theta\end{aligned}$$

όπου  $\theta$  η διαφορά φάσης μεταξύ  $I_S$  και  $I_N$ , η οποία μπορεί να υπολογιστεί μαζί με το ρεύμα  $I_N$ .

Παράδειγμα:



Έστω ασύμμετρος καταναλωτής που αποτελείται από  $\dot{Z}_R = (22\angle 0)\Omega$ ,  $\dot{Z}_S = (10\angle 30)\Omega$  και  $\dot{Z}_T = (55\angle -30)\Omega$  συνδεδεμένα σε αστέρα σε δίκτυο 380V/220V/50Hz. Να βρεθούν τα ρεύματα και η ολική ισχύς με (α) κοινό ουδέτερο και (β) κοινή φάση.

Θεωρώντας τάσεις  $\dot{V}_R = (220\angle 0)V$ ,  $\dot{V}_S = (220\angle -120)V$ ,  $\dot{V}_T = (220\angle 120)V$ , τα

ρεύματα θα είναι:

$$\begin{aligned}\dot{I}_R &= \frac{\dot{V}_{RN}}{\dot{Z}_R} = \frac{220\angle 0}{22\angle 0} = (10\angle 0)A = (10 + j0)A \\ \dot{I}_S &= \frac{\dot{V}_{SN}}{\dot{Z}_S} = \frac{220\angle -120}{10\angle 30} = (22\angle -150)A = (-19.05 - j11)A \\ \dot{I}_T &= \frac{\dot{V}_{TN}}{\dot{Z}_T} = \frac{220\angle 120}{55\angle -30} = (4\angle 150)A = (-3.46 + j2)A\end{aligned}$$

$$\dot{I}_N = -\dot{I}_{ολ} = -[(10 + j0) + (-19.05 - j11) + (-3.46 + j2)] = 12.51 + j9 = 15.41\angle 35.7$$

Αν χρησιμοποιήσουμε τρία βαττόμετρα με κοινό ουδέτερο για την μέτρηση της ισχύος θα έχουμε:

$$P_R = V_R I_R \cos \varphi_R = 220 \times 10 \times \cos 0 = 2200W$$

$$P_S = V_S I_S \cos \varphi_S = 220 \times 22 \times \cos 30 = 4190W$$

$$P_T = V_T I_T \cos \varphi_T = 220 \times 4 \times \cos(-30) = 760W$$

$$P_{ολ} = 2200 + 4192 + 762 = 7150W$$

Αν χρησιμοποιήσουμε τρία βαττόμετρα με κοινή την φάση T για την μέτρηση της ισχύος θα έχουμε:

$$P_{RT} = V_{RT} I_R \cos \varphi_{RT} = 380 \times 10 \times \cos(30 - 0) = 3290W$$

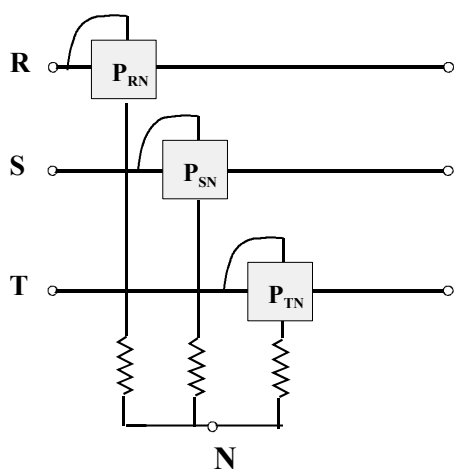
$$P_{ST} = V_{ST} I_S \cos \varphi_{ST} = 380 \times 22 \times \cos(30 + 30) = 4180W$$

$$P_{NT} = V_{NT} I_N \cos \varphi_{NT} = 220 \times 15.41 \times \cos(95.7) = -330W$$

$$P_{ολ} = 3290 + 4180 + 762 = 7140W$$

Όπου για τον υπολογισμό της διαφοράς φάσης μεταξύ  $I_R$  και  $V_{RT}$ ,  $I_S$  και  $V_{ST}$  και  $\varphi_{NT}$  και  $V_{NT}$  χρησιμοποιήθηκε το διάγραμμα φάσεων του παραδείγματος. Η ισχύς βρέθηκε η ίδια και στις δύο περιπτώσεις, με την μικρή διαφορά να οφείλεται στους τριγωνομετρικούς αριθμούς.

#### 16.4 Μέτρηση ισχύος σε τριφασικό σύστημα τριών αγωγών



Σχήμα 16.6 Μέτρηση ισχύος σε σύστημα 3 αγωγών με τεχνητό ουδέτερο

A) Με τρία βαττόμετρα.

Η χρήση τριών βαττομέτρων προϋποθέτει ότι τα πηνία τάσης τους συνδέονται μεταξύ κάθε φάσης και ενός τεχνητού ουδέτερου που δημιουργείται Θα ισχύει:

$$P_{RN} = V_{RN} I_R \cos \varphi_R$$

$$P_{SN} = V_{SN} I_S \cos \varphi_S \quad (16.16)$$

$$P_{TN} = V_{TN} I_T \cos \varphi_T$$

Οπότε, η ολική ισχύς θα δίνεται από:

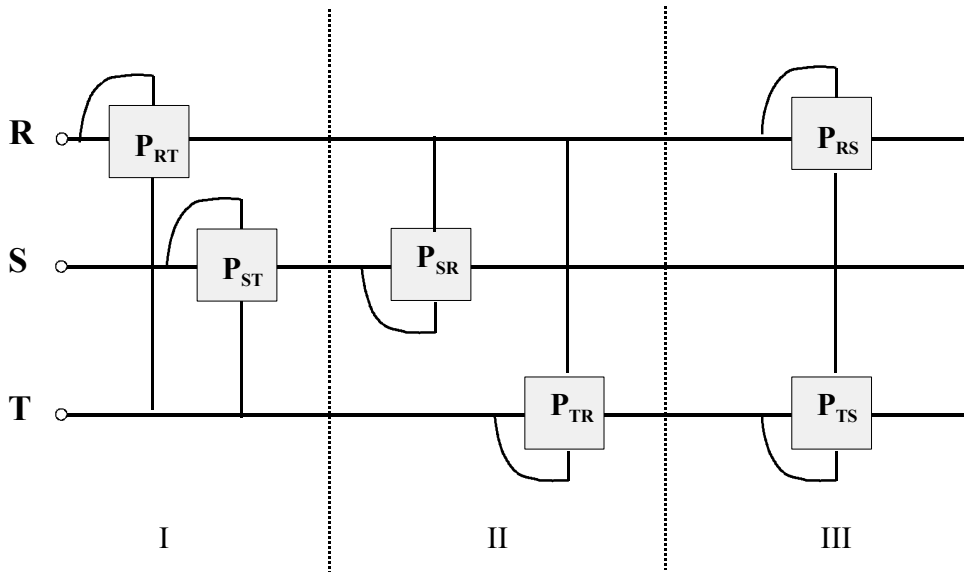
$$P_{ολ} = P_{RN} + P_{SN} + P_{TN}$$

Αν το φορτίο είναι συμμετρικό θα απαιτείται μόνο ένα βαττόμετρο για την μέτρηση της ισχύος, με την ένδειξη του να πολλαπλασιάζεται επί 3.

B) Με δύο βαττόμετρα ή διάταξη Aron.

Η χρήση δύο βαττομέτρων σε σύστημα τριών αγωγών προϋποθέτει ότι τα πηνία ρεύματος τους συνδέονται στις δύο από τις τρεις γραμμές, ενώ τα αντίστοιχα πηνία τάσης τους μεταξύ κάθε μιας από τις δύο αυτές γραμμές και της τρίτης. Επομένως, υπάρχουν τρεις δυνατές συνδεσμολογίες, οι οποίες παρουσιάζονται στο Σχήμα 16.7. Με βάση τις συνδεσμολογίες αυτές, η ολική ισχύς θα δίνεται από:

$$P = P_{RT} + P_{ST} = P_{SR} + P_{TR} = P_{RS} + P_{TS} \quad (16.17)$$



Σχήμα 16.7 Μέτρηση ισχύος σε σύστημα 3 αγωγών με δύο βαττόμετρα

Ας εξετάσουμε μία από τις συνδεσμολογίες Aron σε συμμετρικό σύστημα, για να δούμε ότι οι ενδείξεις των δύο βαττομέτρων δίνουν την ολική ισχύ. Έστω η συνδεσμολογία με κοινή την φάση T (κύκλωμα I στο Σχήμα 16.7). Θα ισχύει:

$$P = P_{RT} + P_{ST}$$

$$P_{RT} = V_{RT} I_R \cos \varphi_{RT} \quad (16.18)$$

$$P_{ST} = V_{ST} I_S \cos \varphi_{ST}$$

Από το διάγραμμα φάσεων του Σχήματος 16.8 έχουμε:

$$\varphi_{RT} = 30 - \varphi_R \text{ και } \varphi_{ST} = 30 + \varphi_S \quad (16.19)$$

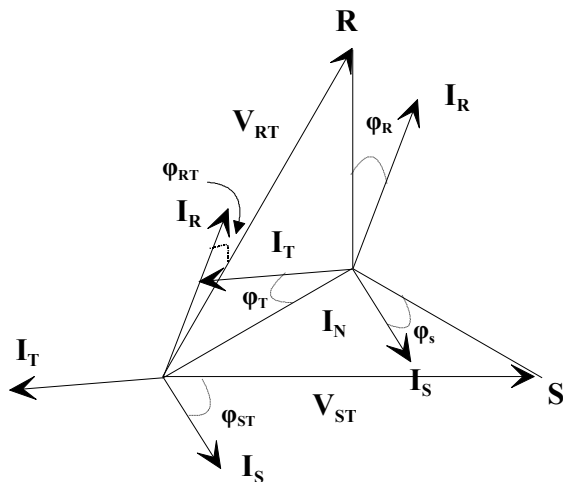
Επειδή υποθέσαμε συμμετρικό σύστημα, θα ισχύει:  $V_{RT} = V_{ST} = V_\pi$ ,  $I_R = I_S = I_\pi$  και  $\varphi_{RT} = \varphi_{ST} = \varphi$ . Αν αντικαταστήσουμε στις εξισώσεις (16.18) θα έχουμε:

$$P_{RT} = V_{RT} I_R \cos \varphi_{RT} = V_\pi I_\pi \cos(30 - \varphi)$$

$$P_{ST} = V_{ST} I_S \cos \varphi_{ST} = V_\pi I_\pi \cos(30 + \varphi) \quad (16.20)$$

$$P = P_{RT} + P_{ST} = V_\pi I_\pi [\cos(30 - \varphi) + \cos(30 + \varphi)]$$

Αν αναλύσουμε τους τριγωνομετρικούς όρους η ολική ισχύς θα γίνει:

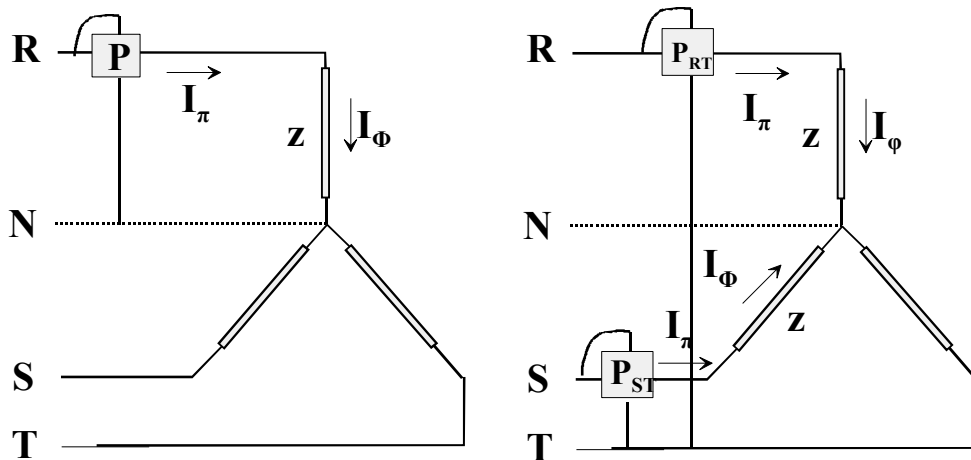


Σχήμα 16.8 Διάγραμμα φάσεων στη διάταξη Aron

$$\begin{aligned}
P &= P_{RT} + P_{ST} = V_{\pi} I_{\pi} [\cos\varphi(30 - \varphi) + \cos\varphi(30 - \varphi)] = \\
&= V_{\pi} I_{\pi} [\cos\varphi(60 - 2\varphi) + \sin\varphi(30 - \varphi) - \sin\varphi(30 - \varphi)] = \quad (16.21) \\
&= V_{\pi} I_{\pi} [2\cos\varphi(30 - \varphi)] = \frac{2\sqrt{3}}{2} V_{\pi} I_{\pi} \cos\varphi = \sqrt{3} V_{\pi} I_{\pi} \cos\varphi = P_{\text{ολ}}
\end{aligned}$$

Με την ίδια ακριβώς διαδικασία αποδεικνύεται ότι και οι άλλες δύο συνδεσμολογίες του Σχήματος 16.7 δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα για συμμετρικό αλλά και μη συμμετρικό σύστημα. Επομένως, με την διάταξη Aron μετριέται η ολική ισχύς με χρήση δύο βαττομέτρων.

Παράδειγμα:



Έστω κινητήρας ισχύος 5700 W, ο οποίος δουλεύει σε αστέρα σε δίκτυο 380V/220V/50Hz με  $\cos\varphi=0.866$  ( $\varphi=30^\circ$ ). Να βρεθούν τα ρεύματα και να δοθούν οι δυνατές συνδεσμολογίες για την μέτρηση ισχύος και οι ενδείξεις των αντιστοίχων οργάνων.

$$P = \sqrt{3} V_{\pi} I_{\pi} \cos\varphi \Rightarrow I_{\pi} = \frac{P}{\sqrt{3} V_{\pi} \cos\varphi} = \frac{5.700}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.866} = 10A$$

Όμως,  $I_{\pi}=I_{\phi}=10A$ . Θεωρώντας τάσεις  $V_R = (220\angle 0)V$ ,  $V_S = (220\angle -120)V$ ,  $V_T = (220\angle 120)V$ , τα ρεύματα θα είναι:

$$I_R = (10\angle -30)A, I_S = (10\angle -150)A, I_T = (10\angle 90)A$$

Για τον υπολογισμό της ισχύος υπάρχουν δύο δυνατές συνδεσμολογίες, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Στην πρώτη περίπτωση χρησιμοποιείται τεχνητός ουδέτερος, οπότε:

$$P_{\text{ολ}}=3P_1 = 3V_{\phi} I_{\phi} \cos\varphi = 3 \times 220 \times 10 \times 0.866 = 5.700 \text{ W}$$

Επομένως, η ένδειξη του ενός βαττομέτρου που χρησιμοποιείται είναι 1.900 W.



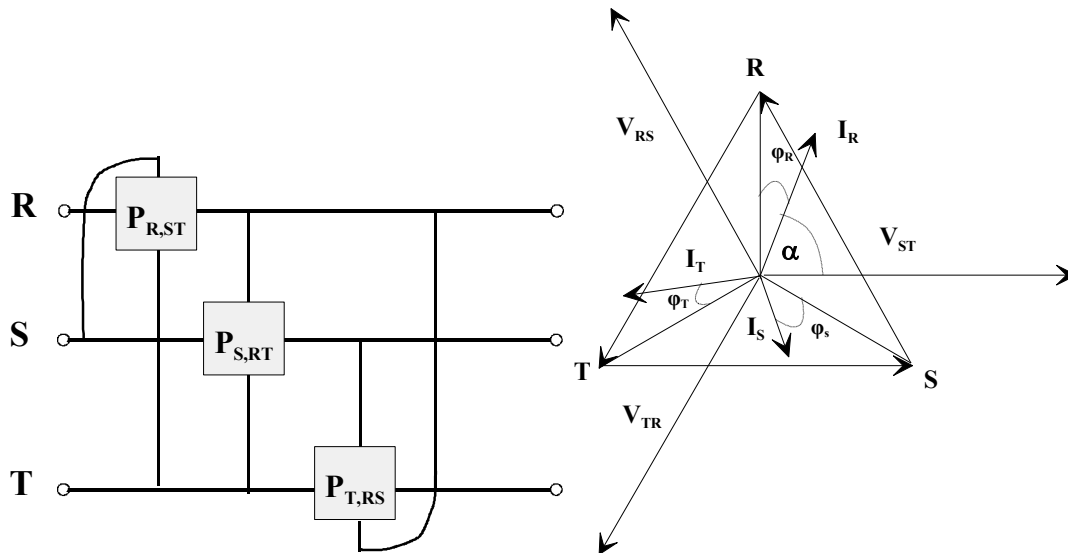
Αντίστοιχα, στην 2<sup>η</sup> περίπτωση θα ισχύει:

$$P_R = V_{RT} I_R \cos(30 - \varphi) = 380 \times 10 \times \cos 0 = 3800 \text{ W}$$

$$P_S = V_{ST} I_S \cos(30 + \varphi) = 380 \times 10 \times \cos 60 = 1900 \text{ W}$$

Οπότε, και πάλι υπολογίζουμε συνολική ισχύ 5.700 W, με το ένα βαττόμετρο να δείχνει 3.800 W, ενώ το άλλο 1.900 W.

#### 16.4 Μέτρηση άεργης ισχύος



Σχήμα 16.9 Μέτρηση άεργης ισχύος σε τριφασικό σύστημα

Για την μέτρηση της άεργης ισχύος μπορεί να χρησιμοποιηθεί η συνδεσμολογία του Σχήματος 16.9, όπου κάθε βαττόμετρο συνδέεται ως εξής: (α) το πηνίο ρεύματος του συνδέεται με μία από τις φάσεις (π.χ. την R) και (β) το πηνίο τάσης του μεταξύ των δύο άλλων φάσεων (δηλαδή των S και T). Ας εξετάσουμε την ένδειξη ενός από τα βαττόμετρα, του  $P_{R,ST}$ :

$$P_{R,ST} = V_{ST} I_R \cos \alpha \quad (16.22)$$

Όμως, από το διάγραμμα φάσεων του Σχήματος 16.9 προκύπτει για την γωνία  $\alpha$  ότι:  $\alpha = 120 - \varphi_R - 30 = 90 - \varphi_R$ . Επίσης,  $V_{ST} = \sqrt{3} V_R$ . Επομένως, η σχέση (16.22) γίνεται:

$$P_{R,ST} = V_{ST} I_R \cos(90 - \varphi_R) = \sqrt{3} V_R I_R \sin \varphi_R = \sqrt{3} Q_R \quad (16.23)$$

Ομοίως αποδεικνύεται ότι  $P_{S,RT} = \sqrt{3} Q_S$  και  $P_{T,RS} = \sqrt{3} Q_T$ . Επομένως, το άθροισμα των τριών βαττομέτρων δίνει:

$$P_{\text{ολ}} = P_{R,ST} + P_{S,RT} + P_{T,RS} = \sqrt{3}(Q_R + Q_S + Q_T) \Rightarrow$$

$$Q_{\text{ολ}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(P_{R,ST} + P_{S,RT} + P_{T,RS})$$

Αν έχω συμμετρικό σύστημα, χρησιμοποιώ ένα βαττόμετρο και πολλαπλασιάζω επί τρία. Για επαγωγικό φορτίο, η διάταξη λειτουργεί κανονικά. Για χωρητικό όμως, πρέπει να αναστρέψουμε την σύνδεση.